

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP**

LEANDRO NHONCANCE

**A CALCULADORA DO CELULAR NA SALA DE AULA:
uma proposta para a exploração da divisão inexata no Ensino Médio**

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

**São Paulo
2009**

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

LEANDRO NHONCANCE

A CALCULADORA DO CELULAR NA SALA DE AULA:
uma proposta para a exploração da divisão inexata no Ensino Médio

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como Exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA**, sob a orientação da Professora Doutora Celina Aparecida Almeida Pereira Abar.*

São Paulo
2009

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ Local e Data: _____

Dedicatória

Dedico este trabalho em primeiro lugar a DEUS, á minha esposa Maria Lucia Costa Nhoncance, e filhas Thais Aline Costa Nhoncance, Gabrielle Costa Nhoncance e Christiana Costa Nhoncance, que contribuíram para eu ser o que sou e, especialmente, para que eu realizasse este Mestrado. Dedico também à minha mãe Neide Batista Nhoncance e pai Julio Luiz Nhoncance Filho.

Maria Lúcia, você e minhas filhas me deram força, tiveram paciência e permitiram que eu transpusesse todos os obstáculos que surgiram durante o percurso no decorrer deste Mestrado.

Estiveram presentes em cada situação, em cada momento difícil que passei, e me ensinaram a não desistir, a ter esperança, paciência e acima de tudo sempre confiar e acreditar em DEUS.

Quero dizer que vocês atribuíram um novo significado em minha vida e configuraram uma nova realidade. Foram o meu “porto seguro” e se fizeram presentes em todos os instantes de minha vida, porque daquilo que nada tenho, tudo eu tenho, pois tenho sempre vocês do meu lado todos os dias de minha vida, amo vocês minha família.

Hoje sei que, a generosidade vai muita além das dimensões humanas e permite com que acreditemos que viver vale a pena. Muito obrigado, e continuem sempre assim; uma família especial e unida como sempre fomos.

Agradecimentos

Agradeço a DEUS por todas as oportunidades concedidas ao longo de minha trajetória, pela força para transpor os obstáculos, e porque esteve comigo em todo este longo trajeto.

À minha orientadora e amiga, Profª Drª Celina Aparecida Almeida Pereira Abar, por ter acreditado em mim aceitando-me como seu orientando. Por sua confiança, amizade, companheirismo, paciência e carinho demonstrado no decorrer deste trabalho.

À Profª Drª Maria José Ferreira da Silva e ao Profº Drº Alécio Damico que no exame de qualificação demonstraram grande profissionalismo, competência, dedicação e afeto. Suas orientações contribuíram muito para o enriquecimento do trabalho.

À minha mãe, Neide Batista Nhoncance e meu pai Julio Luiz Nhoncance Filho, meus irmãos Reginaldo Nhoncance e Denise Aparecida Nhoncance a quem amo muito e que me apoiaram incondicionalmente em todos os momentos ensinando-me a superar quaisquer obstáculos.

À minha esposa, Maria Lúcia da Costa Nhoncance pela confiança, paciência, e apoio nos piores momentos.

Às minhas filhas Thais Aline Costa Nhoncance, Gabrielle Costa Nhoncance e Christiana Costa Nhoncance, pois sem elas eu nada conseguiria.

Agradeço também as minhas tias Nadir Nhoncance e Neusa Nhoncance da Silva que me ajudaram e apoiaram.

Aos colegas e todos meus professores do mestrado.

À Direção da E.E. Manuel Ciridião Buarque, aos alunos, colegas professores, e secretaria por me incentivarem e contribuírem com a realização deste trabalho e a professora Alysson.

RESUMO

A proposta desta pesquisa surgiu durante várias observações feitas em sala de aula e; também, após cursar a disciplina de TIC (Tecnologia da Informação e Comunicação) no curso de Mestrado Profissional da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Este trabalho visou a interagir as aulas de Matemática com a tecnologia presente no cotidiano de nossos alunos. Propôs uma seqüência de atividades que levasse e auxiliasse os alunos a obterem o resto natural em uma divisão inexata com a calculadora. A divisão euclidiana foi um procedimento que facilitou encontrarem o resto natural, trabalhando com a calculadora do celular. Nesta pesquisa, realizou-se um estudo com um grupo de 15 alunos da 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública estadual. Trabalhou-se de uma maneira diagnóstica e interventiva. Os dados coletados foram analisados sob alguns pressupostos da Engenharia Didática, e durante a realização das atividades, verificou-se que as dificuldades de alguns alunos em relação à operação da divisão, principalmente na obtenção do resto natural, surgiram quando os alunos tiveram que trabalhar com a calculadora no universo dos números naturais. Porém foram minimizadas com a seqüência de atividades propostas. Este trabalho contribuiu com a aprendizagem dos alunos, mostrou que a calculadora é uma forte aliada no processo educativo, além de ter recuperado alguns conceitos sobre divisão de números naturais. Ensinou aos alunos trabalharem com a calculadora no universo dos números naturais na obtenção do resto, em uma operação de divisão inexata.

Palavras-chave: calculadora, resto natural, algoritmo da divisão.

ABSTRACT

The theme of this research arose during observations made in the classroom, and also after attending classes in TIC (Information and Communication Technology) in the course for Professional Master's Degree at the Pontifícia Universidade Católica of São Paulo. The aim of the work is to relate mathematics classes with the technology presente in the daily lives of our students. It proposes a sequence of activities which would help and lead to the pupils' obtaining the natural rest of an inexact division with the calculator. The euclidian division is a procedure that makes it easier for pupils to find the natural rest working with the calculator of their mobile phones. In this research we performed a study with a group of fifteen pupils in the senior high school of a state school. We worked with diagnosis and intervention. The data collected were analyzed in the light of some presuppositions of Didactic Engineering, and while the activities were being carried out, we realized that the difficulties of some students in regard to the operation of division, especially and to obtain the natural rest, appeared when they had to work with the calculator with natural numbers. However, these difficulties were decreased with the sequence of activities proposed. This work contributed to the students' learning and showed that the calculator is a worthy ally in the educational process in addition to recovering some concepts about division of natural numbers. It taught the pupils to work with the calculator in the universe of natural numbers and to obtain the rest in an operation of inexact division.

Key words: calculator, natural rest, division algorithm.

Lista de Figuras

Figura 1 - Ábaco modelo Chinês – Suan-Pan – Fabricado na China	23
Figura 2 - Exemplo da divisão euclidiana	26
Figura 3 - Protocolo de resposta do aluno Antonio da Atividade 1	37
Figura 4 - Protocolo de resposta do aluno Adalberto da Atividade 1.....	38
Figura 5 - Protocolo resposta de do aluno Antônio da Atividade 2	40
Figura 6 - Protocolo de resposta da aluna Joana da Atividade 2	41
Figura 7 - Protocolo da resposta dada por Joana na Atividade 2	45
Figura 8 – Protocolo da aluna Margarida- item d -Atividade 3.....	46
Figura 9 - Protocolo do aluno Felipe -item c- da Atividade 3	48
Figura 10 - Protocolo da aluna Patrícia- item a- da Atividade 4.....	52
Figura 11 - Protocolo da aluna Verônica- item a- da Atividade 4.....	53
Figura 12 - Protocolo da aluna Margarida -item a- da Atividade 4.....	53
Figura 13 - Protocolo do aluno Felipe- item a- da Atividade 4.....	54
Figura 14 - Protocolo do aluno Antônio- item b- da Atividade 4.....	55
Figura 15 - Protocolo da aluna Joana -item c- da Atividade 4	56
Figura 16 - Protocolo da aluna Patrícia -item c- da Atividade 4.....	57
Figura 17 - Protocolo do aluno Felipe- item c- da Atividade 4	57
Figura 18 - Protocolo do aluno Joaquim- item c- da Atividade 4	58
Figura 19 - Protocolo do aluno Mauro- item c- da Atividade 4.....	58
Figura 20 - Protocolo da aluna Joana- item c- da Atividade 6	64
Figura 21 - Protocolo da aluna Margarida- item c- da Atividade 6.....	64

SUMÁRIO

Lista de Figuras	i
CAPÍTULO 1	1
INTRODUÇÃO	1
1.1 Justificativa.....	4
1.2 Delimitação do problema.....	7
1.3 Objetivos	10
1.4 Revisão Bibliográfica.....	11
1.5 Estrutura do trabalho	21
CAPÍTULO 2	22
UMA BREVE ABORDAGEM SOBRE A EVOLUÇÃO DAS CALCULADORAS E SOBRE A DIVISÃO EUCLIDIANA	22
CAPÍTULO 3	28
PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	28
3.1 Sujeitos da pesquisa	30
3.2 Descrição da aplicação das atividades.....	30
CAPÍTULO 4	34
ANÁLISES DOS DADOS COLETADOS	34
4.1 Aspectos Gerais das Atividades Propostas.....	34
4.2 O objetivo, as análises a priori e a posteriori da primeira atividade.....	35
4.2.1 Análise a priori da primeira atividade.....	36
4.2.2 Análise a posteriori da primeira atividade.....	37
4.3 O objetivo, as análises a priori e a posteriori da segunda atividade.....	38
4.3.1 Análise a priori da segunda atividade.....	39
4.3.2 Análise a posteriori da segunda atividade	40
4.4 O objetivo, as análises a priori e a posteriori da terceira atividade.....	42

4.4.1 Análise a priori da terceira atividade.....	43
4.4.2 Análise a posteriori da terceira atividade.....	44
4.5 O objetivo, as análises a priori e a posteriori da quarta atividade.	48
4.5.1 Análise a priori da quarta atividade	50
4.5.2 Análise a posteriori da quarta atividade.....	51
4.6 O objetivo, as análises a priori e a posteriori da quinta atividade.....	58
4.6.1 Análise a priori da quinta atividade.....	60
4.6.2 Análise a posteriori da quinta atividade	60
4.7 O objetivo, as análises a priori e a posteriori da sexta atividade.....	61
4.7.1 Análise a priori da sexta atividade	63
4.7.2 Análise a posteriori da sexta atividade	63
4.8 O objetivo, as análises a priori e a posteriori da sétima atividade.....	65
4.8.1 Análise a priori da sétima atividade	66
4.8.2 Análise a posteriori da sétima atividade	66
4.9 O objetivo, as análises a priori e a posteriori da oitava atividade.....	67
4.9.1 Análise a priori da oitava atividade	68
4.9.2 Análise a posteriori da oitava atividade	68
4.4.0 O objetivo, as análises a priori e a posteriori da nona atividade.....	68
4.4.0.1 Análise a priori da nona atividade	69
4.4.0.2 Análise a posteriori da nona atividade	69
4.4.1 O objetivo, as análises a priori e a posteriori da décima atividade.....	70
4.4.1.1 Análise a priori da décima atividade	71
4.4.1.2 Análise a posteriori da décima atividade	71
CAPÍTULO 5	73
CONSIDERAÇÕES FINAIS	73
REFERÊNCIAS.....	76
APÊNDICES	80
Apêndice 1	80

Apêndice 2	81
Apêndice 3	82
Apêndice 4	83
Apêndice 5	84
Apêndice 6	85
Apêndice 7	86
Apêndice 8	87
Apêndice 9	88
Apêndice 10	89

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Em 1997, iniciei meu trabalho como professor eventual, ou seja, professor substituto, em uma escola da rede estadual localizada na região central de Osasco. Desde então leciono para séries do Ensino Médio na disciplina de Matemática. Atualmente ministro aulas em uma escola localizada no bairro da Lapa na cidade de São Paulo.

A escola não é de grande porte, tem ao todo 12 salas de aula, dois laboratórios desativados, um de biologia e um de física, uma sala de vídeo, uma sala de informática e uma biblioteca muito utilizada pelos alunos.

Cada aula dura 50 minutos. A escola funciona em três turnos (manhã, tarde e noite), é de fácil acesso e localizada em uma avenida muito conhecida na região da Lapa com várias opções de transporte; talvez, por este fato a escola seja muito procurada por uma clientela que não reside na região.

Em 2003, tive a oportunidade de participar do concurso público para o ingresso de professores na rede estadual de ensino, no qual fui efetivado como titular de cargo na disciplina de Matemática. Em 2006, em um projeto do governo do estado em parceria com a Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), foi oferecido um curso de especialização em Educação Matemática aos professores titulares de cargo em Matemática da rede e participei do referido curso que era realizado aos sábados em período integral, assim surgiu o interesse para ingressar no curso de Mestrado Profissional na PUC/SP, em 2007.

Ao cursar a disciplina Autoformação pelo Uso das TIC¹, senti-me motivado ainda mais para pesquisar sobre o tema: o uso da calculadora na obtenção do resto, trabalhando no universo dos números naturais² em uma divisão inexata,

¹ Tecnologia da Informação e Comunicação

² Quando nos referirmos ao universo dos números naturais, queremos dizer o conjunto representado pela sequência $N=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,\dots\}$.

pois já havia tratado a respeito do tema **divisão** em minha monografia no curso de especialização.

Na pesquisa de Melo, A.R. (2008), foram entrevistados três professores; mostrou que o uso da calculadora em sala de aula não tinha sido explorado nos cursos de graduação, pois nenhum professor tinha formação ou preparação para isso. Entretanto, pareceu evidente que a formação influenciou o uso de tecnologia em sala de aula. O autor destaca o seguinte:

Procurando entender em que momento ocorreu o despertar para o seu uso e analisando os depoimentos, percebe-se que os depoentes tiveram algum tipo de formação com vistas à inclusão das tecnologias ao fazerem o curso de mestrado, em especial na disciplina de TIC (Autoformação pelo Uso das Tecnologias da Informação e Comunicação). Dessa forma podemos entender que talvez esse seja o diferencial que os fez incorporar a calculadora em sua prática escolar (MELO, A.R. 2008, p.93).

Com as tecnologias cada vez mais presentes na vida do cidadão, é importante que cada recurso propiciado pelo avanço tecnológico seja explorado para que seja um conhecimento com significado ao aluno. A tecnologia está presente na educação e convivemos com ela em sala de aula, por meio de vídeos, computadores e lousa digital, etc.

A invasão da tecnologia em nossa sociedade trouxe consigo, num ritmo acelerado, exigências de mudanças de comportamento, a fim de que o ser humano pudesse assimilar essas inovações. Da exigência de autonomia e criatividade, de manuseio dos instrumentos tecnológicos, de percepção aguçada, do inglês falado e escrito à intolerância para com a demora, o erro, a inabilidade, as inovações tecnológicas vão, também, impondo um ritmo e um tipo programado de respostas que, diante de atitudes inadequadas, podem gerar prejuízos diversos. Eficiência e velocidade são agora as palavras-chave na relação com a máquina.(DIAS, 1999, p.124).

Assim, como professor de Matemática, almejo sempre criar, inovar e adicionar algo novo a minhas aulas. Viso a um aprendizado conciso e importante para os alunos buscando propor desafios para eles e, também, reflexão sobre minha prática docente. Muitas vezes, não nos damos conta de que o mundo mudou e que precisamos acompanhar seu ritmo e inovações.

Ao rever minha prática docente como professor de Matemática, não posso esquecer o avanço tecnológico, pois a tecnologia desenvolve-se cada vez mais rápido e seus avanços nos obrigam sempre estar atentos a acompanhá-la, ou seja, cada vez mais as tecnologias e recursos incorporam-se a nosso dia a dia em sala de aula e nos levam a lembrar da máquina de calcular eletrônica, a *calculadora*.

A tecnologia invade a sociedade em um ritmo acelerado, faz com que o ser humano busque assimilar essa invasão de maneira a aceitar e saber como utilizar alguns instrumentos tecnológicos com autonomia e criatividade.

Agora, ao invés da formação de especialistas, investe-se numa formação mais geral, apoiada na lógica formal da matemática e da informática, associada ao ensino de idiomas e outras linguagens. As atividades vão se complexificando cada vez mais, e a escola cede lugar a metodologias que retomem a valorização do conteúdo, e do domínio de habilidades instrumentais sem perder de vista a criticidade, apoiada sobre o conhecimento! A escola que não seguir essa linha metodológica será chamada de conservadora, antiquada, resistente, rígida e, por isso, incompetente para formar o novo aluno.(DIAS, 1999, p.124).

Assim, a calculadora básica, ou seja, uma calculadora simples, além de ser útil no ensino da Matemática está presente no cotidiano das pessoas e de nossos alunos, é uma ferramenta e recurso importantes nos aparelhos celulares.

Muitas vezes presenciamos situações em que para se conseguir um emprego numa atividade comercial privada, um dos itens exigidos para a contratação é a habilidade de manusear a

calculadora para efetuar cálculos e resolver problemas, utilizando o potencial de saberes adquiridos durante o processo de compreensão dos algoritmos estudado [...]. Os cidadãos que não tiveram oportunidade de manusear uma calculadora durante o tempo de estudante, que herança trazem da escola para conseguirem esse emprego? (OLIVEIRA, 1999, p.112).

As calculadoras estão inseridas na sociedade, acompanham-nos no cotidiano e isso deve ser encarado como realidade.

O aluno deve associar o manuseio da calculadora ao saber pensar e criar; deve entender o significado do **fazer** e **para que fazer** o cálculo. Entendo que a função da calculadora não seja inibir o raciocínio, mas auxiliar na interpretação e resolução de problemas.

O uso da calculadora nas salas de aula continua sendo questionado por professores, pais, legisladores e, até mesmo, por alunos. Aham que usando a calculadora pode afetar a memória e mesmo a capacidade de raciocinar bem. Nada existe, em pesquisa, que apóie esses temores. Atribuo essas atitudes a um excessivo conservadorismo e uma falta de visão histórica sobre como a tecnologia é parte integrante da sociedade e determina os rumos tomados pelas civilizações. (D'AMBRÓSIO, 2003, p.1).

1.1 Justificativa

Como já foi dito, lecionamos no ensino público, desde 1997, assim, temos notado com mais frequência que as tecnologias ocupam a cada dia que passa um grande espaço na sociedade, propiciam novos recursos, inclusive, em sala de aula. Observamos que aparelhos como “Ipod”, “MP3” e celulares, etc cada vez mais estão presentes na vida dos alunos.

De acordo com Mônaco e Mizukami (2005 apud MELO, A.J., 2008), atualmente, a tecnologia que existe em nossa sociedade obriga o professor a

adaptar-se e assumir um novo papel na criação de ambientes de aprendizagem que envolvam as transformações e as tecnologias, com o propósito de manter o processo de ensino e aprendizagem atualizado e modernizado.

Geralmente, trabalhamos com a terceira série do Ensino Médio e o conteúdo de estatística faz parte do planejamento de aulas desta série. Na resolução de alguns exercícios que desenvolvemos em sala de aula é necessário que algumas operações matemáticas fundamentais sejam feitas, entre elas, a operação da divisão tem destaque. No decorrer das aulas, às vezes, deparo-me com a seguinte questão feita pelos alunos: ***“Professor, posso usar a calculadora do meu celular?” “Professor, posso arredondar o resultado da calculadora?”***.

Por outro lado, no transcorrer das aulas, percebemos uma grande dificuldade dos alunos da terceira série do Ensino Médio para dividir. Como já permitimos o uso da calculadora nas aulas, observamos que estes alunos buscam uma resposta com números exatos para a solução dos exercícios, embora dêem a resposta em números decimais, porque aparecem na calculadora e questionam a hipótese do resultado ser um número natural, ou seja, um resultado exato.

Pelo fato de ouvirmos em sala de aula perguntas iguais às citadas acima sobre o uso da calculadora do celular e, também, observamos a dificuldade que muitos alunos apresentam nesse nível de ensino ao resolver uma operação de divisão. Assim, surgiu nosso interesse para investigar o resto da divisão inexata com a calculadora do celular, trabalhando no universo dos números naturais.

Acreditamos ser de total importância e relevância nosso tema de pesquisa, visto que, diariamente, trabalhamos com alunos da terceira série do Ensino Médio e alguns estão à procura de seu primeiro emprego ou já atuam como estagiários ou estão empregados e, muitas vezes, são submetidos a exames de qualificação profissional.

Conforme relata Melo, A.R. (2008), para se conseguir um emprego, o candidato à vaga deve saber manusear uma calculadora, resolver problemas, interpretar situações para resolução desses problemas; não necessariamente, tendo de mostrar grandes habilidades na resolução de cálculos manualmente, ou

seja, com lápis e papel. Por isso, consideramos importante aprender a manusear uma calculadora durante o aprendizado escolar.

Na presente pesquisa, optamos por trabalhar com o celular, pois este possui muitos recursos que podem ser usados pedagogicamente, como por exemplo, a calculadora. No momento da realização das atividades, constatamos que nem todos os sujeitos de nossa pesquisa possuíam uma calculadora simples de bolso, entretanto todos tinham um aparelho celular.

Ainda, há de se ressaltar que, de acordo com os PCNEM (BRASIL, 1999, p.264), a incorporação de novos recursos tecnológicos às práticas escolares é cada vez mais intensa, em razão de seu fácil acesso, pelos preços baixos vêm se incorporando à sociedade, sendo mais adquiridos e usados pelos alunos, o que favorece o uso desses equipamentos na aprendizagem da Matemática escolar.

Em nossa pesquisa, estudamos alunos da terceira série do Ensino Médio, mas não encontramos nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio assunto sobre o tema divisão de números naturais. Mas nos documentos oficiais do Ensino Fundamental, cujo tema tem maior destaque, existem algumas orientações:

[...] os alunos devem ser estimulados a aperfeiçoar seus procedimentos de cálculo aritmético, seja ele exato ou aproximado, mental ou escrito, desenvolvido a partir de procedimentos não-convencionais ou convencionais, **com ou sem uso de calculadoras**³. Certamente, eles ainda não têm domínio total de algumas técnicas operatórias, como da multiplicação e da divisão envolvendo números naturais, compostos de várias ordens, ou aquelas com números decimais, e isso precisa ser trabalhado sistematicamente. (BRASIL, 1998, p.67).

Quando optamos por trabalhar com o resto natural em uma divisão inexata, acreditávamos que a calculadora propiciaria a construção do conhecimento, porque o aluno poderia colocar em prática seus conhecimentos anteriores, ou

³ Grifo nosso

seja, conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental, como por exemplo, a divisão de números naturais. Esta não pode ser deixada de lado ou ser trabalhada separadamente no Ensino Médio, pelo fato dos alunos estarem habituados a trabalhar no universo dos números reais, neste nível do ensino.

1.2 Delimitação do problema

Em nossa prática docente, é comum ouvir dos alunos relatos a respeito de suas dificuldades para aprender Matemática e, dentre estas, destacam-se as operações fundamentais: divisão, multiplicação, adição e subtração. Normalmente, a divisão tem seu espaço de discussão entre alunos do ensino fundamental e médio.

Na presente pesquisa, trabalhamos com alunos da terceira série do Ensino Médio e nossa principal proposta não foi ensinar aos alunos desta série a operação da divisão. Mas verificamos que esses alunos, quando estão nesse nível de ensino, perdem o hábito de trabalhar no universo dos números naturais.

Pelo fato da calculadora ser uma ferramenta que está disponível nos aparelhos celulares; todos os alunos incluídos nesta pesquisa possuíam um desses aparelho. Como permitimos o uso do mesmo durante as aulas e, também, as dificuldades que muitos de nossos alunos do terceiro ano do Ensino Médio ainda encontram para realizar a operação de divisão, decidimos questionar o seguinte:

Como os alunos da 3ª série do Ensino Médio trabalhariam com a calculadora do celular para obterem o resto de uma divisão inexata no universo dos números naturais?

Acreditávamos que alguns dos sujeitos da pesquisa não encontrariam dificuldades para detectar que a solução da situação a que estariam submetidos estaria em repartir, distribuir ou identificar quantos cabem (medir), utilizando um cálculo para realizar a operação da divisão; mas pelas nossas experiências de

sala de aula, esperávamos que, dentre esses alunos, alguns pudessem encontrar algumas dificuldades na execução do algoritmo da divisão, caso o resto da divisão não ser igual a zero.

Segundo Fanizzi (2004), os alunos realizam a técnica operatória de alguns algoritmos convencionais sem refletir sobre os passos seguidos para realizá-la e, também, sobre o significado das operações realizadas para executá-la. Quando se deparam com uma situação em que tenham de interpretar os passos que foram seguidos para executá-la com êxito, acabam precisando recorrer a outros procedimentos de resolução, levando-os a ampliarem seus conhecimentos sobre o funcionamento das operações.

Para Oliveira (2007), o cálculo sempre será importante em todas as diferentes modalidades no desenvolvimento cognitivo do aluno, pois obriga que os alunos tomem decisões e que sejam criativos na realização de problemas numéricos.

No cálculo escrito, o aluno deve utilizar algum processo para descrever a divisão (algoritmo), e o que for mais adequado e viável à sua aprendizagem. Para esta etapa, o aluno precisa dominar o algoritmo utilizado e que o processo de divisão esteja claro em seu pensamento.

Ao usar a calculadora, o aluno associa seu manuseio ao saber pensar e criar. Como já mencionamos, não entendemos em nenhum momento a calculadora como inibidora do raciocínio, mas, uma auxiliar na interpretação e resolução de problemas.

De acordo com Medeiros (2003) no ensino tradicional, gastamos muito tempo com “calculeira”⁴.

Conta Platão no Fedro, o seguinte diálogo entre o deus supremo do Egito, o Rei Thamus, e um deus mais jovem e muito imaginativo, Theuth, que havia inventado os números, a aritmética, a geometria, a astronomia e a escrita. Quando Theuth

⁴ A palavra calculeira foi utilizada no sentido do excesso de mecanismos de cálculo sem ressaltar o significado dos cálculos.

contou sobre a escrita, ele disse ao Rei Thamus [...] foi um elixir de memória e de sabedoria” E Thamus replicou: “muito engenhoso, Theuth [...] você, que é pai das letras, foi levado por sua afeição a atribuir a elas um poder oposto ao que elas realmente possuem. Pois esta invenção vai produzir esquecimento nas mentes, daqueles que aprenderem a usá-la, porque eles não irão exercitar sua memória. Sua confiança na escrita, produzida por caracteres externos que não são partes deles mesmos, vai desencorajar o uso da própria memória que eles possuem (...) você oferece a seus alunos a aparência da sabedoria, não da sabedoria verdadeira, pois eles vão ler muitas coisas sem instrução e assim vão pensar que sabem muito.(D’AMBRÓSIO, 1986, p.72).

Entendemos que a calculadora do celular seja uma ferramenta de apoio para nossas aulas de Matemática e que seu emprego não significa deixar totalmente de lado os cálculos nem queremos que isso seja feito. Não desejamos abolir o uso do lápis, do papel e da borracha durante as aulas de Matemática, mas dar oportunidade para discussões sobre os processos e a maneira como os sujeitos de nossa pesquisa devem elaborar para compreenderem o significado dos números, que aparecem expressos no visor da calculadora, ou seja, os alunos devem entender aquilo que é feito com a mesma.

Segundo Dante (2002 apud OLIVEIRA, 2007, p.2) para o aluno aprender Matemática com significado, é fundamental que ocorra o seguinte:

- Trabalhem as idéias, os conceitos matemáticos intuitivamente, antes da simbologia, antes da linguagem matemática;
- Aprenda por compreensão. O aluno deve atribuir significado ao que aprende. Para isso, deve saber o porquê das coisas, e não simplesmente mecanizar procedimentos e regras;
- Estimulem-se para pensar, raciocinar, criar, relacionar idéias, descubram e tenham autonomia de pensamentos;
- Trabalhem a matemática por meio de situações-problema próprias de sua vivência e, que o façam realmente pensar, analisar, julgar e decidir pela melhor solução;
- Valorizem a experiência acumulada dentro e fora da escola;
- Estimulem o aluno para que faça cálculo mental, estimativas e arredondamentos, obtendo resultados aproximados, etc.

Desse modo, temos notado em sala de aula um elevado número de alunos do Ensino Médio que assumem não dominar as técnicas operatórias da divisão e encontram dificuldades no algoritmo. Por conta desta situação e diante de nossas próprias observações, vimos necessidade de retomar tais técnicas, implementando o auxílio tecnológico da calculadora do celular.

1.3 Objetivos

Entendemos que houve necessidade da retomada de alguns conceitos sobre a divisão de números naturais com os alunos da terceira série do Ensino Médio. Sabendo que a calculadora opera no universo dos números reais, o objetivo deste estudo foi conhecer como os alunos da terceira série do Ensino Médio trabalham com a calculadora para obter o resto de uma divisão inexata no universo dos números naturais.

Para atender e responder à questão de pesquisa, nosso trabalho teve um caráter investigativo, para observar se os alunos envolvidos na pesquisa conseguiriam identificar e interpretar quem era o resto da divisão inexata, com o auxílio da calculadora e, também, sem seu auxílio. Nesse momento, fomos apenas observadores dos alunos na realização das atividades que propusemos.

O trabalho também teve um caráter interventivo, no qual trabalhamos com os sujeitos da pesquisa o conceito da divisão euclidiana⁵.

Nossos sujeitos de pesquisa constituíram-se de alunos da terceira série do Ensino Médio e, como já mencionamos, não queríamos lhes ensinar divisão.

Com este trabalho, nosso propósito foi retomar alguns conceitos básicos de Matemática com os alunos que neste nível de ensino acabam se esquecendo, como por exemplo, a divisão em $\mathbb{N}$ (divisão no universo dos números naturais). Isso pode ocorrer pelo fato de que os alunos do Ensino Médio, depois que aprendem a lidar com os números reais, pela própria exigência dos conteúdos,

⁵ De acordo com Hefez (2006) sejam dois números naturais a e b com $0 < a < b$. Existem dois únicos números naturais q e r tais que $b = a \cdot q + r$, com $r < a$. Onde r é o resto e q é o quociente.

acabam trabalhando apenas em $\mathbb{R}$ (universo dos números reais), por conseguinte, acabam se esquecendo de alguns conceitos que foram trabalhados no Ensino Fundamental.

Ao visarmos a esta retomada de conceitos sobre divisão de números naturais, intervimos com a divisão euclidiana, com a intenção de auxiliar os alunos a obterem o resto natural em uma divisão inexata com o auxílio da calculadora do celular.

1.4 Revisão Bibliográfica

Esta revisão bibliográfica tem o objetivo de obter informações sobre os resultados de outras pesquisas realizadas que envolvem divisões com números naturais e o uso de calculadoras em sala de aula. Como nossa proposta de pesquisa é voltada ao estudo da obtenção do resto natural em uma divisão inexata com o auxílio da calculadora do celular, cujo público alvo era formado por alunos da terceira série do Ensino Médio, encontramos dificuldades para realizar esse levantamento bibliográfico referente à divisão de números naturais neste nível de ensino. Portanto, abordamos alguns estudos realizados no Ensino Fundamental além das orientações e suporte de alguns autores como: Cunha (1997), Mocrosky (1997), PCN (1998) e PCNEM (1999), Medeiros (2003), Selva e Borba (2005,2007), Castela (2005), Fedalto (2006).

Os PCNEM destacam algumas das competências e habilidades em Matemática a serem desenvolvidas pelos alunos:

- Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e comunicação;
- Selecionar estratégias de resolução de problemas;
- Interpretar e criticar resultados em uma situação concreta;

- Fazer e validar conjecturas experimentando, recorrendo a modelos, esboço, fatos conhecidos, relações e propriedades;
- Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades. (BRASIL, 1999, p.259).

Os PCNEM citam que o uso da calculadora nas aulas de Matemática encontra considerável reação nos meios educacionais (BRASIL, 1999, p.252).

Observamos que muitos professores de Matemática não a vêem com bons olhos em suas aulas, e as discussões em relação a seu emprego em sala de aula são muitas.

Precisamos fazer uma reflexão sobre a relação Matemática com a tecnologia. É importante também nos preocuparmos com as competências e habilidades dos alunos que, muitas vezes, são ultrapassadas pela velocidade tecnológica.

Desse modo, uma das competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática, quanto à contextualização sócio-cultural é o manuseio de recursos, como o computador e a calculadora. Devemos utilizar de modo adequado calculadoras e computadores, reconhecendo suas limitações e potencialidades.

[...] é o de levar o aluno a selecionar e utilizar procedimentos de cálculo (exato ou aproximado, mental ou escrito) mais adequados à situação-problema proposta, fazendo uso da calculadora como um instrumento para produzir resultados e para construir estratégias de verificação desses resultados (BRASIL, 1998, p.83).

De acordo com os PCNEM, ao estabelecer um primeiro conjunto de parâmetros para a organização do ensino de matemática no Ensino Médio, pretende-se contemplar a necessidade de sua adequação para o desenvolvimento e promoção de alunos, com diferentes motivações, interesses e capacidades, criando condições para sua inserção em um mundo em mudança e contribuindo

para desenvolver as capacidades que deles serão exigidas em sua vida social e profissional. (BRASIL, 1999, p.251).

A utilização de recursos como o computador e a calculadora podem contribuir para que o processo de ensino aprendizagem de Matemática se torne uma atividade experimental mais rica, sem riscos de impedir o desenvolvimento do pensamento, desde que os alunos sejam encorajados a desenvolver seus processos metacognitivos e sua capacidade crítica e o professor veja reconhecido e valorizado o papel fundamental que só ele pode desempenhar na criação, condução e aperfeiçoamento das situações de aprendizagem (BRASIL, 1998, p.45).

Segundo Reys et al. (1980 apud MOCROSKY, 1997), uma pesquisa quantitativa foi feita com professores e perguntado se as crianças deveriam dominar primeiramente as quatro operações antes de usarem a calculadora. Assim, 80% dos entrevistados responderam sim. A justificativa foi que se não existir o domínio das quatro operações antes de usar a calculadora, os alunos não estarão motivados a aprendê-las. Em contrapartida, alguns professores responderam que tais habilidades deveriam ser desenvolvidas com a calculadora. Apesar da ambigüidade entre as respostas, houve um consenso que, alguns alunos do Ensino Fundamental e Médio com dificuldades no cálculo, a calculadora deve ser utilizada, porque certamente irá auxiliá-los no aprendizado do cálculo.

De acordo com Melo, A.R. (2008), a calculadora tem o potencial para estimular a curiosidade, facilitar a realização das operações e, com isso, o professor poderá levar aos alunos situações cotidianas nas quais a curiosidade seja o foco principal para interpretação e resolução de problemas, conseqüentemente, levando o aluno a gostar mais de Matemática e favorecendo seu aprendizado.

Reys (1989 apud FEDALTO, 2006) refere que a calculadora pode ser um poderoso auxiliar da aprendizagem, tendo um potencial que não foi totalmente explorado nem no desenvolvimento de conceitos, nem no desenvolvimento de atitudes positivas de persistência na resolução de problemas.

Conforme a pesquisa de Mocrosky (1997) alguns professores do Ensino Fundamental e Médio acreditam que a calculadora não prejudica o processo de aprendizagem, pois o que é aprendido são as técnicas das operações, regras básicas de cálculo e atalhos para obtenção dos resultados das atividades.

O autor citado ainda entende que o ensino e a aprendizagem das operações básicas exigem um trabalho com sistema de numeração; valores posicionais dos algarismos, que estão relacionados com a organização do sistema de numeração; numeração falada e escrita, pois a fala já denota, para a escrita e para a compreensão, uma operação aritmética. O erro faz os alunos questionarem-se e reformularem suas idéias para se aproximarem progressivamente da compreensão, tanto da parte operacional como da escrita e das propriedades das operações.

Conforme Medeiros (2003), na pesquisa realizada em 2000, em uma escola da rede pública estadual de Pernambuco visava-se a investigar a influência da calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos e observar como os alunos modificavam seus procedimentos ao usarem calculadora na resolução destes problemas. Os resultados da pesquisa mostraram que a calculadora além de agilizar a resolução, possivelmente, potencializa o cálculo mental.

Em um estudo realizado por Melo, A.J. (2008), foi constatado que a calculadora pode ser uma forte aliada no desenvolvimento de conteúdos matemáticos, pois verificou-se vantagem em relação a abordagens com situações de aprendizagem difíceis de serem desenvolvidas com lápis e papel, como trabalhar com números não inteiros e utilizar arredondamentos, além de despertar em seus alunos um interesse significativo para explorar o conteúdo de forma dinâmica e interativa.

Fedalto (2006) cita que o uso da calculadora nas aulas de Matemática vem sendo discutido há algum tempo e encontramos alguns defensores de sua utilização. Seu uso também pode ser aplicado em sala de aula, para que sejam possibilitadas a discussão, a análise e a generalização. No entanto, isso pode implicar confrontar com certas crenças básicas de alguns professores de Matemática que reforçam a idéia de que as aulas de Matemática são

excessivamente centradas na memorização de regras, uso de fórmulas e cálculos que pouco contribuem para a compreensão do que está sendo ensinado.

Para Carvalho e Silva (1987), nas escolas americanas é de total aprovação o uso da calculadora e, inclusive, recomendada pelo NCTM⁶ a fazer parte não só das aulas de Matemática, também de outros setores, como por exemplo, no trabalho de casa e na avaliação. Segundo este órgão, o uso das calculadoras em sala de aula propicia aos alunos maior concentração no processo de resolução dos problemas do que nos cálculos associados aos problemas. Os alunos terão acesso à Matemática, além da mera capacidade de calcular, irão também explorar, desenvolver e reforçar conceitos, inclusive, estimar valores, computar e aproximar, assim como suas propriedades. Farão experiências, conjecturas e buscarão novos caminhos e estratégias, padrões e leis de formação, sem muita preocupação com os cálculos cansativos e demorados que os algoritmos favorecem.

Melo, A.J. (2008) cita que a calculadora torna possível discutir alguns conteúdos, proporcionando um trabalho mais amplo e desenvolvendo habilidades que facilitam a construção de conhecimentos. Não basta os alunos saberem fazer cálculos na calculadora; eles devem saber interpretar enunciados, analisar situações de resolução e solução de problemas, fazer a verificação de resultados e tomar decisões em favor da melhor resposta à situação a que está submetido.

Para Fedalto (2006), a resolução de problemas aliada ao uso da calculadora contribui com a aprendizagem matemática no sentido de funcionar como um instrumento de investigação, exploração, verificação, estimativa e de criação de conjecturas, possibilitando ao aluno mais tempo para pensar no problema e em suas possibilidades de resolução.

Deve-se reconhecer que, no ensino tradicional, se gasta muito tempo com mecanismos de cálculo ao invés de se ressaltar o significado dos cálculos. Atualmente, as propostas de ensino da matemática não mais consideram importante que os alunos façam

⁶ National Council Of Teachers of Mathematics, EUA, posição oficial em Abril 1986.

cálculos excessivos, a chamada “calculeira”⁷. Ao invés disso, elas consideram fundamental que os alunos compreendam e relacionem os diversos ramos da matemática – os quadros⁸, nos termos de Douady (1986,1991) e possam resolver problemas em diferentes situações (MEDEIROS,2003,p.20).

O autor citado considera que a calculadora é importante, desde que utilizada corretamente; portanto, deve-se extrair da mesma o máximo proveito, fazendo com que seja vista pelo aluno como elemento auxiliar de seu raciocínio, já que agiliza os cálculos.

A pesquisa de Medeiros (2003) tinha como objetivo observar de que maneira os procedimentos dos alunos modificavam-se quando usavam a calculadora na resolução de problemas abertos. Para atingir a este objetivo, foi necessário identificar as estratégias utilizadas na resolução dos problemas sem o uso da calculadora e, posteriormente, com seu uso. As análises dos registros dos alunos feitas por Medeiros (2003) mostraram em sua maioria que o número de acertos aumentou significativamente quando os alunos utilizaram a calculadora.

De acordo com Melo, A.J. (2008), o emprego das calculadoras proporciona aos professores maior lista de atividades, abordando a Matemática de maneira não convencional, mas, trabalhando com a experimentação, favorecendo um contato maior com situações verdadeiras, envolvendo situações reais de aplicação da Matemática.

Rubio (2003) realizou um estudo com o objetivo de discutir a possibilidade da calculadora como recurso didático, nas aulas de Matemática do Ensino Fundamental, assim, seu uso não deve ser resumido apenas em relação à realização de algoritmos, mas, na discussão e formulação de situações que favoreçam seu emprego com o intuito de proporcionar ao aluno o debate, o pensar, a resolução de problemas, o raciocínio e o desafio. Nesta pesquisa, Rubio (2003) cita que alguns alunos preferiram em algumas atividades utilizar o cálculo

⁷ Termo usado por Medeiros (2003) em analogia feita aos cálculos realizados em excesso

⁸ Consultar DOUADY, R. Jeux des cadres et dialectique outil-objet. Recherches em Didactique des Mathématiques, v.7, n. 2, 1986, p.5-31

mental e, também, perceberam que a calculadora não é útil diante de uma situação não compreendida e incapacidade do raciocínio.

De acordo com Mocrosky:

Apostando no sucesso da calculadora para o ensino e aprendizagem, aparece a direção da Associação dos Professores de Matemática (APM) em Portugal. Para essa entidade, a máquina de calcular pode ser utilizada pelos alunos, mas ao implementar tal instrumento nas aulas, é importante que seja dado um tratamento diferente aos conteúdos a serem trabalhados, para que os ensino fundamental e médio não tenham por objetivo principal preparar o aluno para o exame de vestibular, ou seja, que as aulas não sejam predominadas pelo treinamento do aluno e sim pelo trabalho consciente das capacidades dos educandos. (MOCROSKY, 1997, p.22).

Em sua pesquisa Mocrosky (1997), salienta que a calculadora é um reforço para a aprendizagem e não um instrumento que desencadeia esta aprendizagem. Embora as operações básicas sejam desenvolvidas no Ensino Fundamental, alguns professores no Ensino Médio dizem que a maioria de seus alunos ainda chega a este grau de escolaridade sem saber as quatro operações fundamentais. (soma, subtração, divisão e multiplicação).

Cunha (1997), na divisão de números naturais nas quais o quociente é um número decimal, sugere que seja trabalhado com material concreto, a fim de justificar o aparecimento da vírgula no quociente e as transformações sucessivas nos restos obtidos.

Na pesquisa realizada por Castela (2005), com alunos de 6ª série, a autora diz que os alunos não farão operações em que são pedidos o quociente e o resto e tentarão encontrar o quociente decimal, para que este resto seja zero. Em nossa pesquisa, não queremos comparar alunos do Ensino Fundamental com alunos de Ensino Médio, mas, em razão de nossa observação em sala de aula, verificamos que nossos alunos de Ensino Médio também sentem dificuldades similares às dos alunos que foram estudados por Castela em seu trabalho.

A pesquisadora Cunha (1997) realizou em seus estudos uma atividade com seus alunos com a intenção de trabalhar as relações entre dividendo, divisor, parte inteira do quociente, parte não inteira do quociente e o resto. Neste estudo, Cunha escolheu variáveis didáticas como tipo de número, pois para as mesmas, os números inteiros poderão facilitar os cálculos dos alunos, levando a um índice de sucesso maior do que em questões envolvendo números decimais. Trabalhou, também, com “tamanho” de números, no qual foram escolhidos números muito “grandes”, na ordem dos milhões, para que os alunos se “desencorajassem de trabalhar com o cálculo realizado com lápis e papel e, por fim, trabalhar com a calculadora, como um fator motivador.

O objetivo de Cunha (1997) foi fazer com que seus alunos percebessem as relações entre o dividendo, divisor, quociente e resto, além das relações entre a multiplicação e a divisão. De acordo com a pesquisadora, esta atividade foi realizada com uma pequena amostra de 12 alunos, sendo seis da 5ª série e seis da 7ª série. A atividade foi realizada em duplas, e duas duplas da 7ª série apresentaram procedimentos iguais para encontrarem o resto da divisão proposta, e ambas as duplas relacionaram a divisão proposta com a **divisão euclidiana**. Segundo a autora, a atividade em que foi utilizada a calculadora, motivou os alunos em sua resolução.

De acordo com Campbell (2002 apud CASTELA, 2005), o algoritmo da divisão é uma dificuldade não só nos Ensinos Básico e Médio, mas também os alunos de cursos superiores não têm uma percepção global do algoritmo da divisão.

Como já mencionado anteriormente, a pesquisadora Castela (2005) trata dos resultados obtidos com seus alunos de 6ª série, que apresentavam dificuldades para efetuar operações simples de divisão e observou que muitos alunos haviam esquecido do algoritmo da divisão. Mas, como já mencionamos, não queremos ensinar alunos de Ensino Médio a aprenderem divisão nem tampouco compará-los com alunos de Ensino Fundamental, mas tal descrição veio ao encontro de nossa proposta de pesquisa que irá diagnosticar o reconhecimento e as possíveis dificuldades dos sujeitos deste trabalho para obter

o resto em uma divisão inexata com o auxílio da calculadora do celular e, também, poderá auxiliá-los a encontrar este resto, pois o aluno de Ensino Médio está acostumado a trabalhar no universo dos números reais e acaba perdendo o hábito de trabalhar com o universo dos números naturais.

Os estudos realizados por Selva e Borba (2005) mostraram que a compreensão da relação entre a divisão inexata feita na calculadora ou por meio de outra representação não foi uma tarefa fácil para crianças que ainda não eram familiares com a calculadora ou que não tinham trabalhado em outros contextos com números decimais, mas, que podem com base nas intervenções específicas do professor compreender o significado de tais números.

Segundo Ruthven (1994 apud SELVA e BORBA, 2005), mediante a observação das respostas a questionários com alunos ingleses na transição entre a escola primária e a secundária, a calculadora não ajudava e era tida até como prejudicial à aprendizagem, por levar os alunos a não aprenderem outros tipos de cálculos. No entanto, existem vários estudos que apontam a importância da calculadora, como recurso no trabalho com conceitos matemáticos na escola.

No trabalho de Groves (1994 apud SELVA e BORBA, 2005), foi feita uma comparação com um grupo de crianças de 3ª e 4ª séries que tiveram a oportunidade de usar a calculadora em sala de aula que era chamado de grupo experimental, com um grupo de crianças que não teve a oportunidade de usar a calculadora, chamado grupo de controle. Em seus resultados, chegou à conclusão que o uso da calculadora a longo prazo favoreceu significativamente o desempenho global das crianças quanto ao artifício usado na resolução do problema. Assim como na computação de questões que envolviam o conhecimento do valor de lugar dos números, subtração com respostas negativas, divisão com resto, multiplicação e divisão de dinheiro. Observou, também, os resultados positivos do grupo experimental na resolução de contas de divisão que resultavam em uma resposta decimal e, em outras, que requeriam a leitura e interpretação dos decimais. Para este pesquisador, a calculadora pode propiciar uma discussão positiva em sala de aula.

Na pesquisa de Noronha e Sá (2002 apud SELVA e BORBA, 2007), foi realizado um estudo envolvendo professores brasileiros, sendo observado que as justificativas mais freqüentes, para a não recomendação do uso da calculadora em sala de aula, eram que os alunos poderiam ficar dependentes da máquina ou que a máquina de calcular tiraria o raciocínio dos alunos. Assim, eles não aprenderiam as quatro operações fundamentais da Matemática. Em seus estudos, apenas 0,23% de professores a mais do que os que tinham manifestado interesse desfavorável ao uso da calculadora apresentaram que a justificativa mais freqüente era que a calculadora ajudaria a resolver com maior rapidez operações mais complexas, deixando maior tempo para o raciocínio na resolução de problemas matemáticos.

Ruthven (1999 apud SELVA e BORBA, 2005) analisou alunos ingleses do último ano da educação primária onde as escolas incentivam o uso da calculadora na sala de aula e observou relativo sucesso. Entretanto, nenhum deles conseguiu interpretar o resultado obtido, mas essa dificuldade ocorreu, também, na resolução por escrito. Os dados obtidos por Ruthven (1999) mostraram que se deve ressaltar uma preocupação com a interpretação dos resultados obtidos não apenas quanto ao uso da ferramenta, mas também pelos contextos dessa utilização.

Li e Silver (2000 apud SELVA e BORBA, 2005), observaram 14 crianças de 3ª série do Ensino Fundamental que não tinham recebido instrução escolar sobre divisão na resolução de um problema de quotição com resto diferente de zero. Assim, 13 crianças utilizaram diversos procedimentos, tais como: adição, subtração ou multiplicação, consideraram o contexto e conseguiram interpretar corretamente o resto.

Neste capítulo, esta revisão bibliográfica foi realizada para sustentar nossa pesquisa e gerenciar nossos estudos com o apoio de outros estudos já realizados anteriormente, sobre divisões de números naturais e o uso de calculadoras em sala de aula. Buscamos, também, nos documentos oficiais algumas orientações em torno desses assuntos. Como já havíamos mencionado no início deste capítulo, constatamos dificuldades para encontrar nos PCNEM e, também, estudos que tratassem sobre divisões de números naturais no Ensino Médio. Por

isso, apoiamo-nos nos PCN do Ensino Fundamental e, também, em alguns estudos sobre divisões de números naturais realizados nesse mesmo nível de ensino.

1.5 Estrutura do trabalho

Nosso trabalho foi estruturado em cinco capítulos, além dos apêndices no final e das referências.

No primeiro capítulo, comentamos a respeito do interesse pelo tema pesquisado, assim como a justificativa, objetivos e a delimitação do problema de pesquisa, além de termos feito uma revisão bibliográfica. Neste capítulo, apresentamos também alguns estudos sobre divisões e calculadoras em sala de aula e pesquisamos: Mocrosky (1997), PCN⁹ (1998), PCNEM¹⁰ (1999), Medeiros (2003), Selva e Borba (2005,2007), Fedalto (2006), entre outros, que também serviram de apoio para a presente pesquisa.

No segundo capítulo, apresentamos um breve histórico sobre a evolução das calculadoras no intuito de ilustrar o trabalho, mencionamos também, o procedimento da divisão euclidiana.

No terceiro capítulo, mostramos nossos procedimentos metodológicos, os sujeitos da pesquisa e a descrição da aplicação das atividades.

No quarto capítulo, apresentamos as análises dos dados coletados, sob alguns pressupostos da Engenharia Didática, em que foram feitas as análises **a priori** e **a posteriori** das atividades propostas.

No quinto capítulo, intitulado Considerações Finais, apresentamos as conclusões da pesquisa.

Ao final do trabalho, trazemos os apêndices com as atividades que aplicamos no desenvolvimento da pesquisa.

⁹ Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil 1998).

¹⁰ Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (Brasil 1999).

CAPÍTULO 2

UMA BREVE ABORDAGEM SOBRE A EVOLUÇÃO DAS CALCULADORAS E SOBRE A DIVISÃO EUCLIDIANA

Neste capítulo, apresentamos um breve histórico sobre a evolução das máquinas de calcular baseados em Eves (2004), com o intuito de ilustrar nosso trabalho e demonstrar que as calculadoras permeiam a vida do ser humano desde muitos anos. A ferramenta que irá nos auxiliar na pesquisa e, também, durante nossas aulas de Matemática surgiu há milhares de anos, sendo atualmente muito empregada no dia a dia, inclusive, em sala de aula.

A calculadora eletrônica começou com o aparecimento da primeira máquina de calcular natural, que eram os dedos, passando pelo ábaco e, posteriormente, com o surgimento dos computadores de grande porte no século passado.

Para Eves (2004), os modernos e sofisticados computadores são descendentes dos mais antigos instrumentos de cálculos mecânicos simples, que contam entre as façanhas matemáticas mais importantes do século XX.

O ábaco pode ser considerado o mais antigo instrumento de computação mecânico usado pelo homem. Foi construído sob muitas formas e aparece em várias partes do mundo antigo e medieval. Perto do século XVIII, não restava mais nenhum traço do ábaco na Europa Ocidental.

O ábaco é formado por uma moldura vertical, correspondente cada um a uma posição digital (unidades, dezenas,...), nos quais estão os elementos de contagem (fichas, bolas, contas,...) que podem deslizar livremente. No ábaco, é usado um processo de cálculo com sistema decimal, atribuindo a cada haste um múltiplo de dez.

O primeiro ábaco acredita-se que tenha sido construído em uma pedra lisa coberta por areia ou pó. Na antiguidade, os gregos e romanos utilizavam o ábaco para calcular e depois foi aperfeiçoado pelos chineses.

Dentre as variedades de ábacos que foram desenvolvidas; a mais popular utiliza uma combinação de dois números-base (2 e 5) para representar números decimais. Mas os mais antigos foram usados primeiro na Mesopotâmia, depois na Grécia e no Egito por escrivães que utilizavam números sexagesimais representados por fatores de 5,2,3 e 2 por cada dígito.

Em diversas partes do mundo, existem vários tipos de ábacos e com o passar dos tempos, logo após os ábacos, começaram a surgir as máquinas de somar. Considera-se que uma máquina de somar inventada por Blaise Pascal, em 1642, seja o protótipo das atuais máquinas de calcular. O instrumento tinha condições de operar com números de até seis dígitos, possuía uma seqüência de mostradores, com os algarismos de 0 a 9 impressos em cada um, engrenados de maneira tal que, quando um deles girava de 0 a 9, o de sua esquerda, que representava uma unidade decimal mais alta, girava de uma unidade. Com isso o processo de “transportar” a adição efetuava-se mecanicamente.

Algumas dessas máquinas encontram-se preservadas no Conservatório de Artes e Ofícios de Paris.



Figura 1 - Ábaco modelo Chinês – Suan-Pan – Fabricado na China

Fonte: Figura retirada de Museu da Calculadora

Conforme refere Eves (2004), na segunda metade do século XX, o alemão Leibniz (1671) e o inglês Sir Samuel Morland (1673) inventaram as máquinas que multiplicavam.

Por volta de 1812, o matemático inglês Charles Babbage (1792-1871) começa a cogitar a idéia da construção de uma máquina para ajudar no cálculo de tábuas matemáticas.

Em 1820, Thomas de Colmar, inventa uma máquina capaz de subtrair e dividir, que viera a ser o protótipo de todas as máquinas comerciais, antes de 1875.

Em 1823, Charles Babbage depois de investir e perder sua fortuna pessoal na construção da máquina que ajudava no cálculo das tábuas matemáticas conseguiu auxílio financeiro do governo britânico e pôs-se a construir sua máquina diferencial que deveria trabalhar com 26 algarismos significativos, calcular e imprimir diferenças sucessivas até as de ordem seis.

O trabalho de Babbage não foi satisfatório e seu incentivo governamental foi cortado 10 anos depois, o que o levou a abandonar sua máquina diferencial. Começou, então, a trabalhar a máquina analítica, que também não chegou a ficar pronta, pela carência de componentes tecnológicos de precisão.

O primeiro descendente da máquina analítica de Babbage foi o enorme ASCC¹¹ construído com o convênio entre a Universidade de Havard e a IBM¹², sob contrato com o Departamento Naval dos Estados Unidos da América (EUA).

Em 1875, o americano Frank Stephen Baldwin registrou a patente da primeira máquina de calcular capaz de efetuar as quatro operações fundamentais sem a necessidade de readaptações.

Em 1878, o sueco Willgodt The ophile Odhner patenteou nos Estados Unidos da América uma máquina muito semelhante à projetada por Baldwin. As calculadoras de mesa elétricas da primeira metade do século XX, como as de Friden, Marchant e Monroe não diferiam essencialmente quanto à sua construção, da máquina de Baldwin.

Em 1948, surgiu o descendente do ASCC, o ENIAC, ¹³ um computador eletrônico com múltiplas finalidades, tinha 9mx15m, pesava cerca de 30 toneladas e encontra-se hoje no museu Smithsonian Institution, em Washington, D.C.

¹¹ IBM Automatic Sequence Controlled Calculator

¹² International Bussiness Machines Corporation

¹³ Eletronic Numerical Integrator and Computer

Por volta de 1950, John Von Neumann foi o responsável pela operação do primeiro computador plenamente eletrônico e pelo armazenamento de programas nos computadores digitais. Deve-se a ele as investigações sobre o cérebro humano e a lógica que o fizeram ter sucesso em suas pesquisas na computação.

Ultimamente, o crescimento da velocidade computacional tem sido espantoso; as máquinas tornaram-se cada vez mais leves, menores e compactas.

O primeiro modelo da calculadora portátil foi introduzido no mercado pela Bowmar Instrument Corporation, em 1971, media aproximadamente 8cm por 13 cm e custava \$249.(Duzentos e quarenta e nove dólares).

Em 1988, quando da convenção pelo Centenário da American Mathematical Society, foi lançada a HP 28S por um preço de US\$ 235.

Nos dias atuais, temos calculadoras que pesam gramas e são incorporadas em inúmeros aparelhos eletrônicos, como celulares, relógios, agendas eletrônicas, entre outros.

Este levantamento sobre a evolução das calculadoras e a divisão euclidiana foi feito por chegarmos à conclusão que, com o passar dos anos, as tecnologias estão cada vez mais evoluídas e podem ser aplicadas nas aulas de Matemática, pois as grandes e pesadas máquinas de calcular existentes em épocas anteriores seriam impossíveis de utilizar dentro de uma sala de aula.

Atualmente, as calculadoras estão presentes em pequenos e leves aparelhos de calcular, chegando a pesar gramas e, também, inseridas em pequenos instrumentos como os celulares presentes na maioria do cotidiano da sociedade e até em sala de aula. Após o surgimento das máquinas de calcular eletrônica, o ábaco quase não foi mais utilizado em sala de aula, e as calculadoras de bolso passaram a ter maiores capacidades de informações e recursos.

Neste trabalho de pesquisa, a calculadora é um importante instrumento para os alunos na resolução das atividades propostas e nos auxiliará na busca de respostas para nossa questão de pesquisa.

Neste capítulo, outro tema importante é a divisão euclidiana empregada em atividades propostas aos alunos.

A divisão euclidiana é um procedimento utilizado na realização da divisão entre dois números naturais b e a , com $0 < a < b$. Existem dois únicos números naturais q e r , tais que: $b = a \cdot q + r$, com $r < a$, ou seja, em uma divisão inexata entre dois números naturais, o valor do dividendo será igual à multiplicação do valor do quociente pelo valor do divisor somado com o valor do resto, que sempre deverá ser um valor menor do que o divisor.

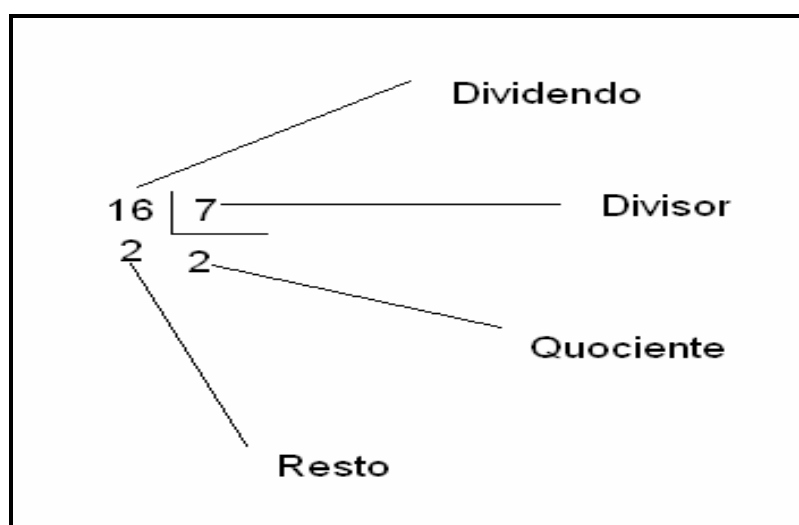


Figura 2- Exemplo da divisão euclidiana

O exemplo da divisão euclidiana mostrado acima ilustra a maneira como procedemos em nossa intervenção.

Conforme Hefez (2006, p.35), para Euclides, mesmo que um número a não divida um número b , é sempre possível efetuar a divisão de um número b por outro número a , com resto, sendo a e b naturais. Este resultado não só é um importante instrumento na obra de Euclides¹⁴, como também é o resultado central de sua teoria.

¹⁴ Para saber mais sobre a obra de Euclides, ler a nota histórica no final do capítulo 3 do livro Elementos de Aritmética de Hefez (2006).

O procedimento da divisão euclidiana foi introduzido em nossa intervenção durante a realização do estudo e ajudou na resolução das atividades propostas e, também, a responder nossa questão de pesquisa: como os alunos trabalhariam com a calculadora do celular para obterem o resto de uma divisão inexata no universo dos números naturais. Foi um procedimento que colaborou para que os alunos recuperassem alguns conceitos sobre divisão aprendidos no Ensino Fundamental e esquecidos ou pouco trabalhados no Ensino Médio.

CAPÍTULO 3

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, nos atentamos à escola, aos sujeitos da pesquisa e aos procedimentos de aplicação das atividades propostas ao grupo de alunos escolhidos. Nossos procedimentos metodológicos foram realizados sob a luz de alguns pressupostos da Engenharia Didática.

De acordo com Almouloud (2007), a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa é caracterizada por um esquema experimental em sala de aula, ou seja, na realização, construção, observação e análise das sessões de ensino.

Conforme Artigue (1988 apud ALMOULOU, 2007, p.175), existem dois tipos de variáveis potenciais manipuladas pelo pesquisador.

- Variáveis macrodidáticas ou globais relativas à organização global da engenharia;
- Variáveis microdidáticas ou locais, relativas à organização local da engenharia, isto é, a organização de uma sessão ou de uma fase.

Para Almouloud (2007), o objetivo de uma análise *a priori* é determinar como as escolhas efetuadas (as variáveis escolhidas) permitem controlar os comportamentos dos alunos e explicar seu sentido.

A Engenharia Didática caracteriza-se como pesquisa experimental pelo registro em que situa e pelos modos de validação que lhe são associados: a comparação entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori*. Tal tipo de validação é uma das singularidades dessa metodologia, por ser feita internamente, sem a necessidade de aplicação de um pré-teste ou de um pós-teste.

Portanto, a análise a priori é importantíssima, como diz Almouloud (2007), e sua qualidade depende da situação-problema, permitindo ao professor controlar a realização das atividades, identificar e compreender os fatos observados e as conjecturas que surgirem devem ser consideradas.

Para Almouloud (2007), existe uma fase chamada experimentação, que é clássica, pois é o momento de se colocar em funcionamento a seqüência das atividades, corrigindo-a e, muitas vezes, retornando à análise a priori em um processo de complementação. Esta fase é seguida de uma fase a posteriori, apoiada nos dados coletados durante a experimentação: observações realizadas sobre as sessões de ensino e as produções dos alunos em sala de aula ou fora dela. O autor refere que, na análise a posteriori, os dados coletados permitem a construção dos protocolos de pesquisa que serão analisados detalhadamente pelo professor/pesquisador e as informações serão confrontadas com a análise a priori.

A análise a posteriori de uma sessão é o conjunto de resultados que se pode tirar da exploração dos dados recolhidos e que contribui para a melhoria dos conhecimentos didáticos que se têm sobre as condições da transmissão do saber em jogo. Ela não é a crônica da classe, mas uma análise feita à luz da análise a priori, dos fundamentos teóricos, das hipóteses e da problemática da pesquisa, supondo que:

- A observação foi preparada por uma análise a priori conhecida do observador;
- Os objetivos da observação foram delimitados por ferramentas apropriadas, e estruturados também pela análise a priori. (ALMOULOU, 2007, p.177).

Conforme o autor citado, a validação é feita por uma comparação entre uma análise a priori e a posteriori. O autor complementa citando que os protocolos são construídos com base em uma coleta de dados que são confrontados com a análise a priori para serem analisados.

Nosso trabalho foi desenvolvido com base em alguns desses pressupostos.

3.1 Sujeitos da pesquisa

Nossa pesquisa foi realizada com um grupo de 15 alunos da terceira série do Ensino Médio, do período matutino. Em um primeiro momento, os alunos foram escolhidos aleatoriamente e, num segundo momento, perguntamos sobre sua disponibilidade de horário após as aulas, pois muitos trabalham ou fazem cursos no período da tarde. Quando escolhemos os sujeitos da pesquisa, visando à realização das atividades sugeridas, perguntamos, também, se todos possuíam aparelho celular e com a resposta positiva deles, acabamos por definir assim o grupo de sujeitos com os quais trabalharíamos na realização das atividades desta pesquisa.

As atividades foram realizadas em uma escola estadual, localizada na região central, “Alto da Lapa”, da cidade de São Paulo e os nomes dos alunos citados em nossa pesquisa são meramente fictícios.

Geralmente, os alunos desta escola não residem no bairro e vêm de regiões vizinhas, como Pirituba e Jaguaré; pertencem à classe média, na grande maioria, e uma parte é proveniente de escolas particulares.

A escola funciona em três períodos: manhã, tarde e noite e só possui o Ensino Médio. No período da manhã, são 12 salas de aula para 2ª e 3ª séries e, à tarde, as 12 salas são ocupadas somente pela 1ª série. No período noturno, funcionam apenas seis salas para atender a todas as séries.

3.2 Descrição da aplicação das atividades

Primeiramente, conversamos com a diretora sobre a aplicação das atividades, que autorizou e disponibilizou uma sala para aplicarmos as atividades. Utilizamos a sala de vídeo da escola, por possuir carteiras universitárias e um quadro negro (lousa), o que favoreceu a aplicação das atividades. A sala de vídeo

foi cedida por não estar em uso no horário em que as aplicações das atividades ocorreram.

A aplicação de nossas atividades ocorreu em dois dias, com horários combinados previamente com os alunos. Os dois encontros duraram em média 1h 30 cada um, e os alunos trabalharam individualmente. As aulas terminam às 12 h 20, e a aplicação das atividades ocorreu logo após a última aula.

Nosso trabalho conteve dez atividades impressas em folha sulfite, padrão A4. No primeiro dia de aplicação das atividades, os alunos foram orientados a resolver somente até a quarta atividade, que foram aplicadas todas juntas e sem intervenção do professor que só foi observador. As atividades foram recolhidas pelo professor sem que nenhuma correção nem observação fossem feitas.

No segundo dia de aplicação, que ocorreu uma semana depois da aplicação das primeiras atividades, foram realizadas as atividades que restavam (da quinta até a décima atividade); também, foram aplicadas todas juntas, inclusive, com a devolução das primeiras. Depois que havíamos diagnosticado as principais dificuldades dos alunos, na quinta atividade houve uma intervenção nossa com o intuito de ajudá-los a responder às demais atividades e minimizar as dificuldades que haviam aparecido nas anteriores; trabalhamos com os mesmos, o conceito da divisão euclidiana.

Na pesquisa, optamos por trabalhar com dois tipos de atividades: aquelas só com operações de divisão (algoritmo), ou seja, que não estivessem na forma de problemas com enunciados e, também, conteve atividades com enunciados na forma de problemas.

Na realização destas atividades, foi proposto trabalharem individualmente e de dois modos. Algumas atividades eram para responder apenas com lápis e papel, como foi o caso das atividades 2, 5 e 8; também, aquelas para serem resolvidas só com a calculadora, como foi o caso das atividades 1, 4, 7 e 10.

As atividades foram trabalhadas em dois momentos. Pedimos que os alunos respondessem somente até a quarta, individualmente e, sem intervenção do professor, porque queríamos diagnosticar as dificuldades apresentadas pelos

alunos em relação ao algoritmo da divisão e a obtenção do resto natural, trabalhando com a calculadora que opera no universo real.

No segundo dia de aplicação das atividades e, na quinta atividade, fizemos uma intervenção com a explicação na lousa da divisão euclidiana, que durou, quase 30 e 35 minutos, na qual os alunos puderam tirar algumas dúvidas sobre o algoritmo da divisão: quem é o dividendo, quem é o divisor (quais foram os dois termos mais perguntados), quociente e resto.

Nossa intervenção ocorreu da seguinte maneira: mencionamos na lousa a operação de divisão $77 \div 13$ e a resolvemos de duas maneiras.

1ª maneira: resolvemos somente com a calculadora, e o resultado 5,9230769 foi escrito na lousa com giz de duas cores. O número cinco, que aparece antes da vírgula, foi escrito com giz de cor amarela, e o número 9230769, que aparece logo após a vírgula, com cor verde.

2ª maneira: o professor resolveu a mesma operação pelo método da divisão euclidiana e, também, diferenciou o valor cinco, do quociente, com giz de cor amarela, e o valor 12, do resto, com giz de cor verde. Usamos as mesmas cores, para que os alunos fizessem uma analogia entre os resultados obtidos com a calculadora (quociente decimal), e o resultado obtido pela divisão euclidiana (quociente natural e resto, também, natural).

Durante a explicação, um dos alunos fez a seguinte pergunta:

“Professor quer dizer então que aquele” numerozão “depois da vírgula equivale ao resto 12?”.

Respondemos a este aluno que, pelo fato da calculadora trabalhar no universo dos números reais, o resto 12, também, foi dividido em 13 partes iguais e, novamente, explicamos a divisão euclidiana ao restante do grupo envolvido no trabalho. Depois do esclarecimento das dúvidas, da mesma maneira que havíamos feito no exemplo sugerido ($77 \div 13$), também separando com cores diferentes os algarismos, resolvemos na lousa com os alunos mais algumas operações de divisão: $125 \div 13$ e $8525 \div 144$, que foram sugeridas por eles após nossa explicação, e logo em seguida pedimos para que o restante das atividades fossem feitas, individualmente.

Com nossa intervenção, concluímos que o entendimento dos alunos foi facilitado em relação à obtenção do resto natural e, também, pela interpretação dos termos dividendo, divisor, quociente e resto. Nossa intervenção, posteriormente, auxiliaria aos alunos na resolução das demais atividades.

CAPÍTULO 4

ANÁLISES DOS DADOS COLETADOS

Neste capítulo, mostramos como foram organizadas as atividades e quais nossos objetivos no decorrer do trabalho.

No início, destacamos a organização das atividades propostas e posteriormente, nossas análises *a priori* e *a posteriori*.

4.1 Aspectos Gerais das Atividades Propostas

Para que respondêssemos à nossa questão de pesquisa: **Como os alunos da 3ª série do Ensino Médio trabalhariam com a calculadora do celular para obterem o resto de uma divisão inexata no universo dos números naturais?** Organizamos o trabalho com dez atividades em folhas de sulfite, padrão A4.

Da primeira a quarta atividade, o objetivo foi observar se os sujeitos de nossa pesquisa, trabalhando no Universo dos Números Naturais, conseguiriam com a calculadora do celular e, também, sem a mesma identificar e obter o resto em uma divisão inexata e quais seriam suas dificuldades para obter o resto.

Na quinta atividade, uma intervenção foi realizada, tendo sido trabalhado com os alunos o conceito da divisão euclidiana, como já foi descrito anteriormente nos procedimentos metodológicos. As demais atividades foram realizadas individualmente e, após nossa intervenção, o objetivo foi verificar quais seriam os procedimentos utilizados pelos alunos na obtenção do resto, trabalhando em $\mathbb{N}$ (universo dos números naturais) com a calculadora.

As atividades foram elaboradas, para que fossem resolvidas de duas maneiras, sem o auxílio da calculadora e com o auxílio da mesma, para que os alunos comparassem os resultados obtidos por estes dois modos, trabalhassem

com o algoritmo da divisão com lápis e papel, para que conseguissem interpretar os valores da calculadora e, assim, obtivessem o resto de uma divisão inexata, trabalhando no Universo dos Números Naturais.

No decorrer deste trabalho, apresentamos algumas figuras com os protocolos das respostas dos alunos envolvidos na pesquisa, pois foram importantes e nos ajudaram na realização das análises.

4.2 O objetivo, as análises a priori e a posteriori da primeira atividade.

Nesta atividade, o objetivo era fazer com que os alunos resolvessem a atividade com o auxílio da calculadora do celular e encontrassem o resto da divisão inexata proposta, em $\mathbb{N}$ (Universo dos Números Naturais), só observando o valor expresso na calculadora.

Nesta atividade, esperávamos que eles identificassem se:

- Saberiam interpretar o problema;
- Conseguiriam identificar quem era o divisor, dividendo, quociente e o resto;
- Conseguiriam perceber as operações envolvidas na atividade;
- Saberiam interpretar o resultado que aparecesse no visor da calculadora do celular, visto que a calculadora nos fornece a resposta em $\mathbb{R}$ (universo dos números reais).

Atividade 1. Com o auxílio da calculadora de seu celular resolva a atividade, respondendo em $\mathbb{N}$ (universo dos números naturais):

Marcos é um garoto que sonha ser um grande empreendedor e resolveu treinar suas aptidões, montando seu próprio negócio. Com o auxílio de seus pais, conseguiu um apoio financeiro para adquirir dez galinhas e fazer uma pequena criação nos fundos de sua casa. Marcos criou uma pequena lojinha de vendas de ovos no bairro onde mora e construiu embalagens de ovos que cabem somente cinco por embalagem. Em certo mês, as galinhas que Marcos possuía botaram 177 ovos. Quantas embalagens completas Marcos colocou à venda? Quantos ovos sobraram, para que uma nova embalagem fosse completada para venda?

4.2.1 Análise a priori da primeira atividade

Nesta atividade, esperávamos que os alunos de nossa pesquisa não sentissem dificuldades para interpretar corretamente o problema e identificar a operação de divisão envolvida na solução, mas poderiam ficar inseguros quanto à interpretação dos valores expressos no visor da calculadora do celular.

Acreditávamos que uma possível resposta fornecida por esses alunos seria o número 4 ou 0,4. O resultado que esperávamos nesta operação era 35,4 e os mesmos poderiam considerar que o resto seria o valor 4 que aparece depois da vírgula ou que alguns alunos até poderiam considerar 0,4. Talvez pudessem arredondar o valor 0,4 para 1, como resultado da atividade, pois não mencionariam 0,4 ovo e sim 1 ovo de acordo com suas interpretações do enunciado do problema. Estes poderiam interpretar da seguinte maneira: como não pode existir 0,4 ovo, logo a sobra seria 1 ovo.

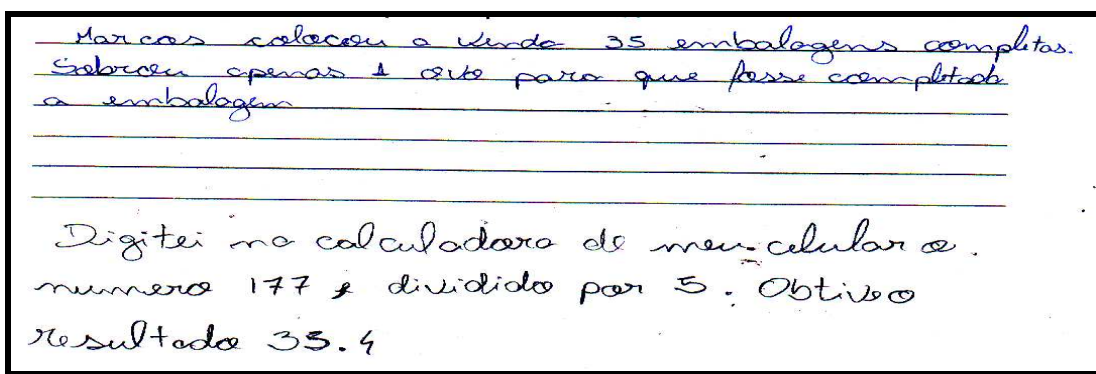
4.2.2 Análise a posteriori da primeira atividade

Com os resultados obtidos nesta atividade, constatamos que nove alunos responderam-na corretamente.

Entre os seis alunos que não conseguiram acertá-la, três responderam 4 ovos, pois ao resolverem a operação da divisão na calculadora do celular, no resultado obtido 35,4, podem ter interpretado que o número 4 depois da vírgula seria o resto, isto é, o número de ovos que sobraram.

Embora os sujeitos da pesquisa tenham realizado corretamente a operação de divisão e chegado ao resultado esperado de 35,4, constatamos que não souberam ler e interpretar o valor expresso no visor da calculadora do celular, porque a mesma opera em R (Universo dos Números Reais) e queríamos a resposta em N (Universo dos Números Naturais).

Um resultado que destacamos foi o de Antônio, que respondeu 1 ovo. Este aluno, provavelmente, subtraiu 35 do valor 35,4 obtido com a calculadora do celular e arredondou o valor obtido para 1, buscando com que esse resultado fizesse sentido com o enunciado do problema, ou seja, não poderia existir 0,4 ovo.

A photograph of a student's handwritten response on lined paper. The text is written in blue ink. The first paragraph reads: 'Marcos colocou a venda 35 embalagens completas. Sobrou apenas 1 ovo para que fosse completa a embalagem'. The second paragraph reads: 'Digitei na calculadora de meu celular o numero 177 e dividido por 5. Obtiveo resultado 35.4'. There are some corrections and a stray mark in the second paragraph.

Marcos colocou a venda 35 embalagens completas.
Sobrou apenas 1 ovo para que fosse completa a embalagem

Digitei na calculadora de meu celular o numero 177 e dividido por 5. Obtiveo resultado 35.4

Figura 3 - Protocolo de resposta do aluno Antonio da Atividade 1

Para melhor entendimento da leitura do protocolo de Antônio, transcrevemos sua resposta a seguir:

Antonio: “Marcos colocou a venda 35 embalagens completas. Sobrou apenas 1 ovo, para que fosse completada a embalagem. Digitei na calculadora de meu celular o número 177, dividido por 5. Obtive o resultado 35,4.”

Ressaltamos a resposta do aluno Adalberto que foi 0,4 ovo. Este aluno subtraiu 35 do valor 35,4, conseguiu visualizar a parte que correspondia ao quociente natural, mas não ao resto. O aluno teve dificuldade para interpretar o enunciado do problema, pois de acordo com sua solução não poderia existir 0,4 ovo. Constatamos que este aluno interpretou que o valor 35,4 teria sido a quantidade de ovos e não de embalagens. O aluno quando respondeu o valor 7, considerou-o como número de embalagens completas, depois multiplicou o mesmo pelo valor do divisor (5) e o subtraiu do valor 35,4 restando 0,4 ovo.

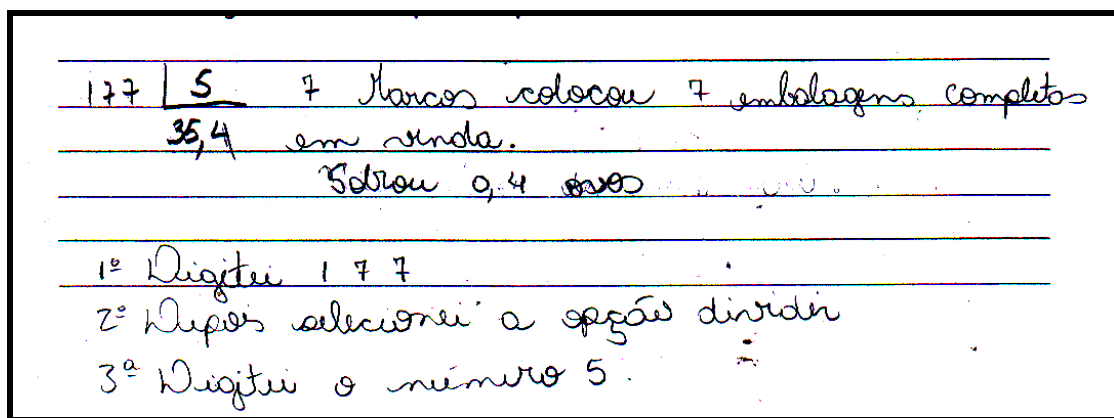


Figura 4 - Protocolo de resposta do aluno Adalberto da Atividade 1

4.3 O objetivo, as análises a priori e a posteriori da segunda atividade.

Nesta atividade, nosso objetivo era fazer com que os sujeitos da pesquisa se deparassem com o mesmo enunciado da primeira atividade. Queríamos que

fosse feita uma comparação entre os resultados obtidos nesta atividade e na anterior que a resolvessem sem o auxílio da calculadora do celular, descrevendo todo o procedimento utilizado em sua resolução.

4.3.1 Análise a priori da segunda atividade

Atividade 2: Sem o auxílio da calculadora, resolva a atividade em $\mathbb{N}$ (universo dos números naturais) descrevendo todos os cálculos realizados.

Marcos é um garoto que sonha ser um grande empreendedor, e resolveu treinar suas aptidões montando seu próprio negócio. Com o auxílio de seus pais conseguiu um apoio financeiro para adquirir dez galinhas, e fazer uma pequena criação nos fundos de sua casa. Marcos criou uma pequena lojinha de vendas de ovos no bairro onde mora e construiu embalagens de ovos que cabem somente cinco ovos por embalagem. Em certo mês, as galinhas que Marcos possuía botaram 177 ovos. Quantas embalagens completas, Marcos colocou à venda? Quantos ovos sobraram, para que uma nova embalagem fosse completada a venda?

Nesta atividade, acreditávamos que os alunos pudessem encontrar algumas dificuldades quanto à interpretação do resto natural. Pode ser que não sentissem dificuldades para perceber e interpretar as diferenças existentes entre os resultados obtidos nas duas atividades. Também acreditávamos que não conseguiriam distinguir por que sobraram quantias diferentes no resto, na operação da atividade anterior e, nesta atividade, alguns alunos poderiam recorrer ao cálculo mental nesta atividade.

Segundo Vichessi (2009), para se realizar um cálculo mental bem feito são necessários alguns procedimentos, por exemplo, como o arredondamento e a

decomposição até se chegar ao resultado, o que o torna diferenciado do algoritmo, pois não tem passos nem regras definidos.

4.3.2 Análise a posteriori da segunda atividade

Nesta atividade, analisamos os dados obtidos e constatamos que 13 alunos acertaram-na, portanto, houve um aumento de quatro acertos em relação à primeira atividade.

Entre os seis alunos que erraram a atividade anterior dois, também, erraram esta atividade. No caso, verificamos que esses alunos sentiram dificuldades no desenvolvimento do algoritmo da divisão.

Antônio que, na atividade anterior tinha respondido 1 ovo, manteve sua resposta nesta atividade. Verificamos que ele encontrou dificuldade para obter o resto natural, pois ao ter respondido 1 ovo, provavelmente, tenha arredondado o valor 0,4 (resultado da subtração de 35,4 por 35) para 1, acreditando fazer sentido com o enunciado do problema que se tratava de ovos. O aluno pode ter considerado o resultado do problema anterior, feito com a calculadora.

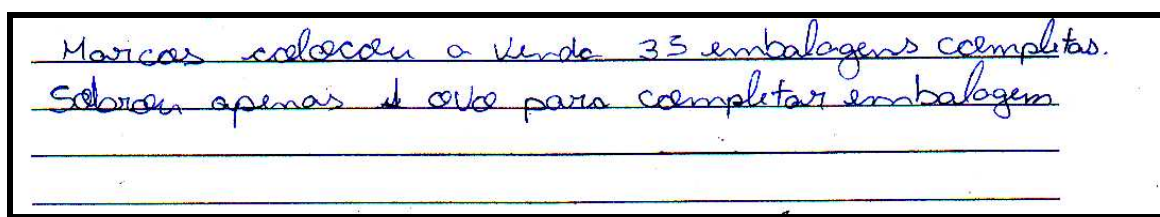


Figura 5 - Protocolo resposta de do aluno Antônio da Atividade 2

Para melhor entendimento da leitura do protocolo de Antônio, transcrevemos sua resposta a seguir:

Antônio: “Marcos colocou a venda 35 embalagens completas. Sobrou apenas 1 ovo para completar a embalagem”.

Joana sentiu dificuldade para obter o resultado na atividade anterior e não a terminou. Mas, nesta, ela conseguiu obter o resultado zero para o resto, portanto, verificamos que ela não soube reconhecer qual era o resto da divisão em N (universo dos números naturais).

The image shows two handwritten division problems on lined paper. The first problem is $177 \div 5$. The student has written 35 as the quotient and 2 as the remainder. The second problem is also $177 \div 5$, but the student has written 35.4 as the quotient. To the right of the second problem, there is a handwritten note: "embalagens completas a venda".

Figura 6 - Protocolo de resposta da aluna Joana da Atividade 2

Ao analisarmos mais detalhadamente a resolução desta aluna, foi diagnosticada sua dificuldade na interpretação do resto em N (universo dos números naturais), porque prosseguiu a operação de divisão com uma casa decimal após a vírgula, não se atentando ao fato de que a solução pedida era para ser encontrada no universo dos números naturais. Mediante nossas observações feitas em sala de aula, constatamos que os alunos de Ensino Médio estão habituados a trabalhar em R (Universo dos Números Reais) e que talvez possa ter sido este um dos motivos da dificuldade encontrada pela aluna nesta atividade.

Os outros quatro alunos que haviam errado a atividade anterior, encontraram corretamente o resto.

4.4 O objetivo, as análises a priori e a posteriori da terceira atividade.

Nesta atividade, nossa intenção era fazer com que os alunos comparassem os resultados obtidos nas primeira e segunda atividades, para que pudessem verificar se conseguiriam identificar e observar alguma diferença entre resolvê-las com o auxílio da calculadora e sem seu auxílio.

Na primeira questão, o objetivo era identificar se os sujeitos da pesquisa tinham encontrado resultados iguais ou diferentes.

Com a segunda questão, queríamos verificar a opinião dos alunos em relação aos resultados obtidos nas primeira e segunda atividades e que justificassem suas respostas.

Na terceira questão, pretendíamos fazer com que os alunos de nossa pesquisa encontrassem os resultados corretos nas atividades anteriores, utilizando só a calculadora e que o procedimento utilizado fosse descrito.

Na quarta questão, o objetivo era fazer os alunos expressarem quais métodos seriam de sua preferência ou quais métodos fariam com que se sentissem mais seguros, utilizar ou não a calculadora. Então, poderíamos verificar quando estivessem em posse de uma ferramenta importante e facilitadora de cálculos extensos, como é a calculadora, desprender-se-iam de alguns cálculos mentais.

4.4.1 Análise a priori da terceira atividade

Atividade 3. Compare o resultado da atividade 1, que você obteve, utilizando a calculadora, com o resultado da atividade 2, que você obteve, não utilizando a calculadora e responda às seguintes questões abaixo:

a) Os resultados são iguais?

b) Quais resultados você acha que está correto? Justifique sua resposta.

c) Como você pode obter a resposta correta utilizando apenas a calculadora?

Descreva passo a passo seu procedimento.

d) Qual situação você acha mais conveniente? (Usar a calculadora ou não a usar).
Por quê?

Acreditávamos que a maioria dos alunos pudesse responder ao *item a* desta questão, *SIM*, e que no *item b* poderiam responder que ambos os resultados (da primeira e segunda atividades) estivessem corretos, pelo fato de serem iguais. As atividades eram idênticas, tendo sido mudada apenas a maneira de como queríamos que fossem respondidas.

No *item c*, tínhamos a expectativa de que a maioria dos alunos respondesse que digitariam $177 \div 5$. Talvez não conseguissem descrever, como fariam para encontrar os *dois ovos* que restariam, por não conseguirem interpretar o valor do resto em $\mathbb{N}$ (universo dos números naturais) na calculadora.

Na resposta do *item d*, esperávamos opiniões diferentes dos alunos. Em algumas situações, poderiam optar pelo uso da calculadora do celular e em outras não. Alguns alunos poderiam também optar pelo cálculo mental.

4.4.2 Análise a posteriori da terceira atividade

Ao realizarmos as análises dos dados obtidos no *item a* desta atividade, constatamos que 11 alunos responderam que os resultados das primeira e segunda atividades eram idênticos.

Apenas quatro alunos entenderam que esses resultados não eram iguais. Dentre estes, três, responderam na primeira atividade que tinham sobrado 4 ovos e apenas um que havia sobrado 0,4 ovo. Ao resolverem a segunda atividade, estes alunos conseguiram chegar ao resultado esperado, isto é, uma sobra de dois ovos.

Quando analisamos as respostas dos 11 alunos que haviam respondido que os resultados obtidos nas primeira e segunda atividades eram iguais, ressaltamos a resposta de Joana que, embora tenha respondido que os resultados encontrados eram iguais, havia errado a primeira e, também, a segunda atividade e, por isso, chegou a esta conclusão. Todavia, verificamos que a aluna sentiu dificuldades na identificação do resto da operação de divisão, com o auxílio da calculadora e, também, no procedimento do cálculo escrito.

Verificamos que Joana não identificou o resto natural, tanto na resolução com o auxílio da calculadora (Atividade 1) como também na resolução da atividade sem o auxílio da calculadora do celular (Atividade 2), que era o objetivo da atividade.

Portanto, constatamos que a aluna na primeira atividade não encontrou o resto, porque a calculadora trabalha em $\mathbb{R}$ (universo dos números reais) e estávamos pedindo a resposta em $\mathbb{N}$ (universo dos números naturais). A aluna também sentiu dificuldade para trabalhar com a divisão de números naturais com o cálculo feito a lápis e papel, pois na segunda atividade resolveu a divisão em $\mathbb{R}$ (universo dos números reais), fazendo a operação de divisão até o final, ou seja, até chegar ao resto zero. A maneira como Joana realizou o algoritmo da divisão estaria correta, caso a resolução fosse pedida em $\mathbb{R}$ (universo dos números reais), porém queríamos que fosse feita em $\mathbb{N}$ (universo dos números naturais). Sua

resposta foi incorreta e a interpretação equivocada do enunciado do problema proposto pode ter contribuído, para que isso acontecesse.

Citamos o protocolo com a resposta de Joana na **segunda atividade**, para mostrar sua resolução, conforme o que dissemos:

$$\begin{array}{r} 177 \overline{) 5} \\ \underline{-15} \\ 27 \\ \underline{-25} \\ 20 \\ \underline{-20} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 177 \overline{) 5} \\ \underline{-15} \\ 27 \\ \underline{-25} \\ 20 \\ \underline{-20} \\ 00 \end{array}$$

embalagens com-pletas a venda.

Figura 7 - Protocolo da resposta dada por Joana na Atividade 2

Verificamos que Joana realizou a divisão em R (universo dos números reais), como queríamos a solução em N (universo dos números naturais), Joana não percebeu o momento de finalizar a resolução da operação e obter o resto em número natural. Prosseguiu a resolução no universo dos números reais até o final. Isto nos mostrou que, alguns alunos de Ensino Médio, depois que aprendem a trabalhar no universo dos números reais, o universo dos números naturais pode acabar ficando “enfraquecido”, isto é, esses alunos perdem o hábito de trabalhar no universo dos naturais.

No item *b* desta atividade, constatamos que nove alunos da pesquisa responderam que ambos os resultados estariam corretos por terem valores iguais. Cinco alunos disseram que estavam corretos somente os resultados obtidos sem o auxílio da calculadora e, apenas um aluno disse que estava correto o resultado obtido com o auxílio da calculadora. Neste caso, constatamos que os cinco alunos encontraram mais confiança na resolução da questão sem o auxílio da calculadora, ou seja, sentiram mais confiança na resolução com lápis, papel e cálculo mental.

Acreditamos que isso tenha ocorrido por estarem habituados a trabalhar no universo dos números reais. Nesta atividade, verificamos que não conseguiram interpretar os valores da calculadora trabalhando no universo dos naturais.

Percebemos que a opção dos alunos ao utilizar ou não a calculadora do celular foi bastante divergente, isto é, cinco alunos responderam que preferiam usar a calculadora, cinco alunos preferiam não a usar e cinco preferiam usar a calculadora, dependendo da situação.

Ressaltamos a resposta da aluna Margarida:

d) Qual situação você acha mais conveniente? (Usar a calculadora ou não usar a calculadora). Por que?

Em certos casos a calculadora, pois simplifica sua resolução, mas por outro lado a calculadora pode atrapalhar se não soubermos usá-la adequadamente.

Figura – Protocolo da aluna Margarida- item d -Atividade 3

Para melhor entendimento da leitura do protocolo de Margarida transcrevemos sua resposta a seguir:

Margarida: “Em certos casos, a calculadora, pois simplifica sua resolução, mas, por outro lado, a calculadora pode atrapalhar se não soubermos usá-la adequadamente”.

Quando analisamos a resposta de Margarida, verificamos que, em alguns casos, a calculadora poderia ajudá-la, pois simplifica e agiliza os cálculos. Mas seria necessário haver entendimento do resultado obtido com a mesma.

Segundo Medeiros (2003), precisa ficar claro em que momento usar a calculadora e como tirar o máximo proveito desta ferramenta, fazendo com que os alunos vejam-na como auxiliar de seu raciocínio, uma vez que ela agiliza os cálculos.

Segundo a resposta de Margarida, verificamos um fortalecimento da idéia de que a calculadora deve ser bem empregada e que o aluno precisa saber utilizá-la. Neste caso, quando o aluno entende a resolução que é feita com a calculadora, a solução passa a ter um significado para o mesmo, há, então, um processo significativo de aprendizagem e aperfeiçoamento do conhecimento.

A habilidade de cálculo e a memorização de fórmulas têm sua importância e não devem ser extintas das aulas de Matemática. O que estamos destacando aqui é que a Matemática pode ser estudada e ensinada com o apoio de instrumentos como a calculadora, o computador; e que nossa preocupação deve voltar-se a explorar conceitos, fórmulas e regras de forma que o aluno compreenda o que está fazendo e possa usar os seus conhecimentos em problemas que, na medida do possível, aproximem-se da realidade.(FEDALTO, 2006, p.27).

No *item c* desta atividade, cinco alunos descreveram a resolução utilizada na obtenção do resto. Nosso objetivo foi fazer com que esses alunos resolvessem as atividades anteriores somente com a calculadora e, também, descrevessem qual teria sido o procedimento utilizado, para que pudéssemos verificar onde estariam suas dificuldades. Entre esses alunos, ressaltamos a resposta de Felipe que não encontrou dificuldades para encontrar o resto em N (universo dos números naturais), trabalhando com a calculadora.

Na resposta dada por Felipe, foi descrita uma maneira que o mesmo encontrou para obter o resto em N (universo dos números naturais), utilizando somente a calculadora do celular.

c) Como você pode obter a resposta correta utilizando apenas a calculadora? Descreva passo a passo seu procedimento.

divide 177 por 5, depois o resultado, mas somado o número inteiro multiplicado por 5 e depois subtrai o resultado da multiplicação por 177

Figura 8 - Protocolo do aluno Felipe -item c- da Atividade 3

Para melhor entendimento da leitura do protocolo de Felipe, transcrevemos sua resposta a seguir:

Felipe: “divide 177 por 5, depois o resultado, mas somado o número inteiro multiplicado por 5 e depois subtrai o resultado da multiplicação por 177”.

Na análise das respostas dos outros alunos, que não tinham conseguido descrever um procedimento para obtenção do resto natural, verificamos que eles não interpretaram o valor do número decimal no visor da calculadora, ou seja, não identificaram qual era o resto natural da divisão inexata.

4.5 O objetivo, as análises a priori e a posteriori da quarta atividade.

Nesta atividade, nosso objetivo era observar se os alunos identificariam quais eram o divisor, o dividendo, o quociente e o resto nas operações de divisão, e se saberiam trabalhar com as operações básicas, como a multiplicação, a adição e a subtração. Também queríamos que percebessem uma divisão inexata, quando o quociente fosse um número decimal, ou seja, quando não fosse exato, o resto seria o valor, quem viria após a vírgula desse número, caso estivessem trabalhando no universo dos números reais.

Queríamos verificar a resolução das operações de divisão sem a intenção de fazer com que os alunos interpretassem o enunciado de um problema primeiramente, para que depois resolvessem o algoritmo da divisão. Queríamos a

resolução das operações de divisão propriamente ditas que fossem especificados o dividendo, o divisor, o quociente e o resto em $\mathbb{N}$ (universo dos números naturais).

Para isso, foram mencionadas três operações de divisão simples. No *item a*, indicamos a operação $777 \div 8$. Nessa operação, nosso objetivo era que os alunos encontrassem o resto e o quociente trabalhando no universo dos números naturais.

No *item b*, não definimos o dividendo, porém fornecemos o divisor, o quociente e o resto natural, para verificarmos se os alunos saberiam trabalhar com os termos da operação de divisão e percebessem a relação de multiplicação, adição e subtração que existe entre o dividendo, divisor, quociente e o resto.

No *item c*, mencionamos a operação $335 \div 23$; seu objetivo era verificar se os alunos conseguiriam perceber o valor do quociente.

Atividade 4. Apenas com o auxílio da calculadora de seu celular, complete as questões abaixo com números. Descreva ao lado de cada questão seu procedimento. Responda as questões em $\mathbb{N}$ (Universo dos Números Naturais).

a)
$$\begin{array}{r} 777 \quad | \quad 8 \\ \hline \end{array}$$

Qual o divisor? _____

Qual o dividendo? _____

Qual o quociente? _____

Qual o resto inteiro? _____

b)
$$\begin{array}{r} 2 \quad | \quad 5 \\ \quad \quad | \quad 35 \\ \hline \end{array}$$

Qual o divisor? _____

Qual o dividendo? _____

Qual o quociente? _____

Qual o resto inteiro? _____

Continuação da Atividade 4

$$\begin{array}{r} \text{c)} \quad 335 \quad | \quad 23 \\ 13 \end{array}$$

Qual o divisor? _____

Qual o dividendo? _____

Qual o quociente? _____

Qual o resto inteiro? _____

4.5.1 Análise a priori da quarta atividade

Nesta atividade, acreditávamos que os alunos encontrassem algumas dificuldades para interpretar o resto da divisão inexata, trabalhando em $\mathbb{N}$ (universo dos números naturais), por estarem habituados a trabalhar em situações com as resoluções em $\mathbb{R}$ (universo dos números reais).

Na operação contida no *item a*, esperávamos que os alunos pudessem responder **zero**, **0,125** ou **125** e que alguns poderiam escrever que o valor do quociente seria **97,125**, o que estaria correto, caso a solução fosse requisitada em $\mathbb{R}$ (universo dos números reais).

No *item b*, acreditávamos que um possível resultado para o dividendo, apresentado pelos alunos seria a multiplicação do divisor pelo quociente. Os mesmos poderiam responder que 175 seria o valor do dividendo da operação. Ainda esperávamos que os alunos atribuíssem para o valor do dividendo a soma entre o valor do resto com o valor do quociente, depois multiplicassem pelo valor do divisor.

No *item c*, esperávamos que os alunos encontrassem dificuldades para perceber que o quociente seria somente o valor 14 e apresentariam como resultado o valor 14,5 ou, até mesmo, 14,565217, por estarem habituados a trabalhar com os números reais.

Esperávamos que os sujeitos da pesquisa sentissem dificuldades para identificar o divisor, o quociente, o dividendo e o resto no universo dos números naturais.

4.5.2 Análise a posteriori da quarta atividade

Nesta atividade, quando analisamos os dados obtidos, constatamos que entre os 12 alunos que haviam errado a operação do *item a*, três responderam que o valor do quociente era 97,125 e atribuíram zero para o resto. Verificamos que a dificuldade verificada por esses alunos foi por terem trabalhado com a calculadora que opera no universo dos números reais e queríamos a solução em números naturais.

Ainda em relação a este *item*, verificamos que Gabrielle e Fernanda, ao responderem o valor 97 para o quociente e 125 para o resto, sentiram dificuldades para interpretar o valor do resto no universo dos números naturais, ou seja, estas alunas quando dividiram com a calculadora o valor 777 por 8, encontraram o valor de 97,125, e consideraram como parte inteira da divisão o valor 97 e 125 a sobra (resto). Verificamos que elas não conseguiram perceber que se multiplicassem os valores do quociente pelo divisor (97×8) e depois somassem com o resto (125), o número que obteriam como valor para o dividendo (901) seria um valor maior que 777.

No mesmo item, ressaltamos a resposta de Patrícia que, embora tivesse respondido corretamente o quociente da operação (97), errou ao afirmar que o resto seria (0,125). Pela resposta, constatamos que sentiu dificuldades para ler e interpretar o visor da calculadora do celular em N (universo dos números naturais). Neste caso, a aluna pode ter subtraído o valor 97 de 97,125 resultando 0,125, mas não percebeu que se multiplicasse (97×8), somasse com 0,125, o resultado (776,125) seria menor do que o dividendo (777).

a) $\overline{)777} \quad 8 \quad 777 \div 8 = 97,125$
 $\begin{array}{r} 97 \\ 8 \overline{)777} \\ \underline{72} \\ 57 \\ \underline{56} \\ 10 \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$

Qual o divisor? 8
 Qual o dividendo? 777
 Qual o quociente? 97
 Qual o resto inteiro? 0,125

Ilustração 9 - Protocolo da aluna Patrícia- item a- da Atividade 4

Nas respostas de Margarida e Verônica, destacamos uma observação que elas fizeram quanto ao caminho utilizado para chegar ao resto. As alunas recorreram ao cálculo mental.

Manuela, pelo fato do quociente de sua operação ter sido o resultado **97,125**, deve ter arredondado o valor de **0,125** para **1**, atribuindo-o como o resto da operação. Em razão de nossa experiência em sala de aula, verificamos que alguns alunos de Ensino Médio perdem o “hábito” de trabalhar no universo dos números naturais, isso pode ter contribuído para com as dificuldades que alguns alunos de nossa pesquisa encontraram para trabalhar nesse universo.

Nos estudos de Araújo (2002 apud SELVA e BORBA, 2005), foi mostrado que alguns alunos do Ensino Fundamental, embora tivessem o hábito de trabalhar com a calculadora em sala de aula, preferiam o cálculo mental e escrito. Alguns alunos do Ensino Médio, em certas ocasiões, também preferem utilizar o cálculo mental, como fizeram Verônica e Margarida no *item a* desta atividade.

a) $777 \overline{) 8}$

0,04 $\square$ 97,12 $\square$ 97 (cálculo mental) 0,04

Qual o divisor? ~~777~~ 8

Qual o dividendo? ~~777~~ 777

Qual o quociente? 97,12

Qual o resto inteiro? 1

Dividi 777 por 8 e obti o quociente. Para encontrar o resto inteiro fiz um cálculo mental.

776,96
0,04

Figura 10 - Protocolo da aluna Verônica- item a- da Atividade 4

a) $777 \overline{) 8}$

1 $\square$ $\square$ 97,125

Qual o divisor? 8

Qual o dividendo? 777

Qual o quociente? 97,125

Qual o resto inteiro? 1

Dividi 777 por 8 resultando em 97,125

Para descobrir o resto de dividir por contas de cabeça.

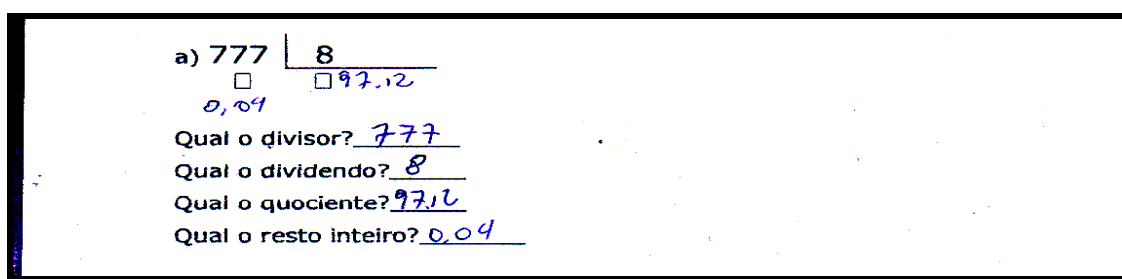
Figura 11 - Protocolo da aluna Margarida -item a- da Atividade 4

Segundo Ruthven (1999 apud SELVA e BORBA, 2005), no trabalho envolvendo calculadora deve-se, também, ter a preocupação com a interpretação dos resultados obtidos e não só quanto ao uso da ferramenta e os contextos dessa utilização.

Quando analisamos a resposta de Felipe no item a desta atividade, constatamos que este ao observar o resultado expresso na calculadora, considerou duas casas decimais após a vírgula, multiplicou o resultado (97,12) por 8 e chegou ao valor de 776,96 que logo, em seguida, foi subtraído de 777, obtendo como resultado o valor 0,04 para o resto.

Neste caso, verificamos que o aluno conhecia um procedimento para se obter o resto, ou seja, multiplicou o valor 97,12 pelo valor 8 e o resultado subtraiu

de 777, a sobra 0,04 foi considerada como resto. Mas não conseguiu atingir o objetivo da atividade, que era encontrar o resto trabalhando no **universo natural**, ou seja, encontrou dificuldades para sair do universo dos reais e trabalhar com o universo dos números naturais. Constatamos que o aluno, também, apresenta dificuldades em relação ao algoritmo da divisão, pois considerou o valor do dividendo como divisor e do divisor como o dividendo.



a) $777 \overline{) 8}$
 $\square \quad \square 97,12$
 $0,04$
 Qual o divisor? 777
 Qual o dividendo? 8
 Qual o quociente? 97,12
 Qual o resto inteiro? 0,04

Figura 12 - Protocolo do aluno Felipe- item a- da Atividade 4

Quando analisamos o *item b* desta atividade, verificamos que dois alunos, Joaquim e Felipe, entre os seis que haviam errado este item, conseguiram encontrar os valores corretos. Mas não conseguiram identificar quais eram o divisor e o dividendo.

Este tipo de erro mostrou que os alunos sentiram dificuldades no algoritmo da divisão, ou seja, tiveram dificuldades para identificar o divisor e o dividendo, mesmo que tivessem realizado a operação de divisão corretamente (multiplicaram o quociente pelo divisor e somaram com o resto).

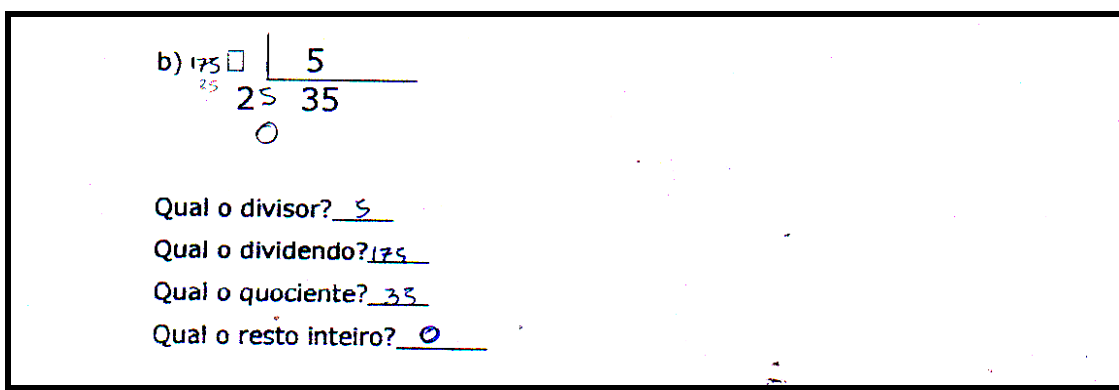
Com relação ao mesmo item, Margarida e Joana não conseguiram chegar à resposta correta da operação, multiplicaram o valor do quociente (35) pelo valor do divisor (5) e obtiveram o valor de (175) que atribuíram como o valor do dividendo, mas o que esperávamos era (177). Constatamos que não somaram o resto da operação de divisão ao resultado da multiplicação entre quociente e divisor.

Margarida: “Multipliquei 35 por 5 que resultou em 175.”

Joana: “ eu multipliquei 5 por 35 = 175.”

Verificamos que estas alunas também poderiam sentir dificuldades em relação ao algoritmo da divisão, pois não perceberam que, ao realizarem a multiplicação entre 35 e 5, seria necessário que fosse somado ao resultado, o valor 2, que era exatamente o valor que correspondia ao resto da operação efetuada.

Ressaltamos a resposta de Antônio que não conseguiu identificar qual era o resto na operação indicada. Como o valor 2 do resto, já se encontrava mencionado na operação, contida no *item b*, constatamos que o aluno não o considerou por sentir dificuldades quanto ao conceito da operação do algoritmo da divisão.



b)
$$\begin{array}{r} 175 \overline{) 5} \\ 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

Qual o divisor? 5

Qual o dividendo? 175

Qual o quociente? 35

Qual o resto inteiro? 0

Figura 13 - Protocolo do aluno Antônio- item b- da Atividade 4

Quando analisamos o *item c*, verificamos um elevado número de erros: dez alunos. Entre estes, seis responderam que o valor correto seria o valor contido no visor da calculadora do celular, isto é, o valor 14,5652174 seria o quociente. Verificamos que os alunos responderam em R (universo dos números reais), quando foram requisitados a retornarem ao universo dos números naturais

sentiram dificuldades para trabalhar neste universo, pois estavam habituados a trabalhar com os números reais. No Ensino Médio, alguns dos conteúdos da disciplina de Matemática requerem que os alunos trabalhem nesse universo, como por exemplo, em Estatística e Probabilidades.

De acordo com o protocolo de Joana que está mencionado a seguir, constatamos que ela não percebeu que o número 5652174 logo após a vírgula, no resultado 14,5652174, era o valor equivalente ao resto 13 que já estava indicado na operação contida neste item. A aluna respondeu 14,5652174 para o resultado do quociente, ou seja, efetuou a operação no universo dos números reais, sendo assim, o resto deveria ser **zero**. Concluímos que Joana sentiu dificuldades quanto ao conceito da operação de divisão, pois inverteu o valor do divisor pelo valor do dividendo.

c)
$$\begin{array}{r} 335 \overline{) 23} \\ 13 \end{array}$$
 1º eu dividi 335 por 23 = 14,5652174

Qual o divisor? 335

Qual o dividendo? 26

Qual o quociente? 14,5652174

Qual o resto inteiro? 13

Figura 14 - Protocolo da aluna Joana -item c- da Atividade 4

Os outros quatro alunos responderam valores diferentes de 14,5652174 para o quociente. Ressaltamos a resposta de Patrícia que somou o resto (13) ao dividendo (335), antes de fazer a divisão pelo fator divisor (23). Isso nos mostrou que esta aluna sentiu dificuldade no entendimento do algoritmo da divisão.

c)
$$\begin{array}{r} 335 \overline{) 23} \\ 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15,130435 \end{array}$$

$335 + 13 \div 23$
 $\underbrace{}_{348}$

Qual o divisor? 23
 Qual o dividendo? 335
 Qual o quociente? 15,130435
 Qual o resto inteiro? 13

Figura 15 - Protocolo da aluna Patrícia -item c- da Atividade 4

Felipe respondeu corretamente o número 14 para o resultado do quociente, mas inverteu o resultado do divisor pelo resultado do dividendo. Constatamos que sentiu dificuldades para saber quais eram o divisor e o dividendo nesta operação, ou seja, foi uma dificuldade no conceito do algoritmo de divisão.

c)
$$\begin{array}{r} 335 \overline{) 23} \\ 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \end{array}$$

Qual o divisor? 335
 Qual o dividendo? 23
 Qual o quociente? 14
 Qual o resto inteiro? 13

Figura 16 - Protocolo do aluno Felipe- item c- da Atividade 4

Joaquim e Mauro encontraram resultados bastante diferentes do valor que esperávamos para o quociente desta operação. O valor 14 era o que esperávamos, não conseguimos interpretar nem analisar os resultados que foram encontrados pelos mesmos neste item. Mencionamos seus protocolos de resposta a seguir:

c)
$$\begin{array}{r} 335 \overline{) 23} \\ 13 \end{array}$$

Qual o divisor? 335
 Qual o dividendo? 23
 Qual o quociente? 30
 Qual o resto inteiro? 13

Figura 17 - Protocolo do aluno Joaquim- item c- da Atividade 4

c)
$$\begin{array}{r} 335 \overline{) 23} \\ 13 \end{array}$$
 divide-se 335 por 23 e adiciona-se 13 ao ~~resto~~ quociente.

Qual o divisor? 23
 Qual o dividendo? 335
 Qual o quociente? 27
 Qual o resto inteiro? 13

Figura 18 - Protocolo do aluno Mauro- item c- da Atividade 4

4.6 O objetivo, as análises a priori e a posteriori da quinta atividade.

Nesta atividade, fizemos uma intervenção com os alunos de nossa pesquisa e explicamos a divisão euclidiana na lousa; durante a realização desta atividade, auxiliamos aos alunos esclarecendo suas dúvidas a respeito dos termos **dividendo, divisor, quociente e resto**; qual seria a função de cada termo e a relação que existe entre os mesmos em uma operação de divisão no universo dos números naturais.

Nosso objetivo era que nossa intervenção contribuísse com os alunos nesta atividade e nas posteriores e que, também, facilitasse o entendimento do algoritmo da divisão, assim como a obtenção do resto com o auxílio da calculadora, quando trabalhassem no universo dos números naturais.

Quando explicamos a divisão euclidiana aos alunos, nosso intuito era fazer com que eles, quando realizassem a operação de divisão solicitada, pudessem perceber que se multiplicassem os valores do quociente (só o número antes da vírgula) pelo divisor, depois que o subtraíssem do dividendo, o valor que sobraria, seria o resto em $\mathbb{N}$ (universo dos números naturais).

Pretendíamos fazer com que os alunos realizassem uma comparação entre os resultados obtidos na atividade anterior com os resultados que seriam obtidos nesta atividade, para que percebessem e entendessem o porquê das diferenças entre os resultados, caso existissem.

Atividade 5. Agora **sem** o auxílio da calculadora de seu celular, responda as questões abaixo em $\mathbb{N}$ (Universo dos Números Naturais). Descreva ao lado de cada questão seu procedimento.

a) $777 \overline{) 8}$

Qual o divisor? _____

Qual o dividendo? _____

Qual o quociente? _____

Qual o resto inteiro? _____

Continuação da Atividade 5

b)

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \overline{) 35} \end{array}$$

Qual o divisor? _____

Qual o dividendo? _____

Qual o quociente? _____

Qual o resto inteiro? _____

c)

$$\begin{array}{r} 23 \\ 13 \overline{) 335} \end{array}$$

Qual o divisor? _____

Qual o dividendo? _____

Qual o quociente? _____

Qual o resto inteiro? _____

4.6.1 Análise a priori da quinta atividade

Com a intervenção feita nesta atividade, acreditávamos que os alunos conseguiriam encontrar o resto em $\mathbb{N}$ (universo dos números naturais) e que nossa intervenção poderia ajudá-los no entendimento dos termos do algoritmo da divisão (dividendo, divisor, quociente e resto). Posteriormente, também, poderia contribuir na resolução das demais atividades feitas com a calculadora.

4.6.2 Análise a posteriori da quinta atividade

Quando analisamos os resultados, comparamos os dados obtidos na atividade anterior, e os que encontramos nesta, verificamos uma quantidade maior

de acertos nesta atividade. Constatamos que nossa intervenção contribuiu na resolução das operações de divisão, pois os alunos valeram-se do processo da divisão euclidiana para a resolução desta atividade.

No primeiro item da quarta atividade, apenas três alunos tinham conseguido atingir o objetivo da atividade e responderam-na corretamente. Nesta atividade, a mesma operação foi aplicada, houve um aumento significativo de acertos, isto é, 13 alunos.

No *item b* da quarta atividade, por exemplo, só nove alunos tinham conseguido respondê-la adequada e corretamente, e a mesma operação foi aplicada novamente nesta atividade, e 15 alunos de nossa pesquisa obtiveram êxito.

No *item c* desta atividade, houve 14 respostas corretas, mas, na atividade anterior, apenas cinco alunos tinham acertado.

Comparando os resultados obtidos na atividade anterior com os obtidos nesta atividade, constatamos um aumento significativo de acertos, levando-nos a confirmar que nossa intervenção proporcionou aos alunos que foram estudados uma melhoria no entendimento da resolução das operações de divisão.

Assim, o principal foco deste trabalho foi verificar como os alunos iriam encontrar o resto em uma divisão inexata trabalhando em $\mathbb{N}$ (universo dos números naturais) com o auxílio da calculadora do celular e ajudá-los a encontrar o resto. Tivemos a convicção de que com os resultados obtidos nesta atividade, nossa sequência de atividades contribuiria na resolução das atividades propostas posteriormente.

4.7 O objetivo, as análises a priori e a posteriori da sexta atividade.

Nesta atividade, nossa intenção era fazer com que se realizasse uma comparação entre os resultados das quarta e quinta atividades, para que os alunos fizessem uma analogia entre o resto da operação de divisão inexata,

realizada pelo procedimento com lápis, papel e sem a calculadora (quinta atividade), com o resto encontrado na calculadora (quarta atividade).

Nosso objetivo era fazer com que os alunos além de compararem os resultados obtidos nas quarta e quinta atividades, após nossa intervenção na quinta atividade, valer-se-iam do procedimento da divisão euclidiana na resolução das demais atividades na obtenção do resto natural em divisões inexatas, com o auxílio da calculadora do celular.

Atividade 6. Compare os resultados de cada item das atividades 4 e 5 e responda:

a) Os resultados obtidos são iguais em todos os itens?

b) Assinale abaixo os resultados que você acha que estão corretos:

4a		5a	
4b		5b	
4c		5c	

c) Em cada item, como você pode obter a resposta correta utilizando apenas a calculadora? Descreva passo a passo seu procedimento em cada item.

4.7.1 Análise a priori da sexta atividade

Nesta atividade, acreditávamos que nossos sujeitos de pesquisa pudessem ter se sentido inseguros ao responderem o *item a*, pois suas respostas também poderiam ter sido divididas quanto aos resultados encontrados.

No *item b* da mesma atividade, esperávamos que os alunos pudessem responder que os resultados corretos seriam os da quinta atividade (5a, 5b, 5c), pois na mesma tínhamos realizado uma intervenção trabalhando o conceito da divisão euclidiana que acreditávamos ter auxiliado no desenvolvimento da atividade.

No *item c* desta atividade, acreditávamos que os alunos descreveriam o procedimento utilizado, valendo-se da divisão euclidiana.

4.7.2 Análise a posteriori da sexta atividade

Ao analisarmos o *item a* desta atividade, verificamos pelos resultados obtidos que as respostas dadas pelos alunos foram bem divididas, ou seja, oito responderam que obtiveram resultados iguais na resolução com a calculadora e na resolução sem a mesma; sete alunos chegaram a resultados diferentes, tanto na resolução com a calculadora como na resolução sem a mesma.

Quando analisamos o *item b* desta atividade, constatamos que os sete alunos que responderam que os resultados eram diferentes, quando responderam o *item a*, neste item, disseram que o resultado correto foi o obtido na quinta atividade. Constatamos que nossa intervenção, além de ter auxiliado os alunos a entenderem como encontrar o resto (no universo dos números naturais) em uma divisão inexata, também os auxiliou a encontrarem o dividendo, o quociente e o divisor, proporcionando maior confiança nos resultados encontrados na quinta atividade.

No item c desta atividade, constatamos que os alunos valeram-se de nossa intervenção realizada na quinta atividade, para que pudessem ter encontrado a resposta correta somente com a calculadora do celular.

Ressaltamos as respostas dadas por Joana e Margarida neste item.

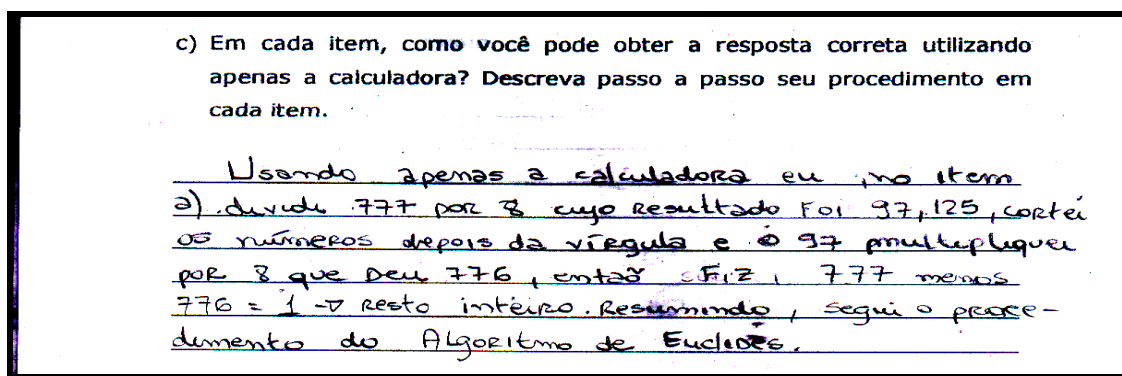


Figura 19 - Protocolo da aluna Joana- item c- da Atividade 6

Para melhor entendimento da leitura do protocolo de Joana, transcrevemos sua resposta a seguir:

Joana: “Usando apenas a calculadora, eu no item a dividi 777 por 8 cujo resultado foi 97,125, cortei os números depois da vírgula e o 97 multipliquei por 8 que deu 776, então fiz 777 menos 776 = 1 → resto inteiro. Resumindo, segui o procedimento do algoritmo de Euclides”.

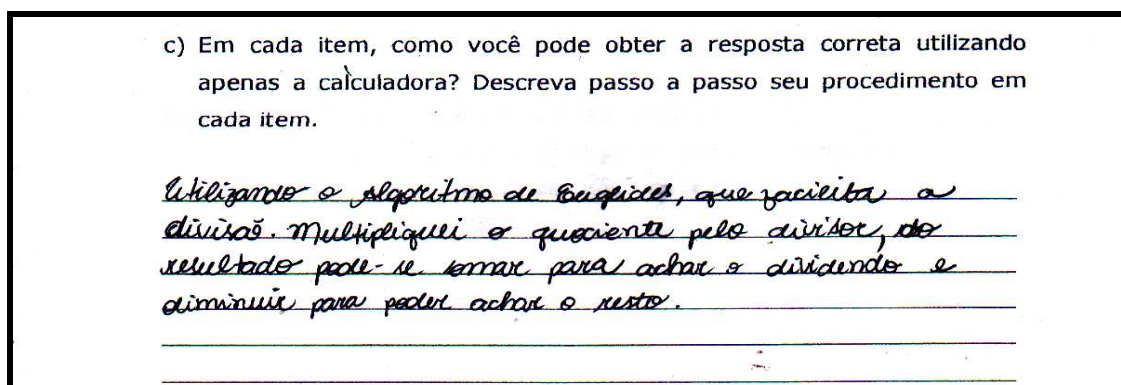


Figura 20 - Protocolo da aluna Margarida- item c- da Atividade 6

Para melhor entendimento da leitura do protocolo de Margarida, transcrevemos sua resposta a seguir:

Margarida: *“Utilizando o algoritmo de Euclides, que facilita a divisão. Multipliquei o quociente pelo divisor do resultado pode-se somar para achar o dividendo e diminuir para poder achar o resto”.*

As alunas Joana e Margarida quando escreveram o termo algoritmo de Euclides, estavam se referindo ao processo da **divisão euclidiana**.

Quando verificamos os protocolos, constatamos que nossa intervenção realizada na atividade anterior facilitou e contribuiu com a resolução desta atividade, pois esses alunos, de acordo com seus relatos, valeram-se do procedimento da divisão euclidiana.

4.8 O objetivo, as análises a priori e a posteriori da sétima atividade.

Na sétima atividade, propusemos um problema para que nossos sujeitos de pesquisa lessem, interpretassem o enunciado e, em seguida, resolvessem-no só com o auxílio da calculadora, com intenção de que fosse validada nossa intervenção.

Atividade 7. Com o auxílio da calculadora de seu celular resolva a questão em $\mathbb{N}$ (universo dos números naturais):

Uma pequena empresa de lápis tem a seguinte meta: não deixar nenhum lápis sem embalar. Certo dia, ao fazer o fechamento da produção diária da empresa, o encarregado de produção “Seu Beto”, como é chamado pelos funcionários da empresa, fez a contagem de todos os lápis fabricados no dia e verificou que foram 2575 lápis.

Sabendo-se que cada caixinha contém 7 lápis, quantas caixinhas completas foram obtidas? Sobrou algum lápis sem embalar? Quantos?

4.8.1 Análise a priori da sétima atividade

Nesta atividade, esperávamos que os sujeitos de nossa pesquisa sentissem menos dificuldade para resolvê-la em relação às dificuldades encontradas nas outras atividades, que foram realizadas anteriormente à nossa intervenção.

4.8.2 Análise a posteriori da sétima atividade

Quando analisamos os dados obtidos nesta atividade, constatamos que apenas uma aluna não a realizou corretamente. A aluna respondeu da seguinte maneira:

Patrícia: ***“Foram 2569 caixas completas e sobram 6”.***

Na resposta dada pela aluna, verificamos que realizou corretamente o procedimento para encontrar o resultado, porém uma interpretação equivocada do enunciado do problema pode tê-la feito entender que o valor da multiplicação do quociente pelo divisor, fosse o resultado da quantidade de caixinhas.

Nesta atividade, 14 alunos acertaram-na. Estes alunos identificaram corretamente o resto em $\mathbb{N}$ (universo dos números naturais), valendo-se do procedimento da divisão euclidiana, ou seja, nosso objetivo era fazer com que os alunos identificassem o resto natural com a calculadora utilizando a divisão euclidiana para auxiliá-los, foi atingido com êxito. Os alunos conseguiram identificar o resto natural, com base no resultado obtido em número real, somente com a calculadora, sem que a operação da divisão fosse realizada com lápis e papel.

4.9 O objetivo, as análises a priori e a posteriori da oitava atividade.

Nesta atividade, mantivemos o mesmo enunciado da atividade anterior com o intuito de fazer com que os alunos resolvessem-na sem o uso da calculadora; e logo, em seguida, comparassem-na. Queríamos verificar as respostas obtidas pelos dois modos: com a calculadora (sétima atividade) e com lápis e papel (oitava atividade).

Atividade 8: Sem o auxílio da calculadora resolva a questão em $\mathbb{N}$ (universo dos números naturais) abaixo, deixando todos os cálculos utilizados na resolução da atividade.

Uma pequena empresa de lápis tem a seguinte meta: não deixar nenhum lápis sem embalar. Num certo dia ao fazer o fechamento da produção diária da empresa, o encarregado de produção “Seu Beto”, como é chamado pelos funcionários da empresa, fez a contagem de todos os lápis fabricados no dia e verificou que foram 2575 lápis.

Sabendo-se que cada caixinha contém 7 lápis , quantas caixinhas completas foram obtidas? Sobrou algum lápis sem embalar? Quantos?

4.9.1 Análise a priori da oitava atividade

Nesta atividade, acreditávamos que os alunos não encontrassem dificuldades para resolvê-la e valer-se-iam do processo da divisão euclidiana.

4.9.2 Análise a posteriori da oitava atividade

Quando analisamos os resultados obtidos nesta atividade, constatamos que só uma aluna não conseguiu chegar ao valor correto. Verificamos que a dificuldade encontrada por esta aluna foi na resolução do algoritmo da divisão, e o auxílio da calculadora nos problemas contendo operações de divisão irá colaborar com o aluno, desde que ele saiba quando e como utilizá-la e entenda aquilo que se pretende realizar com a mesma. Muitas vezes, o resultado procurado deve ser motivo de reflexão por parte do aluno, por exemplo, quando é proposto encontrar o resto natural em uma divisão inexata com a calculadora, sabendo-se que a mesma opera no universo dos números reais. O aluno deverá refletir sobre o valor que aparecerá no visor da calculadora e recorrer a alguns procedimentos para ajudá-lo a obter esse valor, sob a forma de número natural que neste trabalho foi o procedimento da divisão euclidiana.

4.4.0 O objetivo, as análises a priori e a posteriori da nona atividade.

Nesta atividade, nossa intenção era fazer com que os alunos comparassem as sétima e oitava atividades e quando observassem os resultados encontrados por meio de suas justificativas, pudessem verificar se encontrariam maior facilidade e segurança ao utilizar a calculadora.

Atividade 9. Compare o resultado da *atividade 7*, que você obteve utilizando a calculadora, com o resultado da *atividade 8*, que você obteve, não utilizando a calculadora, e responda às seguintes questões abaixo:

- a) Os resultados são iguais?
 - b) Qual dos resultados, você acha que está correto? Justifique sua resposta.
-

4.4.0.1 Análise a priori da nona atividade

Nesta atividade, tínhamos a expectativa de que a maioria dos alunos respondesse que os resultados seriam iguais, e que na atividade feita com o uso da calculadora, esta iria lhes facilitar a resolução.

4.4.0.2 Análise a posteriori da nona atividade

No *item a*, desta atividade, constatamos que 14 alunos responderam SIM. Apenas Manuela, respondeu NÃO. Na atividade anterior, esta aluna não tinha conseguido chegar ao resultado correto, mas resolveu corretamente a sétima atividade com o auxílio da calculadora.

Ainda em relação a esta atividade, no *item b*, ressaltamos as respostas de Gabrielle e Patrícia que responderam da seguinte maneira:

Gabrielle: ***“Agora facilitou o uso da calculadora”;***

Patrícia: ***“Os dois, porém, tem que saber as técnicas para usar a calculadora”.***

Verificamos a motivação das alunas pelo uso da calculadora do celular a partir do momento em que conseguiram interpretar e entender o valor expresso em seu visor.

Quando analisamos as respostas dadas por estas alunas, constatamos que o uso da calculadora facilitou a resolução de problemas com divisão inexata e proporcionou maior agilidade nos cálculos. Não podemos esquecer nem deixar de lado totalmente os cálculos, os algoritmos, o cálculo mental, pois os alunos precisam primeiro saber manipular e entender os algoritmos para que, com o auxílio dos mesmos, criem caminhos e maneiras para conseguir chegar a um entendimento daquilo que é pretendido. Nesta atividade, os alunos valeram-se da divisão euclidiana, para ajudá-los na obtenção do valor do resto natural com a calculadora do celular.

Constatamos que nossa intervenção na quinta atividade contribuiu significativamente com os alunos na resolução das atividades propostas nesse trabalho de pesquisa.

4.4.1 O objetivo, as análises a priori e a posteriori da décima atividade.

Nesta atividade, foi proposta uma tabela em forma de desafio, para que os alunos preenchessem somente com o auxílio da calculadora do celular e, a partir daí, verificaríamos se eles conseguiriam ou não atingir os objetivos, ou seja, encontrar o resto natural em uma divisão inexata só com o auxílio de uma calculadora de celular, validando ou não nossa proposta de trabalho.

Atividade 10. DESAFIO!!! Apenas com o auxílio da calculadora de seu aparelho celular, preencha o quadro abaixo resolvendo em N (universo dos números naturais):

	<i>Dividendo</i>	<i>Divisor</i>	<i>Quociente</i>	<i>Resto Inteiro</i>
A.	17	6		
B.		13	42	2
C.	751	4	187	
D.	1564		104	4
E.	723	22		
F.		5	355	2
G.	879		38	5
H.	777	5	155	
I.	2328	33	70	

4.4.1.1 Análise a priori da décima atividade

Acreditávamos que a maioria dos alunos conseguisse responder corretamente a esta atividade sem dificuldades.

4.4.1.2 Análise a posteriori da décima atividade

Nesta atividade, 14 alunos responderam-na corretamente, portanto, concluímos que este trabalho de pesquisa contribuiu significativa e positivamente com o aprendizado desses alunos.

Fizemos uma comparação entre os resultados obtidos nesta atividade com os obtidos nas quarta e quinta atividades e pudemos verificar que a seqüência de

atividades propostas e nossa intervenção contribuíram para o aprendizado dos alunos.

Na décima atividade, as operações de divisão eram semelhantes às operações das quarta e quinta atividades. Eram para ser resolvidas somente com a calculadora do celular.

Na quarta atividade, que ocorreu antes de nossa intervenção, no *item a*, obtivemos 12 respostas erradas e apenas três corretas; no *item b*, nove respostas corretas e seis erradas e no *item c*, dez respostas erradas e apenas cinco respostas corretas. Na quinta atividade, houve nossa intervenção, no *item a*, tivemos 13 acertos e apenas dois erros; no *item b*, 15 respostas corretas e nenhuma errada e; no *item c*, 14 respostas corretas e apenas uma errada. Na décima atividade, houve 14 acertos e só um erro. Ao compararmos os índices das quarta, quinta e décima atividades, constatamos que nossa sequência de atividades e nossa intervenção ajudaram aos alunos a obterem o resto em uma divisão inexata, trabalhando no universo dos números naturais com o uso de uma calculadora de celular.

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a realização desta pesquisa, procuramos responder à seguinte questão: **como os alunos da 3ª série do Ensino Médio trabalhariam com a calculadora do celular para obterem o resto de uma divisão inexata no universo dos números naturais?** Constatamos que os alunos, ao utilizarem o procedimento da divisão euclidiana trabalhando com calculadora do celular, demonstraram uma melhora no entendimento do conceito da divisão natural, obtendo com facilidade o resto nessas divisões.

Além desta grande contribuição, a calculadora do celular também despertou grande interesse nos alunos com quem trabalhamos, durante a aplicação das atividades, no sentido de explorarem o conteúdo de maneira motivadora. Verificamos que, a partir do momento em que estes alunos conseguiram entender aquilo que era feito com a calculadora e para que era feito, houve significado em seu estudo.

O grupo de alunos com o qual trabalhamos, foi bastante dinâmico, mostrou-se empenhado e participativo durante a aplicação das atividades, muitos conseguiram suprir algumas dificuldades que eram remanescentes do Ensino Fundamental, como é o caso da divisão em $\mathbb{N}$ (universo dos números naturais).

Constatamos também que alguns conceitos, como o algoritmo da divisão, por não fazerem parte com tanta frequência dos conteúdos estudados por esses alunos quando ingressam no Ensino Médio, acabam, muitas vezes, “esquecidos” em meio a tantos conteúdos. Quando esses conceitos de divisão foram lembrados e revisados, mediante nossas propostas de atividades nesta pesquisa, acabamos por diagnosticar algumas dificuldades dos alunos que foram supridas com a ajuda proporcionada pelo nosso trabalho.

Na realização das atividades propostas, pedimos para os alunos trabalharem com a calculadora do celular, já que todos possuíam tal aparelho, evidenciando que nossa proposta de trabalho focou um objeto de estudo em uma ferramenta contida em um instrumento que faz parte do cotidiano de nossos alunos. O celular é um instrumento que está inserido em nossa sociedade de uma maneira marcante; quando são utilizadas suas ferramentas disponíveis, como a calculadora, na educação ou nas aulas de Matemática adequadamente, pode proporcionar a aprendizagem.

Quando nos referimos ao uso do celular em sala de aula, hoje, já existem pesquisas, no Brasil, em torno de seu aproveitamento durante as aulas. É o que confirma o professor da UNESP¹⁵ (MORGADO apud DIAS, 2009), pois o objetivo é desenvolver aulas diferenciadas por meio dos dispositivos móveis, nos quais os alunos não precisam estar necessariamente presentes para acompanhar o conteúdo que será desenvolvido pelo professor.

Durante a realização das atividades, constatamos que os alunos sentiram dificuldade em relação ao algoritmo da divisão e, também, muita dificuldade foi diagnosticada quando tiveram de obter o resto de uma divisão inexata, trabalhando no universo dos números naturais com a calculadora. Com nossa sequência de atividades, eliminamos esta dificuldade com a realização de uma intervenção feita na quinta atividade, em que o conceito da divisão euclidiana foi explicado aos alunos do estudo. Observamos que muitos não a conheciam com este nome e outros não lembravam como fazê-la. Esta intervenção ajudou-os na obtenção do resto, e a divisão euclidiana já citada por nós, foi o procedimento utilizado por eles para encontrarem o resto no universo dos números naturais, trabalhando com uma calculadora.

Não podemos dizer nem foi nossa pretensão citar que a calculadora seja a solução para todos os problemas do processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Mas a mesma agilizou a resolução de alguns cálculos, e os alunos sentiram-se mais seguros e confiantes na resolução das atividades propostas,

¹⁵ Universidade Estadual Paulista

ficaram mais preocupados com a resolução do problema e não com os números em si, com os cálculos.

Com esta pesquisa, não nos propusemos ensinar divisão de números naturais aos alunos do Ensino Médio nem que fossem esquecidos totalmente os algoritmos, pois trabalhamos com a calculadora e, também, com a resolução pelo método com lápis e papel, no intuito de levar estes alunos não só a compararem resultados entre os dois processos, resolução com e sem a calculadora. Trabalhamos também alguns conceitos importantes como o da divisão e dos números naturais, porque embora nossos sujeitos de pesquisa fossem alunos do Ensino Médio, nós, como professores de Matemática, devemos sempre estar atentos em recuperar e revisar alguns conceitos importantes, para que não sejam “esquecidos” neste nível de ensino, como é o caso do algoritmo da divisão de números naturais que sob nosso ponto de vista tem um espaço de destaque.

Com nosso trabalho, constatamos que, no final da aplicação de nossas atividades, houve um aumento significativo na quantidade de acertos. Como já mencionamos, os alunos valeram-se do procedimento da divisão euclidiana para encontrarem o resto em uma divisão inexata, trabalhando no universo dos números naturais com o uso da calculadora que foi o principal objetivo desta pesquisa.

Enfim, embora muitos professores de Matemática ainda não permitam o uso de calculadoras em suas aulas, queremos propor que estes devam, sim, sugerir atividades com calculadora, desde que sejam bem definidas, claras, bem elaboradas, para que propiciem um melhor desenvolvimento dos alunos para construírem novos conhecimentos.

Assim, esperamos que novas pesquisas possam surgir com o propósito de um entendimento de que o uso da calculadora, mesmo que seja do celular, em sala de aula, quando for empregada de uma maneira planejada e bem definida pelos professores possa contribuir com o aprendizado não só da Matemática, mas de outras áreas do conhecimento, como Química, Biologia, Física, já que a invenção e a utilização de novas tecnologias faz parte essencial do desenvolvimento cultural do ser humano.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais – Ministério da Educação. Brasília: MEC/SEF, 1998.

Disponível em : <<http://mecsrv04.mec.gov.br/sef/estrut2/pcn/pdf/matematica.pdf>>.

Acesso em: 18 dez.2008.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM): Ministério da Educação – Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999.

CARVALHO E SILVA, Jaime. **Calculadoras na aula de matemática**. NONIUS – N.7 ISSN 0870-7669 Out/Nov/Dez ,1987. Disponível em: <http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/nonius/nonius7_4.html>. Acesso em: 17 Jun.2008.

CASTELA, Cristiane Attili. **Divisão de números naturais**: Concepções de alunos de 6ª série. São Paulo, 2005. 152 p. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação). Centro de Ciências Exatas e Tecnologia. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

CUNHA, Maria Carolina Cascino da. **As operações de multiplicação e divisão junto a alunos de 5ª e 7ª séries**. São Paulo, 1997. 127 p. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação). Centro de Ciências Exatas e Tecnologia. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: Reflexões sobre Educação e Matemática**. São Paulo: Summus, 1986.

_____. O uso da calculadora. **Disciplina a distância**. Jun. 2003. Disponível em: www.ciadaescola.com.br/eventos/reuniao2004/natureza/pos/uso%20da%20calculadora.pdf>. Acesso em: 10 jan.2009.

DIAS, Marina. Celular na sala de aula: você ainda vai usar um. São Paulo, mar.2009. Veja.com. Disponível em: <http://veja.abril.com.br/videos/educacao/celular-sala-aula-voce-ainda-vai-usar-425994.shtml>>. Acesso em: 11 mar.2009

DIAS, Ana Maria Iorio. O Currículo na sala de aula: o uso da informática na educação. **Revista Educação em Debate**, Ceará, n.37, p.123-129, 1999.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Unicamp, 2004, 843 p.

FANIZZU, Sueli. A calculadora como ferramenta de ampliação dos recursos de cálculo. **VII EPEM**, São Paulo, jun. 2004. Disponível em : http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Comunicacoes_Orais/co0001.doc>. Acesso em: 15 out. 2008.

FEDALTO, Dirceu Luiz. **O imprevisto futuro das calculadoras nas aulas de matemática no ensino médio**. Curitiba, 2006. 161 p. Dissertação (Mestrado em Educação). Centro de Ciências Humanas e Educação, Universidade Federal do Paraná. Disponível em: http://dspace.c3sl.ufpr.br/dspace/bitstream/1884/5780/1/Dissertação%20-%20versão%20única_03_8_06.pdf>. Acesso em: 20 ago.2008.

HEFEZ, Abramo. **Elementos de Aritmética**. 2.ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.

MEDEIROS, Kátia Maria de. A influência da Calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, n.14, p. 19-28, ago.2003.

MELO, Antônio José Fernandes de. **O ensino de Potências e raízes com o auxílio da calculadora**: uma experiência investigativa em sala de aula. São Paulo, 2008. 114 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação). Centro de Ciências Exatas e Tecnologia. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

MELO, Adenir Roberto Fernandes de. **A prática do professor de Matemática permeada pela utilização da calculadora**. São Paulo, 2008. 141 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação). Centro de Ciências Exatas e Tecnologia. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

MOCROSKY, Luciane Ferreira. **Uso de Calculadoras em aulas de Matemática**: o que os professores pensam. São Paulo, 1997. 199 p. Dissertação (Mestrado em Educação). Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista.

MUSEU DA CALCULADORA. Disponível em: <<http://museu.boselli.com.br/suan%20Pan%2013.htm>>. Acesso em: 19 out. 2008.

OLIVEIRA, José Carlos Gomes. **A visão dos professores de matemática do Estado do Paraná em relação ao uso de calculadoras nas aulas de matemática**. Campinas, 1999. 160 p. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas.

OLIVEIRA, Adriano Romero Lira de. Um estudo sobre divisão de números naturais com alunos da 5ª série do ensino fundamental. **IX ENEM**, Belo Horizonte, jul.2007. Disponível em: www.sbem.com.br/files/ix_enem/Comunicacao_Cientifica/Trabalhos/CC24755508487T.doc . Acesso em: 20 out.2008.

RUBIO, Juliana de Alcântara Silveira. **Uso Didático da Calculadora no Ensino Fundamental**: Possibilidades e Desafios. Marília, 2003. 122 p. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Filosofia e Ciências. Universidade Estadual Paulista.

SELVA, Ana C.V. ; BORBA, Rute Elizabete S.R. **O uso de diferentes representações na resolução de problemas de divisão inexata: Analisando a contribuição da calculadora**. Minas Gerais, Out/2005. Disponível em: www.anped.org.br/reunioes/28/textos/gt19/gt19635int.rtf>. Acesso em: 20 set. 2008.

_____. **Sondando e intervindo nas dificuldades de crianças em lidarem com restos de divisões**. Minas Gerais, Jul/2007. Disponível em: http://www.sbem.com.br/files/ix_enem?Comunicacao_Cientifica?Trabalhos/CC36860174404T.doc >. Acesso em: 21 fev. 2009.

VICHESSI, Beatriz. Cálculo Pensado: Explorar e compartilhar estratégias de resolução e eleger a mais adequada é uma maneira eficiente de refletir sobre o trabalho com os números. **Revista Nova Escola**, São Paulo, n.221, p.48-51, abr.2009.

APÊNDICES

Apêndice 1

E.E PROFESSOR MANUEL CIRIDIÃO BUARQUE

NOME: _____

Atividade 1. Com o auxílio da calculadora de seu celular resolva a atividade, respondendo em N (universo dos números naturais):

Marcos é um garoto que sonha em ser um grande empreendedor e resolveu treinar suas aptidões montando seu próprio negócio. Com o auxílio de seus pais conseguiu um apoio financeiro para adquirir dez galinhas e fazer uma pequena criação nos fundos de sua casa. Marcos criou uma pequena lojinha de vendas de ovos no bairro em que mora e construiu embalagens de ovos que cabem somente cinco ovos por embalagem. Em certo mês as galinhas que Marcos possuía botaram 177 ovos. Quantas embalagens completas Marcos colocou a venda? Quantos ovos sobraram para que uma nova embalagem fosse completada para a venda?

E.E PROFESSOR MANUEL CIRIDIÃO BUARQUE

NOME: _____

Atividade 2: Sem o auxílio da calculadora resolva a atividade em N (universo dos números naturais) descrevendo todos os cálculos realizados.

Marcos é um garoto que sonha em ser um grande empreendedor, e resolveu treinar suas aptidões montando seu próprio negócio. Com o auxílio de seus pais conseguiu um apoio financeiro para adquirir dez galinhas, e fazer uma pequena criação nos fundos de sua casa. Marcos criou uma pequena lojinha de vendas de ovos no bairro em que mora, e construiu embalagens de ovos que cabem somente cinco ovos por embalagem. Em certo mês as galinhas que Marcos possuía botaram 177 ovos. Quantas embalagens completas, Marcos colocou a venda? Quantos ovos sobraram para que uma nova embalagem fosse completada para a venda?

Apêndice 3

E.E PROFESSOR MANUEL CIRIDIÃO BUARQUE

NOME: _____

Atividade 3. Compare o resultado da *atividade 1*, que você obteve utilizando a calculadora, com o resultado da *atividade 2*, que você obteve, não utilizando a calculadora e responda as seguintes questões abaixo:

a) Os resultados são iguais?

b) Qual dos resultados você acha que está correto? Justifique a sua resposta.

c) Como você pode obter a resposta correta utilizando apenas a calculadora? Descreva passo a passo seu procedimento.

d) Qual situação você acha mais conveniente? (Usar a calculadora ou não usar a calculadora). Por que?

E.E PROFESSOR MANUEL CIRIDIÃO BUARQUE

NOME: _____

Atividade 4. Apenas com o auxílio da calculadora de seu celular, complete as questões abaixo com números. Descreva ao lado de cada questão seu procedimento. Responda as questões em N (Universo dos Números Naturais).

a)
$$\begin{array}{r} 777 \quad | \quad 8 \\ \hline \end{array}$$

Qual o divisor? _____

Qual o dividendo? _____

Qual o quociente? _____

Qual o resto inteiro? _____

b)
$$\begin{array}{r} 2 \quad | \quad 5 \\ \hline 35 \end{array}$$

Qual o divisor? _____

Qual o dividendo? _____

Qual o quociente? _____

Qual o resto inteiro? _____

c)
$$\begin{array}{r} 335 \quad | \quad 23 \\ \hline 13 \end{array}$$

Qual o divisor? _____

Qual o dividendo? _____

Qual o quociente? _____

Qual o resto inteiro? _____

E.E PROFESSOR MANUEL CIRIDIÃO BUARQUE

NOME: _____

Atividade 5. Agora **sem** o auxílio da calculadora de seu celular, responda as questões abaixo em N (Universo dos Números Naturais). Descreva ao lado de cada questão seu procedimento.

a) $777 \overline{) 8}$

Qual o divisor? _____

Qual o dividendo? _____

Qual o quociente? _____

Qual o resto inteiro? _____

b) $2 \overline{) 5}$
35

Qual o divisor? _____

Qual o dividendo? _____

Qual o quociente? _____

Qual o resto inteiro? _____

c) $335 \overline{) 23}$
13

Qual o divisor? _____

Qual o dividendo? _____

Qual o quociente? _____

Qual o resto inteiro? _____

E.E PROFESSOR MANUEL CIRIDIÃO BUARQUE

NOME: _____

Atividade 6. Compare os resultados de cada item das atividades 4 e 5 e responda:

a) Os resultados obtidos são iguais em todos os itens?

b) Assinale abaixo os resultados que você acha que estão corretos:

4a		5a	
4b		5b	
4c		5c	

c) Em cada item, como você pode obter a resposta correta utilizando apenas a calculadora? Descreva passo a passo seu procedimento em cada item.

Apêndice 7

E.E PROFESSOR MANUEL CIRIDIÃO BUARQUE

NOME: _____

Atividade 7. Com o auxílio da calculadora de seu celular resolva a questão em N (universo dos números naturais):

Uma pequena empresa de lápis de cores tem a seguinte meta: não deixar nenhum lápis sem embalar. Num certo dia ao fazer o fechamento da produção diária da empresa, o encarregado de produção “Seu Beto”, como é chamado pelos funcionários da empresa, fez a contagem de todos os lápis fabricados no dia e verificou que foram 2575 lápis de cores diferentes. Sabendo-se que cada caixinha contém 7 lápis de cores diferentes, quantas caixinhas completas foram obtidas? Sobrou algum lápis sem embalar? Quantos?

Apêndice 8

E.E PROFESSOR MANUEL CIRIDIÃO BUARQUE

NOME: _____

Atividade 8: Sem o auxílio da calculadora resolva a questão em N (universo dos números naturais) abaixo, deixando todos os cálculos utilizados na resolução da atividade.

Uma pequena empresa de lápis de cores tem a seguinte meta: não deixar nenhum lápis sem embalar. Num certo dia ao fazer o fechamento da produção diária da empresa, o encarregado de produção “Seu Beto” , como é chamado pelos funcionários da empresa, fez a contagem de todos os lápis fabricados no dia e verificou que foram 2575 lápis de cores diferentes. Sabendo-se que cada caixinha contém 7 de lápis cores diferentes, quantas caixinhas completas foram obtidas? Sobrou algum lápis sem embalar? Quantos?

E.E PROFESSOR MANUEL CIRIDIÃO BUARQUE

NOME: _____

Atividade 9. Compare o resultado da *atividade 7*, que você obteve utilizando a calculadora, com o resultado da *atividade 8*, que você obteve, não utilizando a calculadora, e responda as seguintes questões abaixo:

a) Os resultados são iguais?

b) Qual dos resultados você acha que está correto? Justifique a sua resposta.

E.E PROFESSOR MANUEL CIRIDIÃO BUARQUE

NOME: _____

Atividade 10. DESAFIO!!! Apenas com o auxílio da calculadora de seu aparelho celular preencha o quadro abaixo resolvendo em $\mathbb{N}$ (universo dos números naturais):

	<i>Dividendo</i>	<i>Divisor</i>	<i>Quociente</i>	<i>Resto Inteiro</i>
A.	17	6		
B.		13	42	2
C.	751	4	187	
D.	1564		104	4
E.	723	22		
F.		5	355	2
G.	879		38	5
H.	777	5	155	
I.	2328	33	70	

OBRIGADO POR SUA PARTICIPAÇÃO!!!