

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC-SP

Cláudia Pereira dos Santos

**FUNÇÃO SENO: UM ESTUDO COM O USO DO SOFTWARE *WINPLOT* COM
ALUNOS DO ENSINO MÉDIO**

Mestrado Profissional em Educação Matemática

São Paulo
2013

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC-SP

Cláudia Pereira dos Santos

**FUNÇÃO SENO: UM ESTUDO COM O USO DO SOFTWARE WINPLOT COM
ALUNOS DO ENSINO MÉDIO**

*Dissertação apresentada à Banca examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA**, sob a orientação da **Prof(a). Dr(a). Barbara Lutaif Bianchini**.*

São Paulo
2013

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ **Local e data:** _____

Dedicatória

Dedico este trabalho à minha família, especialmente ao meu pai Geraldo Pereira dos Santos, ao meu esposo Fábio e à nossa filha Jéssica pela compreensão, apoio e paciência durante este período.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pela força, coragem e todas as condições necessárias para realizar este sonho.

À minha orientadora Professora Doutora Barbara Lutaif Bianchini, pela paciência, apoio, principalmente com sua sabedoria ajudou-me em momentos difíceis e em suas aulas proporcionou momentos inesquecíveis.

À banca examinadora de qualificação Professora Doutora Ana Lúcia Manrique e ao Professor Doutor Antonio Sérgio Cobiانchi que contribuíram com suas experiências e mostraram caminhos para clareza do trabalho.

Aos professores do Programa de Estudos Pós graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, em especial a Célia Carolino, Celina, Cileda, Sonia e Gerson que em suas aulas mostraram compromisso, dedicação e proporcionaram-me momentos de conhecimento, reflexão e de amadurecimento pessoal.

Aos colegas de turma e amigos que durante o curso dividimos conhecimentos, sentimentos e contribuíram nos momentos de ansiedades e de alegrias: à Nalva, Jefferson, Regina, Eliane, Luana, Anízio, Helena, Elisangela, Ester, Gíssela e em especial a Raquel Santos Silva e a Rosângela Correia Marques, exemplos de força e bondade.

À Secretaria de Educação do Estado de São Paulo por ter concedido a bolsa de estudos.

À Direção, docentes e funcionários das Escolas Estaduais Presidente Kennedy e Professora Nair Hiroko Konno Hashimoto que apoiaram em todos os momentos disponibilizando horários e materiais para que esta pesquisa fosse realizada, em especial às gestoras Eliane M. Santos Zaroni Pedra, Sílvia Lima de Araujo e Maria Célia Vieira Ferreira.

Aos alunos que participaram da pesquisa.

Ao meu esposo Fábio, a minha filha Jéssica, ao meu filho Douglas, ao meu irmão Edivaldo, ao meu pai Geraldo que com sua força e fé educou o meu irmão e eu, também sempre nos incentivou a nunca deixar de acreditar. À minha mãe Maria de Lourdes (in memoriam) que deixou nossa família com base sólida para seguirmos em frente, apesar de muita saudade.

A todos aqueles que participaram de alguma forma deste trabalho que merecem igualmente gratidão e reconhecimento.

*Sem sonhos, a vida não tem brilho.
Sem metas, os sonhos não têm alicerces.
Sem prioridades, os sonhos não se tornam reais.
Sonhe, trace metas, estabeleça prioridades e corra riscos para executar seus sonhos. Melhor é errar por tentar, do que por omitir.*

Augusto Cury

RESUMO

Esta pesquisa visa contribuir para o estudo da função seno em situações que envolvam o uso do computador em atividades voltadas à Matemática e à Física. O objetivo da dissertação é investigar de que modo uma estratégia pedagógica apresentada na forma de sequências de atividades, com o uso do *software Winplot*, pode promover a aprendizagem da função seno para o aluno da 2ª série do ensino médio e ainda se pode contribuir na compreensão em um contexto físico-matemático. A pesquisa está apoiada na Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau (1986), na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2003) e como metodologia a Engenharia Didática de Michèle Artigue (1988). Foram aplicadas cinco sequências de atividades, sendo que a atividade parte I investiga os conhecimentos prévios dos alunos com relação à identificação das funções polinomial do 1º grau, polinomial do 2º grau, constante e seno. Na atividade parte II os alunos utilizam o *software Winplot* para a construção e análise da função polinomial do 2º grau, assim como, as alterações nos coeficientes e no termo independente. As atividades parte III e IV abordaram a função seno e suas características como amplitude, domínio, imagem, período e os alunos utilizaram o *software Winplot* para a construção dos gráficos. Por fim na atividade parte V buscou-se a integração com a disciplina de Física e utilizou-se uma sequência do Caderno do Aluno de Física que aborda o estudo de ondas sonoras, por meio desta, propôs-se integrar com a função seno. As dificuldades dos alunos nas conversões do registro algébrico para o registro na língua natural e vice-versa, do registro gráfico para o registro algébrico e vice-versa foram constatadas. E nas análises, indicadas as competências e habilidades presentes nas sequências de atividades, assim como, aquelas que precisam ser mais trabalhadas com os estudantes conforme o PCNEM (1999). Os resultados indicam que as sequências de atividades com uso do *software Winplot* contribui para a compreensão dos alunos e facilita no aprendizado do estudante, se o conteúdo abordado estiver integrado a outro, no caso, ondas sonoras (Física) e função seno (Matemática).

Palavras-chave: Educação algébrica, função Seno, *software Winplot*, ensino médio, integração, ondas sonoras.

ABSTRACT

The objective of this research is to contribute with the study of sine function by situations that involve the use of computer in a connection between Mathematics and Physics. This dissertation directs to investigate how a pedagogical strategy presented by a sequences of activities using the software Winplot, may promote the learning of sine function for the students in high school (second year in Brazil). Furthermore, it is a way to verify if there is a possibility to contribute in the comprehension of a physical-mathematical context. The Theory of the Didactical Situations developed by Guy Brousseau (1986) as well as the Theory of Semiotic Registries developed by Raymond Duval (2003) supported this research. The Didactical Engineering by Michèle Artigue (1988) was the methodology research used. The students were proposed five sequences of activities. The one called Part I investigates the previous knowledge the students had in relation to the polynomial functions among them the ones with degrees one and two, constant and sine. In the activity called Part II, students used the software Winplot to build the graphs and analyze the changings promoted by the coefficients and the independent term for the function of degree two. In the activities called Part III and Part IV, the students analyzed the characteristics of sine function like amplitude, domain, range and period. For doing that, they built the graphs using the software Winplot. In the last activity called Part V, the students we supposed to observe the connection between Physics and Mathematics. This connection have been showed by a sequence of activities taken down from a material called Student Notebooks of Physics that brings the study of sound waves being associated with the sine function. Some difficulties of the students in the conversion from the algebraic register to the natural language register and vice versa even as the conversion from the graph register to the algebraic register and vice versa were observed. As a result, it was possible to notice that the proposed sequence of activities with the use of software Winplot can contribute to the comprehension of the students if the subject has a connection with another one. In the case of this sequence, this connection happens between wave sounds (Physics) and sine function (Mathematics).

Keywords: Education algebraic, Sine function, software Winplot, high school, connection, wave sounds.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	14
CAPÍTULO 1 – APRESENTAÇÃO DA PESQUISA	18
1.1 Problemática e Justificativa.....	18
1.2 Questões da Pesquisa.....	21
1.3 A utilização de <i>softwares</i> nas aulas de Matemática.....	22
1.4 A escolha do <i>software Winplot</i>	23
1.5 A Integração da Matemática com a Física.....	25
1.6 Revisão Bibliográfica.....	27
CAPÍTULO 2 - ANÁLISE DE DOCUMENTOS OFICIAIS	32
2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio (PCNEM)	32
2.2 Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM).....	38
2.3 Proposta Curricular e o Currículo do Estado de São Paulo (Matemática e Física)	40
2.4 Guia do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2012 Matemática	47
2.5 <i>Programme for International Student Assessment</i> (Pisa) Programa Internacional de Avaliação de Estudantes	53
CAPÍTULO 3 - REFERENCIAL TEÓRICO.....	55
3.1 Teoria das Situações Didáticas	55
3.2 Teoria dos Registros de Representação Semiótica	58
CAPÍTULO 4 - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	62
4.1 Análise e objetivo das sequências de atividades	64
4.2 Ambiente e sujeitos da pesquisa.....	66
CAPÍTULO 5 – OBJETIVOS E ANÁLISES DAS SEQUÊNCIAS DE ATIVIDADES	71
5.1 Sequência de Atividade - Parte I.....	72
5.2 Sequência de Atividades - Parte II.....	76
5.3 ANÁLISES DAS SEQUÊNCIAS DE ATIVIDADES COM A FUNÇÃO SENO	84
5.3.1 Análises das atividades - PARTE III.....	85
5.3.2 Análises das atividades - PARTE IV	98
5.3.3 Análises das atividades - PARTE V	111
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	116
7. REFERÊNCIAS.....	120
ANEXO I - Pesquisa sobre o uso de computadores.....	126

ANEXO II – Parte I	127
ANEXO III – Parte II	128
ANEXO IV – Parte III	130
ANEXO V – Parte IV	132
ANEXO VI – Parte V	134
ANEXO VII – Declaração de Consentimento.....	135

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Competências e Habilidades de Matemática	34
Figura 2: Competências e Habilidades de Física	36
Figura 3: Conteúdos e Habilidades por bimestre da 2ª série do Ensino Médio – Matemática	42
Figura 4: Conteúdos do 1º bimestre da 2ª série do Ensino Médio - Matemática	44
Figura 5: Conteúdos e habilidades da 2ª série do Ensino Médio - Física	45
Figura 6: Exemplo de atividade de conversão de registros de representação semiótica da função seno	59
Figura 7: Exemplo de conversões de registros de representação semiótica da função seno	60
Figura 8: Tela família – <i>Software Winplot</i>	95

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 : Conteúdos e habilidades de Matemática e Física integrados	46
Quadro 2: Caracterização da metodologia das obras aprovadas pelo PNLD 2012	52
Quadro 3: Pesquisa sobre o uso de computadores	68
Quadro 4: Atividade diagnóstica – Parte I	74
Quadro 5: Protocolo da atividade parte II	76
Quadro 6: Protocolo da atividade 2, parte II	78
Quadro 7: Protocolo da questão 3, parte II	79
Quadro 8: Protocolo da questão 4 parte II	81
Quadro 9: Protocolo das questões 5 e 6	81
Quadro 10: Protocolo da resposta dos alunos da questão 6, parte II	83
Quadro 11: Protocolo da questão 1, parte III	85
Quadro 12: Resposta dos alunos referente à questão 1, parte III	87
Quadro 13: Questão 2, parte III	87
Quadro 14: Resposta dos alunos da questão 2, parte III	89
Quadro 15: Atividades da questão 3, parte III.	90
Quadro 16: Resposta dos alunos da questão 3, parte III	91
Quadro 17: Questão 4, parte III	92
Quadro 18: Resposta dos alunos para questão 4, parte III	94
Quadro 19: Análise da questão 5, parte III, realizada pelos alunos	96
Quadro 20: Análise da atividade 6, parte III, realizada pelos alunos	97
Quadro 21: Lacunas preenchidas pelos alunos, após análise do gráfico 10	99
Quadro 22: Tabela de dados preenchida pelos alunos, após análise do gráfico10.	100
Quadro 23: Tabela da atividade 2, parte IV preenchida pelos alunos	103
Quadro 24: Registro da atividade 2b	103
Quadro 25: Resposta dos alunos da atividade 3, parte IV	105
Quadro 26: Resposta da questão 4, parte IV	106
Quadro 27: Roteiro da atividade 5	107
Quadro 28: Comentário de um dos alunos referente à atividade 5, parte IV	108
Quadro 29: Atividade retirada do Caderno do Aluno da 2ª série do ensino médio volume 3, 2009 – p.9.....	111
Quadro 30: Questionário da parte V	112
Quadro 31: Resposta dos alunos da questão 1, parte V	112
Quadro 32: Resposta dos alunos da questão 2, parte V	113
Quadro 33: Resposta dos alunos da questão 3, parte V	113
Quadro 34: Resposta dos alunos da questão 4, parte V	114

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Comparação da distribuição dos campos da Matemática por coleção - 2ª série do ensino médio	50
Gráfico 2: Protocolo da atividade 1, parte II realizada pelos alunos	77
Gráfico 3: Questão 3, parte II construído pelos alunos com o uso <i>software Winplot</i>	80
Gráfico 4: Questão 5, parte II construído pelo aluno X, com uso do <i>Winplot</i>	82
Gráfico 5: Gráfico da questão 1, parte III construído pelos alunos.	86
Gráfico 6: Questão 2, parte III construído pelos alunos.....	88
Gráfico 7: Gráfico da questão 3, parte III construído pelos alunos	90
Gráfico 8: Gráfico construído pelos alunos referente à questão 4, parte III.	92
Gráfico 9: Gráfico da atividade 5, parte III construído pelos alunos.....	96
Gráfico 10: Gráfico da atividade 6, construído pelos alunos.....	97
Gráfico 11: Arquivo gpronto.wp2 da atividade 1, parte IV	99
Gráfico 12: Arquivo gpronto2.wp2.....	101
Gráfico 13: Arquivo gpronto2.2.wp2.....	102
Gráfico 14: Arquivo gpronto3.wp2.....	104
Gráfico 15: $f(x) = 2 + 3\sin 2x$ construído pelos alunos utilizando o <i>Winplot</i>	106
Gráfico 16: Resultado do roteiro 5, realizado pelos alunos com uso do <i>Winplot</i>	108

INTRODUÇÃO

Este trabalho foi inspirado em situações vivenciadas na sala de aula, em observações que costumam acontecer ao longo de todo ano letivo, inquietude dada pelo estudo das funções trigonométricas.

Entre as tantas possibilidades que a Matemática oferece, ao ingressar no curso de mestrado oferecido pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo a ideia de investigar as contribuições referentes ao uso de *softwares* nas aulas de Matemática aguçavam a vontade de pesquisar.

A partir daí pensou-se em um tema que pudesse ser articulado com outro, nesta busca viu-se que as funções trigonométricas são utilizadas no ensino da Física, então foi empenhado o foco na função seno com o estudo de ondas sonoras.

Destaca-se que esta dissertação faz parte do GPEA – Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e está inserido na linha de pesquisa: A Matemática na Estrutura Curricular e Formação de Professores e no projeto intitulado: A aprendizagem da álgebra com a utilização de ferramentas tecnológicas, cujo objetivo é investigar na educação algébrica o papel da tecnologia e avaliar o impacto desta, na Educação Básica e seus efeitos nos campos: institucional, docente e discente.

Em orientações com a Professora Doutora Barbara Lutaif Bianchini consideramos que o estudo da Função Seno num contexto interdisciplinar com a Física e com o uso do *software Winplot* seriam as temáticas de estudo.

Na sequência a procura por dissertações que tratam do aprendizado do aluno com relação a funções trigonométricas com uso de *softwares* e também de pesquisas que relatem a interdisciplinaridade da Matemática com a Física, busca feita privilegiando pesquisas dos últimos seis anos.

A Secretaria de Educação do Estado de São Paulo apresenta a Proposta Curricular (2008) aos gestores e professores passando a fornecer aos alunos da rede estadual de ensino do estado de São Paulo no seu material didático o Caderno do Aluno, com atividades a serem desenvolvidas pelos discentes, e o Caderno do Professor, com orientações pedagógicas para o docente.

A Proposta Curricular informa por meio da carta do secretário que após críticas e sugestões o documento foi reestruturado passando a ser o Currículo do Estado de São Paulo (2010).

No documento é proposto para a 2ª série do ensino médio, no primeiro bimestre, o estudo das funções trigonométricas e no terceiro bimestre o assunto está aplicado à Física. As disciplinas do ensino fundamental anos finais e as do ensino médio são organizadas bimestralmente tanto no Caderno do Aluno quanto no Caderno do Professor.

A função seno é abordada no Caderno de Física com o tema: Som – características físicas e fontes. Algumas dificuldades são observadas pelo fato dos alunos por não reconhecerem a função na forma gráfica, algébrica e não notarem as particularidades que foram abordadas nos bimestres anteriores.

O fato dos alunos não reconhecerem a senóide que até então parece ser abordada no início do ano letivo da 2ª série do ensino médio chama atenção, pois o intervalo de tempo entre o estudo das funções trigonométricas e a física ondulatória é muito curto.

O Currículo do Estado de São Paulo (2010) informa na sua apresentação que tem como prioridade o ensino de qualidade, sendo assim, é referência comum para todas as escolas da rede estadual de ensino e busca o mesmo percurso de aprendizagem nas disciplinas. Os conteúdos e as habilidades são descritos por meio de atividades chamadas de Situações de Aprendizagem.

Na Situação de Aprendizagem 1 do Caderno do Aluno da 2ª série do ensino médio volume 3, equivalente ao 3º bimestre, são explorados os conceitos de Física Ondulatória, nela são abordadas as diferenças entre música e barulho trazendo discussões, questionamentos sobre o som.

O objetivo desta Situação de Aprendizagem, segundo o Caderno do Professor (2009) é que o aluno compreenda a Física Ondulatória, incentivando a leitura e a análise da imagem das ondas sonoras. Esta atividade será utilizada nesta pesquisa como interação da Matemática com a Física.

Nesta pesquisa como fundamentação teórica são utilizadas a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval e a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brosseau. Para a análise das questões usa-se a metodologia da Engenharia Didática de Michèle Artigue.

As atividades estão divididas em cinco partes, sendo que nas partes I e II verificam-se os conceitos prévios dos alunos, nas partes III e IV foram desenvolvidas atividades relacionadas à função seno com o uso do *software Winplot* e na parte V contém uma atividade interdisciplinar que envolve a Física e a Matemática.

Sendo assim, a pesquisa foi dividida de acordo com os seguintes capítulos.

No primeiro capítulo trataram-se da justificativa, hipóteses, questões de pesquisa, utilização de *softwares* como apoio nas aulas de Matemática, destacando o uso do *software Winplot* e a revisão bibliográfica.

O segundo capítulo é dedicado ao estudo de documentos oficiais: Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (1999), Orientação Curricular do Ensino Médio, Proposta Curricular do Estado de São Paulo (2008), Currículo do Estado de São Paulo (2010), Matrizes de Referência para a Avaliação do SARESP¹ (2009), Guia do Livro PNLD 2012 e o *Programme for International Student Assessment* (Pisa) - Programa Internacional de Avaliação de Estudantes. Por meio deles analisou-se o tratamento dado às funções trigonométricas e às tecnologias voltadas para o uso dos *softwares*.

O terceiro capítulo dedica-se somente a fundamentação teórica da pesquisa.

No quarto capítulo são descritos os procedimentos metodológicos e também caracterizados a escola e os sujeitos da pesquisa.

O quinto capítulo mostra a análise e o objetivo das atividades apoiadas na fundamentação teórica, as análises *a priori* e *a posteriori*, transcrições dos diálogos dos alunos, competências e habilidades segundo os PCNEM Matemática e Física desenvolvidas durante a pesquisa.

¹ SARESP – Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo.

Almeja-se que esta pesquisa contribua para os professores, incentivando-os a pesquisar, a utilizar *softwares* em suas aulas, assim como, articular os conhecimentos da Matemática com a Física.

CAPÍTULO 1 – APRESENTAÇÃO DA PESQUISA

Vastas e férteis são as relações entre significados conceituais internamente à própria Matemática. Qualquer elemento de conteúdo matemático em que pensarmos poderá ser facilmente relacionado a outro, e a outro, e a outro etc. (SPINELLI, 2011, p.16).

1.1 Problemática e Justificativa

No ambiente escolar ouvem-se as reclamações com relação ao ensino da trigonometria, os estudantes questionam dizendo que é muito difícil aprender e acabam não dando a importância devida a este conteúdo, por outro lado o professor diz que os alunos não aprendem e muitas vezes o assunto inicia e termina sem que o aprendizado tenha ocorrido.

As dificuldades dos alunos no estudo das funções trigonométricas têm chamado a atenção dos pesquisadores. Por exemplo, na pesquisa de Ribeiro (2011) foi constatada que algumas das dificuldades são apresentadas pelos alunos, pois não estão acostumados a trabalhar os conteúdos procedimentais em conjunto com os conceituais.

Por meio de algumas pesquisas tais como: Berleze (2007), Ribeiro (2011), Borges (2009) percebe-se que as aulas de Matemática muitas vezes acontecem com pouca articulação entre os conteúdos, com cálculos sem associação, fatos que desencadearam em preocupações, motivando assim a pesquisar a função seno, o uso do *software Winplot* e também a integração com a Física.

Ao trabalhar com *softwares*, situações adversas podem surgir, colocando o professor numa zona de risco constante em que situações fora de seu controle poderão ocorrer. Neste caso, o professor é desafiado a buscar justificativas e respostas para tal situação, colocando-se também na posição de aprendiz, buscando ampliar e aperfeiçoar seus conhecimentos. (BERLEZE, 2007, p.14)

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - PCNEM (BRASIL, 1999) o impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo vai exigir competências que vão além do simples lidar com as máquinas. A velocidade do surgimento e renovação de saberes e de formas de fazer em todas as atividades

humanas tornarão rapidamente ultrapassadas a maior parte das competências adquiridas por uma pessoa no início de sua vida profissional.

Acredita-se que com o uso de *softwares* gráficos, o aluno possa compreender melhor as funções e assim perceba as mudanças acontecidas na variação dos coeficientes, no grau do polinômio em uma função polinomial e que façam vários experimentos, ou seja, entendimentos muitas vezes comprometidos ao utilizar somente lápis e papel.

O uso do computador na área educacional torna-se atrativo aos alunos, porque além de ser instrumento inovador, alia recursos audiovisuais, que acabam por despertar sentidos que facilitam a aprendizagem humana. Além disso, muitos desses alunos já se encontram expostos às tecnologias computacionais em ambientes fora da escola, o que já facilita a aceitação desses recursos no meio escolar. (BERLEZE, 2007, p.16).

Percebe-se que o docente muitas vezes não está ambientado, não sentindo-se a vontade com o uso do computador, é uma barreira a ser vencida.

Conforme Valente (1988) para a implantação do computador na educação são necessários quatro ingredientes: o computador, o *software* educativo, o professor capacitado e o aluno.

Atualmente existem vários *softwares* educacionais que podem contribuir no processo de ensino e de aprendizagem, possíveis de localizar com muita facilidade na *internet*, principalmente os voltados para a Matemática. Em que momento utilizá-los?

Verifica-se na rede estadual pública de ensino do estado de São Paulo a existência de poucos professores de Física, as aulas são atribuídas aos que possuem no histórico da licenciatura pelo menos 160h de aulas de Física.

Segundo a pesquisa de Kussuda (2012), que em seu estudo investigou no período entre 1991 e 2008 alunos formados no curso de licenciatura do campus de Bauru da Universidade Estadual Paulista (UNESP) mostrou que 1 a cada 4 professores de Física desiste de lecionar devido às condições de trabalho.

Resulta-se que as aulas de Física estão sendo ministradas por professores de outras disciplinas como a Matemática, Ciências, Química, Biologia e na existência de escolas que não têm a presença de nenhum destes profissionais.

Para ilustrar esta situação cita-se:

Do mesmo modo, quando se tomam os cursos de Física e os de Química, predominam os destinados ao preparo de professores das respectivas disciplinas. Entretanto, as matrículas nos cursos de química são maiores que nos voltados explicitamente ao magistério, e as matrículas nos cursos de Física são quase equivalentes às dos voltados para a docência, o que contribui para explicar a falta de professores desses componentes curriculares nas escolas. Para fazer frente ao desinteresse dos estudantes que optam pelos cursos clássicos da área de Ciências, em particular de Física e Química, e deixam à míngua os postos de trabalho no magistério, têm sido criados os cursos de formação de professores de Ciências, numa tentativa de atrair alunos especificamente interessados no magistério, preparando-os como professores polivalentes das disciplinas da área, o que pode contribuir para suprir lacunas provocadas pela falta de professores habilitados, dependendo dos locais a serem atendidos. Não obstante, a forte tradição disciplinar que marca a identidade docente no Brasil, segundo a qual os professores se afinam mais com as demandas provenientes da sua área específica de formação do que com as demandas gerais da escola básica (LOPES, 2002), leva não só as entidades profissionais como até as científicas a oporem resistências às soluções de caráter interdisciplinar para o currículo. No conjunto da área, 55,7% dos cursos são ofertados por instituições públicas e entre estas a maior contribuição é a das IES estaduais (29,6%). (GATTI, 2009, p.77).

E ainda,

De acordo com a Confederação Nacional dos Trabalhadores em Educação (CNTE), o Brasil corre sério risco de ficar sem professores de Ensino Médio na rede pública, na próxima década. E o alerta da CNTE tem suas razões: basta de que se analise a relação entre número de ingressantes na profissão versus a perda de profissionais por aposentadoria ou baixa remuneração salarial. O estudo toma por base uma pesquisa feita pelo DIEESE (Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Sócio-Econômicos) e realizada com 4.656 professores de dez estados, no início de 2005. A sondagem está retratada no Documento da Comissão de Aperfeiçoamento de Profissionais do Ensino Médio e Profissionalizante (CAPEMP), instituída pelo MEC, para, entre outras coisas, apontar soluções emergenciais para o enfrentamento da escassez de professores no Ensino Médio. Ela revela que, em um universo de 2,5 milhões de educadores, cerca de 60% estão mais próximos da aposentadoria que do início de carreira. (RUIZ; RAMOS; HINGEL, 2007, p.12)

Devido à escassez de professores na rede estadual pública de ensino do Estado de São Paulo é comum que professores de Matemática, durante a fase de atribuição de aulas, possam ampliar ou suplementar com disciplinas correlatas².

É necessário que a jornada do professor seja correspondente àquela em que fora aprovado no concurso. No caso existem quatro tipos de jornadas:

² Disciplina correlata é aquela que consta nas matrizes implantadas nos Ensinos: fundamental e médio, que tenha sido cursada pelo docente em sua graduação por no mínimo 160h.

- A jornada reduzida de trabalho docente equivale a 9 aulas, ou seja, 450 minutos com os alunos;
- A jornada Inicial de trabalho docente equivale a 19 aulas, ou seja, 950 minutos com os alunos;
- A jornada básica de trabalho docente equivale a 24 aulas, ou seja, 1200 minutos com os alunos;
- A jornada Integral de trabalho docente equivale a 32 aulas, ou seja, 1600 minutos com os alunos.

A quantidade máxima com alunos é de 32 aulas, sendo garantida a jornada escolhida pelo docente, esta pode ser ampliada e suplementada com aulas de Física. Tal situação ocorre com muita frequência.

Algumas hipóteses nesta pesquisa são admitidas:

H1- O uso do *software* gráfico *Winplot* pode contribuir com o aprendizado do aluno no estudo da função seno.

H2 – Acredita-se que as sequências a serem apresentadas podem contribuir para as análises e verificações realizadas pelos alunos nas mudanças de registros de representação semiótica de forma autônoma.

H3 - O aluno conhecerá a função seno num contexto físico-matemático, fará a leitura e a análise das ondas sonoras.

1.2 Questões da Pesquisa

- De que modo uma estratégia pedagógica apresentada na forma de sequência de atividades, com uso do *software Winplot*, pode promover a aprendizagem da função seno para o aluno da 2ª série do ensino médio?
- Pode ainda contribuir na compreensão em um contexto físico-matemático?

Será investigado o entendimento dos alunos da 2ª série do ensino médio sobre a função seno: domínio, imagem, período e amplitude, buscando assim a integração com a Física.

1.3 A utilização de *softwares* nas aulas de Matemática

Por ser profissional da área, existe a preocupação em acompanhar a evolução da informatização da qual faz parte a Matemática. Vive-se um momento em que as crianças estão crescendo num mundo cercado de tecnologias: celulares, *tablets*, *notebooks*, computadores cada vez menores, com vários recursos e preços acessíveis. Diante disto deduz-se que a escola não acompanha estas mudanças.

Este passo, do levantamento dos problemas prioritários da educação, deveria compor um todo com os passos seguintes, de detecção das necessidades que podem ser atendidas pelo computador, delimitação das faixas etárias, graus, áreas de estudos, habilidades a serem trabalhadas, escolha de linguagens computacionais, especificação de equipamentos, custos etc. (ALMEIDA, 2005, p.37)

Segundo Maia (2012) nas décadas de 1990 e 2000, no Brasil assistiu-se a uma efervescência política e ideológica no que diz respeito à formação docente e à inserção das tecnologias digitais na educação básica. Nessas políticas educacionais foram depositadas expectativas por melhorias da aprendizagem discente e da qualidade da educação nacional.

Os PCNEM (1999) indicam que o uso de planilhas eletrônicas aproximam os estudantes da Aritmética, da Álgebra e da construção de gráficos, diante de tal propósito, o aluno do ensino médio poderá preparar-se para o mercado de trabalho que exige conhecimentos na área de informática.

Ao analisar algumas pesquisas correlatas como Berleze (2007), Borges (2009), Ribeiro (2011) constatou-se que o uso adequado dos *softwares* pode propiciar ao aluno uma compreensão diferenciada do ensino da Matemática, por consequência existe a possibilidade de favorecer reflexões e despertar o interesse pelo estudo. Isto não quer dizer que o aluno deva abandonar o uso do lápis e do papel, mas reforça a necessidade de acrescentar ao material didático o uso dos *softwares*.

Como referência Borges (2009) é citado porque em sua pesquisa utilizando conteúdos da trigonometria aplicou uma sequência de ensino para um grupo com 8 alunos da 2ª série do ensino médio. O autor verificou avanços utilizando o *software* Geogebra para realizar as atividades e concluiu que os alunos mostraram interesse e concentração.

Este tipo de abordagem permite que o enfoque maior não esteja nas construções gráficas, mas nas consequências de determinadas modificações na lei da função. E com o auxílio de um programa gráfico, tais análises se tornam mais precisas e rápidas, evitando o cansaço mecânico de ter de construir vários gráficos usando lápis e papel. (BERLEZE, 2007, p.17).

O uso do computador nas escolas pode favorecer um aprendizado de qualidade, portanto a formação do professor é primordial para as aulas serem bem direcionadas com *softwares* adequados. É necessário à escola ter laboratórios ou ambientes informatizados para que as aulas possam ser mais atrativas, levando os alunos a fazerem articulações dos conteúdos e perceberem como a Matemática faz parte deste universo.

Acredita-se na necessidade da escola propiciar oportunidades, descobertas, pensamentos e experiências para o estudante saber lidar neste mundo globalizado.

Para Valente (1988) o computador não é mais o instrumento que ensina o aprendiz, mas a ferramenta com a qual o aluno desenvolve algo, o aprendizado ocorre ao desenvolver a tarefa por intermédio de um computador.

As pesquisas citadas neste trabalho utilizaram computadores em suas investigações e apontaram a motivação do aluno em aprender, verificaram resultados positivos, pois usaram *softwares* apropriados para um conteúdo específico.

Constata-se que a compreensão do professor em relação ao uso dos *softwares* precisa ser ampliada, tanto na teoria quanto na prática, escolas precisam modernizar-se para propiciar melhoras no ambiente de aprendizado, com equipamentos prontos para o uso e não defasados.

1.4 A escolha do *software* Winplot

A autora desta dissertação conheceu este *software* por meio de um curso no CAEM-IME-USP (Centro de Aperfeiçoamento do Ensino da Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo), no LEM – Laboratório de Ensino de Matemática ocorrido no ano de 2003. Logo adquiriu conhecimentos e começou a utilizá-lo nas aulas para o ensino médio. Durante o curso recebeu um CD com vários *softwares* gratuitos que foram instalados nos computadores da escola.

Na sequência pesquisou e planejou aulas com o uso do *Winplot*, também passou a conhecer outros *softwares* tais como o *Graphmatic*, *Cabri Géomètre I* e *II*. No último ano da Licenciatura em Matemática a pesquisadora desta dissertação, ministrou um minicurso de 4 horas utilizando o *Cabri Géomètre I*, ensinando aos colegas, ou seja, professores que estavam iniciando a carreira, o manuseio do *software*, disponibilizando algumas sugestões de aulas para o ensino fundamental anos finais e médio.

Dentre os *softwares* utilizados pela pesquisadora decidiu-se pelo *Winplot* por ser um *software* que permite construir gráficos de duas dimensões (2D) e três dimensões (3D), desenvolvido pelo professor Richard Parris da *Philips Exeter Academy* por volta de 1985 utilizado na versão *Disk Operation System (DOS)*³ com o nome de *Plot* e na versão *Windows*⁴ seu nome passou a ser *Winplot*. É um *software* gratuito possui além de outros idiomas o Português e pertence à *Peanut software*, e tem menos de 1 megabit (Mb).

Sobre o *software Winplot* cita-se:

As publicações estão restritas a artigos sobre o uso desse *software* em aplicações específicas, principalmente em nível superior, ou tratam de tutoriais que ensinam como usar o *software*, mas não abordam as vantagens e/ou desvantagens sob o aspecto da aprendizagem.

O que se sabe é que um número cada vez maior de professores tem adotado esse *software* como recurso didático, mas não se encontram pesquisas sobre a eficiência e relevância do seu uso a fim de melhorar a qualidade do ensino e da aprendizagem. (BERLEZE, 2007, p.18)

As escolas da rede estadual pública de ensino de São Paulo que possuem laboratório de informática, podem fazer parte do ACESSA Escola, um programa que prepara alunos da 2ª e 3ª séries do ensino médio, selecionados por meio de concurso público para estagiarem, preferencialmente nas escolas que estudam no regime de contra turno. A equipe do programa oferece suporte aos alunos e aos professores neste ambiente.

Nos laboratórios de informática normalmente estão instalados os *softwares* Fracionando e o *Winplot* relacionados à Matemática, indicados pela SEE-SP, o que desta forma facilita e incentiva o uso.

³ Sistema operacional em disco.

⁴ Família de sistemas operacionais criado pela Microsoft.

Na página 42 do Caderno do Aluno da 2ª série do ensino médio – volume 1 é apresentado como sugestão ao aluno o uso do *software Winplot* para construir os gráficos das funções.

1.5 A Integração da Matemática com a Física

A Matemática com a Física pode ser articulada, provavelmente facilitando a compreensão dos alunos. Para explicar alguns conteúdos como o da função seno é possível fazer a integração entre ambas vislumbrando a construção de saberes.

Interação: É condição de efetivação da interdisciplinaridade. Pressupõe uma integração de conhecimentos visando novos questionamentos, novas buscas, enfim, a transformação da própria realidade. (FAZENDA, 2011, p.12).

Para Fazenda (2011) a integração não pode ser pensada somente para unir conteúdos e métodos, mas de conhecimentos parciais, específicos visando o conhecimento global.

Segundo Carlos (2007) a interdisciplinaridade começou a fazer parte do sistema educacional brasileiro no final da década de 60, num cenário de mudanças políticas, em que este país passava por transformações, sendo incluída no Brasil a partir das Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de Nº 5.692/71. Desde então a interdisciplinaridade faz parte da legislação educacional brasileira e está presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio e em outros documentos de orientações educacionais.

O conceito de interdisciplinaridade fica mais claro quando se considera o fato trivial de que todo o conhecimento mantém um diálogo permanente com outros conhecimentos, que pode ser de questionamento, de confirmação, de complementação, de negação, de ampliação, de iluminação de aspectos não distinguidos. (BRASIL, 1999, p.88)

O Currículo do Estado de São Paulo (2010) indica duas dimensões importantes do conhecimento físico no ensino atual que são pouco proveitosas para a formação dos estudantes, a saber: a formulação matemática e a experimentação que destacam-se por estarem ligadas ao próprio nascimento da Ciência moderna no século XVII.

O estudo histórico dessa íntima ligação Física/Matemática nos dá respaldo suficiente para que acreditemos que essa ideia possa ser levada a cabo com sucesso. Estaríamos, assim, aproximando os alunos da própria

construção da Ciência, esperando que isso motive ainda mais os estudantes no caminho da aprendizagem, aprimorando sua capacidade de investigação, e despertando neles o exercício do pesquisar, lado a lado com o gosto pelo conhecer, a inquietude no buscar e o prazer da descoberta científica. (CAMPOS, 2000,p.35).

Além dos estudos históricos mostrarem a ligação entre estas disciplinas, percebe-se que na abordagem da Matemática contextualizada com a Física são valorizados apenas os cálculos, regras, deixando de lado conhecimentos, os quais muitas vezes estão presentes no cotidiano e passam imperceptíveis pelos estudantes.

Por conta de equívocos pedagógicos, a Matemática tem sido considerada um dos principais vilões no ensino da Física. Aliás, o exercício puro e simples dos instrumentos matemáticos, como funções algébricas, equações e recursos geométricos, não garante o domínio das competências necessárias para tratar matematicamente o mundo físico; os alunos devem ser capazes de interpretar fenômenos físicos antes de pretender expressá-los fazendo uso das estruturas oferecidas pela Matemática. Por exemplo, ao escrever que um corpo em lançamento oblíquo descreve uma parábola, esta curva matemática empresta sua “forma” para estruturar uma compreensão sobre o mundo. O mesmo acontece, por exemplo, com o uso da função senoidal para representar as ondulações sonoras e as ondas eletromagnéticas (SÃO PAULO, 2010, p.101).

E ainda nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM):

A interdisciplinaridade é muitas vezes confundida com o trabalho coletivo ou como oposição às disciplinas escolares. Sabe-se que cada disciplina científica possui enfoques particulares, recortes dessa natureza que conduzem a uma organização de saberes padronizados passíveis de serem comunicados. A interdisciplinaridade não é a busca de uma unificação desses saberes, pois admitir isso seria negar aspectos históricos e epistemológicos da construção desse conhecimento e negar as características específicas, com objetos de estudo bem definidos, como a Física, a Química e a Biologia.

[...] Trata-se da construção de um novo saber a respeito da realidade, recorrendo-se aos saberes disciplinares e explorando ao máximo os limites e as potencialidades de cada área do conhecimento. O quanto será ultrapassado do limite de cada disciplina dependerá do projeto inicialmente elaborado. O objeto de estudo é o mesmo, mas levará a um novo saber, que não é necessariamente da Física, da Química ou da Biologia, mas um saber mais amplo sobre aquela situação, aquele fenômeno. Essa interpretação da interdisciplinaridade pertence ao campo epistemológico, pois é a própria complexidade do objeto que se pretende conhecer que exige ultrapassar fronteiras disciplinares. (BRASIL, 2006, p. 51).

Tratar de interdisciplinaridade na escola não é algo novo, pois é constatada em documentos oficiais desde o século XX e em leituras que abordam este tema, portanto é importante não fragmentar os conteúdos e buscar formas de articular conceitos ligados a outras disciplinas promovendo ao aluno oportunidade em compreender a Ciência.

1.6 Revisão Bibliográfica

Este tópico trata das contribuições de algumas dissertações, priorizando o critério de escolha às pesquisas cujos títulos citavam o ensino da trigonometria, razões trigonométricas ou funções trigonométricas, foram selecionadas somente aquelas que relatavam experiências com uso de *softwares*.

Como a ideia é também encontrar articulação com a Física, recorreu-se às dissertações que faziam alguma interação entre a Matemática e a Física.

O levantamento foi realizado por meio de acessos a *sites* de várias universidades entre elas a Pontifícia Universidade de São Paulo (PUC-SP), Centro Universitário Franciscano (UNIFRA), Universidade de Brasília (Unb), Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Universidade Estadual do Ceará (UECE) e Universidade de São Paulo (USP), todas oferecem nos cursos de Pós-Graduação: Educação, Educação Matemática, Educação para as Ciências e Ensino de Física.

Borges (2009) na dissertação intitulada *Transição das Razões Trigonométricas do Triângulo Retângulo para o Círculo Trigonométrico: Uma Sequência para Ensino* focalizou a transição das razões trigonométricas do triângulo retângulo para o círculo trigonométrico tendo como referencial teórico a Teoria das Situações Didáticas. Elaborou 12 atividades sendo 10 delas utilizando o *software* Geogebra para um grupo de 8 alunos da 2ª série do Ensino Médio. Uma das questões envolveu a transformação de graus para radianos e vice-versa, outra envolvendo a construção da régua trigonométrica.

Ao realizar as atividades o pesquisador notou que os alunos não mobilizaram conhecimentos prévios, apresentaram algumas dificuldades para expor suas observações por escrito. Durante o desenvolvimento houve a necessidade de fazer algumas intervenções, na primeira precisou retomar as propriedades do triângulo retângulo, pois sem estes conhecimentos não seria possível realizar a sequência de atividades.

O autor verificou que os alunos ficaram motivados, concentrados com o uso do computador. O ato de visualizar e movimentar os triângulos retângulos facilitou a compreensão e o aprendizado dos mesmos.

Na sequência foi desenvolvida uma atividade que possibilita observar as dificuldades dos estudantes em manipularem instrumentos como o compasso, transferidor para construir a régua trigonométrica, apesar dos contratempos no manuseio destes, a investigação constatou contribuições promovendo a aprendizagem significativa.

Na dissertação *As funções Seno e Cosseno: Diagnóstico de Dificuldades de Aprendizagem Através de Sequências Didáticas com Diferentes Mídias*, Souza (2010) desenvolveu atividades mostrando duas abordagens, uma com o uso do lápis e papel. Outra com o *software Graphmatica*, com 16 alunos da 2ª série do ensino médio organizados em duplas, foram diagnosticadas as dificuldades apresentadas pelos estudantes com as funções seno e cosseno.

Nesta pesquisa também foi exposta a análise de dois livros didáticos aprovados pelo PNLEM 2006 (Programa Nacional do Livro do Ensino Médio) para investigar a abordagem, conceitos, exercícios etc. Em sua análise Souza (2010) constatou a não existência de atividades que explorem mudanças de representações, na qual os exercícios de construção gráfica são realizados cada um em seu plano cartesiano, não abordando de forma significativa o conceito de função. Em nenhum momento os livros didáticos mencionam a utilidade das tecnologias, como *softwares* gráficos usados na aprendizagem de conceitos relacionados às funções trigonométricas estudadas.

E ainda na realização das atividades os alunos tiveram dificuldades em mobilizar conhecimentos prévios sobre o plano cartesiano, conjuntos numéricos, coordenadas cartesianas e representações gráficas. Conclui que as atividades nas quais utilizavam-se lápis e papel, os alunos não conseguiam identificar alterações nas amplitudes, mas com o uso do *software* conseguiram verificar estas alterações. As questões envolvendo verificação, identificação de períodos, domínio e imagem foram esclarecidas, observou a motivação, interesse, ampliação de conhecimentos dos alunos após o uso do computador.

Ribeiro (2011) em sua dissertação de mestrado intitulada *Possibilidades e Dificuldades no Desenvolvimento de Situações de Aprendizagem envolvendo Funções Trigonométricas* analisou as possibilidades e dificuldades na utilização do Caderno do Aluno (2008), distribuído na rede de ensino pertencente à SEE-SP, referente ao estudo dos conhecimentos prévios e da aprendizagem significativa nas atividades.

Houve a indicação de três alunos da 2ª série do ensino médio, por um professor que os observava desde o início do ano, confirmando o envolvimento destes adolescentes com o estudo.

A aprendizagem significativa não depende exclusivamente do ensino oferecido pelo professor. Entendemos que conhecimento não se transmite se constrói, e essa construção depende das condições vistas anteriormente, relativas à aprendizagem e ao material, ou seja, de interações do sujeito com o meio externo. O professor desempenha um papel fundamental nessa interação e na busca do sentido e do significado do que se aprende. No entanto, a responsabilidade pela aprendizagem é do próprio aluno. (RIBEIRO, 2011, p.25).

As atividades sobre funções trigonométricas retiradas do Caderno do Aluno (2008) referentes a 2ª série do ensino médio subsidiaram na análise dos conhecimentos prévios, características mais evidenciadas, tipos de conteúdos, dificuldades observadas, segundo a classificação de Coll (2000). Constatou Ribeiro (2011) a falta de habilidade dos discentes com relação ao uso do transferidor e na construção do plano cartesiano.

A autora relata a falta de pesquisas sobre aprendizagem de conteúdos matemáticos no ensino médio, afirma que existem muitas possibilidades de utilizar o Caderno do Aluno, pois as Situações de Aprendizagem são independentes e as dificuldades dos estudantes podem ser minimizadas com atividades adequadas para cada tipo de conteúdo.

Campos (2000) em sua dissertação intitulada *O Ensino da Matemática e da Física numa Perspectiva Integracionista* investigou as relações da Matemática/Física no processo ensino/aprendizagem, voltadas ao ensino médio utilizando os temas: cinemática escalar (Física) e funções (Matemática), abordando que a integração destas duas disciplinas pode contribuir para melhor compreensão dos conceitos. O autor pesquisou o vínculo entre a Matemática e a Física fazendo uma abordagem

histórica e epistemológica com o objetivo de mostrar a importância da interdisciplinaridade, na sala de aula, das duas disciplinas.

O estudo foi realizado com 50 alunos da 1ª série do ensino médio em uma escola particular no interior de São Paulo. O pesquisador é o professor da classe, promovendo a ruptura e renegociação do contrato didático⁵.

A sequência didática foi aplicada nas aulas de Física envolvendo na primeira etapa 11 exercícios, para que os discentes pudessem deduzir a forma algébrica de velocidade média de um móvel, explorando as mudanças de registros de representação semiótica.

Nesta pesquisa é utilizada a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986) e também os Registros de Representação Semiótica de Duval (1993).

Na segunda etapa, o autor levou para sala de aula um trenzinho de brinquedo para os estudantes marcarem o tempo e o espaço percorridos em cada momento marcado pelo trilho, com o objetivo de deduzir a expressão do Movimento Uniforme. Como resultado informou as dificuldades de realizar esta atividade pelo fato da classe ser numerosa e dos adolescentes ficarem agitados por não estarem acostumados com experiências práticas.

O pesquisador relatou nas considerações finais as dificuldades dos alunos nas conversões de registros de representação semiótica, mas constatou a obtenção do avanço favorável, pois os aprendizes foram autônomos, construindo seu próprio conhecimento, e com esta experiência passou a enxergar diferente o trabalho pedagógico, pelo fato de ter elaborado, aplicado e analisado as atividades dos alunos com outro olhar.

Estas investigações contribuíram na elaboração do presente trabalho, proporcionaram o acesso a teorias de aprendizagem, práticas vivenciadas, metodologias e muitas referências. Consequentemente percebem-se as preocupações, as dificuldades de aprendizado apontadas nas dissertações que

⁵ Contrato didático é um conjunto de obrigações implícitas e explícitas relativas a um saber interposto entre o professor e os alunos. (FREITAS, 2010, p.81)

tratam do estudo das funções trigonométricas e também a existência de poucos trabalhos envolvendo a articulação entre a Matemática e a Física.

No próximo capítulo apresenta-se uma breve descrição das orientações para o ensino da Matemática e da Física indicados nos Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio (PCNEM), nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM), na Proposta e Currículo do Estado de São Paulo, no Guia do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2012 com o foco no tratamento dado à trigonometria nos livros didáticos e o PISA (2009) que aborda nas suas questões a interdisciplinaridade.

CAPÍTULO 2 - ANÁLISE DE DOCUMENTOS OFICIAIS

Neste capítulo são abordadas as orientações dos documentos oficiais para o ensino da Matemática e da Física: Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio (PCNEM), Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM), Proposta e Currículo do Estado de São Paulo, Guia do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2012 e o PISA (2009).

Buscar-se-á nos documentos oficiais o tratamento dado ao ensino da trigonometria, ao aspecto interdisciplinar da Matemática com a Física e das tecnologias com foco no uso do computador.

2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio (PCNEM)

Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias

Serão abordados os PCNEM de Matemática e na sequência os PCNEM de Física.

- **Matemática**

Os PCNEM (BRASIL, 1999) mostram a importância do ensino da Matemática no ensino médio, estabelecendo o desenvolvimento do cidadão crítico capaz de agir e tomar decisões tanto na vida pessoal como na vida profissional.

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. (BRASIL, 1999, p.251).

A Matemática deve ser vista como uma ciência que possui linguagem específica. O aluno deverá perceber as propriedades matemáticas para poder construir novos conceitos a partir dos já adquiridos.

Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar

nesse mundo do conhecimento em constante movimento. (BRASIL, 1999, p.252).

As atividades devem ser diversificadas, sendo oferecidos vários tipos de situações-problema, para que se possam elaborar conjecturas, buscar regularidades, generalizar padrões, argumentar e se faz necessário ler e interpretar para o desenvolvimento destas habilidades.

De acordo com os PCNEM (1999) as finalidades da Matemática no ensino médio indicam como objetivo levar o aluno a:

- Compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- Analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
- Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- Utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
- Expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
- Estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
- Reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
- Promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação. (BRASIL, 1999, p.254).

A seguir as competências e habilidades divididas em três eixos na expectativa de serem desenvolvidas com os alunos do ensino médio na disciplina de Matemática.

Figura 1: Competências e Habilidades de Matemática

Competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática

Representação e comunicação

- Ler e interpretar textos de Matemática.
- Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc).
- Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa.
- Expressar-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta.
- Produzir textos matemáticos adequados.
- Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação.
- Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho.

Investigação e compreensão

- Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc).
- Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.
- Formular hipóteses e prever resultados.
- Selecionar estratégias de resolução de problemas.
- Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.
- Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos.
- Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.
- Discutir idéias e produzir argumentos convincentes.

Contextualização sócio-cultural

- Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.
- Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento.
- Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade.
- Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades.

Fonte: Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio, 1999, p. 259.

Nas sequências de atividades apresentadas neste trabalho foram utilizadas as seguintes competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática:

No Eixo Representação e Comunicação

- Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc.).
- Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa.
- Expressar-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta.
- Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação.

No Eixo Investigação e Compreensão

- Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc.).
- Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.
- Formular hipóteses e prever resultados.
- Selecionar estratégias de resolução de problemas.
- Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.
- Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos.
- Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.
- Discutir ideias e produzir argumentos convincentes

No Eixo Contextualização Sócio-Cultural

- Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.
- Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas de conhecimento.
- Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades.

- **Física**

Os PCNEM (1999) alertam em relação às práticas tradicionais do ensino da Física.

O ensino de Física tem-se realizado frequentemente mediante a apresentação de conceitos, leis e fórmulas, de forma desarticulada, distanciados do mundo vivido pelos alunos e professores e não só, mas também por isso, vazios de significado. Privilegia a teoria e a abstração, desde o primeiro momento, em detrimento de um desenvolvimento gradual da abstração que, pelo menos, parta da prática e de exemplos concretos. Enfatiza a utilização de fórmulas, em situações artificiais, desvinculando a linguagem matemática que essas fórmulas representam de seu significado físico efetivo. Insiste na solução de exercícios repetitivos, pretendendo que o aprendizado ocorra pela automatização ou memorização e não pela construção do conhecimento através das competências adquiridas. Apresenta o conhecimento como um produto acabado, fruto da genialidade de mentes como a de Galileu, Newton ou Einstein, contribuindo para que os alunos concluam que não resta mais nenhum problema significativo a resolver. (BRASIL, 1999, p.229).

Conforme os PCNEM (1999) espera-se do ensino de Física na escola média a contribuição para a formação de uma cultura científica efetiva que permita ao indivíduo a interpretação dos fatos, fenômenos, processos naturais, situando e dimensionando a interação entre o ser humano e a natureza como parte de si mesma em transformação.

Em continuidade aos PCNEM (1999) as competências e habilidades a serem desenvolvidas no decorrer do ensino médio na disciplina de Física encontram-se sintetizadas na figura a seguir:

Figura 2: Competências e Habilidades de Física

Competências e habilidades a serem desenvolvidas em Física Representação e comunicação • Compreender enunciados que envolvam códigos e símbolos físicos. Compreender manuais de instalação e utilização de aparelhos. • Utilizar e compreender tabelas, gráficos e relações matemáticas gráficas para a expressão do saber físico. Ser capaz de discriminar e traduzir as linguagens matemática e discursiva entre si. • Expressar-se corretamente utilizando a linguagem física adequada e elementos de sua representação simbólica. Apresentar de forma clara e objetiva o conhecimento apreendido, através de tal linguagem. • Conhecer fontes de informações e formas de obter informações relevantes, sabendo

interpretar notícias científicas.

- Elaborar sínteses ou esquemas estruturados dos temas físicos trabalhados.

Investigação e compreensão

- Desenvolver a capacidade de investigação física. Classificar, organizar, sistematizar. Identificar regularidades. Observar, estimar ordens de grandeza, compreender o conceito de medir, fazer hipóteses, testar.
- Conhecer e utilizar conceitos físicos. Relacionar grandezas, quantificar, identificar parâmetros relevantes. Compreender e utilizar leis e teorias físicas.
- Compreender a Física presente no mundo vivencial e nos equipamentos e procedimentos tecnológicos. Descobrir o “como funciona” de aparelhos.
- Construir e investigar situações-problema, identificar a situação física, utilizar modelos físicos, generalizar de uma a outra situação, prever, avaliar, analisar previsões.
- Articular o conhecimento físico com conhecimentos de outras áreas do saber científico.

Contextualização sócio-cultural

- Reconhecer a Física enquanto construção humana, aspectos de sua história e relações com o contexto cultural, social, político e econômico.
- Reconhecer o papel da Física no sistema produtivo, compreendendo a evolução dos meios tecnológicos e sua relação dinâmica com a evolução do conhecimento científico.
- Dimensionar a capacidade crescente do homem propiciada pela tecnologia.
- Estabelecer relações entre o conhecimento físico e outras formas de expressão da cultura humana.
- Ser capaz de emitir juízos de valor em relação a situações sociais que envolvam aspectos físicos e/ou tecnológicos relevantes.

Fonte: Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio, 1999, p. 237.

Na sequência de atividade de integração da Matemática com a Física desta dissertação foram utilizadas as seguintes competências e habilidades:

No Eixo Representação e Comunicação

- Utilizar e compreender tabelas, gráficos e relações matemáticas gráficas para a expressão do saber físico. Ser capaz de discriminar e traduzir as linguagens matemática e discursiva entre si.
- Expressar-se corretamente utilizando a linguagem física adequada e elementos de sua representação simbólica. Apresentar de forma clara e objetiva o conhecimento apreendido, através de tal linguagem.

No Eixo Investigação e Compreensão

- Desenvolver a capacidade de investigação física. Classificar, organizar, sistematizar. Identificar regularidades.

- Conhecer e utilizar conceitos físicos.
- Construir e investigar situações-problema, identificar a situação física, utilizar modelos físicos, generalizar de uma a outra situação, prever, avaliar, analisar previsões.
- Articular o conhecimento físico com conhecimentos de outras áreas do saber científico.

Ao analisar as competências e habilidades da Matemática e da Física percebe-se o quanto é importante a integração, fazendo com que ambas saiam do isolamento didático.

O enfoque interdisciplinar consiste num esforço de busca da visão global da realidade, como superação das impressões estáticas, e do hábito de pensar fragmentador e simplificador da realidade. Ele responde a uma necessidade de transcender a visão mecanicista e linear e estabelecer uma ótica globalizada que vê a realidade, em seu movimento, constituída por uma teia dinâmica de inter-relações circulares, visando estabelecer o sentido de unidade que ultrapassa as impressões fracionadas e o hábito de pensar e de exprimir-se por pares de opostos, como condição e resultado final do processo de produção do conhecimento. (LÜCK, 1994, p. 72)

Compreende-se que os PCNEM (1999) tanto de Física quanto de Matemática apontam para a mesma direção, a interdisciplinaridade. Esta deve ser uma preocupação comum para os profissionais destas disciplinas.

As competências e habilidades tanto na Matemática quanto a de Física descritas neste item (2.1) serão identificadas nesta pesquisa ao final das sequências de atividades produzidas pelos alunos.

2.2 Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM)

Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias

Em busca da melhoria do ensino, o OCEM sugere ao educador orientações para seu desempenho profissional, ressalta sobre a escolha dos conteúdos que deve ser cuidadosa e criteriosa, priorizando a qualidade e não a quantidade no processo de ensino/aprendizagem.

Uma das finalidades atribuídas ao ensino médio é o aprimoramento do educando como ser humano, sua formação ética, desenvolvimento de sua autonomia intelectual e de seu pensamento crítico, sua preparação para o

mundo do trabalho e o desenvolvimento de competências para continuar seu aprendizado. (Art. 35). (BRASIL, 2006, p.7)

A partir das Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (2006) a Secretaria de Educação Básica do Ministério de Educação e Cultura (MEC) passa a fornecer livros ao professor, a fim de apoiar o trabalho científico e pedagógico do docente e implementa o Plano Nacional do Livro do Ensino Médio (PNLEM).

Os conteúdos matemáticos são organizados em quatro blocos: Números e Operações, Funções, Geometria, Análises de dados e Probabilidade, buscando articulação entre eles. No bloco sobre Funções é apontado que pode ser iniciado de forma qualitativa em relação a duas grandezas em diversas situações, idade e altura, área do círculo e raio, tempo e distância percorrida entre outras.

Para as OCEM (2006) é interessante instigar os alunos a apresentarem outras relações funcionais, e de início esboçam qualitativamente os gráficos que representam essas relações, registrando os tipos de crescimento e decrescimento.

É conveniente solicitar aos alunos expressarem em palavras uma função dada de forma algébrica. Um exemplo seria a função f , dada por: $f(x) = 2x + 3$, esta poderia ser escrita na linguagem natural como a função que associa a um dado valor real o seu dobro, acrescido de três unidades. Este tipo de atividade pode facilitar a interpretação, pelo aluno, dá ideia de função em outras situações como no estudo da cinemática, em Física.

As relações no triângulo retângulo são abordadas antes das funções trigonométricas. As leis do seno, cosseno devem ser consideradas como ferramentas essenciais a serem adquiridas pelos discentes. É importante ressaltar, nas razões trigonométricas, semelhança de triângulos. Os valores do seno, cosseno e da tangente para os ângulos de 30° , 45° e 60° devem ser justificados pelas propriedades e definições do triângulo retângulo.

No documento consta que as outras três razões trigonométricas, secante, cossecante e cotangente podem ser dispensadas assim como as fórmulas $\sin(a+b)$ e $\cos(a+b)$. Para as OCEM (2006) os estudantes devem ter a oportunidade de traçar gráficos referentes às principais funções trigonométricas: seno, cosseno e tangente.

Quando escreve-se $f(x)=\text{sen}x$, usualmente a variável “x” corresponde à medida de arco do círculo tomada em radianos. As funções trigonométricas seno e cosseno também precisam ser associadas aos fenômenos que apresentam comportamento periódico.

Quanto ao ensino da Física destaca-se:

E quem se pretende formar com o ensino da Física? Partimos da premissa de que no ensino médio não se pretende formar físicos. O ensino dessa disciplina destina-se principalmente àqueles que não serão físicos e terão na escola uma das poucas oportunidades de acesso formal a esse conhecimento. Há de se reconhecer, então, dois aspectos do ensino da Física na escola: a Física como cultura e como possibilidade de *compreensão do mundo*. (BRASIL, 2006, p.53).

O documento reforça a importância da integração entre as disciplinas e a reflexão da prática do professor.

2.3 Proposta Curricular e o Currículo do Estado de São Paulo (Matemática e Física)

A Secretaria da Educação do Estado de São Paulo propôs um Currículo na rede estadual pública de ensino, sendo assim foi implantada a Proposta Curricular do Estado de São Paulo em 2008, garantindo assim, a base comum de conhecimento para a educação básica. Muitas vezes alunos que estudavam em uma mesma série, porém em salas diferentes numa mesma escola, ao trocarem de turma ou período, encontravam-se perdidos como se tivessem mudado de estabelecimento educacional em função das diferenças no planejamento elaborado pelos os docentes.

Jovens transferidos de escola também não conseguiam acompanhar os estudos, transmitindo a ideia de que os estabelecimentos de ensino pertenciam a mundos completamente diferentes. Esta mudança implantada pela Proposta Curricular tenta organizar um conjunto de conhecimentos comuns a todas as escolas da rede estadual de ensino do estado de São Paulo, fato que não estava acontecendo. Cada aluno dependendo do instituto educacional no qual estudava, concluía o curso sem ter conhecido alguns conteúdos indispensáveis.

Pensar o currículo no tempo atual é viver uma transição, na qual, como em toda transição, traços do velho e do novo se mesclam nas práticas cotidianas. (SÃO PAULO, 2008, p.15)

Conforme a Proposta Curricular do Estado de São Paulo de Matemática (2008) os cidadãos do século XXI são cada vez mais caracterizados pelo uso intensivo do conhecimento, seja para trabalhar, conviver, exercer a cidadania e para cuidar do ambiente em que vive.

O documento relata que essa sociedade é produto da revolução tecnológica acelerada na segunda metade do século XX, dos processos políticos responsáveis por redesenhar as relações mundiais, resultando um novo tipo de desigualdade, ou exclusão, ligada ao uso das tecnologias de comunicação que hoje mediam o acesso ao conhecimento e aos bens culturais.

Na sociedade de hoje é indesejável a exclusão pela falta de acesso ao conhecimento, aos bens culturais. No Brasil essa tendência caminha paralelamente à democratização do acesso em níveis educacionais.

Em 2010, a Proposta Curricular do estado de São Paulo, após análise da sua equipe de profissionais da educação, passou por ajustes formando assim o Currículo do Estado de São Paulo mantendo os Cadernos do Professor e do Aluno organizados bimestralmente por disciplinas, nos quais são apresentadas as Situações de Aprendizagem, os conteúdos e habilidades organizados por série.

A seguir é apresentada a figura que mostra os conteúdos, as habilidades a serem desenvolvidos pelos alunos da 2ª série do ensino médio na disciplina de Matemática e após o Caderno do Professor de Matemática desta mesma série com os conteúdos organizados por bimestres.

Figura 3: Conteúdos e Habilidades por bimestre da 2ª série do Ensino Médio – Matemática

2ª série do Ensino Médio		
	Conteúdos	Habilidades
1º Bimestre	Relações Trigonometria - Fenômenos periódicos - Funções trigonométricas - Equações e inequações - Adição de arcos	- Reconhecer a periodicidade presente em alguns fenômenos naturais, associando-a às funções trigonométricas básicas - Conhecer as principais características das funções trigonométricas básicas (especialmente o seno, o cosseno e a tangente), sabendo construir seus gráficos e aplicá-las em diversos contextos - Saber construir o gráfico de funções trigonométricas como $f(x) = a \sin(bx) + c$ a partir do gráfico de $y = \sin x$, compreendendo o significado das transformações associadas aos coeficientes a, b e c - Saber resolver equações e inequações trigonométricas simples, compreendendo o significado das soluções obtidas, em diferentes contextos
2º Bimestre	Números/Relações Matrizes, determinantes e sistemas lineares - Matrizes: significado como tabelas, características e operações - A noção de determinante de uma matriz quadrada - Resolução e discussão de sistemas lineares: escalonamento	- Compreender o significado das matrizes e das operações entre elas na representação de tabelas e de transformações geométricas no plano - Saber expressar, por meio de matrizes, situações relativas a fenômenos físicos ou geométricos (imagens digitais, pixels etc.) - Saber resolver e discutir sistemas de equações lineares pelo método de escalonamento de matrizes - Reconhecer situações-problema que envolvam sistemas de equações lineares (até a 4ª ordem), sabendo equacioná-los e resolvê-los

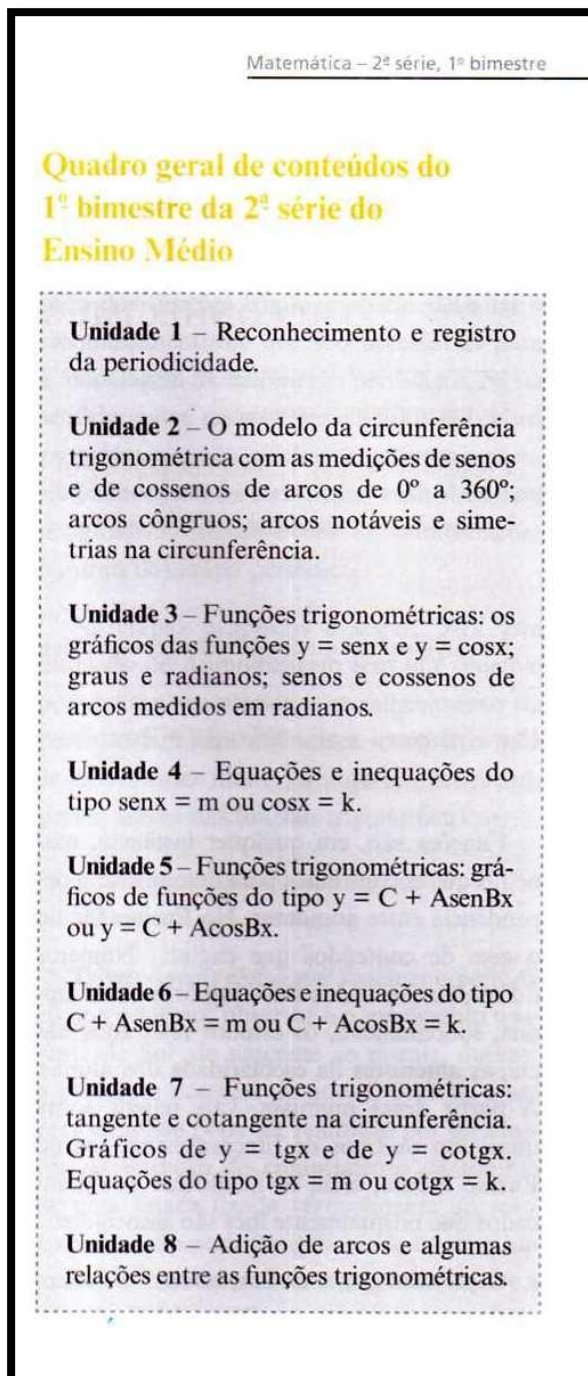
Fonte: Currículo do Estado de São Paulo – Matemática e suas Tecnologias, 2010, p.67.

2ª série do Ensino Médio		
	Conteúdos	Habilidades
3º Bimestre	Números Análise combinatória e probabilidade • Princípios multiplicativo e aditivo • Probabilidade simples • Arranjos, combinações e permutações • Probabilidade da reunião e/ou da intersecção de eventos • Probabilidade condicional • Distribuição binomial de probabilidades: o triângulo de Pascal e o binômio de Newton	• Compreender os raciocínios combinatórios aditivo e multiplicativo na resolução de situações-problema de contagem indireta do número de possibilidades de ocorrência de um evento • Saber calcular probabilidades de eventos em diferentes situações-problema, recorrendo a raciocínios combinatórios gerais, sem a necessidade de aplicação de fórmulas específicas • Saber resolver problemas que envolvam o cálculo de probabilidades de eventos simples repetidos, como os que conduzem ao binômio de Newton • Conhecer e saber utilizar as propriedades simples do binômio de Newton e do triângulo de Pascal
4º Bimestre	Geometria Geometria métrica espacial • Elementos de geometria de posição • Poliedros, prismas e pirâmides • Cilindros, cones e esferas	• Compreender os fatos fundamentais relativos ao modo geométrico de organização do conhecimento (conceitos primitivos, definições, postulados e teoremas) • Saber identificar propriedades características, calcular relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) de sólidos como o prisma e o cilindro, utilizando-as em diferentes contextos • Saber identificar propriedades características, calcular relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) de sólidos como a pirâmide e o cone, utilizando-as em diferentes contextos • Saber identificar propriedades características, calcular relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) da esfera e de suas partes, utilizando-as em diferentes contextos • Compreender as propriedades da esfera e de suas partes, relacionando-as com os significados dos fusos, das latitudes e das longitudes terrestres

Fonte: Currículo do Estado de São Paulo – Matemática e suas Tecnologias, 2010, p.68.

Nos Cadernos de Matemática destinados aos alunos do ensino médio encontram-se três eixos principais, Geometria e Medidas, Trigonometria, Números e Funções organizados por séries e bimestres em Situações de Aprendizagem. No Caderno do Professor de Matemática é apresentado o quadro geral de conteúdos a serem desenvolvidos em cada bimestre, conforme figura a seguir.

Figura 4: Conteúdos do 1º bimestre da 2ª série do Ensino Médio - Matemática



Fonte: Caderno do Professor – Matemática 2ª série do Ensino Médio, 2008, p.10.

A organização do trabalho com os conteúdos da trigonometria pode ser realizada com base nestas oito unidades citadas na figura acima.

Na sequência os conteúdos e habilidades de Física para o 3º bimestre da 2ª série do ensino médio.

Figura 5: Conteúdos e habilidades da 2ª série do Ensino Médio - Física

2ª série do Ensino Médio	
3º bimestre	Conteúdos
	Som, imagem e comunicação Som – características físicas e fontes • Ruídos e sons harmônicos – timbres e fontes de produção • Amplitude, frequência, comprimento de onda, velocidade e ressonância de ondas mecânicas • Questões de som no cotidiano contemporâneo • Audição humana, poluição, limites e conforto acústicos Luz – características físicas e fontes • Formação de imagens, propagação, reflexão e refração da luz • Sistemas de ampliação da visão, como lupas, óculos, telescópios e microscópios
	Habilidades
	• Reconhecer a constante presença das ondas sonoras no dia a dia, identificando objetos, fenômenos e sistemas que produzem sons • Associar diferentes características de sons a grandezas físicas, como frequência e intensidade, para explicar, reproduzir, avaliar e controlar a emissão de sons por instrumentos musicais e outros sistemas • Caracterizar ondas mecânicas (por meio dos conceitos de amplitude, comprimento de onda, frequência, velocidade de propagação e ressonância) a partir de exemplos de músicas e de sons cotidianos • Reconhecer escalas musicais e princípios físicos de funcionamento de alguns instrumentos • Explicar o funcionamento da audição humana para monitorar os limites de conforto, deficiências auditivas e poluição sonora • Reconhecer e argumentar sobre problemas decorrentes da poluição sonora para a saúde humana e possíveis formas de controlá-los

Fonte: Currículo do Estado de São Paulo – Matemática e suas Tecnologias, 2010, p.114.

Ao serem analisados os conteúdos e habilidades, percebe-se como os Currículos de Matemática e Física podem ser articulados, integração feita pela pesquisadora de acordo com o quadro a seguir:

Quadro 1 : Conteúdos e habilidades de Matemática e Física integrados

Matemática	Física
Conteúdos	
Trigonometria - Fenômenos periódicos - Funções trigonométricas	Som, imagem e comunicação - Som – características físicas e fontes - Ruídos e sons harmônicos – timbres e fontes de produção - Amplitude, frequência, comprimento de onda, velocidade e ressonância de ondas mecânicas - Questões de som no cotidiano contemporâneo
Habilidades	
Matemática	Física
- Reconhecer a periodicidade presente em alguns fenômenos naturais, associando-a às funções trigonométricas básicas - Conhecer as principais características das funções trigonométricas básicas (especialmente o seno, o cosseno e a tangente), sabendo construir seus gráficos e aplicá-las em diversos contextos - Saber construir o gráfico de funções trigonométricas como $f(x)=a\sin(bx)+c$ a partir do gráfico de $y=\sin x$, compreendendo o significado das	- Reconhecer a constante presença das ondas sonoras no dia a dia, identificando objetos, fenômenos e sistemas que produzem sons - Associar diferentes características de sons a grandezas físicas, como frequência e intensidade, para explicar, reproduzir, avaliar e controlar a emissão de sons por instrumentos musicais e outros sistemas - Caracterizar ondas mecânicas (por meio dos conceitos de amplitude, comprimento de onda, frequência, velocidade de propagação e ressonância) a

transformações associadas aos coeficientes a , b e c .	partir de exemplos de músicas e de sons cotidianos
---	--

A interação entre as disciplinas contribui na compreensão de conteúdos abordados na Matemática e na Física, podendo desenvolver habilidades resultando em conhecimentos.

Na sequência a abordagem do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2012. Buscou-se analisar o tratamento dado às funções trigonométricas e também observar se estão num contexto interdisciplinar nas obras indicadas.

2.4 Guia do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2012 Matemática

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2012 do governo federal distribui livros didáticos aos alunos que estudam na educação básica da rede pública de ensino.

Considera-se importante o professor acessar as resenhas de obras a serem adotadas no estabelecimento de ensino em que leciona, coleções consideradas aprovadas pelo Ministério de Educação (MEC) são encaminhadas às escolas, entre os títulos disponíveis escolhem-se aqueles que melhor atendem ao seu projeto pedagógico.

O PNLD informa que para serem aprovadas as obras devem respeitar os seguintes critérios:

Critérios de avaliação de todos os componentes curriculares

- I. respeito à legislação, às diretrizes e às normas oficiais relativas ao ensino médio;
- II. observância de princípios éticos necessários à construção da cidadania e ao convívio social republicano;
- III. coerência e adequação da abordagem teórico-metodológica assumida pela obra, no que diz respeito à proposta didático-pedagógica explicitada e aos objetivos visados;

- IV. correção e atualização de conceitos, informações e procedimentos;
- V. observância das características e finalidades específicas do manual do professor e adequação da obra à linha pedagógica nela apresentada;
- VI. adequação da estrutura editorial e do projeto gráfico aos objetivos didático pedagógicos da obra.

E os seguintes requisitos:

1. Incluir todos os campos da Matemática escolar, a saber, números e operações, funções, equações algébricas, geometria analítica, geometria, estatística e probabilidades.
2. Privilegiar a exploração dos conceitos matemáticos e de sua utilidade para resolver problemas.
3. Apresentar os conceitos com encadeamento lógico, evitando: recorrer a conceitos ainda não definidos para introduzir outro conceito, utilizar-se de definições circulares, confundir tese com hipótese em demonstrações matemáticas, entre outros.
4. Propiciar o desenvolvimento, pelo aluno, de competências cognitivas básicas, como: observação, compreensão, argumentação, organização, análise, síntese, comunicação de ideias matemáticas, memorização.

Apenas sete obras foram indicadas pelo PNLD 2012 - Matemática, as quais nesta pesquisa ressaltam-se somente temas da 2ª série do ensino médio focalizando funções trigonométricas e prováveis contextualizações.

Ao analisar as coleções é preciso verificar o código de identificação atribuído, portanto estes números são representados nos gráficos e quadros das avaliações identificados no Guia de Livros PNLD - 2012 para ter conhecimento das sete obras em questão, foram elencadas da seguinte forma:



Conexões Com a Matemática – 25042

Juliane Matsubara Barroso

Editora Moderna

 Matemática – Contexto & Aplicações – 25116

Luíz Roberto Dante

Editora Ática

 Matemática – Paiva - 25117

Manoel Paiva

Editora Moderna

 Matemática Ciência e Aplicações - 25121

David Degenszajn, Gelson Iezzi, Nilze de Almeida, Osvaldo Dolce,
Roberto Périgo

Editora Saraiva

 Matemática Ciências, Linguagem e Tecnologia - 25122

Jackson Ribeiro

Editora Scipione

 Matemática Ensino Médio - 25125

Maria Ignez Diniz, Kátia Stocco Smole

Editora Saraiva

 Novo Olhar – Matemática – 25133

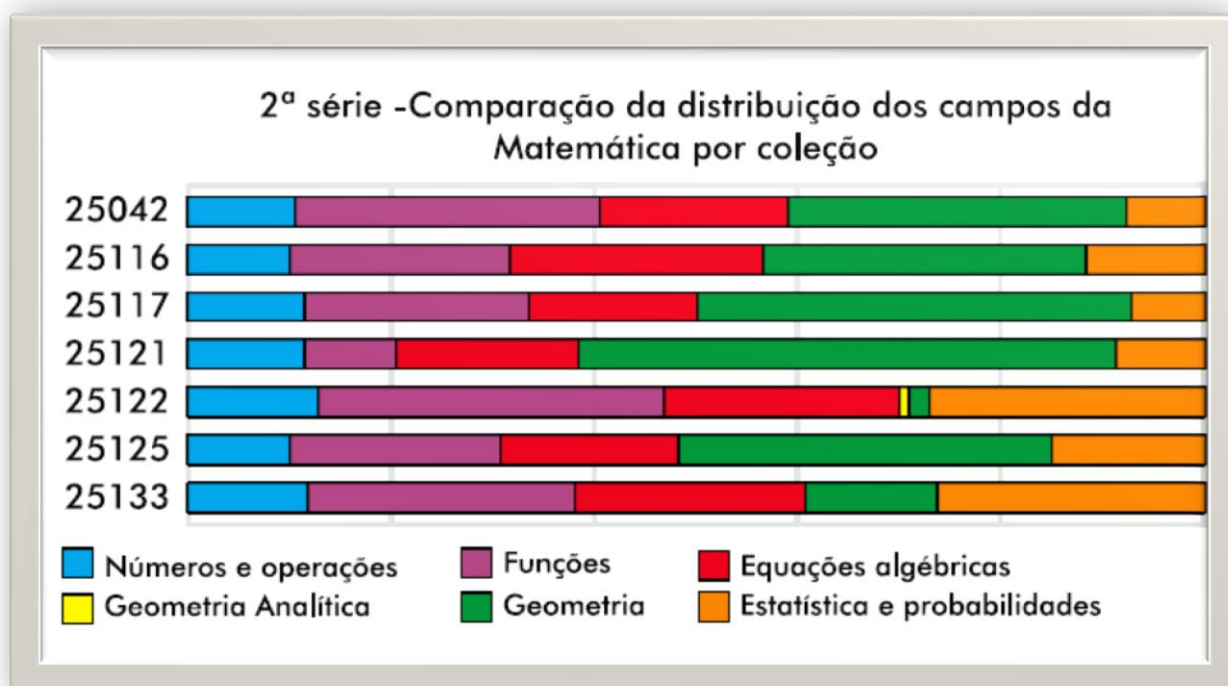
Joamir Souza

FTD

O Guia de Livros didáticos faz considerações gerais sobre as obras, apresenta resenhas e abordam características comuns quanto aos conteúdos matemáticos, metodologias de ensino e sugestões de como contornar limitações encontradas.

Na sequência o gráfico da comparação da distribuição dos campos da Matemática por coleção da 2ª série do ensino médio.

Gráfico 1: Comparação da distribuição dos campos da Matemática por coleção - 2ª série do ensino médio



Fonte: PNLD Matemática, 2012, p. 20

Verifica-se no gráfico acima que o tema funções da obra 25121 (Matemática Ciência e Aplicações) é pouco explorado em relação às outras, segundo o Guia, este livro dedica 20 páginas para funções trigonométricas, porém não informa qual a abordagem dada a este conteúdo.

A coleção 25042 (Conexões com a Matemática) dedica 38 das 440 páginas para as funções trigonométricas, o Guia de Livros informa que em geral há atenção excessiva para este tópico, porém ressalta que os gráficos de outras funções periódicas são abordados, existem imprecisões nas resoluções de exercícios sobre mudança de variável, conclui que existe o excesso de conteúdos e um número elevado de atividades, sendo 1500 por volume.

Na obra 25116 (Matemática – Contexto & Aplicações) na visão geral do Guia de Livros é informada a busca das articulações entre os conteúdos com outras áreas de conhecimento, das 384 páginas dedica 18 para as funções trigonométricas, seno

e cosseno, porém neste item não é dada a informação da abordagem, se estão ou não articulados a outra disciplina.

Na coleção 25117 (Matemática – Paiva) o Guia de Livros informa que a obra possui um número adequado de páginas, existe sistematização cuidadosa, porém quase sempre sem estímulo à investigação do aluno. Dedicar 20 das 312 páginas às funções trigonométricas, porém tem-se a informação geral do tema funções com muitas representações gráficas, contextualizações e no início da sistematização do tópico funções é verificada uma inadequação na abordagem conceitual do gráfico de uma função.

Na visão geral do Guia de Livros, a obra 25122 (Matemática Ciência, Linguagem e Tecnologia) caracteriza-se na apresentação dos conteúdos por meio de regras, definições, propriedades, sendo que algumas abordagens estão fragmentadas, em contrapartida busca a interdisciplinaridade com outras disciplinas. Das 328 páginas dedica 43 ao estudo das funções trigonométricas, o documento informa a atenção exagerada a este tópico, porém não comunica como está a abordagem deste item.

Com relação à coleção 25125 (Matemática Ensino Médio) o Guia de Livros informa que a obra possui contextualizações adequadas e existe a presença de tópicos interdisciplinares. Dedicar 25 páginas às funções seno, cosseno e tangente, o documento informa que existem articulações entre as representações matemáticas das funções somadas ao uso do computador, da calculadora e sugestões para o *software Winplot*.

Na obra 25133 (Novo Olhar – Matemática) o Guia de Livros constata a contextualização da Matemática com sua história e outros saberes. Das 330 páginas 33 delas estão voltadas às funções trigonométricas, o documento relata que a abordagem é concisa, sem excessos, porém os recursos tecnológicos são pouco explorados.

Quanto ao tema funções trigonométricas nas obras relatadas no Guia de Livros Didáticos PNLD 2012, tem-se a seguinte visão geral:

Assim, é inegável que essa família de funções é importante do ponto de vista da modelagem matemática e, por isso, deveria ocupar lugar de maior

destaque no ensino das funções trigonométricas e constituir-se em um coroamento deste ensino. Convém adicionar que, para construirmos todas as “peças” dessa família de funções, são necessárias poucas relações trigonométricas, o que poderia contribuir para evitar o excesso de conteúdos nos livros didáticos. Observamos que as coleções dedicam em torno de 100 páginas ao estudo de trigonometria e de funções trigonométricas, de modo fragmentado e repetitivo. (PNLD, 2012, p. 24).

Na sequência tem-se a tabulação das metodologias das obras aprovadas caracterizando estratégias na abordagem dos conteúdos, sistematização, recursos didáticos entre outros.

Quadro 2: Caracterização da metodologia das obras aprovadas pelo PNLD 2012

ESTRATÉGIAS	25042	25116	25117	25121	25122	25125	25133
Introduzir os conteúdos por explanação teórica, seguida de atividades resolvidas de cunho aplicativo e exercícios.			X				
Introduzir o conteúdo apresentando um ou poucos exemplos, usados para fazer generalizações que levam à apresentação sistematizada dos conteúdos.	X						
Iniciar por atividades propostas, e, logo em seguida, apresentar os conteúdos sistematizados, sem dar oportunidade ao aluno de tirar conclusões próprias.		X		X			
Iniciar pela apresentação de textos que contextualizam histórica ou socialmente o conhecimento e contribuem para motivar a sistematização do conteúdo, seguida de novos problemas resolvidos e propostos.					X	X	X

Fonte: Guia PNLD Matemática, 2012, p. 39

Nesta pesquisa ressalta-se a importância da avaliação do livro didático antes da sua adoção, pois por meio dele, ações, planejamentos são tomados, porém é necessário ser visto como um dos auxílios didáticos para o professor.

Na sequência a abordagem do *Programme for International Student Assessment* (PISA) avaliação que identifica a aptidão dos alunos para interpretar, analisar, resolver problemas.

2.5 Programme for International Student Assessment (Pisa) Programa Internacional de Avaliação de Estudantes

O *Programme for International Student Assessment* (Pisa) - Programa Internacional de Avaliação de Estudantes é uma avaliação comparada de âmbito internacional aplicada para estudantes em torno de 15 anos sendo desenvolvido e coordenado pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE).

No Brasil, o Pisa é coordenado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), o relatório informa que tem como objetivo melhorar a qualidade da Educação nos países participantes por meio de indicadores que apontam como as escolas estão preparando seus jovens na atualidade, com coletas nas competências e habilidades dos alunos em relação à Leitura, Matemática, Ciências, Leitura Eletrônica e Resoluções de Problemas em diversos contextos sociais.

O PISA possibilita relacionar o desempenho dos jovens, as variáveis demográficas, socioeconômicas e educacionais por meio de Cadernos de testes, questionários e provas eletrônicas. Os instrumentos de aplicações são comuns aos países participantes.

Os resultados podem ser utilizados pelos países participantes como fonte de ações para gerar aprimoramento nas políticas educacionais. As aplicações acontecem a cada três anos sendo que em 2012 a ênfase foi em Matemática. Até o presente momento julho/2013 estes dados ainda não foram divulgados.

Avaliando os dados de 2009, o Brasil entre os 65 países ficou em 53º lugar, ocupando uma das últimas colocações mundiais. Apesar desta posição o país passou de 334 pontos no ano de 2000 em Matemática para 386 pontos em 2009.

Sendo assim, verifica-se que o Pisa identifica a capacidade dos alunos em interpretar, analisar, resolver problemas, além dos conceitos inseridos na escola, buscando como estão desenvolvidas as competências e habilidades dos estudantes. Porém pela colocação do Brasil nota-se que têm-se muito a fazer e dentre elas a

necessidade da integração entre as disciplinas e da contextualização dos conteúdos é primordial.

No próximo capítulo trata-se do referencial teórico utilizada nesta pesquisa.

CAPÍTULO 3 - REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo apresenta o referencial teórico utilizado na elaboração desta pesquisa. Para iniciar será abordada a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, na sequência tratar-se-á do Registro de Representação Semiótica de Raymond Duval.

3.1 Teoria das Situações Didáticas

Este modelo teórico desenvolvido por Guy Brousseau (1986) na França e que a partir deste estudo possibilita compreender melhor o fenômeno da aprendizagem da Matemática.

Segundo Freitas (2010) baseado nos estudos sobre o construtivismo em pedagogia, originados na teoria de Piaget, Brousseau desenvolveu um tratamento científico do trabalho didático tendo como base a problematização Matemática com a hipótese de que se aprende por adaptação a um meio produtor de contradições e desequilíbrios. Observa-se, assim, a sua teoria apresenta como uma contraposição à forma didática clássica, centrada no ensino com ênfase na divulgação de conteúdos sistematizados, incluindo a forma axiomática.

De acordo com Brousseau (2008) essa teoria representa uma referência para o processo de aprendizagem Matemática na sala de aula envolvendo professor, aluno e conhecimento matemático. Trata-se de um referencial para a Educação Matemática que, por um lado, valoriza os conhecimentos mobilizados pelo estudante no envolvimento da construção do saber matemático, por outro, valoriza o trabalho do docente, este consiste fundamentalmente em criar condições suficientes para o aluno apropriar-se de conteúdos matemáticos específicos.

Dessa forma, ao organizar o *meio*, o educador tem expectativas em relação à participação dos alunos. Em contrapartida os discentes também observam o trabalho do professor e buscam entender quais são as regras do jogo para direcionarem suas ações.

Para Brousseau (2008) o *meio* é onde ocorrem as interações do sujeito, é o sistema antagonista no qual ele age, nele se provocam mudanças visando

desestabilizar o sistema didático e o surgimento de conflitos, contradições e possibilidades de aprendizagem de novos conhecimentos. Num dado *meio*, em cada momento, as situações didáticas são regidas por um conjunto de obrigações recíprocas, explícitas ou implícitas, envolvendo alunos, professores e um conteúdo em jogo, denominado contrato didático.

Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição [...] o trabalho do aluno deveria, pelo menos em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes. (BROUSSEAU, 1998 apud FREITAS, 2010, p.80).

Para Brousseau (2008) as situações *adidáticas* representam os momentos mais importantes da aprendizagem, pois o sucesso do aluno nelas significa que ele, por seu próprio mérito, conseguiu sintetizar algum conhecimento.

Do momento em que o aluno aceita o problema como seu até aquele em que se produz a resposta, o professor se recusa a intervir como fornecedor dos conhecimentos que quer ver surgir. O aluno sabe que o problema foi escolhido para fazer com que ele adquira um conhecimento é inteiramente justificado pela lógica interna da situação e que pode prescindir das razões didáticas para construí-lo. Não só pode como deve, pois terá adquirido, de fato, esse saber até que o consiga usar fora do contexto de ensino e sem nenhuma indicação intencional. Tal situação denomina-se *adidática*. (BROUSSEAU, 2008, p.35).

A situação *adidática* pode fazer parte de uma situação didática.

A situação *adidática* é dividida em 4 fases: ação, formulação, validação e institucionalização, que estão totalmente ligadas entre si.

De acordo com Brousseau (2008) tem-se as seguintes definições:

- Situação *adidática* de ação: Um determinado contexto de aprendizagem é uma situação de ação, quando o aluno encontra-se ativamente empenhado na busca da solução de um problema, realiza determinadas ações mais imediatas, resultando na produção do conhecimento de natureza mais operacional. Muitas vezes, essas ações podem estar fundamentadas em modelos teóricos e o aluno pode tentar ou não explicitar. Entretanto, o essencial dessa situação não é a explicitação de nenhum argumento de natureza teórica.

- Situação *adidática* de formulação: Numa *situação de formulação*, o aluno utiliza, na solução do problema estudado, alguns modelos ou esquemas teóricos explícitos além de mostrar um evidente trabalho com informações teóricas de uma forma bem mais elaborada, podendo ainda utilizar uma linguagem mais apropriada para viabilizar o uso da teoria. Nessas situações de formulação, o saber não tem uma função de justificação e de controle de ações.
- Situação *adidática* de validação: o aluno utiliza mecanismos de prova e em que o saber é usado com essa finalidade. Tais situações estão relacionadas ao plano da racionalidade e diretamente voltadas para o problema da verdade. Elas podem ainda servir para contestar ou mesmo rejeitar proposições. O trabalho do aluno não refere-se somente às informações em torno do conhecimento, mas a certas afirmações, elaborações, declarações a propósito desse conhecimento.
- Situação *adidática* institucionalização: Nesta etapa o professor fica encarregado de estabelecer o caráter de objetividade e de universalidade do conhecimento. O saber tem, assim, uma função de referência cultural que extrapola o contexto pessoal e localizado.

Nesta pesquisa as sequências de atividades propostas têm como base a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986), portanto as situações *adidáticas* foram desenvolvidas da seguinte forma:

Ação: quando os alunos leem as atividades, mobilizam-se em tentar resolvê-las, relacionam o registro algébrico com o registro gráfico e vice-versa, ao manusearem o computador para o uso do *software*;

Formulação: quando os alunos percebem diferenças e semelhanças entre os gráficos abordados, assim como, analisam o domínio, imagem, amplitude e período das funções apresentadas conjecturando possíveis resultados;

Validação: realizada no momento em que os alunos comprovam as conjecturas a respeito das funções analisadas, inclusive na atividade de integração com a Física;

Institucionalização: efetuado pela pesquisadora ao final da sequência de atividades parte V.

3.2 Teoria dos Registros de Representação Semiótica

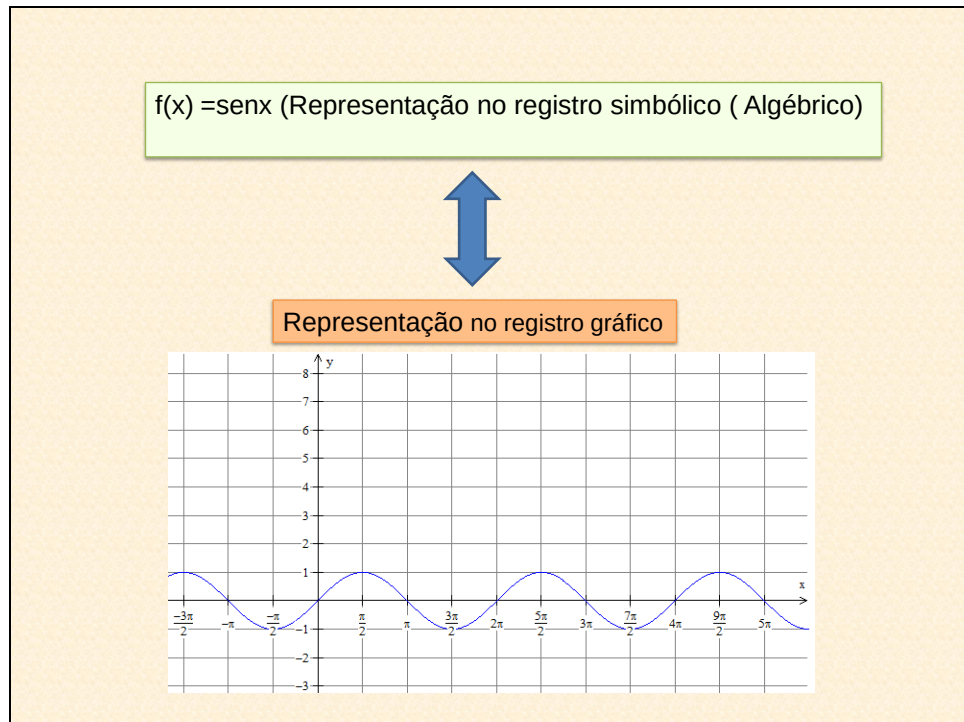
Raymond Duval desenvolveu a Teoria dos Registros de Representação Semiótica pesquisando as dificuldades que os alunos apresentam na compreensão da Matemática.

De acordo com Duval (2003) o professor e o pesquisador não podem prender-se somente ao campo Matemático ou à sua história, sendo necessária uma abordagem cognitiva, presumindo que possivelmente não serão formados professores de Matemática, mas pode-se contribuir para o desenvolvimento das capacidades de raciocínio, análise e visualização dos alunos. A diferença da atividade cognitiva exigida pela Matemática ou em outros domínios do conhecimento não está nos conceitos, mas na importância das representações semióticas.

Esta diferença deve-se a duas razões: as possibilidades de tratamento e o fato dos objetos matemáticos não serem perceptíveis ou observáveis. As representações semióticas utilizadas na Matemática podem muitas vezes facilitar a compreensão de objetos matemáticos.

Para Duval (2003) as conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados como, por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica.

Figura 6: Exemplo de atividade de conversão de registros de representação semiótica da função seno



É importante que o aluno perceba no caso da função seno as diferentes formas de representação deste objeto. Saber construir o gráfico da função f , dada por $f(x) = a \sin(bx) + c$ a partir do gráfico da função f , dada por $f(x) = \sin x$, e compreender o significado das transformações associadas aos coeficientes **a**, **b** e **c** $\in \mathbb{R}$ das funções.

Para Duval (2003) na Matemática toda a comunicação se estabelece com base em representações semióticas, os objetos a serem estudados são conceitos, propriedades, estruturas e relações que podem expressar diferentes situações, portanto, para ser ensinada, precisa-se levar em consideração as diferentes formas de representações semióticas de um mesmo objeto matemático. Um dos primeiros passos a ser dado é a compreensão do que seriam essas representações semióticas essenciais ao funcionamento e desenvolvimento dos conhecimentos.

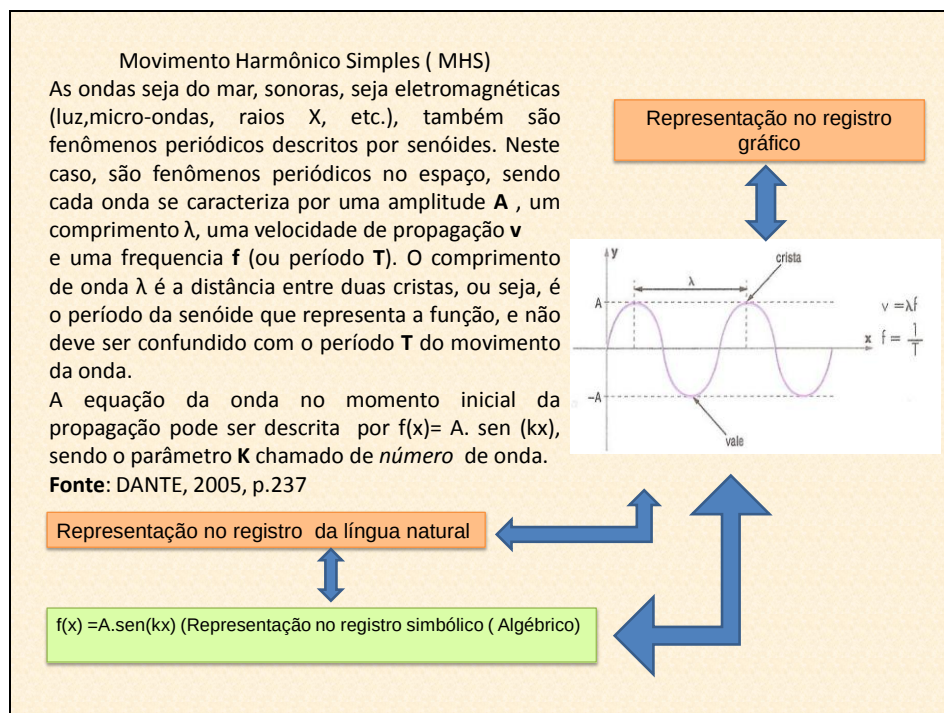
Segundo Damm (2010) com base nas ideias de Duval (1998) o que se constatou em diversas pesquisas em Educação Matemática é a dificuldade do aluno

passar de uma representação para a outra. O estudante consegue fazer tratamentos em diferentes registros de representações de um mesmo objeto matemático, porém não faz as conversões necessárias para tal entendimento.

Essa apreensão é significativa a partir do momento que o aluno consegue realizar tratamentos em diferentes registros de representação semiótica e “passar” de um para o outro o mais naturalmente possível.

A matemática trabalha com objetos abstratos. Ou seja, os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis à percepção, necessitando, para sua apreensão, o uso de uma representação. Nesse caso, as representações através de símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos, algoritmos, desenhos é bastante significativa, pois permite a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas do pensamento, permitindo registros de representação diferentes de um mesmo objeto matemático. Por exemplo, a função pode ser representada através da expressão algébrica, tabelas e/ou gráficos, que são diferentes registros de representação. (DAMM, 2010, p.170).

Figura 7: Exemplo de conversões de registros de representação semiótica da função seno



Nesta pesquisa os diferentes registros de representação semiótica estão presentes nas sequências de atividades, admite-se que podem facilitar aos alunos a

compreenderem os comportamentos de fenômenos, interpretações e nas construções gráficas.

A representação semiótica é *externa e consciente do sujeito*, sendo seu papel fundamental específico:
 [...] elas são relativas a um sistema particular de signos, linguagem natural, língua formal, escrita algébrica ou gráficos cartesianos, figuras, de um objeto matemático [...] De onde a diversidade de representações para um mesmo objeto representado ou ainda a dualidade das representações semióticas: forma (o representante) e conteúdo (o representado). (DUVAL, 1993 apud DAMM, 2010, p.173)

Segundo Duval (2003) para que ocorra a apreensão de um objeto matemático, é necessário que a *noésis* (conceitualização) ocorra por meio de significativas *semiósisis* (representações). A apreensão conceitual dos objetos matemáticos somente será possível com a coordenação, pelo sujeito que apreende de vários registros de representação, ou seja, quanto maior for a mobilidade com registros de representação diferentes do mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão desse objeto.

[...] Inicialmente devemos ter clara a distinção fundamental entre
 - *tratamento*: transformação de uma representação ficando no interior de um mesmo registro.
 - *conversão*: transformação de uma representação mudando de registro.
 Em segundo lugar, as conseqüências dessa distinção seriam:
 - a necessidade de verificar os tratamentos específicos a cada registro sem misturar com os tratamentos em outro registro. Isso parece-nos particularmente importante quando se trata dos registros figurativos (figuras geométricas, representações gráficas, esquemas), nos quais os tratamentos não podem ser transformados em algoritmos (um conjunto de regras operatórias)
 - o estudo de *graus de congruência ou não congruência* durante a conversão das representações.
 Aqui apareceriam duas questões-chave para a aprendizagem:
 - a discriminação das unidades significantes em uma representação;
 - o fechamento dos registros e a articulação entre registros. (DAMM, 2010, p.186)

Neste estudo é utilizada a Teoria dos Registros de Representação Semiótica para compreender a aprendizagem do aluno com relação a função seno e suas propriedades. Quando o aluno precisar associar e/ou construir os gráficos utilizando o *software Winplot*, ele estará fazendo a conversão do registro algébrico para o registro gráfico e vice-versa. Ao analisar e registrar suas respostas estará fazendo a conversão do registro gráfico e/ou algébrico para o registro da língua natural.

A seguir os procedimentos metodológicos utilizados nesta pesquisa.

CAPÍTULO 4 - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa realizada tem abordagem qualitativa, segundo Bogdan e Biklen (1994), ela é considerada fonte direta a coleta dos dados, o investigador de grande importância no ambiente em que se desenvolve, observando os participantes, o fenômeno estudado é compreendido de maneira abrangente e verificado no contexto em que ocorre.

Como metodologia esta pesquisa utiliza alguns princípios da engenharia didática, esta surgiu na década de 80 e é muito utilizada nos estudos da Didática da Matemática, com base em Michèle Artigue (1988) apresentam-se alguns pontos relevantes a esta pesquisa.

O termo engenharia didática para Artigue (1988) indica:

[...] este termo foi “cunhado” para o trabalho didático que é aquele comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apóia sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico de seu domínio, aceita, mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos depurados da ciência e, portanto, a enfrentar praticamente, com todos os meios de que dispõe, problemas que a ciência não quer ou não pode levar em conta. (ARTIGUE, 1988 apud MACHADO, 2010, p.234)

Segundo Machado (2010), de fato a noção de engenharia didática foi se construindo na Didática da Matemática com essa dupla função: na qual ela pode ser compreendida tanto como um produto resultante de análise *a priori*, caso da metodologia de pesquisa, quanto como uma produção para o ensino.

Características gerais

Para Artigue (1988) *apud* Machado (2010) a engenharia didática é como um esquema experimental apoiado em “realizações didáticas” em sala de aula, isto é, sobre a concepção⁶, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino.

A engenharia didática caracteriza-se também pelo registro dos estudos feitos sobre o caso em questão e pela validação. Essa validação da pesquisa é feita sobretudo internamente, pois ela se baseia na confrontação entre a análise *a priori*, que, por sua vez, se apóia no quadro teórico, e a análise *a posteriori*. (MACHADO, 2010, p. 236).

⁶ Concepção Ato ou efeito de conceber, gerar, ou de formar ideias. Fonte: Minidicionário Aurélio

Fases da metodologia da engenharia didática

Segundo Machado (2010) o processo experimental da engenharia didática compõe-se de quatro fases:

- Primeira fase: análises preliminares;
- Segunda fase: concepção e análise *a priori* das situações didáticas;
- Terceira fase: experimentação;
- Quarta fase: análise *a posteriori* e validação.

As análises preliminares para a concepção da engenharia são feitas por meio de considerações a respeito do quadro teórico didático geral e dos conhecimentos didáticos já adquiridos a cerca do assunto em questão, bem como:

- A análise epistemológica dos conteúdos contemplados pelo ensino;
- A análise da concepção dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos que determinam sua evolução;
- A análise do campo dos entraves no qual vai se situar a efetiva realização didática.

As análises preliminares são feitas principalmente para embasar a concepção da engenharia, porém elas são retomadas e aprofundadas durante todo o transcorrer do trabalho.

Nas análises preliminares durante esta pesquisa, investigou-se em documentos oficiais PCNEM, OCEM, Proposta Curricular e Currículo do Estado de São Paulo, material distribuído pela SEE-SP (Caderno do Aluno e Caderno do Professor), Guia de Livros Didáticos PNLD 2012 - Matemática, Pisa e pesquisas correlatas que tratam de funções trigonométricas com o uso de *softwares* gráficos e também de interdisciplinaridade.

A partir desta investigação pode-se perceber a pequena quantidade de pesquisas que envolvessem a função seno, portanto decidiu-se pesquisar este assunto com enfoque na interdisciplinaridade.

Depois do tema escolhido, com base nas pesquisas, documentos e experiências, foram desenvolvidas sequências de atividades. Foram feitas as análises de quais seriam os possíveis resultados obtidos (análise *a priori*).

A próxima etapa foi a aplicação das sequências de atividades a serem desenvolvidas por três alunos da 2ª série do ensino médio. Após feita a análise

destas sequências de atividades (análise *a posteriori*), com base nas Teorias das Situações Didáticas de Brousseau, na Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval, buscou-se também articular com as competências e habilidades indicadas nos PCNEM de Matemática e Física.

4.1 Análise e objetivo das sequências de atividades

Após analisados os documentos oficiais, as pesquisas correlatas, os materiais distribuídos pela SEE-SP e o Guia de Livros Didáticos PNLD Matemática 2012, elaboraram-se cinco sequências de atividades com base na Teoria das situações Didáticas de Brousseau e na Teoria de Registros de Representação Semiótica. Estas sequências de atividades foram organizadas conforme descrito abaixo.

Parte I – Com uma atividade para analisar os conhecimentos prévios dos alunos, por meio dela deverão relacionar as quatro expressões algébricas com seus respectivos gráficos. Pelo fato dos alunos estarem no quarto bimestre da 2ª série do ensino médio, pressupõe-se que talvez os estudantes conheçam a função polinomial do 1º grau, a função quadrática, a função constante e a função seno. Nesta atividade os alunos não utilizarão o *software*.

Parte II – Com seis questões, também para analisar os conhecimentos prévios, verificando os registros algébricos e gráficos nas funções afim e quadrática.

Nesta atividade os alunos utilizarão o *software Winplot* e antes da atividade aprenderão a manuseá-lo, conhecerão suas características, por exemplo: em como digitar a expressão algébrica, apagar, editar, restaurar a página enfim elementos importantes para a construção dos gráficos.

Parte III – Com seis questões para construção dos gráficos das funções os alunos usarão o *software Winplot* e analisarão o domínio, a imagem, a amplitude e o período da função seno.

Parte IV – Com cinco questões, os gráficos das funções já construídos em um arquivo disponibilizado pela pesquisadora, no qual os alunos analisarão o

domínio, imagem, período e a amplitude da função seno. Nesta atividade o *software* será utilizado pelos alunos.

Tem-se como ponto de partida a função dada por $f(x)=\text{sen}x$, os demais gráficos poderão ser comparados com este. A escolha dos gráficos $f(x)=3\text{sen}x$, $f(x)=5\text{sen}x$ e $f(x)=-2\text{sen}x$ foi feita para que os alunos observem a alteração somente da amplitude e da imagem.

Parte V- Atividade retirada do Caderno do Aluno de Física da 2ª série do ensino médio volume 3, sobre ondas sonoras que é uma aplicação da função seno. Nesta atividade os alunos não utilizarão o computador, apenas analisarão o gráfico da função seno que será aplicada à Física e a partir desta Situação de Aprendizagem responder algumas questões, cujos conhecimentos envolvidos são: período e amplitude da função seno.

As partes I, II, III, IV foram criadas pela pesquisadora.

No Caderno do Aluno de Física da 2ª série do ensino médio volume 3 propõe-se um roteiro para aplicação da Situação de Aprendizagem 3, nela é apresentada as características dos fenômenos periódicos que ocorrem regularmente mantendo suas propriedades básicas podendo ser modelados por intermédio de uma função trigonométrica cuja equação é composta de senos e/ou cossenos.

Segundo o Caderno do Professor - Física (2008) para os alunos compreenderem em profundidade o significado da modelação de um fenômeno por meio de uma equação que envolva senos ou cossenos é necessário saberem, de um lado desenhar gráficos de funções desse tipo a partir de suas equações e de outro, que consigam escrever a equação de um gráfico dado.

A respeito da atividade do Caderno do Aluno de Física à luz das ideias de Duval (2003) sobre a Teoria de Registros de Representação Semiótica, que trata da importância das representações do objeto matemático.

A pesquisa tem como perspectiva elaborar, aplicar e analisar os passos de um determinado grupo de alunos apoiados na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau e na Teoria de Registros de Representação e Semiótica de Duval, utilizando como apoio o *software Winplot*, observando o desempenho dos alunos, e

percebendo também a desenvoltura dos mesmos com relação ao ensino da Matemática.

Almejam-se avanços e resultados positivos no aprendizado do educando com relação à Matemática, mas ao mesmo tempo atentos às dificuldades que os alunos possam evidenciar.

4.2 Ambiente e sujeitos da pesquisa

O presente estudo tem como foco a escola básica, sendo os sujeitos de pesquisa alunos do ensino médio regular, de uma escola situada na zona sul de São Paulo, que atende em três períodos: matutino para o ensino médio, vespertino para o ensino fundamental anos finais e noturno para o ensino médio tanto regular quanto a educação de jovens e adultos (EJA).

Esta escola tem cerca de 1.440 alunos, possui 12 salas de aula, um laboratório de química e física, uma sala de vídeo equipada inclusive com *data show*, planejada para receber em torno de 40 alunos, um laboratório de informática que conta com 18 computadores, mas no momento da aplicação das atividades, estavam funcionando somente 9. O laboratório de informática conta com três estagiários do Programa ACESSA Escola, um para cada período, que trabalham auxiliando os alunos e os professores.

O laboratório de informática possui um quadro de agendamento mensal para o professor selecionar os dias e aulas que serão utilizados. Os estagiários do Programa ACESSA Escola trabalham em regime de contra turno do período em que estudam.

A equipe gestora da escola é composta por uma diretora no cargo há 10 anos, um vice-diretor, uma coordenadora para o ensino fundamental anos finais e uma coordenadora para o ensino médio. A maior parte dos professores leciona há anos neste estabelecimento educacional.

A escolha dos alunos por outra professora veio a acontecer devido ao fato da pesquisadora atualmente não estar lecionando e fazer parte da gestão de outra escola que oferece somente o ensino fundamental anos iniciais.

Todo o procedimento foi apoiado pela direção da escola. Os alunos receberam a declaração de consentimento para levarem aos seus pais, a fim de que os mesmos ficassem cientes da pesquisa e concordassem com a participação de seus filhos. Então o primeiro encontro foi agendado para o dia 28/11/2012 às 8h no laboratório de informática.

A pesquisa foi realizada com três alunos da 2ª série do ensino médio, pretendia-se realizar as atividades com duas duplas, porém um dos alunos faltou no dia da aplicação, como somente estes levaram as declarações de consentimento para seus responsáveis e também por estar no final do ano letivo, ou seja, faltavam três semanas para o término das aulas, então foram aplicadas as atividades somente com eles.

Os encontros planejados foram realizados no final do 4º bimestre de 2012, num total de quatro agendamentos, sendo que no primeiro encontro os alunos responderam a pesquisa sobre o uso de computadores, a sequência de atividade parte I, aprenderam a utilizar o *software Winplot* para responder a parte II. No segundo encontro para realizar a parte III, no terceiro encontro a parte IV e no quarto encontro a parte V e a institucionalização feita pela pesquisadora.

Os alunos que participaram foram convidados por uma professora que também cursa o Mestrado na PUC-SP e leciona para a 2ª série do ensino médio, sendo um dos participantes é estagiário do Programa ACESSA Escola.

Devidamente preenchidas e assinadas as declarações de consentimento foram entregues no primeiro encontro. Foi preparado um breve questionário com seis questões para ter-se ideia sobre o uso e a frequência dos alunos em relação ao emprego do computador pelos alunos.

O motivo do questionário foi investigar a familiaridade com o uso dessa tecnologia, pois tem-se como hipótese que se o aluno já utiliza o computador, provavelmente não terá dificuldades em manusear o *software Winplot*.

No laboratório cada aluno ficou individualmente com um computador, um ao lado do outro, e o computador da pesquisadora estava conectado ao *data show* que serviria para que os alunos conhecessem um pouco sobre o *software* que manejariam.

A pesquisadora perguntou aos alunos se costumavam frequentar o laboratório de informática da escola e se algum professor utilizava aquele ambiente com eles, então responderam negativamente, pois para frequentar o laboratório teria que ser em outro período e os pais não os deixariam voltar à escola para fazer trabalhos escolares, pois todos tinham computadores em casa.

Os alunos também disseram que nenhum professor utilizava aquele ambiente com eles e um dos estudantes afirmou não frequentar o laboratório de informática desde a 6ª série.

A seguir o quadro e os resultados do questionário, sobre o uso dos computadores.

Quadro 3: Pesquisa sobre o uso de computadores

1-Você tem computador em casa?	sim (quantos?)		Não
2-Internet	Sim		Não
3-Qual o tempo de uso diário?	Até 2h	2h às 5h	Acima de 5h
4-Qual a finalidade do uso, coloque três prioridades			
1)	2)		3)
5-Você possui algum <i>site</i> , <i>blog</i> ou criou algo.	Sim (o quê?)		Não
6-O uso de <i>softwares</i> em sala de aula pode facilitar a aprendizagem de alguns conteúdos	Sim		Não

Os resultados obtidos foram os seguintes:

- Na primeira questão os alunos responderam que possuem um computador em casa;
- Na segunda todos responderam que possuem acesso à *Internet*;

- Na questão 3 dois alunos responderam que ficam até duas horas por dia no computador e um respondeu que fica acima de cinco horas;
- Na questão 4 dois alunos responderam como prioridades: jogar, pesquisar e conversar, e um respondeu: jogar, conversar e trabalhar;
- Na questão 5 um aluno administra um *site* e os outros responderam que não;
- Na questão 6 todos responderam que o uso de *softwares* em sala de aula pode facilitar a aprendizagem de alguns conteúdos e um aluno comentou:
- *Depende de como é lecionado.*

O comentário do aluno corresponde à preocupação de utilizar *softwares* adequados e que os conteúdos estejam integrados.

Analisando as respostas percebe-se a tecnologia presente nos lares dos alunos pesquisados porque provavelmente os pais estão proporcionando aos filhos uma maneira de terem acesso à informação sem sair de casa, até então havia nesta região um número grande de locais pagos para que as pessoas pudessem acessar à *internet* e foram desaparecendo nos últimos anos.

Na última questão os alunos comentaram que nenhum professor desenvolvera alguma atividade no laboratório de informática, somente frequentavam, às vezes, para fazer alguma pesquisa. Esta informação apenas reforça o que já havia sido verificado em outras pesquisas como a de Berleze (2007) relatando que talvez seja preocupante a finalidade com que vem sendo utilizado o computador.

De modo geral, a maioria dos jovens usa o computador prioritariamente para jogar e conversar, o motivo para estes dados vem do fato de que nem sempre existem trabalhos escolares para fazer em casa, outra justificativa é que os adolescentes em geral prezam muito as amizades e os contatos.

Dessa forma, é necessário em novo direcionamento para o papel do computador. Usar o computador simplesmente como máquina para lazer é usar o mínimo de suas potencialidades. (BERLEZE, 2007 p.41).

Este pequeno questionário mostrou como os alunos utilizam o computador no seu cotidiano. A partir das respostas dadas percebe-se que para fins educacionais ele ainda é pouco utilizado.

Quanto aos encontros, as orientações e ao tempo usado estão descritos no capítulo a seguir e também todas as sequências de atividades com as análises (*a priori* e *posteriori*) e as respectivas produções realizadas pelos alunos.

CAPÍTULO 5 – OBJETIVOS E ANÁLISES DAS SEQUÊNCIAS DE ATIVIDADES

Tem-se como objetivo responder às seguintes questões da pesquisa:

De que forma uma estratégia pedagógica, apresentada na forma de sequência de atividades, com uso do *software Winplot*, pode promover a aprendizagem da função seno para o aluno da 2ª série do ensino médio?

Pode ainda contribuir na compreensão em um contexto físico-matemático?

Será investigado o entendimento dos alunos da 2ª série do ensino médio sobre a da função seno: domínio, imagem, período, amplitude buscando a integração com a Física.

As questões têm como objetivo que o aluno identifique as mudanças ocorridas: pela constante A de uma função f, dada por $f(x) = A \sin x$, pela constante B de uma função f, dada por $f(x) = \sin Bx$, pela constante C de uma função f, dada por $f(x) = C + \sin x$. Com este objetivo é proposto aos alunos verificarem as transformações que as constantes A, B e C impõem aos gráficos da função elementar f, dada por $f(x) = \sin(x)$, como no exemplo da função f, dada por $f(x) = C + A \sin Bx$, sendo $A, B, C \in \mathbb{R}$.

As sequências de atividades foram elaboradas com base na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2003) e na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986).

A aprendizagem dos alunos terá como objeto matemático a função seno e suas propriedades com o auxílio do *software Winplot*.

Segundo Duval (2003) quanto maior a articulação entre os diferentes tipos de registros de representação semiótica, maior será a possibilidade de apreensão desse objeto. Assim pretende-se favorecer a conversão de registros de representação algébrica para representação gráfica e vice-versa. Os alunos utilizarão o registro na língua natural para descreverem alguns acontecimentos decorrentes do registro de representação gráfico e algébrico da função seno.

As sequências de atividades programadas são *adidáticas*, desenvolvidas pelos alunos por meio da ação, formulação, validação e por fim a institucionalização realizada pela pesquisadora, segundo Brousseau (1986).

Estes aportes teóricos estão presentes nas sequências de atividades desta pesquisa, nos conceitos relacionados à função seno. Junto às análises estão descritos os diálogos dos alunos e ao final as competências e habilidades envolvidas em cada uma das sequências de atividades.

5.1 Sequência de Atividade - Parte I

No primeiro encontro com os estudantes no laboratório de informática, foi entregue uma sequência de atividade para verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre funções, a atividade é para relacionar o registro algébrico com o registro gráfico das funções polinomial de 1º grau, constante, polinomial do 2º grau e seno.

O motivo da escolha destas funções se deve ao fato da hipótese que estes conteúdos já foram abordados e consequentemente consigam realizar a atividade, pois no momento da investigação os alunos situam-se no quarto bimestre da 2ª série do ensino médio. Segundo Duval (2003) relacionar as conversões dos registros de representação semiótica, constitui uma condição de acesso à compreensão em Matemática.

Nesta sequência de atividade parte I os alunos responderão sem o uso do computador e tem-se como hipótese a duração máxima de 20 minutos para a resolução.

Os três alunos que serão identificados por X, Y e Z receberão individualmente uma folha com as sequências de atividades para acompanhar, facilitar a discussão e o registro das respostas.

Eles farão o registro na língua natural na folha que contém as questões da sequência de atividade parte I, os estudantes foram informados da importância do registro realizado por eles, pois não pretendia-se que ficassem incomodados com a presença do aparelho celular sobre um dos computadores dos alunos, com o

gravador de voz ligado. A pesquisadora ficou observando e registrando para mais tarde conferir com a gravação.

No primeiro encontro foram reservadas duas aulas, ou seja, cem minutos com os alunos no laboratório de informática e a partir daí deu-se início ao questionário sobre o uso de computadores, a sequência de atividade parte I. Após aprenderão a manusear o *software Winplot* para realizarem a parte II e as outras sequências de atividade.

Análise *a priori* da atividade diagnóstica

Espera-se que os alunos consigam associar cada expressão algébrica com seu respectivo gráfico, pois função polinomial do 1º grau, função constante e função polinomial do 2º grau, são conteúdos provavelmente já estudados na 1ª série do ensino médio e a função seno é indicada para o primeiro bimestre da 2ª série do ensino médio, como as atividades foram aplicadas no final do ano de 2012, acredita-se que consigam realizar esta atividade.

Nesta atividade os alunos não utilizaram o computador. Os estudantes foram recebidos na sala de informática e avisados da importância do registro sem a preocupação de estar certo ou errado procurando empenhar-se nas atividades, pois iriam contribuir com as elaborações de futuras questões. As folhas com a sequência de atividade parte I foi entregue para cada aluno, tiveram a informação que poderiam responder à caneta ou a lápis, mas que não deveriam rasurar e nem apagar o registro.

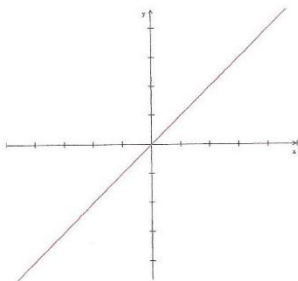
Os alunos decidiram responder primeiramente a lápis e depois escreveram por cima com a caneta.

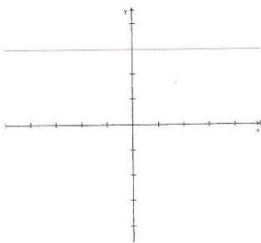
Quadro 4: Atividade diagnóstica – Parte I

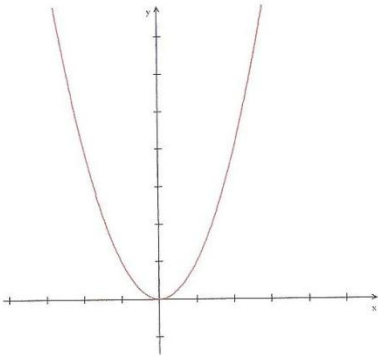
Parte I

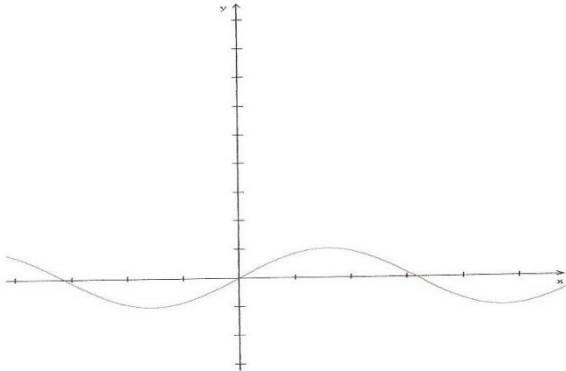
1) Associe cada expressão algébrica com a sua representação gráfica:

(*b*) $f(x) = 3$
 (*c*) $f(x) = x^2$
 (*d*) $f(x) = \text{sen}x$
 (*a*) $f(x) = x$

a) 

b) 

c) 

d) 

Análise *a posteriori* da atividade diagnóstica

No início da sequência de atividades, durante alguns minutos houve certo silêncio. Após este momento começaram a dialogar:

X:- Como assim? (Comenta o aluno).

Y:- É associar, qual é o **a**, o **b**... “**tá**” escrito!

X:- Ah!.... “**tá**”.

Y: - *Acho que este é este, pois está no três.*

X e Z - *Também acho, é o **b**.* (Disseram os alunos).

X : - *E os outros?*

Y: - *O x^2 é este! esqueci o nome.*

Z: - *Parábola?*

X : - *“Pode crer é isso mesmo!”*

Y: - *“Então, seno de x é este, porque não lembro deste”.*

Z e X: - *“Deve ser... marca **d**.”*

Y: - *“Então terminamos, sobrou só este!”*

Os alunos realizaram a atividade dentro do tempo esperado, ou seja, em torno de vinte minutos e não tiveram dúvidas da função constante, porém as outras funções eles tentaram lembrar. Tinha-se a hipótese de que fossem ser resgatados conhecimentos vivenciados, mas relacionar o registro algébrico com o registro gráfico não foi fácil, provavelmente por não conhecerem as conversões dos registros de representação semiótica para estas funções.

Nesta atividade os estudantes vivenciaram a Situação de Ação, pois os alunos estavam empenhados na busca da solução imediata.

Ao término da atividade, já instalado o *data show* em uma das máquinas reservada para a pesquisadora fazer a apresentação do *software*, pois para realizar as partes II, III e IV será necessário o uso do *Winplot*.

Os alunos receberam cada um, uma mídia portátil, pois ocupavam computadores diferentes, para gravarem as possíveis resoluções. A pesquisadora explicou que o *Winplot* constrói gráficos em duas dimensões e também em três dimensões, mostrando como digitar uma expressão algébrica e também algumas particularidades do próprio *software*.

Após a explicação os estudantes curiosamente ficaram durante algum tempo explorando, verificando as potencialidades do *Winplot* e perceberam que o plano cartesiano é infinito, não se limitando somente aos valores apresentados na tela inicial.

Ao entregarem a Parte I a pesquisadora percebeu que somente havia uma folha com as anotações e a outras estavam rascunhadas, pois os alunos acharam que podiam entregar somente uma folha com as supostas respostas. Sem nenhum questionamento a pesquisadora decidiu aceitar a resposta conjunta.

5.2 Sequência de Atividades - Parte II

Análise *a priori* da atividade II

Na primeira questão da parte II da sequência de atividades, tem-se por objetivo verificar se os alunos identificam nas funções do tipo $f(x) = ax+b$ a variação dos seus coeficientes **a** e **b**, sendo $(a, b \in \mathbb{R})$, assim como a verificação da mudança de registro de representação semiótica, por meio das conversões dos registros algébricos para os registros gráficos.

Este é o primeiro momento de contato com o *software* para realizar as atividades. Na sequência eles deverão responder a questão referente à construção por meio do uso do *Winplot*.

Quadro 5: Protocolo da atividade parte II

Parte II

1) Verifique utilizando o *software Winplot* , em um único sistema de eixos cartesianos os gráficos das funções:

a) $f(x) = x$

b) $f(x) = x+2$

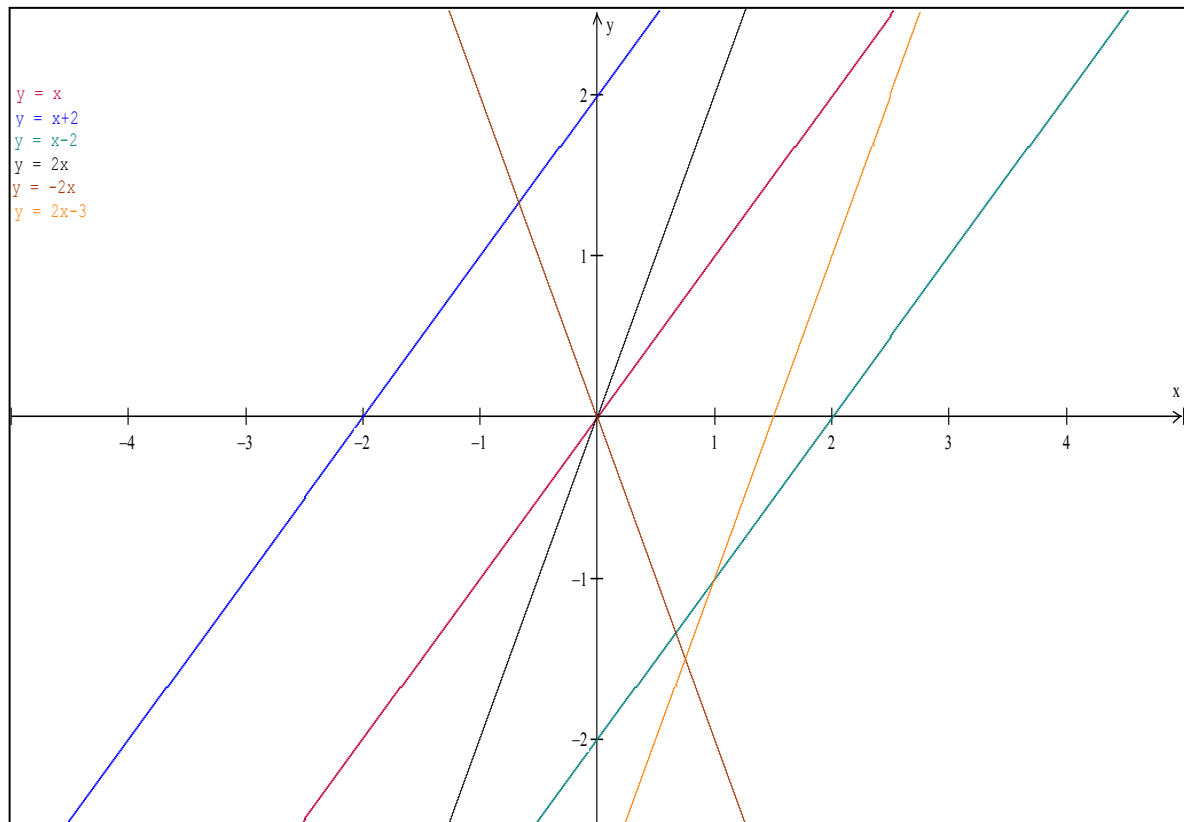
c) $f(x) = x-2$

d) $f(x) = 2x$

e) $f(x) = -2x$

f) $f(x) = 2x-3$

Gráfico 2: Protocolo da atividade 1, parte II realizada pelos alunos



Ao digitarem a primeira expressão da função dada por $f(x)=x$, o aluno disse:

X: - “Eita”! (Reação ao verificar o gráfico na tela)

Z: - O que aconteceu com esta? Volta. (O aluno põe a mão na tela do computador)

Y: - Passou no (2).

Y:- Passou no (-2).

X: - Vou voltar... É mesmo, passa no número.

Z: - E este dois aqui? O que ele fez?

X: - Sei lá, nada.

Y: - Tá perto do x, mas desceu um pouco.

Y: - Virou, acho que é o menos que faz isso. (O aluno se refere a $f(x)= -2x$)

Z: - Então volta... é isso mesmo!

Y: - Este passou no (-3).

No momento de efetuar as anotações no registro da língua natural, os alunos fizeram e refizeram os gráficos, utilizando o recurso “inventário”, no qual pode-se apagar e editar as funções.

Quadro 6: Protocolo da atividade 2, parte II

2) Quais as semelhanças e diferenças entre eles? Descubra qual é o papel dos coeficientes?

Semelhanças: Todas as linhas são retas
 Diferenças: A alternativa e) $f(x) = -2x$ está em direção oposta, sendo assim, é negativa. Eles definem o tipo de função, o local onde a linha será traçada

Análise a posteriori da questão 2 parte II

Os estudantes conseguiram utilizar o *software* com muita facilidade, conforme os gráficos iam aparecendo a cor é alterada, então eles perceberam que ao digitar a expressão algébrica $f(x) = -2x$, visualmente o gráfico mudou a inclinação. Concluíram que o motivo foi pelo fato do *signal* ser negativo.

Quando escreveram “Eles definem o tipo de função, o local onde a linha será traçada”, estão se referindo ao coeficiente **b** que determina no eixo **y** o ponto em que foi traçado o gráfico, não perceberam a alteração do coeficiente **a**.

Os alunos vivenciaram as situações de ação, pois leram a atividade, tentaram resolvê-la, manusearam o *software* para analisar os registros de representação semiótica e conjecturar possíveis resultados à situação de formulação.

Questões 3 e 4:

Quadro 7: Protocolo da questão 3, parte II

3) Analise os gráficos das funções, em um único sistema de eixos cartesianos utilizando o *software Winplot*:

a) $f(x) = x^2$

b) $f(x) = -x^2$

b) $f(x) = x^2 + 2$

c) $f(x) = x^2 - 2$

d) $f(x) = 2x^2$

e) $f(x) = -2x^2$

f) $f(x) = 2x^2 - 3$

g) $f(x) = 2x^2 + 3$

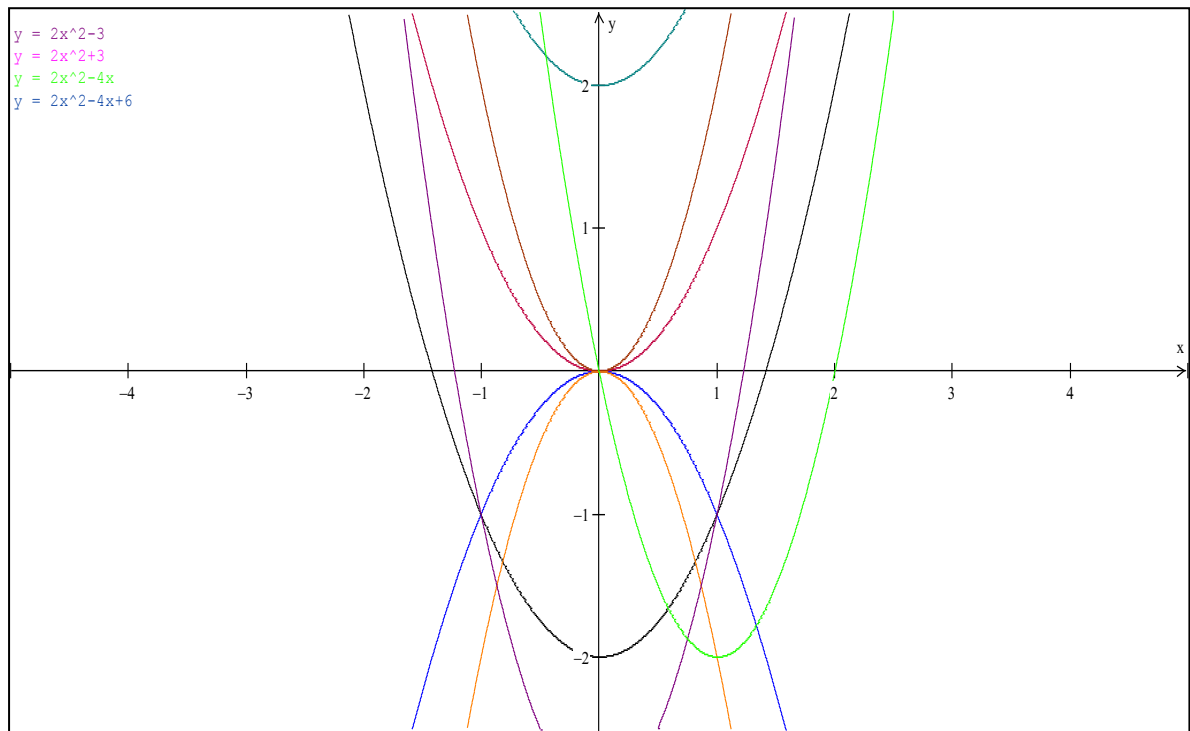
h) $f(x) = 2x^2 - 4x$

i) $f(x) = 2x^2 - 4x + 6$

Análise *a priori* da questão 3 da parte II

Na construção dos gráficos pelo *software* espera-se que os alunos para responderem a questão 4, verifiquem as variações provocadas pelos coeficientes **a**, **b** e **c**, sendo $(a, b \text{ e } c \in \mathbb{R})$, ou seja, nos deslocamentos e nas reflexões nas funções polinomiais de 2º grau, sendo observadas as conversões de registros algébricos para registros gráficos.

Gráfico 3: Questão 3, parte II construído pelos alunos com o uso software Winplot



Transcrição dos diálogos dos alunos

Ao digitarem a primeira expressão os alunos disseram:

Y: - Não disse que era este da outra que nós fizemos, então acertamos. (O aluno ao digitar a expressão $f(x) = x^2$, lembra da atividade parte I).

Z: - Nossa! “Cadê” esse?

Y: - “Tá” aqui, diminui a tela (O aluno para verificar funções que não aparecem na tela, utiliza a tecla *pg-dn* que no Winplot serve para diminuir o Zoom).

X: - O outro desceu.

Y: - Já entendi um é o contrário do outro.

Z: - Já vi!

Y: - Só que este não é contrário, foi até o (-3).

X: - O menos que “tá” na frente, é o que vira. (O aluno tenta explicar as alterações).

Y: - Nesse tem o (-4x), mas não passa no negativo fiz a conta e passa na resposta (o aluno resolve a equação, verifica no gráfico e fica confuso).

Z: - Então passa na resposta é isto!

Quadro 8: Protocolo da questão 4 parte II

4) Quais as semelhanças e diferenças entre eles?

A semelhança é que todas são parábolas, pois são todas de segundo grau. As positivas ficam pra cima e as negativas são inversas. (O exercício h) é o único com dois resultados positivos, por isso se encontra apenas no lado direito.

Análise a posteriori da questão 4 parte II

Os alunos identificaram a função polinomial do segundo grau, assim como a sua concavidade (não dizem em nenhum instante esta palavra) determinada pelo coeficiente **a**, concluindo “*Os positivos ficam pra cima e os negativos são inversos*”, ou seja, o aluno quer dizer sobre a simetria em relação ao eixo **x**. Fizeram também o comentário somente do item **h** que é a função f , dada por $f(x) = 2x^2 - 4x$ “*é o único com dois resultados positivos, por isso se encontra apenas no lado direito*”.

Verificaram as raízes da equação, porém os coeficientes das outras funções, não mencionaram, dando ênfase somente na concavidade das parábolas. Nesta atividade os alunos vivenciaram as situações de ação e de formulação, pois manusearam o *software*, analisaram os registros de representação semiótica e encontram as raízes de uma função.

Questões 5 e 6:

Quadro 9: Protocolo das questões 5 e 6

5) Analise os gráficos, em um único sistema de eixos cartesianos, utilizando o *software Winplot*:

a) $f(x) = x$

b) $f(x) = -x$

c) $f(x) = x^2$

d) $f(x) = -x^2$

e) $f(x) = x^3$

f) $f(x) = -x^3$

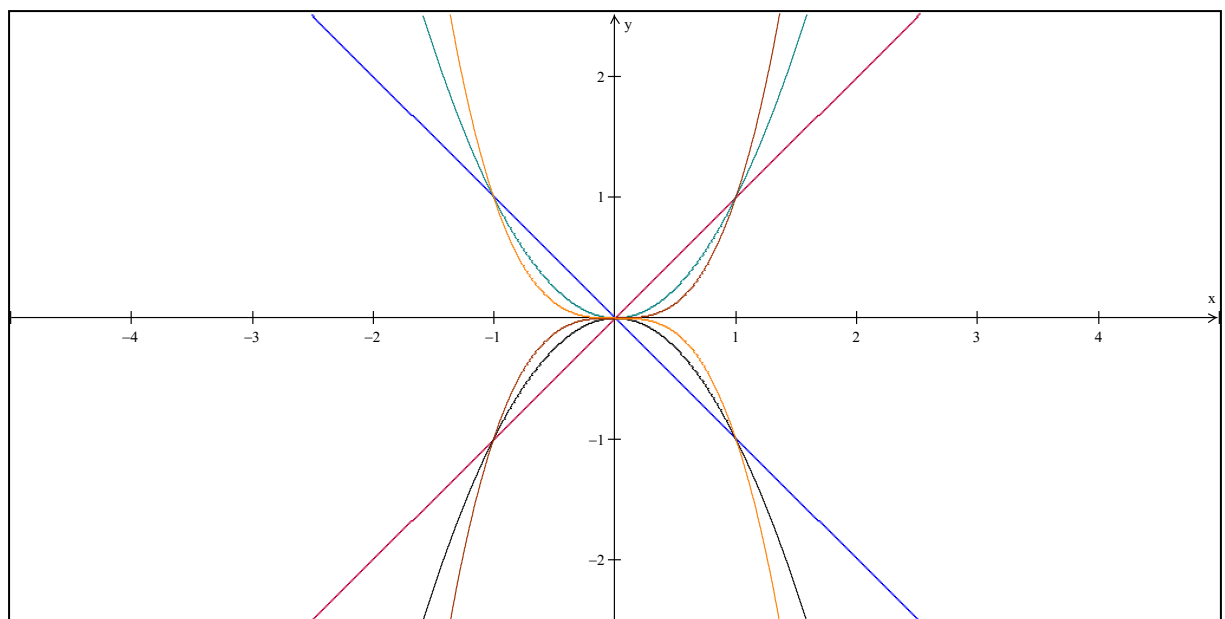
6) Quais as semelhanças e diferenças entre eles?

Análise *a priori* das questões 5 e 6 parte II

Nas questões 5 e 6 espera-se que os alunos percebam as mudanças dadas nos gráficos devido ao grau dos polinômios, verificando as alterações das expressões algébricas nos seus respectivos gráficos, assim como observem as simetrias de cada um.

A seguir o gráfico construído pelos alunos utilizando o *software Winplot*.

Gráfico 4: Questão 5, parte II construído pelo aluno X, com uso do *Winplot*



Transcrição dos diálogos dos alunos

Ao digitarem as expressões algébricas os alunos disseram:

Z: - *Esta é fácil, um é o contrário do outro.* (Comenta o aluno ao perceber a reflexão do gráfico em relação ao eixo x , provocado pelo coeficiente negativo).

Y: - *Olha o (3), que legal!* (O aluno vislumbra ao ver a função de terceiro grau).

X: - *Põe o (4), o (5)* (Os alunos começam a verificar as funções com outros expoentes).

Z: - *Dá pra ver com qualquer número?*

Y: - *Não sei, acho que sim.*

Z: - *A mudança é pouca de um para o outro* (O aluno deduz que as mudanças nos gráficos após verificarem outras funções polinomiais).

Quadro 10: Protocolo da resposta dos alunos da questão 6, parte II

6) Quais as semelhanças e diferenças entre eles?

Todos possuem a mesma origem (0). Os itens a e b são funções quadráticas e c e d são parábolas abertas e os itens e e f são funções de terceiro grau. É outra semelhança a que dependendo da elevação do x a função muda.

Análise a posteriori das questões 5 e 6 parte II

Os alunos conseguiram verificar as semelhanças e diferenças entre os gráficos percebendo também que as alterações referem-se ao grau do polinômio, quando na análise escrevem “*elevação do x* ”.

Nesta atividade os estudantes vivenciaram as situações de ação e formulação, pois manusearam o *software*, analisaram e formularam possíveis conclusões, também experimentaram outros valores para os polinômios resultando em novos gráficos.

Analisando a parte II percebe-se que os alunos compreenderam as conversões de registros algébricos para registros gráficos e vice-versa.

Ao verificar as respostas dos alunos observa-se algumas competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática que constam nos PCNEM (1999) ainda precisam ser mais trabalhadas com os alunos, como:

Representação e comunicação

- Exprimir-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta.
- Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas.

Nas competências investigação e compreensão que constam nos PCNEM (1999) percebe-se que os alunos desenvolveram as seguintes habilidades:

- Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc).
- Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.
- Formular hipóteses e prever resultados.

5.3 ANÁLISES DAS SEQUÊNCIAS DE ATIVIDADES COM A FUNÇÃO SENO

Segundo encontro no laboratório de informática, neste dia foram reservadas duas aulas, ou seja, cem minutos para os alunos responderem as sequências de atividades parte III e IV.

As sequências de atividades estão relacionadas à função seno e ao uso do *software Winplot*, ressaltando que segundo Duval (2003) em uma resolução de um problema, um registro pode aparecer em evidência, mas deve existir sempre a possibilidade de converter de um registro ao outro e a articulação desses diferentes registros é uma condição necessária para a compreensão Matemática.

A seguir as partes III, IV e V voltadas à função seno, sendo que a parte V estará integrada com a Física.

5.3.1 Análises das atividades - PARTE III

Questão 1

Quadro 11: Protocolo da questão 1, parte III

1) Utilizando o *software Winplot* construa em um único sistema de eixos cartesianos:

a) $f(x) = \text{sen}x$

b) $f(x) = 3\text{sen}x$

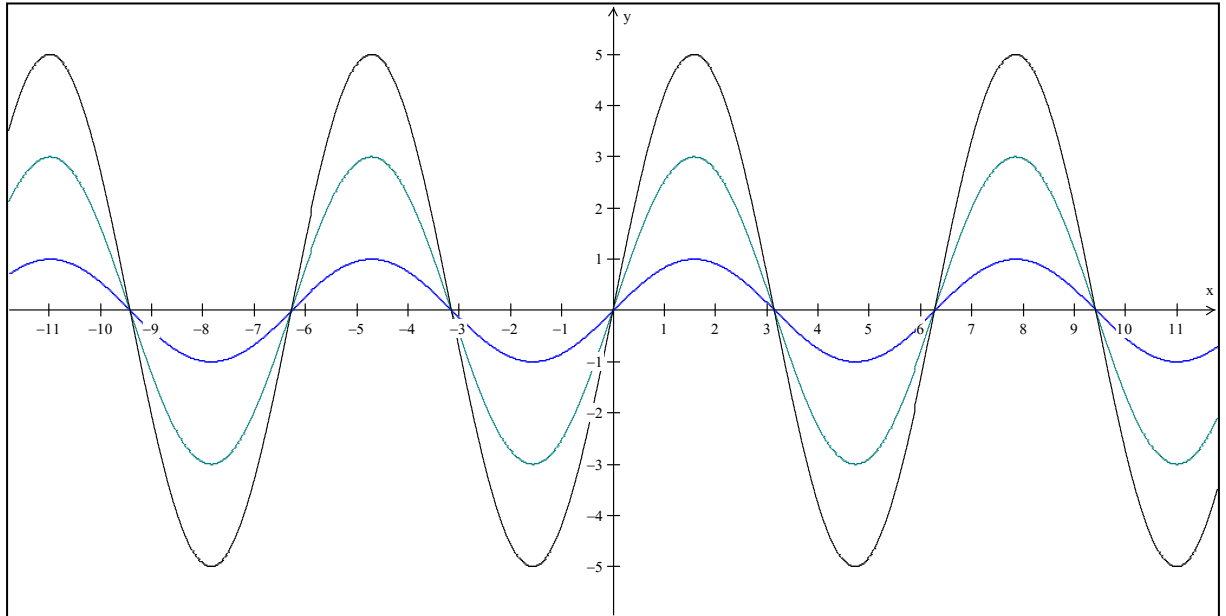
c) $f(x) = 5\text{sen}x$

d) Quais as mudanças que ocorreram? Justifique sua resposta.

Análise *a priori* da questão 1 parte III

Espera-se que os alunos percebam as alterações provocadas pela interferência da constante **A** no gráfico da função, acredita-se numa melhor observação com relação à constante **A**, sendo ($A \in \mathbb{R}$) que está relacionada à amplitude da onda, isto é, à distância entre o eixo horizontal e o valor máximo da função.

Gráfico 5: Gráfico da questão 1, parte III construído pelos alunos.



Transcrição dos diálogos dos alunos

Z: - *Nossa, que diferente!!!!* (Relata o aluno ao verificar a função seno).

X: - *Diminui a tela* (O aluno usa o recurso do software para diminuir o zoom da tela).

Y: - *“Sei lá” parece um “tipo” de onda.*

Z: - *Subiu, subiu por causa do 3.*

Y: - *Verdade, subiu no 5.*

X: - *Fácil, este é o seno então.*

Z: - *Então escreve aí que o número... “sei lá” aumenta a onda.*

X: - *Não oooooh! Faz ela crescer.*

Z: - *Então foi o que eu disse aumenta a onda.*

Quadro 12: Resposta dos alunos referente à questão 1, parte III

d) Quais as mudanças que ocorreram? Justifique sua resposta.

Com a adição do seno o gráfico mudou em um tipo de onda. O número e atrás do seno é responsável pela altura da função.

Análise a posteriori da questão 1, parte III

Na resposta dos alunos percebe-se o pouco contato com a função seno, ao relatarem “um tipo de onda”, ao digitarem a expressão algébrica no *software* ficaram inquietos quando visualizaram o gráfico, como se tivessem visto algo muito diferente.

Ao digitarem a função f , dada por $f(x) = 3\text{sen}x$ perceberam que a altura da onda alterou e logo depois com a construção da função f , dada por $f(x) = 5\text{sen}x$ tiveram a certeza, conforme mostra o quadro 12. Ao realizarem a atividade utilizando o *software* os alunos vivenciaram a situação de ação e ao tentarem justificar a resposta, a situação de formulação.

Questão 2, Parte III

Quadro 13: Questão 2, parte III

2) Utilizando o *software Winplot* construa em um único sistema de eixos cartesianos:

a) $f(x) = \text{sen}x$

b) $f(x) = \text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$

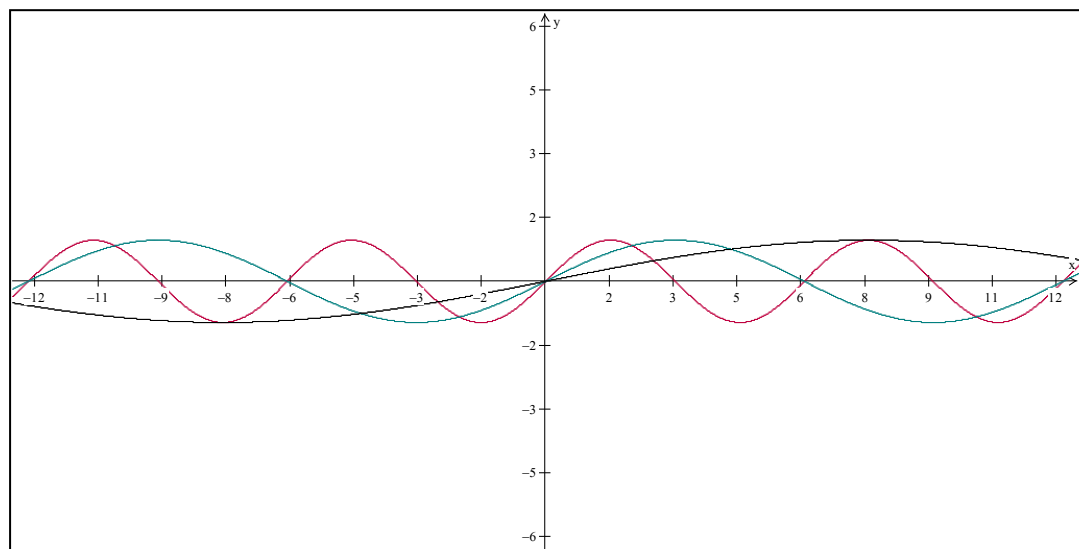
c) $f(x) = \text{sen}\left(\frac{x}{5}\right)$

d) O que aconteceu com os gráficos? Qual a justificativa para tais mudanças.

Análise *a priori* da questão 2, parte III

Espera-se que os alunos percebam com a construção dos gráficos utilizando o *software* que o gráfico da função f , dada por $f(x) = \sin x$ completa o período em 2π , enquanto o gráfico da função f , dada por $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$ completa seu período em 4π .

Gráfico 6: Questão 2, parte III construído pelos alunos



Transcrição dos diálogos dos alunos, questão 2 parte III

Z: - “Vixi”, tem fração. (O aluno fica preocupado com a fração).

Y: - “Tá” é a seno de x .

X: - Nem sei fração.

X : - Nossa... diminui a tela.

Y: - Olha pra onde ela foi!

Z: - E a outra?

Y: - Volta de novo.

Z: - Mudou... fez mudar, como é que chama esse número? (O aluno ficou confuso por causa da fração).

Y: - Tem “a ver” com numerador...denominador...sei lá.

X: - É tem “a ver” não sei quem é quem.

Z: - “Tá” não põe nada, tipo o número faz mudar.

Y: - “Tipo” suaviza, “sei lá”... estica.

Z: - “Tá” escreve então.

Y: - Vou escrever que mudou a suavidade.

Quadro 14: Resposta dos alunos da questão 2, parte III

d) O que aconteceu com os gráficos? Qual a justificativa para tais mudanças.

Eles mudaram na suavidade da onda. As mudanças ocorreram devido o número ~~ser~~ o X.

Análise a posteriori da questão 2, parte III

No momento da digitação da expressão algébrica da função f , dada por $f(x) = \left(\frac{x}{2}\right)$ no *software*, percebe-se que ao digitar a fração $\frac{x}{2}$ causou certo desconforto para realizar a atividade, não lembravam-se quem era o denominador, numerador, dificultando o registro da resposta, notaram que o numerador provocou mudanças no gráfico, mas não souberam registrar conforme mostra o quadro acima.

Ao realizarem esta atividade utilizando o *software* nos itens **a**, **b** e **c**, vivenciam a situação de ação e para justificar o item **d** ao dialogarem entre si para fazer o registro na língua natural, estavam na situação de formulação.

Questão 3, parte III

Análise a priori da questão 3, parte III

Nesta questão espera-se que os alunos verifiquem as diferenças nos períodos das funções, percebam a diminuição do período em 2 vezes e na outra função 5 vezes, acredita-se na possibilidade dos estudantes terem dificuldade ao escreverem no registro da língua natural as alterações provocadas pelas constantes.

Quadro 15: Atividades da questão 3, parte III.

3) Utilizando o *software Winplot* construa em um único sistema de eixos cartesianos os seguintes gráficos:

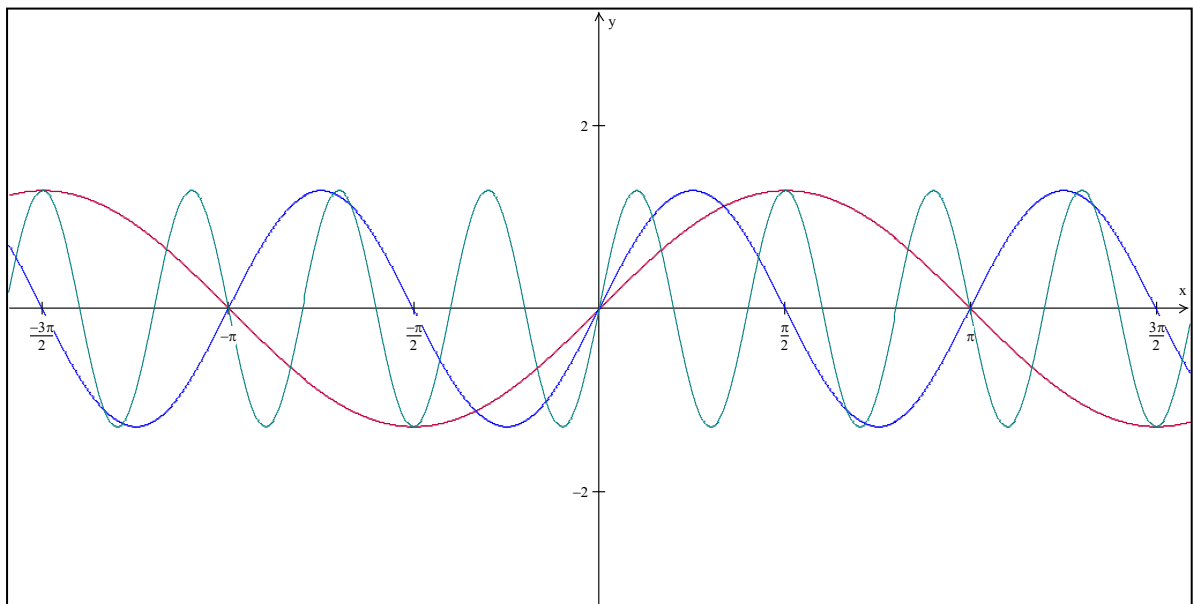
a) $f(x) = \sin x$

b) $f(x) = \sin 2x$

c) $f(x) = \sin 5x$

d) Você deve ter percebido a diferença entre as formas “senoidais” dos 3 gráficos que acabou de ter sido construído. Explique o que ocorreu para acontecer tais mudanças.

Gráfico 7: Gráfico da questão 3, parte III construído pelos alunos



Transcrição dos diálogos dos alunos

Y: - Lá vem a seno de x ...onda. (O aluno percebe a existência nas atividades da $f(x) = \sin x$ e reconhece o gráfico).

X: - Acabou fração.... ainda bem.

Y:- “Uia”...!

Z: - Essa ficou mais “tipo” estreita.

X: - Encolheu.

Y: - Então “tá” certo um estica e o outro encolhe.

Z:- Finaliza então... escreve que estreita.

Quadro 16: Resposta dos alunos da questão 3, parte III

d) Você deve ter percebido a diferença entre as formas “senoidais” dos 3 gráficos que acabou de ter sido construído. Explique o que ocorreu para acontecer tais mudanças.

A partir da multiplicação do x, as ondas se tornaram mais estreitas a cada número maior.

Análise a posteriori da questão 3, parte III

Apesar das dificuldades apresentadas nos conceitos, os alunos perceberam a diminuição do período ao visualizarem o gráfico e que as constantes provocaram alterações quando dizem “as ondas se tornaram mais estreitas”, conforme mostra o quadro 16.

Ao realizarem esta atividade nos itens **a**, **b** e **c** vivenciaram a situação de ação, e para responder o item **d**, a situação de formulação.

Questão 4, parte III

Análise a priori da questão 4, parte III

Espera-se que o aluno note as amplitudes dos gráficos continuam sendo as mesmas, verifiquem também o deslocamento vertical de uma unidade para cima na função f , dada por $f(x) = 1 + \sin 5x$ e depois na função f , dada por $f(x) = 5 + \sin 5x$ de 5 unidades para cima e também o período foi dividido por 5.

Após as análises os alunos deverão preencher a tabela na qual envolve alguns elementos da função seno, ou seja, domínio, imagem, período, amplitude e provavelmente tenham dificuldades com relação ao período, de como registrar este número.

Quadro 17: Questão 4, parte III

4) Utilizando o *software Winplot* construa em um único sistema de eixos cartesianos os seguintes gráficos:

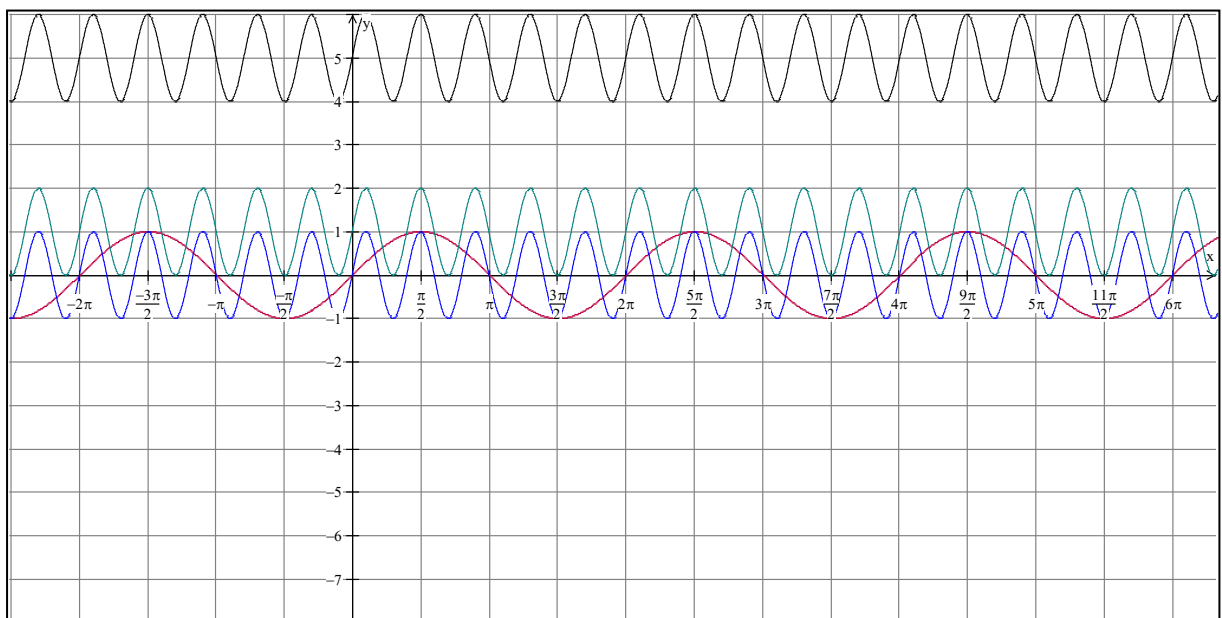
a) $f(x) = \text{sen}x$

b) $f(x) = \text{sen}5x$

c) $f(x) = 1 + \text{sen}5x$

d) $f(x) = 5 + \text{sen}5x$

Gráfico 8: Gráfico construído pelos alunos referente à questão 4, parte III.



Transcrição dos diálogos dos alunos

X: - Lá vem a seno de x. (O aluno reconhece a $f(x) = \text{sen}x$).

Y: - “Tá” só que o cinco apertou o gráfico... o período mudou.

Z: - Bom ... mudou.

Y: - Não mudou não... subiu, olha aqui!

Z: - Mudou e depois subiu, é o mesmo, só que subiu.

X: - Tem que responder.

Y: - Eu sei... "vixi"... melhor refazer.

X: - Põe em radiano...

Y: - Amplitude é a altura!

Y: - Período é o comprimento tipo isso eu sei, não lembro como escreve.

Z: - Acho que é só por o valor.

Y: - Põe o valor um a amplitude é um.

Z: - E o período?

Y: - A do seno vai até 2π . (O aluno observa o período da função).

X: - Não sei...

Y: - Se o da seno é 2π , então a de cinco é de 10π . (O aluno confunde parte gráfica com a algébrica e tenta achar uma solução para o período).

X: - Tipo vezes π .

Z: - Pode ser.

Y: - Acho que é!

Z: - Então põe 10π .

X: - E a imagem? Qual que põe primeiro?

Z: - Não lembro.

Y: - Acho que começa do negativo.

Y: - Vou escrever do menor para o maior, que acham?

X: - Concordo!

Z: - Também!

Y: - Então... "fechô"!

Quadro 18: Resposta dos alunos para questão 4, parte III

Comparação entre os gráficos				
	$f(x)=\text{sen}x$	$f(x)=\text{sen}5x$	$f(x)=1+\text{sen}5x$	$f(x)=5+\text{sen}5x$
Domínio	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
Período	2π	10π	10π	10π
Imagem	$-1;+1$	$-1;+1$	$0;+2$	$+4;+6$
Amplitude	1	1	1	1

Análise a posteriori da questão 4, parte III

Ao verificar as repostas percebem-se alguns elementos relacionados à função seno, e algumas propriedades como o domínio e a amplitude estão corretas e que as atividades anteriores foram importantes para realização desta. Pode-se observar que os alunos não tiveram dúvidas com relação ao domínio da função, respondendo com o símbolo do conjunto dos números reais, percebe-se a dificuldade no registro da imagem.

Com relação ao período, somente para a função f , dada por $f(x) = \text{sen}x$, conseguiram registrar corretamente. Os outros períodos foram registrados sem verificar o gráfico deduzindo que o período foi multiplicado por 2π na f , dada por $f(x)=\text{sen}5x$. Eles não tiveram dúvidas com relação à amplitude dos gráficos, na realização das atividades o primeiro gráfico a ser registrado é o da função f , dada por $f(x) = \text{sen}x$, o aluno “X” comenta: “lá vem a seno de x ”, como se já soubessem das suas características e comentam: “O 5 apertou o gráfico e não mudou a amplitude, o aluno Y disse”: - “o período mudou”.

O aluno corrige a fala do colega, referindo-se corretamente à amplitude, apesar de observar, no momento de registrar não percebe que o período diminui.

Ao analisarem o gráfico para preencher a tabela os estudantes vivenciaram a situação de ação. Para a construção dos gráficos a situação de formulação e situação de validação ao analisarem os gráficos e preencherem os dados na tabela.

Questões 5 e 6, parte III

Análise *a priori* da questão 5 parte III

Nestas atividades os alunos deverão ler e seguir as instruções do enunciado, observando o recurso do *Winplot*, conhecendo a família das funções f , dadas por: $f(x) = A \sin x$ e $f(x) = \sin Bx$, sendo $(A \text{ e } B \in \mathbb{R})$ verificando as diferentes variações provocadas pelos parâmetros específicos.

Ao digitar somente os coeficientes, o gráfico que aparece na tela do computador é de uma linha reta próxima ao eixo x , pois o valor mínimo determinado pelo *software* é zero, ao digitarem o valor de máximo 3, verificarão que a amplitude máxima será de três, definindo assim os extremos do intervalo do conjunto imagem da função. Aparecerão vinte gráficos que são definidos pela quantidade de passos, conforme a figura a seguir:

Figura 8: Tela família – Software Winplot

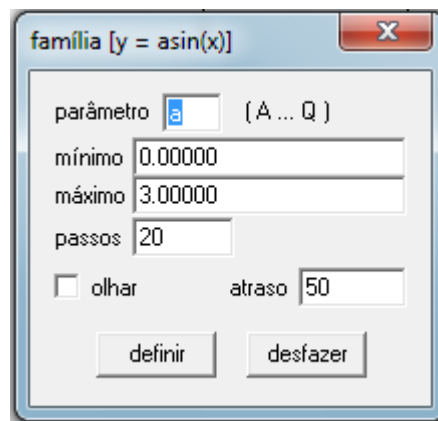
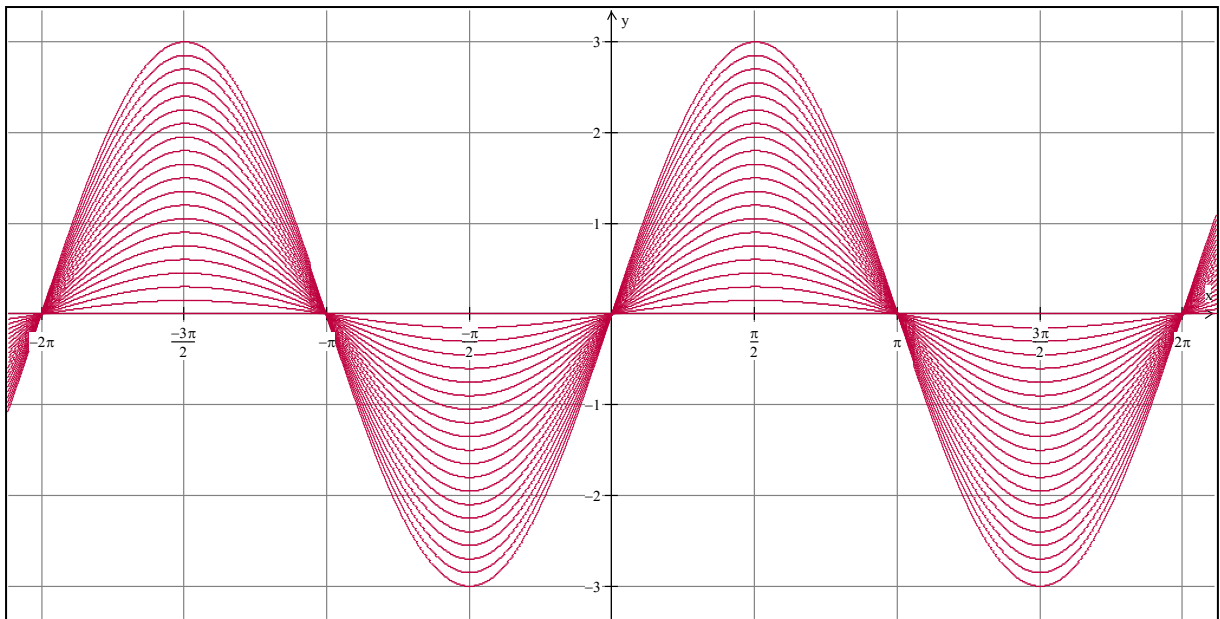


Gráfico 9: Gráfico da atividade 5, parte III construído pelos alunos



Quadro 19: Análise da questão 5, parte III, realizada pelos alunos

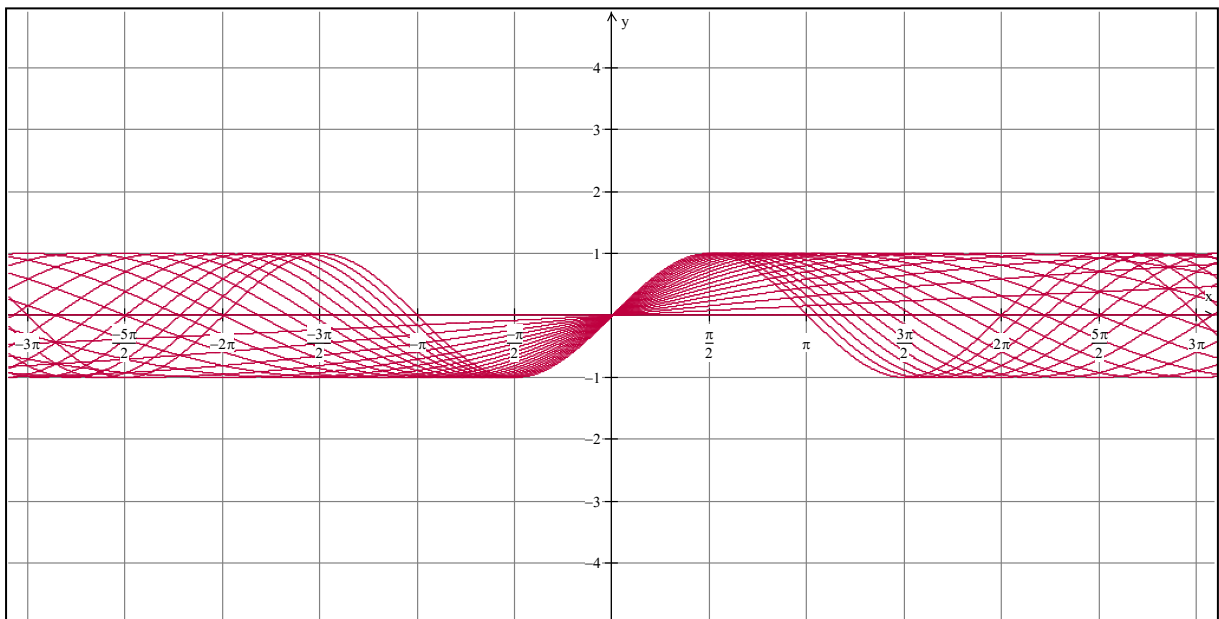
5)a) Utilizando o *software Winplot* digite $f(x)=A\sin x$, depois escolha – equação-inventário – família – máximo digite 3 e aplicar.
b) Repita este mesmo procedimento só que máximo digite 5 e aplicar. Anote suas conclusões.

*Do alterar o número máximo, a função que era linear tornou
várias funções ondulares, que seguem até a imagem 5 ou 6.*

Análise a posteriori da questão 5 parte III

Ao realizarem esta atividade os alunos ficaram surpresos com a construção final, ao aparecer a família do gráfico, isto fica evidente na análise feita por eles relatando que “a função era linear tornou várias funções ondulares” conforme quadro 19, referindo-se ao intervalo da imagem. Após esta atividade, os estudantes a refizeram com outros valores que queriam experimentar.

Gráfico 10: Gráfico da atividade 6, construído pelos alunos



Quadro 20: Análise da atividade 6, parte III, realizada pelos alunos

- 6) a) Utilizando o software *Winplot* digite $f(x) = \sin Bx$, depois escolha – equação-inventário – família – parâmetro B-aplicar.
 b) Repita este mesmo procedimento, porém digite 0.5 na opção mínimo e aplicar. Anote suas conclusões.

O que mudou desse exercício para o anterior é que nesse as ondas se tornaram mais suaves e o senoix tem mínimo 0,5 ficaram mais estreitas do que o senoix sem 0 em número mínimo

Análise a posteriori da questão 6

Nesta atividade ao construírem o gráfico utilizando o *Winplot* o objetivo era que percebessem a alteração do parâmetro B, a mudança deste é o que faz a modificação gráfica. Ao discutirem sobre esta atividade notaram que o parâmetro B fez esta alteração, porém não registraram na língua natural do porquê da mudança, comentando somente o aspecto visual do gráfico, conforme mostra o quadro 20.

5.3.2 Análises das atividades - PARTE IV

Neste terceiro encontro com duração aproximada de 100 minutos, os alunos chegaram à sala de informática, sempre antes de realizarem as atividades, abrem o programa espontaneamente e utilizam o *software Winplot* até o momento da instalação do equipamento *data show*.

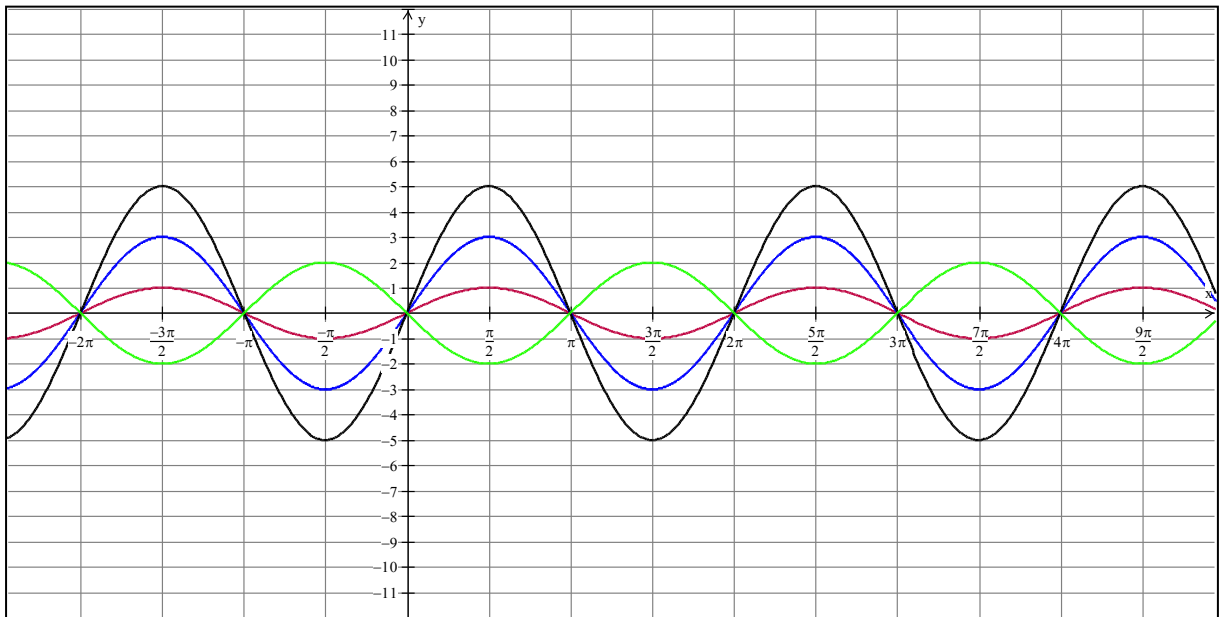
Observando os estudantes percebe-se que possuem certa afinidade com o *software*, experimentam digitar algumas funções algébricas aprendidas, utilizam outros coeficientes, comentam as alterações dos gráficos e conversam entre si tentando justificar tais mudanças.

Nesta sequência de atividades os gráficos estão prontos, salvos em mídias portáteis, por meio delas deverão somente abrir e responder as questões na folha impressa.

Análise *a priori* da questão 1 Parte IV

Nesta questão os alunos verificarão os gráficos prontos das funções dadas por $f(x)=\text{sen}x$, $f(x)=5\text{sen}x$, $f(x)=-2\text{sen}x$, $f(x)=3\text{sen}x$ e a partir deles deverão encontrar suas expressões algébricas, observar, analisar cada gráfico de acordo com as suas características. Espera-se que identifiquem os gráficos, analisem as diferenças provocadas pelas amplitudes, depois preencham a tabela anotando os domínios, imagens, períodos e amplitudes.

Gráfico 11: Arquivo gpronto.wp2 da atividade 1, parte IV



Quadro 21: Lacunas preenchidas pelos alunos, após análise do gráfico 10

1) Utilizando o software *Winplot* abra o arquivo gpronto.wp2, analise os gráficos e complete as lacunas:

- a) O gráfico (com cor vinho) representa o gráfico da $f(x) = \text{sen } x$.
- b) O gráfico (com cor preta) representa o gráfico da $f(x) = \underline{5 \text{ sen } x}$
- c) O gráfico (com cor verde) representa o gráfico da $f(x) = -2 \text{ sen } x$
- d) O gráfico (com cor azul) representa o gráfico da $f(x) = \underline{3 \text{ sen } x}$

Transcrição dos diálogos dos alunos

Y: - Bom... seno de x é essa cor acho que é vinho.

X: - É vinho.

Z: - $5 \text{ sen } x$ é a preta... "tá fácil"!

Y: - A azul é a $3 \text{ sen } x$.

Z: - Então a verde é a $-2 \text{ sen } x$.

Y: - Vamos responder...

Z: - Na imagem do negativo para o positivo.

Y: - Errei coloquei (3) e (- 3), agora não dá pra apagar.

Z: - “Já era”! Não é pra rasurar! Deixa assim.

Y: - “Affff”! E o período? Acho que é tudo igual.

Z: - É igual.... é tudo seno de x então é 2π .

Y: - Amplitude é fácil.

X: - Vamos “pro” próximo.

Quadro 22: Tabela de dados preenchida pelos alunos, após análise do gráfico¹⁰.

e) Preencha a tabela a seguir:

	$f(x)=\text{sen}x$	$f(x)=3\text{sen}x$	$f(x)=5\text{sen}x$	$f(x)= -2\text{sen}x$
Domínio	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
Imagem	$-1; +1$	$3; +3$	$5; -5$	$-2; +2$
Período	2π	2π	2π	2π
Amplitude	1	3	5	-2

Análise a posteriori da questão 1, parte IV

Os alunos começaram analisando a função f , dada por $f(x) = \text{sen}x$, a partir dela observaram, conseguiram preencher as lacunas com certa facilidade, não tiveram dúvidas para responder, assim como para completar a tabela. Apesar da dificuldade em registrar os intervalos das imagens não tiveram dúvidas ao preencher os domínios, os períodos e as amplitudes.

Ao abrirem o arquivo para análise e conjecturas para preencher as lacunas dos itens **a** até **d**, os alunos vivenciaram as situações de ação e formulação, pois acessaram o arquivo verificaram, empenharam-se na resolução. Para preencher o item **e**, apropriaram-se dos conhecimentos matemáticos na elaboração da resposta, sendo assim vivenciaram a situação de validação.

Questão 2, parte IV

Análise *a priori* da questão 2 parte IV

Nesta atividade os alunos terão que abrir dois arquivos do *Winplot* os quais contêm dois gráficos prontos os *gpronto2.wp2* e o *gpronto2.2.wp2*. Os arquivos mostram a modificação no parâmetro **B** sendo ($B \in \mathbb{R}$) e os períodos das funções estão alterados. Presume-se que notem, no primeiro arquivo os períodos diminuem ao digitarem as funções f , dadas por $f(x) = \sin 2x$, $f(x) = \sin x$ e $f(x) = \sin 5x$.

No segundo arquivo os períodos aumentam devido às funções: f , dadas por $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$ e $f(x) = \sin\left(\frac{x}{5}\right)$, espera-se que superem as dificuldades com relação às atividades anteriores nas quais mostraram erros ao fazerem os registros na língua natural, no item **2b**, os alunos deverão registrar o período sem a visualização gráfica.

Gráfico 12: Arquivo gpronto2.wp2

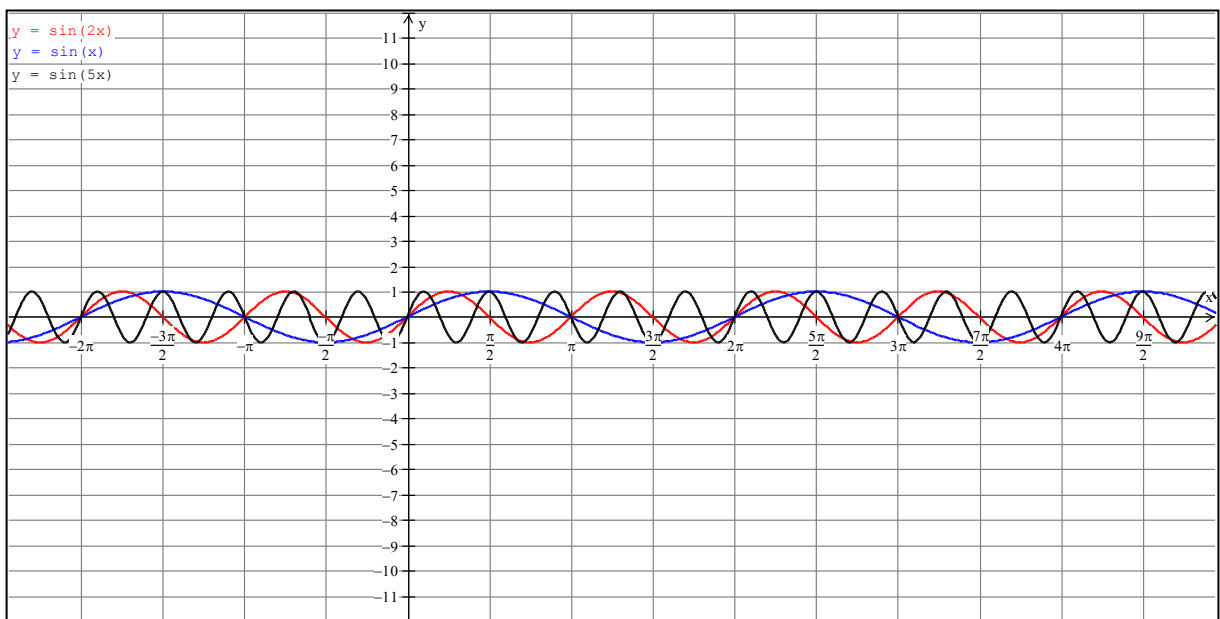
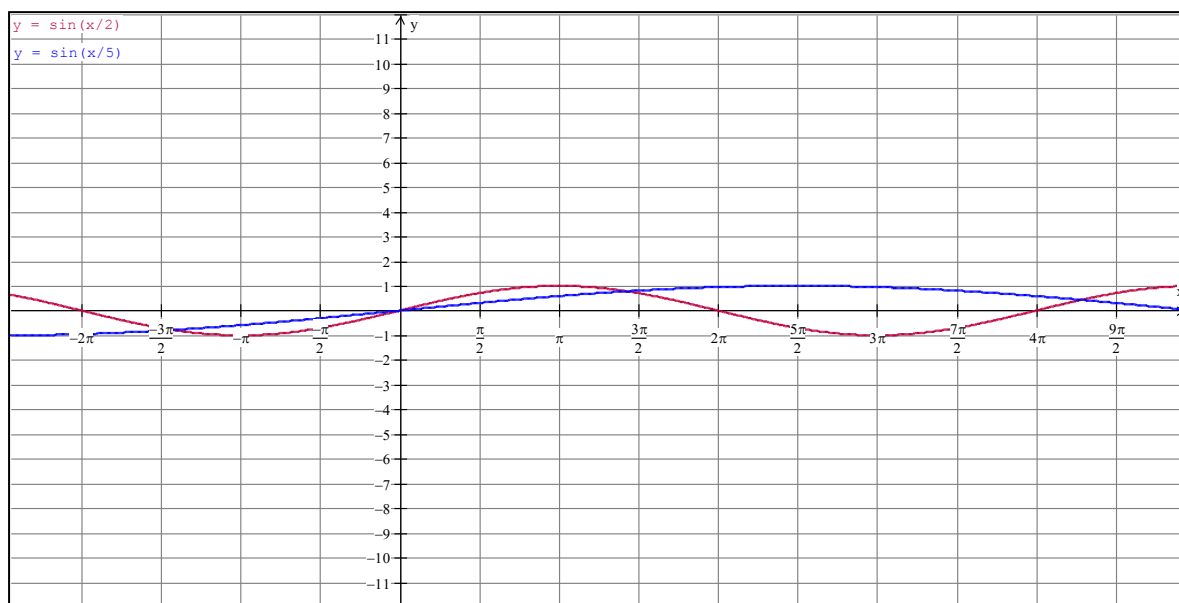


Gráfico 13: Arquivo gpronto2.2.wp2



Transcrição dos diálogos dos alunos

X: - Viu os dois arquivos?

Y: - Vi. Mexe só no período.

X: - Eu percebi! (O aluno passa o mouse no gráfico).

Z: - Em mais nada. (O aluno tenta comparar os gráficos).

X: - Eu não entendo a fração. (O aluno confere o gráfico com a escrita algébrica).

Y: - Ela faz aumentar o período.

Z: - Então ela faz aumentar e é fração.

Y: - Então vamos responder, só o período é diferente.

Y: - Amplitude um e a imagem de um a menos um.

X: - E o período, onde tem o x é 2π .

Y: - “Tá”, entendi, e na fração?

X: - O da fração é o contrário porque aumenta... então é ao contrário, fica “dois sobre 2π e cinco sobre 2π ”.

Y: É isso mesmo!!!

Z: É isso, então a **b** é “quatro sobre 2π ”.

X: Vamos “pro” próximo!

Quadro 23: Tabela da atividade 2, parte IV preenchida pelos alunos

2a) Utilize os gpronto2.wp2 e o arquivo gpronto2.2.wp2 no *software Winplot*, para preencher a tabela e responder as questões:

	$f(x)=\text{sen}x$	$f(x)=\text{sen}2x$	$f(x)=\text{sen}5x$	$f(x)=\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$	$f(x)=\text{sen}\left(\frac{x}{5}\right)$
Domínio	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
Imagem	$[-1; 1]$	$[-1; 1]$	$[-1; 1]$	$[-1; 1]$	$[-1; 1]$
Período	2π	2π	2π	4π	10π
Amplitude	1	1	1	1	1

Quadro 24: Registro da atividade 2b.

b) Qual é o período de f , dada por $f(x)=\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$

4π

Análise a posteriori da atividade 2 parte IV

Observa-se durante o registro algébrico quando exigida a análise do período da função e o mesmo varia, aparece a dificuldade dos alunos em expressá-lo. Ao analisarem os períodos das funções, na multiplicação o período diminui, porém eles acreditam que deve ser registrado conforme eles veem na forma algébrica, ou seja, por meio de uma multiplicação dando a ideia de que o período aumenta.

O mesmo acontece na divisão, neste caso o período aumenta, mas registraram por meio da fração dando a ideia que diminui, porém a fração aparece com o denominador e numerador trocados. Verifica-se que o domínio eles escrevem corretamente, quanto ao conjunto imagem acontece a mesma dificuldade registrando primeiro o valor positivo e depois o negativo sem indicar o intervalo como mostra o quadro 24.

Esta atividade tem intuito de verificar somente as alterações dos períodos, porém os alunos ficaram confusos com o registro gráfico, com o registro algébrico validando o item **2b** de forma inadequada.

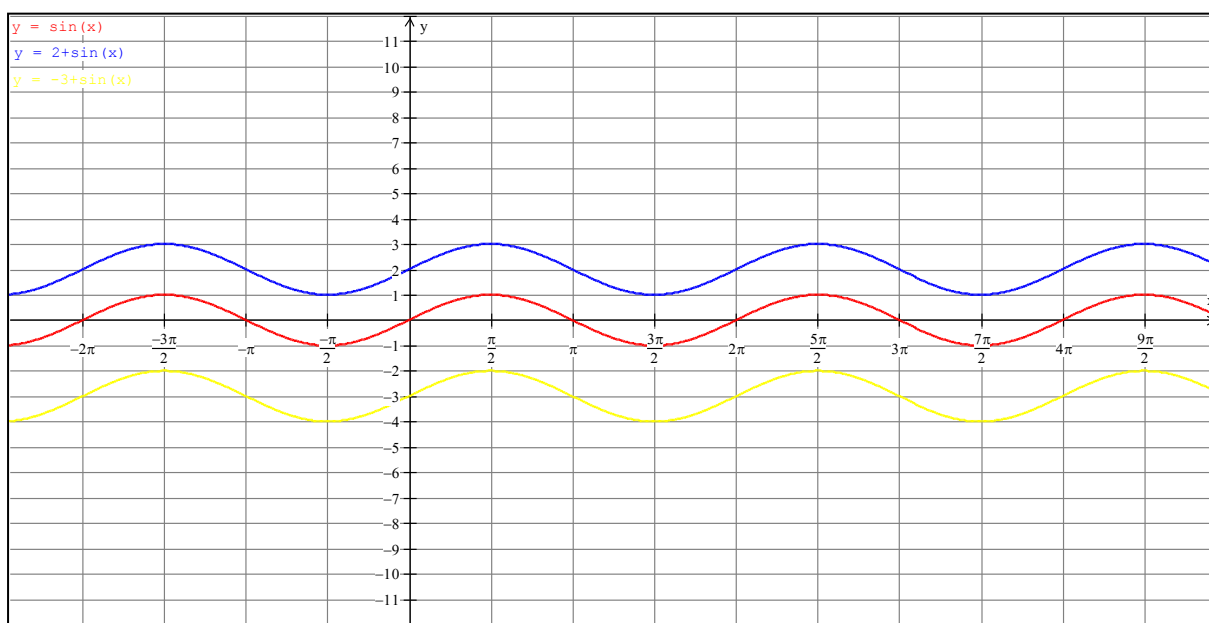
E ainda ao analisarem o gráfico, ao formularem as possíveis respostas para preencherem a tabela, vivenciaram as situações de ação e formulação. Para responder o item **b**, vivenciaram a situação de validação.

Questão 3

Análise *a priori* da atividade 3 parte IV

Nesta atividade os alunos deverão observar a variação do termo independente, a influência do mesmo no gráfico e a partir das análises preencherem a tabela em que constam o domínio, a imagem, o período e a amplitude das funções dadas por $f(x)=\sin x$ e $f(x)=2+\sin(x)$.

Gráfico 14: Arquivo gpronto3.wp2



Transcrição dos diálogos dos alunos

X: - Nossa!... Gráficos de miojo.

Y: - Será que usaram a função seno pra criar o miojo?

Z: - Miojo de seno.

Y: - Passa no (2) e no (-3).

Z: - O número determina onde vai passar.

X: - Vamos preencher, olha só...só muda a imagem!

Y: - É o resto é tudo igual.

Z: - Então vamos, menos o da seno de x somente as outras duas do três até um e do menos dois ao menos quatro.

X: - É isto mesmo!

Quadro 25: Resposta dos alunos da atividade 3, parte IV

3) Abra o arquivo gpronto3.wp2 e responda:		
	$f(x)=2+\text{sen}x$	$f(x)=-3+\text{sen}x$
Domínio	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
Imagem	$3 \leq y \leq 3$	$-4 \leq y \leq -2$
Período	2π	2π
Amplitude	1	1

Análise a posteriori da questão 3 parte IV

Os alunos não tiveram dificuldades para registrar os resultados, mesmo aparecendo o gráfico da função f , dada por $f(x)=\text{sen}x$, esta não deveria ser analisada, entende-se que conseguem confirmar com facilidade a função seno, também identificar o domínio e a imagem da função, apesar da escrita incorreta como mostra o registro no quadro acima.

Analysaram corretamente o período da função o qual não teve alteração, registraram a amplitude percebendo que o termo C , sendo $(C \in \mathbb{R})$ determina somente a movimentação em relação ao eixo x , sem alterar outras características, conforme mostra o Quadro 25. Verifica-se que os alunos vivenciaram as situações de ação e formulação ao abrir o arquivo, observar e analisar os gráficos, assim como preencher o quadro acima conjecturando os possíveis resultados.

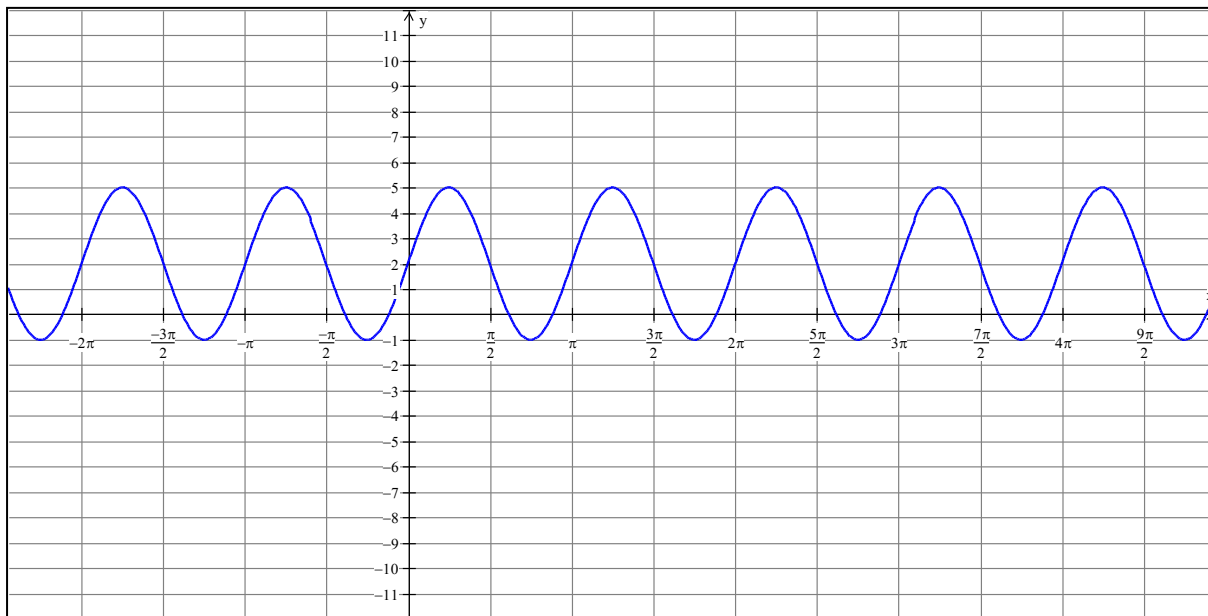
Questão 4

Análise a priori da questão 4 parte IV

Nesta atividade estão inseridos todos os parâmetros da função seno, os alunos precisam construir o gráfico e a partir dele preencher a tabela. Espera-se que os estudantes consigam registrar as análises, talvez com certa dificuldade no

registro algébrico, porém acredita-se no êxito em estabelecer as relações do gráfico com a parte algébrica.

Gráfico 15: $f(x) = 2 + 3\sin 2x$ construído pelos alunos utilizando o Winplot



Quadro 26: Resposta da questão 4, parte IV

4) Utilizando o *software Winplot* digite $f(x) = 2 + 3\sin 2x$ observe e determine:

Domínio: $\mathbb{R}$ Imagem: $5; -1$ Período: 22π Amplitude: 3

Análise a posteriori da questão 4 parte IV

Os estudantes começaram a analisar o gráfico com certa facilidade, escreveram o domínio da função f , dada por $f(x) = 2 + 3\sin 2x$ e conseguiram determinar a imagem, apesar do registro incorreto conforme mostra o quadro 26, em relação ao período verifica-se o mesmo problema ao registrar.

Tem-se na função f , dada por $f(x) = 2 + 3\sin 2x$ o parâmetro 2, os alunos multiplicam por 2π , daí o registro incorreto na resposta não perceberam que 2.2π são 4π , porém visualizaram no gráfico o período, apesar de não registrarem corretamente como se o valor de “ x ” tivesse a necessidade de ser sempre substituído por 2π .

Conseguiram determinar a amplitude, registrar de forma correta. Nesta atividade os alunos vivenciaram a situação de validação.

Questão 5

Análise a priori da questão 5 parte IV

Nesta atividade os alunos utilizarão a expressão algébrica $f(x) = C + A \sin Bx$, com $(A, B, C \in \mathbb{R})$ conhecerão a animação do *Winplot*, espera-se que visualizem a movimentação das famílias das expressões, sigam o roteiro para analisar todas as variações mostradas nas atividades anteriores.

Pretende-se a percepção do papel de cada parâmetro, assim como, despertar o interesse do uso da função seno na Física.

A seguir o roteiro da atividade e os resultados.

Quadro 27: Roteiro da atividade 5

5) Utilize o *software Winplot* e digite $f(x) = C + A \sin Bx$, escolha:

1º anim- Parâmetros A-W – escolha C (movimente pela barra de rolagem) defina [-1 def L 1 def R] – auto rev ou auto cícl - fechar.

2º anim- parâmetros A-W – escolha A (movimente pela barra de rolagem) defina [-2 def L 5 def R] - auto rev ou auto cícl - fechar.

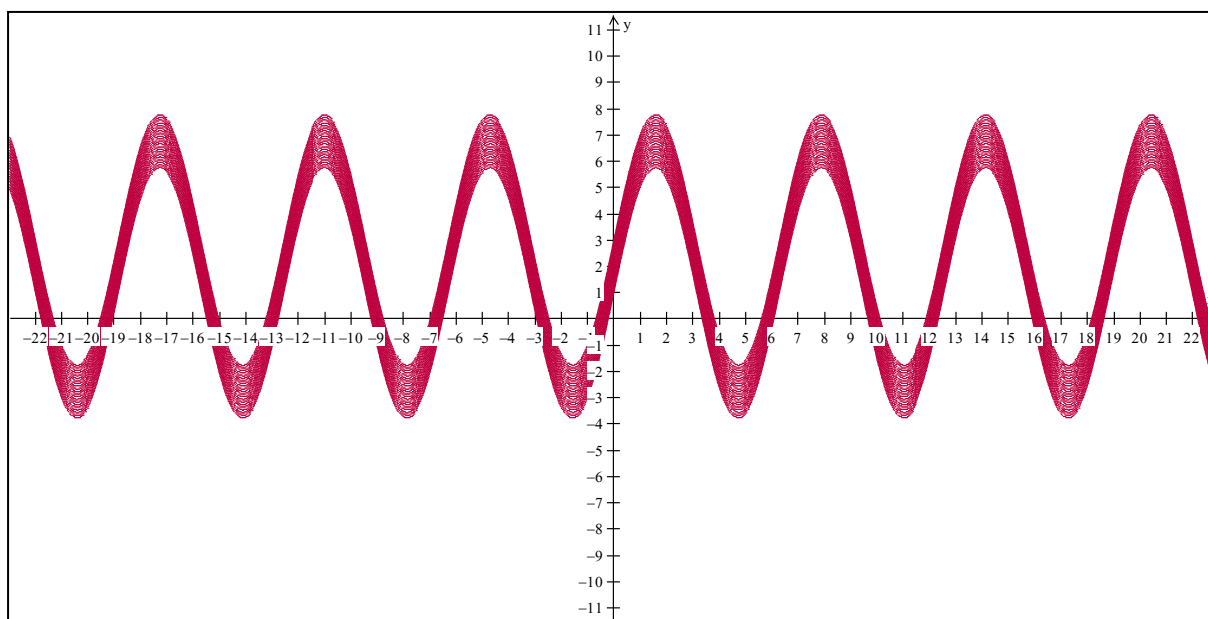
3º anim- parâmetros A-W – escolha B (movimente pela barra de rolagem) defina [-1 def L 8 def R] - auto rev ou auto cícl - fechar.

4º anim- individuais e escolha os parâmetros da função e auto rev ou auto cícl.

5º anim - simultânea (digite os parâmetros), depois-Parâmetros A-W (autorev ou autocícl).

Comente: _____

Gráfico 16: Resultado do roteiro 5, realizado pelos alunos com uso do *Winplot*



Quadro 28: Comentário de um dos alunos referente à atividade 5, parte IV

Comente: Esta sendo reproduzido todos os tipos de função de seno que aprendemos até agora em um tipo de animação que vai e volta como uma espécie de mola

Análise *a posteriori* da questão 5 - parte IV

Os alunos ao seguirem o roteiro ficaram surpresos com a animação⁷, ou seja, os gráficos movimentam-se sozinhos.

Perceberam visualmente o papel de cada parâmetro, colocaram os valores máximos e mínimos dos parâmetros, após a animação do roteiro, estabeleceram outros valores, exploraram a animação, mudaram os parâmetros individuais, pensaram na construção de molas, que poderia servir para equipamentos de acústica entre outros.

⁷ Animação é um recurso do software *Winplot* de movimento de ponto(s) e/ou gráfico(s) no plano cartesiano, podendo acontecer simultaneamente.

Após o comentário e o registro das atividades, a pesquisadora fez a institucionalização, verificando todos os parâmetros utilizados na atividade. Os aprendizes fizeram mudanças experimentando outros valores para os parâmetros e exploraram a animação do *software*.

Ao terminarem a parte IV a pesquisadora fez a institucionalização das sequências atividades a partir da parte III, neste momento foi explicado o registro gráfico do período que é inversamente proporcional ao valor do argumento da função trigonométrica, os alunos ficaram esclarecidos, também foi detalhado como fazer o registro do conjunto imagem da função.

Um aluno disse que o uso da lousa, do computador foi perfeito neste momento e que nunca vivera algo assim anteriormente, - *Às vezes o tempo de raciocínio durante as aulas é pouco*. Diz o estudante e comenta: - *Quando eu começo a resolver o professor vai para lousa e faz*.

Considerações das partes III e IV

Quanto aos registros de representação semiótica, verificou-se que:

- Dificuldades em escrever um intervalo real, não colocando o extremo inferior antes do extremo superior, isto é, $[a,b]$ com $a < x < b$ conforme mostra o registro feito pelos alunos do conjunto imagem da função f , dada por $f(x) = 2 + 3\sin 2x$.

Imagem: 5; -1

- Confusão ao visualizar o período no gráfico da função seno com o registro algébrico, conforme o exemplo abaixo.

b) Qual é o período de f , dada por $f(x) = \sin\left(\frac{x}{4}\right)$
4/2π

Percebe-se que algumas competências e habilidades precisam ser mais trabalhadas durante o ensino médio.

A seguir as análises das competências e habilidades utilizadas nas sequências de atividades partes III e IV conforme PCNEM (1999), ressaltando nos três conjuntos o que precisam ser mais aprimorado com os alunos.

No eixo Representação e Comunicação foram abordadas:

- Leituras, interpretações e utilizaram representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc).
- Utilizaram adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação, no caso o computador.

Percebe-se que algumas habilidades precisam ser mais reforçadas, como:

- Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica e vice-versa.
- Expressar-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando terminologia correta.

No eixo Investigação e Compreensão foram abordadas:

- Identificações dos problemas (compreender enunciados, formular questões etc).
- Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.
- Formular hipóteses e prever resultados.

Neste eixo algumas das habilidades precisam ser mais vivenciadas em sala de aula, como:

- Fazer validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.
- Discutir ideias e produzir argumentos convincentes.

No eixo Contextualização Sociocultural foi abordado:

- Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas de conhecimento.

Neste eixo os alunos conseguiram contextualizar ligando a função seno à “construção de molas” (termo empregado pelos alunos).

5.3.3 Análises das atividades - PARTE V

No quarto encontro, estimado em 50 minutos, para realizar a última etapa da pesquisa, no laboratório de informática. A atividade trata de uma onda sonora, o que normalmente os alunos não percebem que é a função seno e seus elementos.

Nesta atividade não foram analisados os diálogos dos alunos, pois houve um problema técnico com o arquivo de áudio.

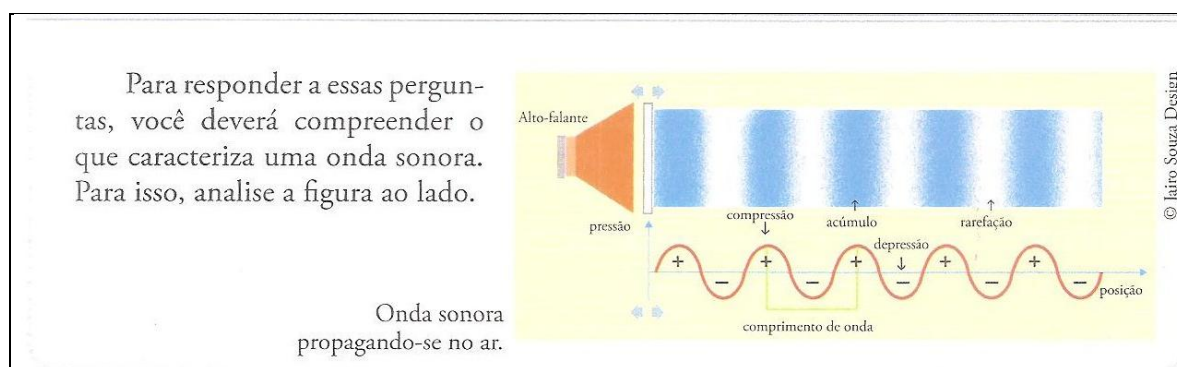
Análise a priori da parte V

Nesta atividade os alunos deverão identificar a função seno numa onda sonora, em um contexto retirado do Caderno do aluno de Física da 2ª série do ensino médio - volume 3.

Após as atividades realizadas espera-se de imediato que identifiquem o gráfico da função seno.

As três primeiras questões estão relacionadas com as competências de leitura e de compreensão do gráfico e a outra questão é uma das características da onda.

Quadro 29: Atividade retirada do Caderno do Aluno da 2ª série do ensino médio volume 3, 2009 – p.9



Quadro 30: Questionário da parte V

- 1) O que representam os pontos pintados de azul mais espaçados? E os menos espaçados?
- 2) Observe o gráfico. Qual é a grandeza que está sendo representada no eixo vertical? E no eixo horizontal?
- 3) O que significa o termo “comprimento da onda” indicado no gráfico?
- 4) A partir do gráfico pressão x espaço, é possível determinar a amplitude da onda?

Análise *a priori* da questão 1

Na questão 1 o objetivo é que o aluno perceba que os espaçamentos dos “pontinhos” representam regiões nas quais o ar se encontra ora mais rarefeito, ora mais comprimido.

Quadro 31: Resposta dos alunos da questão 1, parte V

- 1) O que representam os pontos pintados de azul mais espaçados? E os menos espaçados?

*A parte azul (compressão) representa a elevação do som
seguinte a parte branca (rarefação) representa a diminuição
do som.*

Análise *a posteriori* da questão 1

Após observarem, fizeram o registro na língua natural percebendo os espaçamentos, conforme mostra o quadro 31.

Análise *a priori* da questão 2

Na questão 2 tem-se a representação gráfica do fenômeno físico, relacionando a pressão do ar (eixo vertical) com a localização no espaço (eixo horizontal), espera-se que consigam observar, registrar e interpretar o gráfico.

Quadro 32: Resposta dos alunos da questão 2, parte V

- 2) Observe o gráfico. Qual é a grandeza que está sendo representada no eixo vertical? E no eixo horizontal?

O eixo vertical representa a pressão do som, ou seja, o volume do som, e o eixo horizontal representa a posição, ou seja, a duração.

Análise a posteriori da questão 2

Os alunos conseguiram interpretar o gráfico, apesar de algumas dificuldades ao expressarem no registro da língua natural conforme mostra o quadro 32.

Análise a priori da questão 3

Os alunos deverão apropriar-se de um elemento da função seno ao analisarem o comprimento da onda.

Quadro 33: Resposta dos alunos da questão 3, parte V

- 3) O que significa o termo “comprimento da onda” indicado no gráfico?

O comprimento da onda representa o intervalo entre duas cargas iguais no som.

Análise a posteriori da questão 3

A questão 3 sintetiza as duas questões anteriores, os alunos identificaram corretamente o comprimento da onda, ou seja, relacionaram a pressão positiva com as áreas comprimidas e a pressão negativa com as áreas rarefeitas, anotando como “cargas iguais”, conforme mostra o quadro 33.

Análise a priori da questão 4

Os estudantes deverão interpretar o gráfico, verificar e analisar a amplitude da onda, espera-se que não tenham dificuldades na interpretação gráfica.

Quadro 34: Resposta dos alunos da questão 4, parte V

4) A partir do gráfico pressão x espaço, é possível determinar a amplitude da onda? <i>Sim, pois o quanto maior a pressão, maior a amplitude</i>
--

Análise a posteriori da questão 4

Na resposta dos alunos mostra que houve compreensão da amplitude, uma vez que a mesma pode ser modificada não sendo estática, elemento muitas vezes não percebido pelos estudantes.

Análise a posteriori da parte V

As propriedades da função seno foram vivenciadas num contexto interdisciplinar e os alunos conseguiram fazer esta integração apesar do registro na língua natural precisar ser mais aprimorado.

Nesta sequência de atividades os alunos vivenciaram as situações: ação, formulação e validação ao perceberem, analisarem, conjecturarem as propriedades da função seno num contexto físico-matemático.

Considerações da PARTE - V

Foi possível utilizar esta atividade para a compreensão da função seno, reforçando assim a interdisciplinaridade das duas disciplinas, Matemática e Física.

Assim puderam ser aplicadas algumas habilidades a serem desenvolvidas no ensino médio em Matemática e Física de acordo com os PCNEM (1999):

- Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- Utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;

- Estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
- Reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
- Utilizar e compreender tabelas, gráficos e relações matemáticas gráficas para a expressão do saber físico;
- Ser capaz de discriminar e traduzir as linguagens matemática e discursiva entre si;
- Expressar-se corretamente utilizando a linguagem física adequada e elementos de sua representação simbólica. Apresentar de forma clara e objetiva o conhecimento apreendido através de tal linguagem;
- Construir e investigar situações-problema, identificar a situação física, utilizar modelos físicos, generalizar de uma a outra situação, prever, avaliar, analisar previsões;
- Articular o conhecimento físico com conhecimentos de outras áreas do saber científico.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa forneceu subsídios para relatar a importância do uso do *software* gráfico nas aulas de Matemática no estudo da função seno, as visualizações das conversões fizeram com que os alunos trabalhassem com diferentes registros de representação semiótica.

Investigar os alunos ao realizarem estas sequências de atividades, reforça a ideia da importância do uso de softwares nas aulas de Matemática, pois os alunos muitas vezes, antes ou após as sequências de atividades, ficavam explorando o *software* e acabavam analisando outras expressões e gráficos que não foram pedidos na pesquisa.

Assim, retomam-se as hipóteses da pesquisa:

- O uso do *software* gráfico *Winplot* pode contribuir com o aprendizado do aluno no estudo da função seno?
- Acredita-se que as sequências a serem apresentadas podem contribuir para que o aluno consiga analisar e verificar as mudanças de registros de representação semiótica de forma autônoma.
- O aluno conhecerá a função seno num contexto físico-matemático e fará a leitura e a análise das ondas sonoras?

Para as hipóteses levantadas foi observado nesta pesquisa que a utilização do *software Winplot* auxilia nas aulas de Matemática quando trata-se do estudo da função seno, podendo ajudar na interpretação dos gráficos e na compreensão dos registros de representação semiótica.

Ressalta-se que o *software* não substitui o uso do lápis e do papel para a construção de gráficos, porém o estudante precisa ter acesso, vivenciar esta tecnologia a qual o auxilia na compreensão do estudo da função seno e das suas propriedades.

Para esta investigação utilizou-se como referencial teórico a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986) sendo as cinco sequências de atividades *adidáticas*, ou seja, sem a interferência do professor e o aluno como responsável pelas possíveis resoluções e respostas.

Em cada parte das sequências de atividades buscou-se utilizar a Teoria das Situações Didáticas desenvolvida por Brousseau (1986) tentando fazer com que o aluno progreda, por meio de perguntas, respostas, provocando situações de ação, formulação, validação e institucionalização a qual foi realizada pela pesquisadora após a última sequência de atividades.

Com base no referencial teórico retoma-se uma das questões da pesquisa: *De que modo uma estratégia pedagógica, apresentada na forma de sequência de atividades, com uso do software Winplot, pode promover a aprendizagem da função seno para o aluno da 2ª série do ensino médio?*

Os resultados mostraram que as sequências de atividades apresentadas na forma de situação *adidática* podem ser uma das estratégias a promover a aprendizagem do aluno no estudo da função seno em conjunto com o uso do *software Winplot* e ainda auxiliar a compreensão, num contexto interdisciplinar com a Física.

Utilizou-se também a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003) em que as sequências de atividades continham conversões de registros algébricos para gráficos e vice-versa, de registros gráficos para o da língua natural e vice-versa e do registro da língua natural para o algébrico e vice-versa.

Foram percebidas as dificuldades dos alunos ao registrarem corretamente no registro algébrico, sendo habilidades apontadas pelos documentos oficiais que precisam ser desenvolvidas ao longo da educação básica como exprimir-se com correção e clareza, tanto na língua materna como na linguagem matemática, usando terminologia correta.

Algumas habilidades segundo os PCNEM (1999) de Matemática foram evidenciadas durante as sequências de atividades como:

No Eixo Representação e Comunicação:

- Leituras, interpretações e utilizaram representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc).
- Utilizaram adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação, no caso o computador.

Algumas habilidades neste eixo que precisam ser mais trabalhadas, como:

- Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica e vice-versa.
- Expressar-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando terminologia correta.

No eixo Investigação e Compreensão:

- Identificações dos problemas (compreender enunciados, formular questões etc).
- Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.
- Formular hipóteses e prever resultados.

Neste eixo algumas das habilidades precisam ser mais vivenciadas em sala de aula, como:

- Fazer validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.
- Discutir ideias e produzir argumentos convincentes.

Na última sequência de atividades, parte V que é a integração da Matemática com a Física, notou-se que os alunos de imediato reconheceram a função seno, respondendo à questão de pesquisa: *Pode ainda contribuir na compreensão num contexto físico-matemático?*

E assim foi abordada no eixo Contextualização Sociocultural:

- Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas de conhecimento.

Os alunos reconheceram a função seno e conseguiram analisar a onda sonora que é um fenômeno físico e as suas propriedades como amplitude, período, frequência, empregaram o registro na língua natural usando algumas habilidades do conjunto representação e comunicação.

Como metodologia foram utilizados alguns princípios da Engenharia Didática com base em Artigue (1988) nas análises preliminares, pesquisados nos documentos oficiais PCNEM, OCEM, Proposta Curricular e Currículo do Estado de

São Paulo, Caderno do Aluno e do Professor, dissertações correlatas, todas abordam as funções trigonométricas com uso de *softwares* gráficos e também da interdisciplinaridade.

Quanto ao investigar, a pesquisadora acessou vários trabalhos e passou a conhecer teorias e metodologias diversas que provocaram reflexões e mudanças quanto ao ensino da Matemática.

A busca de novos conhecimentos foram encontrados no curso de Mestrado Profissional na PUC-SP, por meio das aulas, das orientações, no grupo GPEA, fez com que a pesquisadora mudasse completamente sua postura profissional e com este aprimoramento passou a ter um novo olhar com relação ao ensino da Matemática

Notou-se que outros pesquisadores como Borges (2009), Ribeiro (2011), Campos (2000) preocuparam-se com a representação algébrica na escrita dos estudantes nas pesquisas que tratam de função trigonométrica, e o fato dos alunos não registrarem o conjunto imagem corretamente aparece em vários trabalhos.

Acredita-se que estas sequências de atividades possam ser utilizadas na sala de aula modificando-as ou não. Ressalta-se que com relação ao período que precisava ser identificado pelos alunos as sequências de atividades não foram suficientes para que eles validassem corretamente as respostas.

Enfim para futuros trabalhos, durante a elaboração desta pesquisa constatou-se a carência de pesquisas que analisam a interdisciplinaridade entre conteúdos da Matemática com a Física, ressalta-se a importância desta articulação que pode levar o aluno a compreender o sentido da interpretação de fenômenos físicos, sabendo representar por meio de registros de representação semiótica oferecidos pela Matemática.

Logo, os *softwares* precisam ser adequados para cada tipo de conteúdo e/ou situação, também antes do seu uso é importante que o professor conheça todas as possibilidades oferecidas pelo mesmo, promovendo ao estudante possibilidades de aprendizagens.

7. REFERÊNCIAS

ABNT. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Diretrizes para apresentação de dissertações e teses do Instituto de Ciências Biomédicas da Universidade de São Paulo**: documento eletrônico: 2. ed. rev. ampl. São Paulo: SBiB/ICB/USP, 2012.

ALMEIDA, Fernando José de. **Educação e Informática: os computadores na escola**. 3 ed.rev. e ampl. (Coleção questões da Nossa Época) – São Paulo : Cortez, 2005.

ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de. **O Aprender e a Informática: A arte do possível na Formação do Professor** .Brasília MEC. Coleção Informática para a Mudança em Educação,PROINFO, 1999. Disponível em:
<<http://www.proinfo.gov.br/biblioteca/publicacoes/default.htm>>. Acesso em: 18 fev.2012.

BERLEZE, Caren Saccol. **Uma sequência de ensino usando o programa Winplot em busca de uma aprendizagem autônoma do aluno**. Dissertação de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática. Santa Maria, RS 2007. Unifra. Disponível em: <http://tede.unifra.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=21> Acesso em: 10 dez. 2011.

BOGDAN, Roberto C; Biklen, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em Educação**. uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BORGES, Carlos Francisco. **Transição das razões trigonométricas do triângulo retângulo para o círculo trigonométrico: Uma sequência para ensino (2009)**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática.São Paulo, 2009. PUC-SP. Disponível em:
< http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/BORGES_carlos_francisco.html>. Acesso em: 10 jan.2012.

BRASIL. **Guia de livros didáticos: PNLD 2012 : Matemática**. Brasília : Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2011. Disponível em: <<http://www.fnnde.gov.br/programas/livro-didatico/guia-do-livro/item/2988-guia-pnld-2012-ensino-m%C3%A9dio>>. Acesso em: 10 jul. 2013.

_____. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira**. Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA): resultados nacionais – PISA 2009/ Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais – Brasília: o instituto 2012. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/internacional-novo-pisa-resultados>>. Acesso em: 29 jun. 2013.

_____. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio. Ciências da Natureza Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC - Secretaria de Educação Básica, 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf> - Acesso em: 15 out.2011.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: MEC – Secretaria da Educação Média e Tecnológica, 1999.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo das situações didáticas: Conteúdos e métodos de ensino**. Apresentação de Benedito Antonio da Silva; consultoria técnica José Carlos Miguel; tradução Camila Bogéa. – São Paulo: Ática, 2008.

CAMPOS, Celso Ribeiro. **O ensino da Matemática e da Física numa perspectiva integracionista**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo, 2000. PUC-SP. Disponível em: < http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/celso_campos.pdf> Acesso em: 15 de jan. 2012.

CARLOS, Jairo Gonçalves. **Interdisciplinaridade no Ensino Médio: desafios e potencialidades**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências. Brasília - DF, 2007. UnB. Disponível em:

< http://bdtd.bce.unb.br/tesesimplificado/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=2172>.

Acesso em: 20 jan. 2013.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**. Volume único. Livro do professor. 1.ed. São Paulo. Ática, 2005.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. **Integração e Interdisciplinaridade no ensino brasileiro efetividade ou ideologia**. 6ª edição. São Paulo: Loyola, 2011. Disponível em:

<http://www.pucsp.br/gepi/downloads/PDF_LIVROS_INTEGRANTES_GEPI/livro_integracao_interdisciplinaridade.pdf>. Acesso em: 02 jul.2013.

FERREIRA, A.B.H. **Miniaurélio Século XXI Escolar: O minidicionário da língua portuguesa**. 4ed. rev. e amp. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001.

KUSSUDA, Sérgio Rykio. **A Escolha Profissional de Licenciados em Física de Uma Universidade Pública**. Dissertação de Mestrado em Educação para a Ciência. São Paulo, 2012, UNESP – SP. Disponível em:

<<http://www2.fc.unesp.br/BibliotecaVirtual/DetalhaDocumentoAction.do?idDocumento=521>>. Acesso em: 20 abr. 2013.

LÜCK, Heloísa. **Pedagogia interdisciplinar: fundamentos teórico-metodológicos**. Petrópolis –RJ: Vozes, 1994.

MACHADO, S.D.A. (org.) et al. **Aprendizagem Matemática: Registros de representação semiótica**. Campinas, SP: Papirus, 2003 (Coleção Papirus Educação).

MACHADO, S.D.A.(org.);FRANCHI, A. **Educação Matemática: Uma (nova) introdução**. 3 ed. Revisada, I reimpr..São Paulo: EDUC, 2010.

MAIA, Denny Leite. **Ensinar Matemática com Uso de Tecnologias Digitais: um estudo a partir da representação social de estudantes de pedagogia**. Dissertação de Mestrado Acadêmico em Educação. Fortaleza – Ceará, 2012, UECE.

Disponível em:

<<http://www.uece.br/ppge/index.php/noticias/14-lista-de-noticias/157-defesa-de-dissertacao-dennys-leite-maia>> Acesso em: 20 jan. 2013.

MORAN, José Manuel. **Como utilizar a Internet na Educação**. Revista Ciência da Informação, vol.26,n.2, 1997. Disponível em:

< <http://revista.ibict.br/ciinf/index.php/ciinf/article/view/393/353>>. Acesso em: 20 jan. 2013.

NIQUINI, Débora Pinto. Informática na Educação: **Implicações Didático-Pedagógicas e Construção do Conhecimento**. Brasília, 1996.

RIBEIRO, Márcia Regina Ramos Costa. **Possibilidades e dificuldades no desenvolvimento de situações de aprendizagem envolvendo funções trigonométricas**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo, 2011. PUC-SP. Disponível em:

<http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/RIBEIRO_marcia_ramos.html>. Acesso em: 20 nov. 2012.

RUIZ, Antonio Ibañez; RAMOS, Mozart Neves; HINGEL, Murílio. **Escassez de Professores no Ensino Médio: Propostas estruturais e emergenciais**. Relatório produzido pela Comissão Especial instituída para estudar medidas que visem a superar o déficit docente no Ensino Médio (CNE/CEB). Ministério da Educação, 2007. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/escassez1.pdf>>. Acesso em: 20 mar.2013.

SÃO PAULO. **Secretaria da Educação. Caderno do Professor: Física, Ensino Médio** – 2ª série, volume 3; Coordenação geral: Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2009.

_____. **Secretaria da Educação. Caderno do Professor: Matemática, Ensino Médio** – 2ª série, volume 1; Coordenação geral: Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2009.

_____. Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: Ciências da Natureza e suas tecnologias**. Coordenação geral: Maria Inês Fini; coordenação de área: Luís Carlos de Menezes. São Paulo. SEE, 2010.

_____. Secretaria da Educação. **Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática Ensino Fundamental – Ciclo II e Ensino Médio**. coordenação geral: Maria Inês Fini; Coordenação de área: Luís Carlos de Menezes. São Paulo. SEE, 2010.

_____. Secretaria da Educação. **Saresp 2008: Matrizes de referência para a avaliação: Matemática**. Coordenação geral: Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2009.

SOUZA, Edílson Paiva de. As funções Seno e Cosseno: **Diagnóstico de dificuldades de aprendizagem através de sequências didáticas com diferentes mídias**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo, 2010. PUC-SP. Disponível em:

<http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/SOUZA_edilson_paiva.html>. Acesso em: 10 dez. 2011.

SANTOS, Adriana Tiago Castro dos. **O ensino da função logarítmica por meio de uma sequencia didática ao explorar suas representações com o uso do software Geogebra**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo, 2011. PUC-SP. Disponível em:

<http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/SANTOS_adriana_tiago.html>. Acesso em: 05 maio 2013.

SPINELLI, Walter. **A construção do conhecimento entre o abstrair e o contextualizar: O caso do ensino da Matemática**. Tese de Doutorado em Educação. São Paulo, 2011. USP – SP. Disponível em:

< www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/.../WALTER_SPINELLI.pdf>.

Acesso em: 15 abr. 2013.

VALENTE, J.A., E VALENTE A.B. Logo: **Conceitos, aplicações e projetos**. São Paulo,1988.

WINDOWS. In: Wikipédia: a enciclopédia livre. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Microsoft_Windows>. Acesso em: 6 abr.2013.

ANEXO I - Pesquisa sobre o uso de computadores

Você tem computador em casa?	Sim (quantos ?)	Não	
Internet	Sim	Não	
Qual o tempo de uso diário	Até 2h	2h às 5h	Acima de 5h
Qual a finalidade do uso, coloque três prioridades			
I)	2)	3)	
Você possui algum <i>site</i> , <i>blog</i> ou criou algo.	Sim (o quê?)	Não	
O uso de <i>softwares</i> em sala de aula pode facilitar a aprendizagem de alguns conteúdos	Sim	Não	

ANEXO II – Parte I

Nome: _____

Nome: _____

Atividade de pesquisa do Curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática
da PUC-SP.

Parte I

1) Associe cada expressão algébrica com a sua representação gráfica:

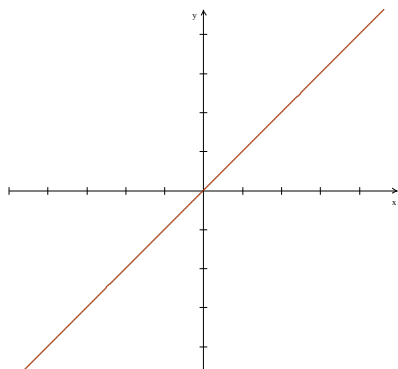
() $f(x) = 3$

() $f(x) = x^2$

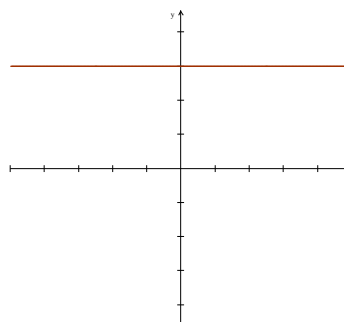
() $f(x) = \text{sen}x$

() $f(x) = x$

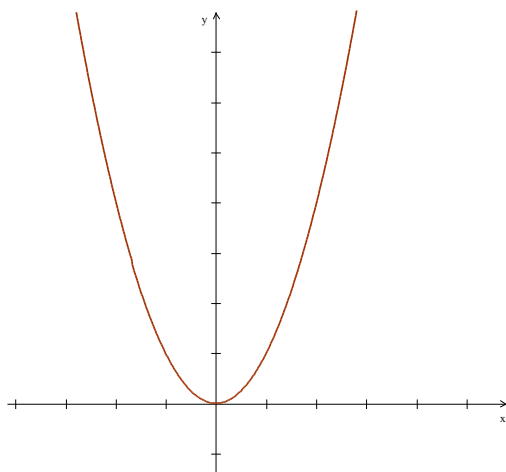
a)



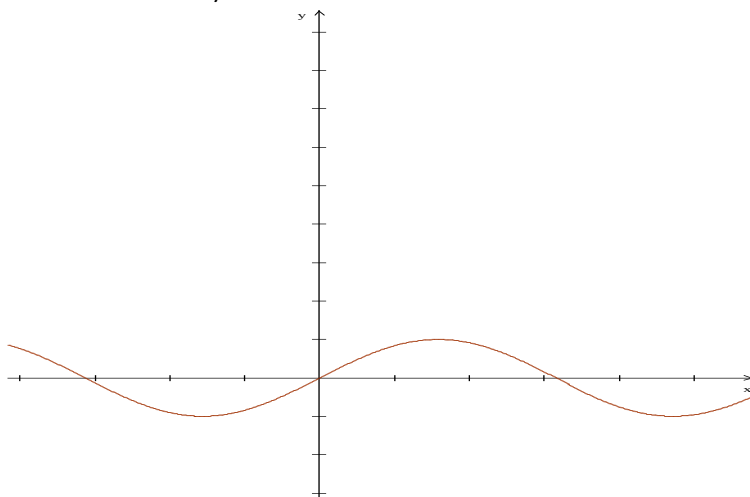
b)



c)



d)



ANEXO III – Parte II

Nome: _____

Nome: _____

Atividade de pesquisa do Curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática da PUC-SP.

Parte II

1) Verifique utilizando o *software Winplot* , em um único sistema de eixos cartesianos os gráficos das funções:

a) $f(x) = x$

b) $f(x) = x + 2$

c) $f(x) = x - 2$

d) $f(x) = 2x$

e) $f(x) = -2x$

f) $f(x) = 2x - 3$

2) Quais as semelhanças e diferenças entre eles? Descubra qual é o papel dos coeficientes?

3) Analise os gráficos das funções , em um único sistema de eixos cartesianos utilizando o *software Winplot*:

a) $f(x) = x^2$

b) $f(x) = -x^2$

b) $f(x) = x^2 + 2$

c) $f(x) = x^2 - 2$

d) $f(x) = 2x^2$

e) $f(x) = -2x^2$

f) $f(x) = 2x^2 - 3$

g) $f(x)=2x^2+3$

h) $f(x)=2x^2-4x$

i) $f(x)=2x^2-4x+6$

4) Quais as semelhanças e diferenças entre eles?

5) Analise os gráficos, em um único sistema de eixos cartesianos, utilizando o *software Winplot*:

a) $f(x)=x$

b) $f(x)=-x$

c) $f(x)=x^2$

d) $f(x)=-x^2$

e) $f(x)=x^3$

f) $f(x)=-x^3$

6) Quais as semelhanças e diferenças entre eles?

ANEXO IV – Parte III

Nome: _____

Nome: _____

Atividade para fins de pesquisa de Mestrado Profissional em Educação Matemática

Parte III

1) Utilizando o *software Winplot* construa em um único sistema de eixos cartesianos:

a) $f(x) = \text{sen} x$

b) $f(x) = 3\text{sen} x$

c) $f(x) = 5\text{sen} x$

d) Quais as mudanças que ocorreram? Justifique sua resposta.

2) Utilizando o *software Winplot* construa em um único sistema de eixos cartesianos:

a) $f(x) = \text{sen} x$

b) $f(x) = \text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$

c) $f(x) = \text{sen}\left(\frac{x}{5}\right)$

d) O que aconteceu com os gráficos? Qual a justificativa para tais mudanças.

3) Utilizando o *software Winplot* construa em um único sistema de eixos cartesianos os seguintes gráficos:

a) $f(x) = \text{sen} x$

b) $f(x) = \text{sen} 2x$

c) $f(x) = \text{sen} 5x$

d) Você deve ter percebido a diferença entre as formas “senoidais” dos 3 gráficos que acabou de ter sido construído. Explique o que ocorreu para acontecer tais mudanças.

4) Utilizando o *software Winplot* construa em um único sistema de eixos cartesianos os seguintes gráficos:

a) $f(x) = \text{sen}x$

b) $f(x) = \text{sen}5x$

c) $f(x) = 1 + \text{sen}5x$

d) $f(x) = 5 + \text{sen}5x$

Comparação entre os gráficos				
	$f(x) = \text{sen}x$	$f(x) = \text{sen}5x$	$f(x) = 1 + \text{sen}5x$	$f(x) = 5 + \text{sen}5x$
Domínio				
Período				
Imagem				
Amplitude				

5) a) Utilizando o *software Winplot* digite $f(x) = A \text{sen}x$, depois escolha – equação-inventário – família – máximo digite 3 e aplicar.

b) Repita este mesmo procedimento só que máximo digite 5 e aplicar. Anote suas conclusões.

6) a) Utilizando o *software Winplot* digite $f(x) = \text{sen}Bx$, depois escolha – equação-inventário – família – parâmetro B-aplicar.

b) Repita este mesmo procedimento, porém digite 0.5 na opção mínimo e aplicar. Anote suas conclusões.

ANEXO V – Parte IV

Nome: _____

Nome: _____

Atividade para fins de pesquisa de Mestrado Profissional em Educação Matemática

Parte IV

1) Utilizando o *software Winplot* abra o arquivo gpronto.wp2 , analise os gráficos e complete as lacunas:

- a) O gráfico (com cor _____) representa o gráfico da $f(x)=\text{sen}x$.
- b) O gráfico (com cor preta) representa o gráfico da $f(x)=$ _____
- c) O gráfico (com cor _____) representa o gráfico da $f(x)= -2\text{sen}x$
- d) O gráfico (com cor azul representa o gráfico da $f(x)=$ _____
- e) Preencha a tabela a seguir:

	$f(x)=\text{sen}x$	$f(x)=3\text{sen}x$	$f(x)=5\text{sen}x$	$f(x)= -2\text{sen}x$
Domínio				
Imagem				
Período				
Amplitude				

2a) Utilize os gpronto2.wp2 e o arquivo gpronto2.2.wp2 no *software Winplot*, para preencher a tabela e responder as questões:

	$f(x)=\text{sen}x$	$f(x)=\text{sen}2x$	$f(x)=\text{sen}5x$	$f(x)= \text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$	$f(x)= \text{sen}\left(\frac{x}{5}\right)$
Domínio					
Imagem					
Período					
Amplitude					

- b) Qual é o período de f , dada por $f(x)= \text{sen}\left(\frac{x}{4}\right)$

3) Abra o arquivo gpronto3.wp2 e responda:

	$f(x)=2+\text{sen}x$	$f(x)= -3+\text{sen}x$
Domínio		
Imagem		
Período		
Amplitude		

4) Utilizando o *software Winplot* digite $f(x)=2+3\sin 2x$ observe e determine:

Domínio:_____ Imagem:_____ Período:_____ Amplitude:_____

5) Utilize o *software Winplot* e digite $f(x)=C+A\sin Bx$, escolha:

1º anim- Parâmetros A-W – escolha C (movimente pela barra de rolagem) defina
[-1 def L 1 def R] – auto rev ou auto cícl - fechar.

2º anim- parâmetros A-W – escolha A (movimente pela barra de rolagem) defina
[-2 def L 5 def R] - auto rev ou auto cícl - fechar.

3º anim- parâmetros A-W – escolha B (movimente pela barra de rolagem) defina
[-1 def L 8 def R] - auto rev ou auto cícl - fechar.

4º anim- individuais e escolha os parâmetros da função e auto rev ou auto cícl.

5º anim - simultânea (digite os parâmetros), depois-Parâmetros A-W (autorev ou autocícl).

Comente: _____

ANEXO VI – Parte V

Nome: _____

Nome: _____

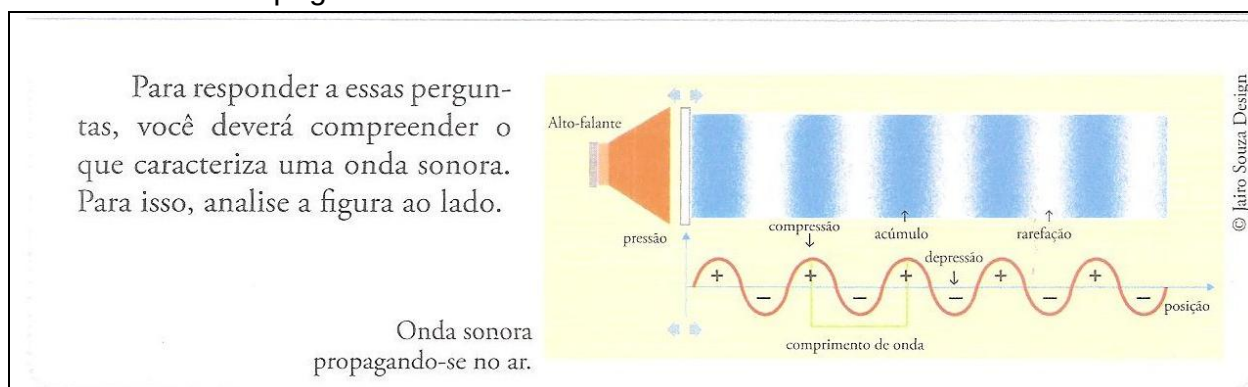
Atividade de Pesquisa do Curso de Mestrado Profissional da PUC-SP

Parte V

Interação da Matemática de da Física

Atividade retirada do Caderno do aluno 2º ano do ensino médio

volume 3 -2009 – pág.9



- 1) O que representam os pontos pintados de azul mais espaçados? E os menos espaçados?

- 2) Observe o gráfico. Qual é a grandeza que está sendo representada no eixo vertical? E no eixo horizontal?

- 3) O que significa o termo “comprimento da onda” indicado no gráfico?

- 4) A partir do gráfico pressão x espaço, é possível determinar a amplitude da onda?

ANEXO VII – Declaração de Consentimento

Fui esclarecido que:

- Não poderei esperar benefícios pessoais advindos deste questionário;
- Não existem possíveis desconfortos e riscos decorrentes da participação;
- Minha privacidade será respeitada, ou seja, qualquer dado ou elemento que possa, de qualquer forma, me identificar será mantido em sigilo;
- Posso me recusar a responder este questionário e retirar meu consentimento a qualquer momento, sem precisar justificar-me, e não sofrerei qualquer prejuízo;
- Tenha o livre acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas consequências durante a pesquisa; enfim, tudo o que eu queria saber antes, durante e depois da minha participação.
- Tenho sido orientado quanto ao teor do projeto e compreendido o objetivo do questionário manifesto meu livre consentimento em participar.

Nome: _____

RG.: _____ CPF.: _____

Concordo ()

Não concordo ()

E por estar ciente

São Paulo, ____/____/2012