PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

Juliana Thais Beltrame

A Álgebra nos Livros Didáticos:

Um estudo dos usos das variáveis, segundo o Modelo 3UV

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

São Paulo
2009

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

Juliana Thais Beltrame

A Álgebra nos Livros Didáticos:

Um estudo dos usos das variáveis, segundo o Modelo 3UV

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de ***MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA****, sob a orientação da* ***Professora Doutora Barbara Lutaif Bianchini.***

São Paulo
2009

Banca Examinadora

____

____

____

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: ____ **Local e Data:** ______________

Este trabalho é dedicado

aos meus pais Elpídio e Ivone e à minha irmã Ana Lucia pelo incentivo, compreensão, paciência e por todo o empenho em me oferecer a melhor formação.

AGRADECIMENTOS

Momento difícil, pois não podemos cometer o erro de esquecer alguém, mas...

Inicialmente agradeço a Deus, que me deu a vida e a saúde permitindo que eu chegasse até aqui.

À Professora Doutora Barbara Lutaif Bianchini pelo trabalho de orientação desenvolvido com competência, paciência, dedicação, empenho e amizade.

À Professora Doutora Sônia Barbosa Camargo Igliori e ao Professor Doutor Luiz Gonzaga Xavier de Barros pelas valiosas críticas e sugestões que enriqueceram este trabalho.

À Maria Trigueros pela enorme contribuição dada em sua vinda ao Brasil em outubro de 2008 em visita a Pontifícia Universidade Católica – PUC/SP.

Aos Professores do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP, em especial à Professora Doutora Maria Inez Rodrigues Miguel por todo incentivo e dedicação durante o curso.

A todos os alunos do Mestrado Profissional, pela amizade, companheirismo e sugestões durante todo o curso.

Agradeço também aos meus familiares e amigos que torceram por mim durante toda a trajetória me incentivando, demonstrando compreensão, carinho e respeito pelo meu trabalho.

À Secretaria de Estado da Educação, pelo auxílio financeiro.

A todos vocês....

Muito Obrigada!

RESUMO

Por vivenciar as dificuldades dos meus alunos e também pela Álgebra ser uma área da Matemática que ocupa um lugar importante no currículo escolar, propusemo-nos neste trabalho investigar se a introdução ao estudo da Álgebra abordada no livro didático, instrumento de trabalho em sala de aula dos professores da rede básica de ensino, contemplam os usos das variáveis de acordo com o Modelo 3UV de Ursini *et al* (2005) para o ensino da Álgebra. Esse modelo aborda essencialmente três usos distintos da variável: termo desconhecido (as incógnitas), os números gerais e as relações funcionais. A análise de livros didáticos de Matemática é tema presente em estudos e pesquisas ligadas à Educação Matemática. Desse modo, sua análise pode contribuir para a compreensão de uma parte do complexo sistema escolar. Para analisar se os conteúdos algébricos abordados no livro, bem como seus exercícios e situações problema apresentam os usos da variável de acordo com o Modelo 3UV, escolhemos os exemplares do 7° ano (6ª série) do Ensino Fundament al, das três coleções mais distribuídas pelo PNLD 2008 no Estado de São Paulo. Estes exemplares foram escolhidos, pois é neste ano (série) que frequentemente o estudo da Álgebra tem se iniciado no currículo atual das unidades escolares. Para análise, estabelecemos alguns critérios a fim de averiguar se o Modelo 3UV pode ser identificado nos livros didáticos analisados e, se os conteúdos algébricos abordados, bem como seus exercícios e situações problema propostos contemplam estes usos. Concluímos que, o Modelo 3UV pode ser identificado nos livros analisados, mas seus exercícios e situações problemas não contemplam todos os usos da variável, enfatizando-se o uso da variável como termo desconhecido (incógnita). Dos três livros analisados, o primeiro contempla os usos da variável como termo desconhecido e como número genérico. O segundo livro contempla a variável apenas como termo desconhecido e somente o terceiro livro contempla os três usos da variável.

Palavras-Chave: Educação Algébrica, Usos da variável, Modelo 3UV, Livro Didático.

ABSTRACT

Based on my students' difficulties and by the fact of Algebra be a Mathematic area that occupies an important place in the scholar curriculum, the aim of this work is to investigate if the introduction to Algebra study proposed on text books is characterized by the use of variable in agreement to the 3UV model of Ursini et al. (2005) to the Algebra teaching. This is important as long as the text books are an instrument of work of teachers of the basic teaching network. The 3UV model considers essentially three distinct uses of the variable: the unknown terms (unknowns), the general number and the functional relation. The Mathematic text books analysis is the subject present in studies and researches connected to Mathematical Education. In this way their analysis can contribute to the comprehension of one part of the complex school system. To analyze if the algebraic contents mentioned in the book such as its exercises and problem situations show the use of variable regarding the 3UV model, we have chosen issues of the 7th grade of the Fundamental Teaching, from the three most distributed collections by PNLD 2008 in São Paulo State. We have chosen these issues because it is in this grade that the Algebra studies have been frequently started in the current school units. For analysis, some rules were established in order to observe if 3UV model can be identified in the analyzed text books and if the algebraic contents, such as their exercises and problem situations proposed, show these uses. The conclusion is that the 3UV model can be identified in the analyzed text books, but their exercises and problem situations do not show all the variable uses specially the use of unknown variable. From the three analyzed books, the first shows the uses of the variable as a generic number. The second book shows the variable only as an unknown term and only the third text book shows the three variable uses.

Keywords: Algebraic education, Uses of the variable, 3UV model, Text book.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

INTRODUÇÃO

Desde que iniciei meu trabalho como professora no Ensino Fundamental, tanto da rede pública estadual quanto na rede pública municipal, questionava-me pelo fato de meus alunos terem tanta dificuldade em aprender Álgebra, já que a considero muito mais fácil que a geometria. Além disso, muitas vezes, a Álgebra ocupa um lugar privilegiado no ensino em relação a ela. Esta inquietação me fez voltar à universidade e pesquisar sobre como poderia auxiliá-los na compreensão da Álgebra.

Na universidade encontrei o Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica – GPEA, que estuda o papel desempenhado pela Matemática na estrutura curricular do Ensino Fundamental e Médio e auxilia na formação contínua do professor de Matemática. As pesquisas desenvolvidas nesse grupo enfatizam as representações que os professores possuem de sua prática e as relações professor/aluno/saber matemático. Interessei-me pela linha de pesquisa – A Matemática na Estrutura Curricular e Formação de Professores e por um de seus projetos: Expressões, equações e inequações, pesquisa, ensino e aprendizagem, que tem por objetivo realizar sínteses de pesquisas e investigações sobre práticas educativas relativas às expressões equações e inequações, nos planos curricular, didático e cognitivo.

No início dos meus estudos no Mestrado Profissional, tinha a intenção de formular uma sequência didática que fornecesse um aprendizado significativo para os meus alunos em relação à introdução da linguagem algébrica e ao entendimento dos conceitos iniciais da Álgebra. Como metodologia de ensino, usaria a resolução de problemas e para a minha surpresa, e ao mesmo tempo frustração, deparei-me com diversas pesquisas já realizadas nesta área. Todavia, a procura por outros trabalhos proporcionou-me certo alívio, pois senti que não estava sozinha em minhas dificuldades e preocupações em relação ao ensino da Álgebra.

Prosseguindo com a procura de pesquisas para encontrar uma nova abordagem de trabalho, mas ao mesmo tempo, sem perder as preocupações iniciais, o livro "As ideias da Álgebra", organizado por Arthur F. Coxford e Albert P. Shulte, publicado em 1995, chamou minha atenção. Trata-se de uma coletânea de artigos do ano de 1988, sobre as diferentes concepções do ensino da Álgebra, as dificuldades em iniciar o estudo da Álgebra, os erros cometidos pelos alunos e a linguagem Matemática e a necessidade de torná-la significativa. Vale salientar que, apesar da data de sua publicação, esse livro continua atual, pois aborda temas presentes na educação básica, especificamente, para o ensino da Álgebra.

Assim, surgiu a motivação para verificar a introdução do estudo formal da Álgebra nos livros didáticos. Ressaltamos que esses são ferramentas utilizadas quase que exclusivamente para o ensino em sala de aula, tanto para os conteúdos matemáticos, quanto para as demais disciplinas que compõem o currículo escolar atual.

O início do ensino da Álgebra escolar é caracterizado pela introdução dos símbolos literais chamados de variáveis. O conceito de variável foi o conteúdo escolhido para ser o centro deste estudo.

Concordando com a afirmação de Branco (2008) que muitos dos símbolos usados pelos alunos na aprendizagem da Aritmética são comuns à Álgebra, a compreensão destes símbolos necessita ser desenvolvida pelos alunos. Assim, o ensino da Álgebra deve visar ao desenvolvimento do *sentido do símbolo*, aspecto importante na aprendizagem deste domínio. Pode-se considerar símbolos comuns: sinal de igual, os sinais de "mais" e "menos"[1], as letras (variáveis).

Para a mesma autora, *sentido do símbolo* refere-se, fundamentalmente, à capacidade de dar significado a símbolos, expressões e fórmulas e a ter uma compreensão da sua estrutura. O sentido do símbolo envolve diversos aspectos:

[1] A autora refere-se, respectivamente, aos sinais das operações adição e subtração.

> (i) compreensão dos símbolos (quando e como podem e devem ser usados para exibir relações, generalizações e demonstrações) e sentido estético do seu poder; (ii) capacidade tanto de manipular como de ler através de expressões simbólicas; (iii) consciência que é possível exprimir informação dada ou desejada através de relações simbólicas; (iv) capacidade de selecionar uma representação simbólica e de melhorá-la se necessário; (v) consciência da necessidade de rever os significados dos símbolos durante a realização de uma tarefa, tendo em conta a nossa intuição e o contexto do problema; (vi) consciência que os símbolos podem desempenhar diferentes papéis em diferentes contextos. Trata-se, claramente, de um conhecimento complexo que requer múltiplas e variadas experiências de aprendizagem ao longo de um percurso escolar de vários anos (ARCAVI, 2006, *apud* BRANCO, 2008).

Considerando o aspecto (vi) do sentido de símbolo – consciência que os símbolos podem desempenhar diferentes papéis em diferentes contextos e o Modelo 3UV que relaciona as variáveis com três usos: para representar as incógnitas, os números genéricos e as relações funcionais, este trabalho se propôs a examinar, com base na análise dos livros didáticos utilizados atualmente no 7º ano (6ª série) do Ensino Fundamental, a presença dos usos da variável, segundo o Modelo 3UV das autoras Ursini *et al* (2005).

Para tanto, no primeiro capítulo são abordadas algumas considerações do ensino da Álgebra escolar, o papel e a importância do Livro Didático na educação básica, justificando assim, este trabalho. No segundo capítulo, está presente a fundamentação teórica da pesquisa, o Modelo 3UV – Três Usos da Variável de Ursini *et al* (2005). No terceiro, as hipóteses levantadas e as questões de pesquisa que pretendemos responder. Expusemos no quarto capítulo a revisão bibliográfica. No quinto capítulo, destacamos a fundamentação metodológica utilizada. No sexto, detalhamos as características e a descrição dos livros didáticos segundo o Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007) e descrevemos as análises realizadas segundo o Modelo 3UV. E por fim, apresentamos as considerações relevantes sobre os resultados encontrados na análise dos livros didáticos e as sugestões para futuras pesquisas.

Vale ressaltar que este trabalho não pretende fazer um juízo de valor ou uma avaliação no sentido de depreciar ou enaltecer as obras, mas sim analisá-las e discuti-las sob um olhar crítico-científico, apoiado no Modelo 3UV de Ursini *et al* (2005).

CAPÍTULO 1

ENSINO DA ÁLGEBRA E O LIVRO DIDÁTICO

Neste capítulo, apresentamos algumas considerações sobre as concepções de Álgebra e as orientações para o ensino no Ensino Fundamental e sobre o livro didático em relação à sua importância na educação.

1.1 O ensino da Álgebra

Com frequência, o estudo da Álgebra é iniciado no 7º ano (6ª série) do Ensino Fundamental, ocupando um lugar privilegiado no currículo escolar, envolvendo regras de transformação de expressões (monômios, polinômios, frações algébricas, radicais) e a resolução de equações, sistemas de equações e inequações.

Para Ponte (2005), isso se justifica pelo modo de como a Álgebra foi ensinada durante muito tempo. O autor acredita que esse tipo de ensino desvaloriza aspectos importantes, como a resolução de problemas relativos às origens da Álgebra na Antiguidade.

Ponte (2005, p. 12) nos chama a atenção para uma nova perspectiva em relação ao ensino da Álgebra proposta pelos autores Fiorentini, Miorim e Miguel (1993). Salienta que esses autores defendem um ensino que leve os alunos a pensar genericamente, a perceber e explicitar regularidades por meio de estruturas ou expressões matemáticas, a pensar analiticamente e a estabelecer relações entre grandezas.

A Álgebra e seu ensino no currículo escolar, ainda pode ser considerados fonte de dificuldade para os alunos, comprovada por pesquisas na área de Educação Matemática e pelos resultados das avaliações externas como o Saresp[2]. O baixo rendimento, muitas vezes, ocasiona um aumento do tempo dedicado a ela, com acréscimo na quantidade de atividades propostas que valorizam a repetição de exercícios e enfatizam o cálculo algébrico.

Queiroz (2008) salienta em sua pesquisa que a linguagem algébrica e seus símbolos, de maneira geral, são fontes de dificuldades para os alunos. Mesmo aqueles do Ensino Médio, após estudar por alguns anos a Matemática em que se enfatiza o estudo da Álgebra, continuam a apresentar dificuldades no tratamento das expressões algébricas.

Ponte (2005, p. 10) afirma que algumas das dificuldades encontradas pelos alunos têm relação ao uso das letras para representar variáveis e incógnitas. Segundo o autor, os alunos não conseguem ver uma letra como representando um número desconhecido e não percebem o sentido de uma expressão algébrica. Outra dificuldade mencionada diz respeito à tradução de uma informação da língua natural para a linguagem algébrica.

No ambiente escolar existe a ideia de que a Aritmética trata de números e a Álgebra de letras. Tenta-se também, estabelecer limites entre conteúdos, sendo que no currículo da escola, a Aritmética é trabalhada desde a educação infantil até o 5º ano (4ª série) do Ensino Fundamental e os conteúdos tradicionais da Álgebra, como equações, cálculo com letras, expressões algébricas, são abordados a partir do 7° ano (6ª série) do Ensino F undamental.

Ponte (2005) indica que o ensino da Álgebra deva ser trabalhado desde a pré-escola envolvendo o estudo de estruturas algébricas, a simbolização, a modelação e o estudo da variação. Borralho *et al* (2006) indicam o estudo de padrões para iniciar o ensino da Álgebra na pré-escola. Esses autores

[2] Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo.

consideram que os padrões propiciam o desenvolvimento do raciocínio lógico, a exploração de outros conteúdos e servem de base para estudos futuros.

É importante destacar, segundo Oliveira (2002), o não-consenso sobre o significado de Álgebra entre os estudiosos e evidenciar a frequente visão[3] encontrada – Álgebra entendida como cálculo literal ou generalização da Aritmética.

Usiskin (1995) considera que as concepções relativas ao ensino da Álgebra e a utilização das variáveis estão relacionadas. Para ele, as finalidades da Álgebra são determinadas ou se relacionam com as suas diversas que correspondem à diferente importância dada aos vários usos das variáveis.

Lins e Gimenes (2006) também sinalizam a questão da inexistência de consenso entre o pensar algebricamente e levantam um questionamento sobre os conteúdos que fazem parte da Álgebra.

> [...] por incrível que pareça não há consenso a respeito do que seja pensar algebricamente. Há na verdade, um certo consenso a respeito de quais são coisas da Álgebra: equações, cálculo literal, funções, por exemplo, mas mesmo aí há diferenças – gráficos são ou não parte da Álgebra? (LINS e GIMENES, 2006, p. 89).

Os mesmos autores ainda complementam:

> O problema de um consenso construído assim, com base em conteúdos, é que podemos saber que isto ou aquilo “é” Álgebra, e trabalhar estes conteúdos, mas não podemos saber duas coisas fundamentais: a) se há outros tópicos que deveriam também estar ali; e, b) fica difícil saber de que forma organizar um currículo para a educação algébrica, e até mesmo se os tópicos tradicionais são tão relevantes quanto sua inclusão tradicional em currículos parece indicar. (LINS e GIMENES, 2006, p. 89).

O trabalho desses autores alimentou as reflexões, levando-nos a pensar sobre a Álgebra escolar, os conteúdos abordados por ela, os materiais didáticos que utilizamos em sala de aula para o ensino da Álgebra e principalmente qual tem sido o papel do livro didático no trabalho do professor com a Álgebra. E, a partir daí, nos deparamos com a necessidade de entendimento do que é atividade

[3] Segundo Figueiredo (2007) visões de Álgebra é sinônimo de concepções de educação algébrica. Salienta ainda, baseada em Ponte (2001), que estas visões interferem na prática docente e consequentemente na aprendizagem dos alunos.

algébrica e como está envolvida no ambiente escolar. Relacionamos a seguir, o que dizem alguns pesquisadores sobre esse entendimento.

Segundo Lins e Gimenes (2006), a caracterização da atividade algébrica tem diversas linhas, em geral relacionadas à sala de aula, mas, no entanto, sem abordar por completo o que pode ser considerado como atividade algébrica.

Assim, o uso de determinadas notações, a presença de certos conteúdos, a ação do pensamento formal e a teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990) são linhas de caracterização da atividade algébrica. Essas linhas têm por finalidade produzir, como chamam os autores, um "mapa" do que é uma correta atividade algébrica que os organizadores de currículo utilizam para elaborar maneiras de auxiliar os alunos a se apropriem da atividade algébrica. Para os professores, esses mapas são utilizados para indicar onde os alunos se situam nessa atividade. Mas, podemos nos perguntar: Afinal, o que é uma atividade algébrica?

Segundo os autores (ibid), atividade algébrica consiste em produzir significados para a Álgebra. Esses significados se caracterizam como sendo um conjunto de afirmações para as quais podem ser produzidos significados em relação aos números e operações aritméticas, que podem envolver uma igualdade ou não. Sendo assim, para os autores, o pensamento algébrico é um modo de produzir significado para a Álgebra. Do mesmo modo, pensar algebricamente é:

> Produzir significados para situações em termos de números e operações aritméticas (e igualdades ou desigualdades), e com base nisso transformar as expressões obtidas operando sempre de acordo com: 1) produzir significados apenas em relação a números e operações aritméticas (chamamos a isso aritmeticismo); 2) considerar números e operações apenas segundo suas propriedades, e não "modelando" números em outros objetos, por exemplo, objetos "físicos" ou geométricos (chamamos isso a internalismo); e, 3) operar sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos (chamamos a isso de analiticidade). (LINS e GIMENES, 2006, p. 151).

Podemos concluir, com fundamento nos autores citados acima, que pensar algebricamente é a capacidade de compreensão, entendimento e utilização dos conceitos algébricos.

Para os PCN[4] (BRASIL, 1998), o ensino da Matemática deve visar ao desenvolvimento do pensamento algébrico, sugerindo que seja estimulado nas séries finais do Ensino Fundamental. Nessa mesma direção, encontramos as recomendações do *Gateway to a Tecnological Future da MAA*[5] *(*RELATÓRIO ÁLGEBRA, *2007).* Esse documento foi elaborado com o objetivo de ajudar os EUA a fortalecerem sua educação científica e Matemática para competir e prosperar no mundo globalizado. Um dos seus principais pontos é o de fortalecer as habilidades dos professores de Matemática e Ciências.

Esse relatório apresenta dados indicando ser possível direcionar as pesquisas para determinar os processos matemáticos que promovem o sucesso dos estudantes na aprendizagem em Álgebra; delimitar o que é conhecido sobre a aprendizagem; o ensino e a avaliação da Matemática, e o que os professores devem saber e estar capazes de realizar. Especificamente, para o ensino da Álgebra, no relatório foram revistas as pesquisas sobre o que já se conhecia e apresenta sugestões para orientações futuras que melhorariam a base do conhecimento e o efetivo ensino e aprendizagem da Álgebra.

A Álgebra nesse relatório é caracterizada como modo de pensar unindo significado, profundidade e coerência à compreensão matemática, com o objetivo de garantir o desenvolvimento do raciocínio algébrico, de aquisição da linguagem simbólica e linguagem algébrica. Considera que por meio do pensamento algébrico, aprende-se a descrever, simbolizar e justificar os procedimentos e conceitos matemáticos.

Quanto aos conteúdos e conceitos a serem abordados no ensino da Álgebra, os PCN (BRASIL, 1998) sugerem atividades com números, relações funcionais e exploração de padrões em sequências numéricas que levem os alunos a generalizar e compreender, por um processo de aproximações sucessivas, as representações algébricas. Desse modo, exploram as primeiras noções de Álgebra que deverão ter, ao longo do trabalho, um aprofundamento das operações, com as expressões algébricas e as equações, compreendendo a noção de variável e incógnita.

---

[4] Parâmetros Curriculares Nacionais.

[5] MAA – *Mathematical Association of América.*

Os PCN (BRASIL, 1998) ainda sugerem que a Álgebra seja explorada por meio de jogos, generalizações e representações matemáticas (como gráficos, modelos), e não por procedimentos puramente mecânicos, para lidar com as expressões e equações. Por meio de situações problema diversificadas, espera-se que o ensino de Álgebra, permita dar significado à linguagem e às ideias matemáticas.

Assim, para os PCN (BRASIL, 1998) o trabalho com a Álgebra é fundamental para:

> [...] a compreensão de conceitos como o de variável e de função; a representação de fenômenos na forma algébrica e na forma gráfica; a formulação e a resolução de problemas por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis) e o conhecimento da sintaxe (regras para resolução) de uma equação. Para apoiar a compreensão desses conceitos pode-se lançar mão da construção e interpretação de planilhas, utilizando recursos tecnológicos como a calculadora e o computador. (BRASIL, 1998, p. 84)

Apesar das orientações propostas pelos PCN (BRASIL, 1998) e pelos estudos já realizados na Educação Matemática, o ensino da Álgebra, em geral, presente nas escolas ainda enfatiza procedimentos e cálculos, contribuindo para um aprendizado mecânico.

Lellis e Imenes (2001) alegam que em muitas escolas, o ensino da Matemática é abordado como um conjunto de técnicas, aplicações de fórmulas, com grande quantidade de exercícios, que se resumem em "calcular", "obter", "efetuar", em contextos exclusivamente matemáticos, com o objetivo de buscar resultados, importando-se apenas com o "como" fazer, sem se preocupar com "por que fazer assim" ou "para que fazê-lo".

Esse aprendizado mecânico caracteriza uma dificuldade de aprendizado de Álgebra. Por outro lado, o pensamento algébrico sempre é mencionado como um aspecto significativo da Álgebra e como sugestão de trabalho para o ensino dos conceitos algébricos considerados básicos.

Podemos verificar esse fato no pequeno trecho a seguir, extraído do Caderno do Gestor (SÃO PAULO, 2008), documento que é dedicado aos gestores escolares: diretores, professores coordenadores, assistentes técnico-pedagógicos, supervisores e outros educadores que exercem funções pedagógicas não-docentes no sistema de ensino público paulista. Esse caderno oferece recursos de apoio para o desenvolvimento de atividades entre os docentes, com a finalidade de apoiar o gestor na implantação da proposta curricular do Estado de São Paulo.

> Em geral, a Álgebra que é empregada nas escolas dá maior ênfase aos procedimentos, favorecendo um aprendizado mecânico, no qual são tratados praticamente apenas aspectos das regras e os passos na resolução de problemas. Do outro lado dessa abordagem está o tratamento da Álgebra nos seus aspectos mais significativos, como a estrutura lógica dos conteúdos matemáticos e o rigor e a precisão da linguagem. Falamos do pensamento algébrico, isto é, da observação da regularidade de alguns fenômenos, os aspectos invariantes dentre outros que variam, a compreensão de que conhecimento de algumas variáveis se modifica na presença da variação de outras etc. Falamos do que está na base do ensino dos conceitos algébricos como variáveis, incógnitas, expressão, função, equação, construção e análise de representações de situações. (SÃO PAULO, 2008, p. 40).

A nova proposta curricular do Estado de São Paulo, segundo a SEE[6] tem como objetivo organizar melhor o sistema educacional, fornecendo subsídios aos profissionais que integram a rede estadual para se aperfeiçoarem, além de garantir uma base comum de conhecimentos e competências para as escolas públicas.

O Caderno do Gestor (SÃO PAULO, 2008) pode ser considerado uma ferramenta conceitual e prática, de caráter genérico, útil para os gestores comprometidos com a qualidade da aprendizagem. Ele traz, ainda, referências sobre a utilização da linguagem e enfatiza que a linguagem é a expressão de um pensamento e que é necessário trabalhar com atividades que permitam a compreensão das relações entre a linguagem simbólica e a linguagem formal, indispensáveis para o entendimento da Matemática.

Podemos perceber que na Álgebra escolar ainda é trabalhado o cálculo literal, o conhecimento formal, as técnicas algébricas, ou seja, enfatizam os aspectos mecânicos da Álgebra. Por outro lado, existe a preocupação de torná-la significativa para o aluno e uma poderosa ferramenta para resolver problemas.

[6] SEE – Secretaria de Estado da Educação de São Paulo.

Portanto, observamos a necessidade de trabalhar com base nos significados e não em conteúdos, ou melhor, valorizar a compreensão de regras em vez da memorização.

Dessa forma, o nosso trabalho está em concordância com este contexto, de compreensão e significado da Álgebra, mais especificamente, dos usos da variável. Focaremos nosso estudo na análise de três livros didáticos sugeridos no Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007), em relação aos usos da variável para representar as incógnitas, os números gerais e relações funcionais entre quantidades.

1.2 O Livro Didático no ensino

O livro didático é considerado um instrumento, se não o único, de grande poder nas decisões que orientam as ações docentes e de fácil acesso tanto para professores, quanto para alunos.

> O livro didático tem importância na prática pedagógica diária por ser suporte teórico e prático para o aluno, instrumento de apoio para o professor e por constituir uma organização possível do conteúdo a ser ensinado. Trata-se de uma forma de sistematização dos conteúdos a serem trabalhados na sala de aula. (BARRETO e MONTEIRO, 2008, p. 02)

Barreto e Monteiro (2008) salientam ainda que, em alguns casos, o livro didático pode, inclusive, constituir a única referência bibliográfica e de leitura recente a que os alunos ou o professor tem acesso, tendo em vista aspectos físicos e econômicos específicos de nosso país.

Silva, U. (2007) afirma que os livros didáticos são utilizados pela maioria dos professores como roteiro principal no preparo e na condução de suas aulas. Battaglioli (2008) segue na mesma direção, apontando que na nossa realidade, muitas vezes o livro didático funciona como o único direcionamento para muitos professores, que planejam suas aulas baseados nos conteúdos desses livros.

Os PCN (BRASIL, 1998), cujo objetivo principal é adequar o trabalho escolar a uma nova realidade, marcada pela crescente presença da Matemática em diversos campos da atividade humana, destacam que:

> Recursos didáticos como livros, vídeos, televisão, rádio, calculadoras, computadores, jogos e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão; (BRASIL, 1998, p. 56, grifo nosso).

Percebemos, portanto, que os PCN (BRASIL, 1998) fazem referência à utilização dos livros como recurso didático no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Amparada por essas orientações e nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), Battaglioli (2008) aponta em sua pesquisa que livro didático deveria ser uma ferramenta a mais (como o computador, o material concreto) para completar e enriquecer diariamente a aula do professor, contribuindo para a aprendizagem efetiva do aluno.

> [...] o livro didático vem assumindo, há algum tempo, o papel de única referência sobre o saber a ser ensinado, gerando, muitas vezes, a concepção de que "o mais importante no ensino da matemática na escola é trabalhar o livro de capa a capa". [...] É importante, pois, que o livro didático de Matemática seja visto não como um substituto de orientações curriculares, mas como um recurso a mais. (BRASIL, 2006, p. 86).

Para Barreto e Monteiro (2008) a presença do livro didático na sala de aula é um modo de garantir as referências dos conteúdos e das habilidades exigidas em cada série.

Paes (2006) afirma que os livros didáticos são registros publicados para defender a validade do saber a ser ensinado. A presença do livro didático na educação escolar indica, para ele, a existência de um recurso pedagógico estabilizado, pois é um recurso que resistiu a diversas mudanças na educação e por mais que tenham variado os métodos e os enfoques curriculares do ensino escolar, o livro está presente entre os instrumentos didáticos disponíveis.

Apesar de diversas mudanças ocorridas na educação, os autores Lins e Gimenez (2006) afirmam que a grande maioria dos livros didáticos brasileiros disponíveis baseia-se na sequência *técnica/prática.* Isso significa a aplicação dos algoritmos nos exercícios, sem desenvolver a investigação e a reflexão e que os professores, ou por despreparo ou por não conhecerem alternativa, acabam adotando esta prática.

Acreditamos que essa sequência conduz à limitação da prática pedagógica do professor, pois ele poderá ficar restrito a reproduzir o que é proposto nos livros didáticos.

Sendo assim, é de grande importância garantir a qualidade dos livros didáticos disponíveis para apoio ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Visando assegurar essa qualidade, o governo federal executa três programas voltados para o livro didático: o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM) e o Programa Nacional do Livro Didático para a Alfabetização de Jovens e Adultos (PNLA). Estes programas têm como objetivo prover as escolas das redes federal, estadual e municipal e as entidades parceiras do Programa Brasil Alfabetizado com livros didáticos.

Romanatto (2004) salienta que a qualidade dos livros didáticos melhorou bastante, especialmente, a partir das avaliações desse material pelo Ministério da Educação.

Para a nossa pesquisa, o interesse se encontra no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) que é o responsável por oferecer gratuitamente a todos os alunos e professores das escolas públicas do Ensino Fundamental, os livros didáticos e dicionários de Língua Portuguesa para a utilização em sala de aula. O PNLD é o mais antigo dos programas voltados à distribuição dos livros didáticos e iniciou-se com outra denominação em 1929[7], e com o passar dos tempos foi modificando-se e aperfeiçoando-se.

[7] Informações detalhadas disponível no portal MEC – Sitio SEB - O Livro Didático na História da Educação Brasileira – http://portal.mec.gov.br/seb/index.phd?option=content&task=view&id=381 ou www.fnde.gov.br/home/index.jsp?arquivo=livro_didatico.html. Acesso em 07 março 2009.

Em 1985 é que passou a receber a atual denominação – PNLD, além de trazer diversas e significativas mudanças: indicação do livro didático pelo professor, reutilização e expansão da oferta e aperfeiçoamento das especificações técnicas para a produção do livro. É responsabilidade da Secretaria de Educação Básica coordenar todo o processo de avaliação, que é realizado em parceria com universidades públicas, das obras inscritas no PNLD, nas áreas de Alfabetização, Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História, Geografia e Dicionário da Língua Portuguesa.

No Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007), encontramos a afirmação de que o livro didático contribui para o processo de ensino e aprendizagem. Esse guia apresenta-se como instrumento que oferece subsídios para a escolha desse material.

> Um livro didático deve oferecer informações e explicações sobre o conhecimento matemático que interfere e sofre interferências das práticas sociais do mundo contemporâneo e do passado. Também deve conter uma proposta pedagógica que leve em conta o conhecimento prévio e o nível de escolaridade do aluno e que ofereça atividades que o incentivem a participar ativamente de sua aprendizagem e a interagir com seus colegas. Além disso, o livro precisa assumir a função de texto de referência tanto para o aluno, quanto para o docente. (BRASIL, 2007, p. 07).

O Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007) apresenta que o livro didático precisa assumir a função de texto de referência tanto para alunos quanto para professores. Porém, Paes (2008) afirma que é o professor, o responsável pela determinação dos conteúdos, bem como pelos valores, objetivos e métodos que conduzem a prática escolar.

Sendo assim, o professor necessita procurar outras fontes que possam complementar, ou mesmo servir de texto de referência. Ele pode recorrer à *internet*, bibliotecas, livros de História da Matemática, História da Ciência, enciclopédias e livros universitários, por exemplo. Há possibilidade, também, de procurar os cursos de capacitação ou formação continuada para professores, ou ainda, utilizar um recurso disponível a todos os professores, dentro de sua própria unidade escolar: a troca de experiência com seus pares.

O Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007) apresenta os critérios e instrumentos utilizados para avaliar as coleções, um histórico das avaliações já realizadas em programas anteriores, além das características gerais das coleções inscritas e aprovadas no PNLD 2008. Nesse histórico, podemos perceber o aumento considerável de coleções inscritas no programa de 1999 a 2008.

Tabela 1 – Números de obras inscritas no PNLD por ano

Situação	Ano			
	1999	2002	2005	2008
Avaliadas	72	68	116	112
Aprovadas	38	52	92	64
Não Aprovadas	34	16	24	48

Figura 1. Número de obras inscritas no PNLD.
Fonte: BRASIL, 2007, p. 24.

Com relação às características das coleções, foram analisados os aspectos de seleção e distribuição dos conteúdos matemáticos, as propostas metodológicas, a contextualização e interdisciplinaridade e o manual do professor.

Na seção Seleção e Distribuição dos conteúdos matemáticos, o Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007) procura estimar a presença de cada um dos campos da Matemática e a coerência com as propostas curriculares vigentes, além de estabelecer o perfil desejável para a seleção e distribuição de conteúdos nas coleções.

No Guia é examinada a forma como os conteúdos estão distribuídos em cada livro, e ao longo da coleção e, ainda, se estão organizados em unidades ou capítulos dedicados a cada um dos campos da Matemática, em que os conceitos e procedimentos são abordados, retomados e ampliados. Nele é indicado, também, se a seleção e a distribuição dos conteúdos estão baseadas em estudos na área da Educação Matemática. Assim, adotou-se um perfil considerado satisfatório, como apresentado a seguir.

Tabela 3 — Perfil desejável de seleção e distribuição dos conteúdos (em porcentagem)

Blocos de Conteúdos	Série 5ª	6ª	7ª	8ª
Números e Operações	40%	30%	20%	15%
Álgebra	10%	20%	30%	30%
Geometria	20%	20%	25%	30%
Grandezas e Medidas	20%	20%	15%	15%
Tratamento da Informação	10%	10%	10%	10%

Figura 2. Seleção e Distribuição dos Conteúdos.
Fonte: BRASIL, 2007, p. 29.

Na seção Propostas Metodológicas é apresentado um panorama de como as coleções estão organizadas com relação à apresentação dos conteúdos. Em geral, as obras integrantes desse guia apresentam os conteúdos de maneira significativa com a preocupação em diversificar os tipos de atividades, com aplicações que contribuem para o reconhecimento da Matemática como instrumento de compreensão do mundo moderno.

Com relação à seção Contextualização e Interdisciplinaridade na grande maioria das coleções analisadas pelo Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007) se utiliza de contextos matemáticos, da história da Matemática ou outras áreas, que envolvem práticas sociais atuais.

Em relação às características das coleções, o manual do professor é item obrigatório, e, sua ausência é um dos critérios de exclusão da coleção. Nele são analisadas as seguintes características: emprego de uma linguagem clara; subsídios para a atuação do professor em sala de aula; orientações metodológicas para o trabalho do professor com o livro do aluno; sugestões de atividades diversificadas (projetos, pesquisas, jogos, etc.) além das contidas no livro do aluno; apresentação das resoluções das atividades propostas aos alunos; contribuição para reflexões sobre o processo de avaliação do aluno; favorecimento da formação e da atualização do professor; sugestões de leituras complementares; apresentação da bibliografia utilizada pelo autor; indicações de fontes de informações para o professor.

De modo geral, os manuais das coleções aprovadas atendem a todas essas características, umas de forma mais simples e sintética, outras de maneira mais completa e detalhada.

Esse guia também traz uma abordagem dos campos de conteúdos, ou seja, áreas de conhecimento da Matemática nas coleções aprovadas. Nessa abordagem, no caso específico da Álgebra, o Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007) expressa como as obras focam o ensino, que metodologia utiliza e em que série isso ocorre.

Após todo este detalhamento, o Guia ainda descreve como as resenhas dos livros foram estruturadas e que características trazem em suas quatro seções: 1) Síntese avaliativa; 2) Coleção; 3) Análise (detalha a seleção e distribuição dos conteúdos, a abordagem dos conteúdos, a metodologia do ensino e aprendizagem, contextualização, manual do professor); 4) Sala de Aula.

Portanto, percebemos que o Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007) oferece subsídios para a escolha do livro didático indicado para a prática pedagógica do professor para o trabalho com os alunos.

Apesar de o livro didático estar presente nas salas de aula e que muitos professores fiquem limitados, exclusivamente, ao seu uso, o seu papel deve ser dimensionado. Dessa forma, o professor pode usá-lo como um dos instrumentos para a preparação de suas aulas, devendo estar atento aos erros conceituais caso se apresentem e também, manter-se alerta para que sua autonomia pedagógica não seja comprometida.

Paes (2006), apesar de considerar as mudanças ocorridas na educação e sofridas pelo livro didático no decorrer do tempo, afirma que ele ainda mantém uma estrutura básica com predomínio de uma apresentação sequencial e linear dos conteúdos devido ao seu modelo estrutural, de linhas, páginas e capítulos, mas ressalta que cabe ao professor conduzir sua utilização na sala de aula.

> A situação indesejável é que o livro, em si mesmo, com a sua forma linear de apresentação dos conteúdos, determine a parte essencial das ações docentes. Essa é uma inversão totalmente inadequada e desqualifica a importância da função profissional do professor, porque de instrumento didático o livro passa a ser o determinante de todo o processo de ensino. (PAES, 2006, p. 49)

Paes (2006) ainda complementa que:

> Por esse motivo, compete ao professor conduzir o uso do recurso, e não se deixar conduzir por ele. Essa questão está, portanto, relacionada à competência pedagógica e pertence ao domínio da didática. (PAES, 2006, p. 29)

Com base no Relatório Saresp 2005 (SÃO PAULO, 2005), na Parte II – Os Alunos e o Ensino e no item prática didática do professor, podemos confirmar a utilização dos livros didáticos. Os dados, extraídos do questionário que os alunos respondem na realização da avaliação, mostraram que, no ciclo II do Ensino Fundamental, frequentemente os professores utilizam como procedimento: colocação da matéria na lousa, apresentação da matéria para a classe, realização de exercícios do livro didático e leitura da matéria no livro didático. Ficou evidenciada, para esta etapa da educação básica, a prática pedagógica dos professores: trabalham a leitura da matéria no livro didático, solicitam a resolução dos exercícios do livro.

> Indagados sobre os meios que os professores utilizam com maior freqüência para dar aulas, dentre os apresentados, a maioria dos alunos do Ciclo II do EF assinalou a alternativa "freqüentemente" em relação aos seguintes procedimentos: "colocação de matéria na lousa" (percentual crescente que varia entre 75% na 5ª série e 81% na 8ª), "apresentação da matéria para a classe" (em torno de 65% em cada uma das séries), "exercícios do livro didático" (percentual decrescente de alunos que varia entre 62% na 5ª série e 53% na 8ª), "leitura da matéria no livro didático" (proporção decrescente variando entre 56% dos alunos na 5ª série e 42% na 8ª) [...] (SÃO PAULO, 2005, p. 115).

Percebemos, portanto, que apesar dos diversos materiais existentes, o livro didático ocupa um lugar de destaque no processo de ensino e de aprendizagem como ferramenta em sala de aula, auxiliando professores e, muitas vezes, até mesmo, ditando o modo de como proceder, organizar e expor os conteúdos aos alunos, ou seja, determina as ações do professor.

Dessa forma, a proposta de nosso trabalho, consiste num tema relevante, pois possui como instrumento de investigação, o livro didático, material presente nas salas de aula e integrante do processo de ensino e de aprendizagem.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: Modelo 3UV

Neste capítulo, apresentamos a fundamentação teórica desta pesquisa, o Modelo 3UV – Três Usos da Variável proposto por Ursini *et al* (2005).

Como já expusemos, no ambiente escolar existe a ideia de que a Aritmética trata de números e a Álgebra de letras; que os conteúdos aritméticos são conhecimentos prévios necessários para a introdução da Álgebra e que sua visão frequente é “generalização da Aritmética”. Em nosso grupo de pesquisa, o GPEA[8], assumimos que a Aritmética é parte integrante da Álgebra.

Usiskin (1995) destaca que as diferentes concepções da Álgebra relacionam-se com os diferentes usos das variáveis. Sendo assim, classifica as concepções da Álgebra como sendo: Aritmética generalizada; procedimento para resolver problemas; estudo das relações entre grandezas e estudo das estruturas.

Para uma compreensão simplificada das diferentes concepções da Álgebra e a relação com os diferentes usos das variáveis recorremos à Figura 3, a seguir.

[8] Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica.

Concepções da Álgebra	**Uso das variáveis**
Aritmética Generalizada	Generalizadora de modelos Traduzir – Generalizar
Meio de resolver certos problemas	Incógnitas, constantes Resolver – Simplificar
Estudo das Relações	Argumentos, parâmetros Relacionar – Gráficos
Estrutura	Sinais arbitrários no papel Manipular – Justificar

Figura 3. Resumo das Concepções de Usiskin.
Fonte: USISKIN, 1995, p. 20.

As concepções acima descritas estão em concordância com os PCN (BRASIL, 1998), quando enfatizam a importância fundamental de se desenvolver estes diversos aspectos da Álgebra, principalmente utilizando situações problema, o que muitas vezes não ocorre em virtude do ensino privilegiar o cálculo algébrico e o estudo das equações.

> Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver alguns aspectos de Álgebra, é especialmente nas séries finais do Ensino Fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas. Pela exploração de situações problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 1998, p. 50-1).

Os PCN (BRASIL, 1998) chamam a atenção para a preocupação em garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico. E para tanto sugere atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra, como podemos verificar, de forma simplificada na Figura 4, a seguir:

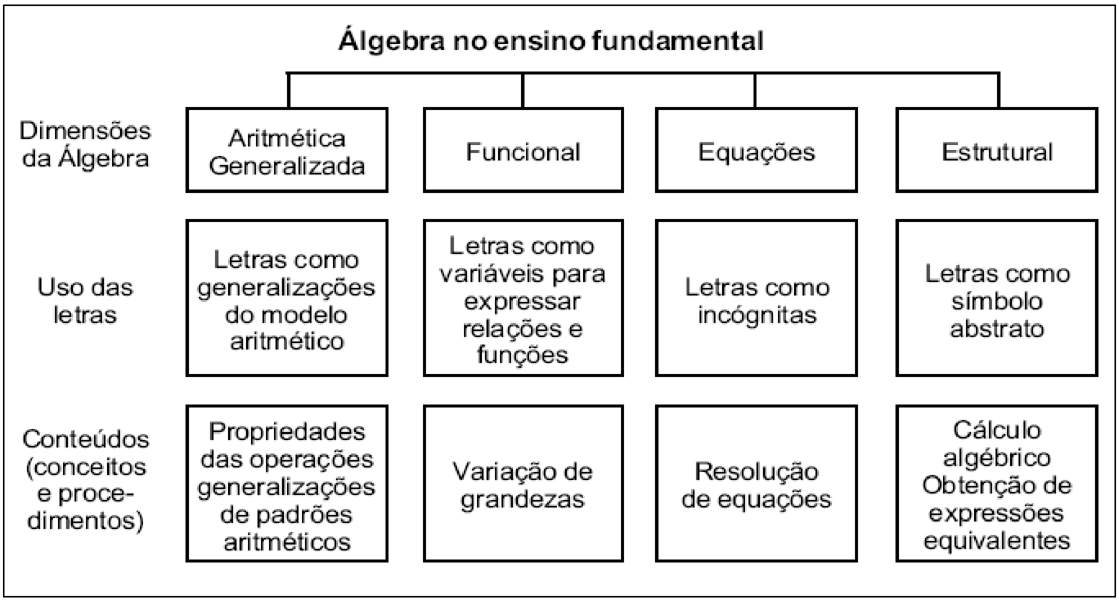


Figura 4. Diferentes dimensões da Álgebra e diferentes usos das letras.
Fonte: BRASIL, 1998, p. 116.

Desse modo, percebemos claramente que os PCN (BRASIL, 1998) – documento que visa à construção de um referencial que oriente a prática escolar de forma a contribuir para o acesso ao conhecimento matemático – consideram a necessidade do trabalho com as diferentes concepções da Álgebra para a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos.

Esse documento refere-se ainda, que sejam propostas atividades variadas, envolvendo as noções algébricas em um trabalho articulado com a Aritmética, permitindo aos alunos a aquisição de uma base sólida e rica em significados para a aprendizagem da Álgebra.

Usiskin (1995), afirma que as diferentes concepções da Álgebra relacionam-se com os diferentes usos da variável e assim temos como concepções da Álgebra, pospostas por esse autor, a Álgebra como Aritmética generalizada, como procedimento para resolver problemas, como estudo das relações entre grandezas e como estudo das estruturas.

Ursini, *et al,* (2005, p. 15, tradução nossa) afirmam que o ensino da Álgebra no Ensino Fundamental aborda essencialmente três usos distintos da variável: as incógnitas, os números gerais e a relações funcionais.

Percebemos que ambos autores, Usiskin (1995) e Ursini *et al* (2005), possuem forte ligação em suas afirmações em relação à Álgebra e ao uso das variáveis. Maria Trigueros, uma das idealizadoras e autoras do Modelo 3UV declarou em um encontro com esta pesquisadora, que o Modelo 3UV teve como ponto de partida as concepções algébricas defendidas por Usiskin (1995).

Esse encontro com a professora Dra. Maria Trigueros foi possível devido à visita feita por ela à Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP, no mês de outubro do ano de dois mil e oito.

2.1 Modelo 3UV

O Modelo 3UV, proposto por Ursini *et al* (2005), tem demonstrado ser uma ferramenta útil para a descrição de estratégias para o ensino e para análise dos livros textos (livros didáticos). Proporciona também, apoio aos professores quanto às dificuldades dos alunos, às limitações do material de apoio, além de possibilitar o desenvolvimento de estratégias para conseguir uma aprendizagem mais expressiva.

Como já citado, o ensino da Álgebra envolve diferentes papéis: generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas de Aritmética, assim como poderá representar problemas por meio de equações e inequações, diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas e regras para resolução de uma equação.

O início do ensino da Álgebra escolar caracteriza-se pela introdução dos símbolos com diferentes finalidades: para representar números, utilizar as fórmulas geométricas ou apenas, utilizar as letras como etiquetas para indicar algo específico como **b** para referir-se à "base" etc.

Com o passar dos anos escolares, os símbolos tornam-se cada vez mais frequentes e esperamos que os alunos consigam interpretá-los nas diferentes situações.

> Ao iniciar a escola secundária, as letras surgem, cada vez com maior freqüência, em contextos geométricos e espera-se que os alunos não as considerem como etiquetas ou iniciais de palavras, mas sim que aprendam a interpretá-las como incógnitas ou como números indeterminados, dependendo da situação em que aparecem. (URSINI, et al, 2005, p. 11, tradução nossa).

Assim, percebemos e concordamos com as autoras que o início da Álgebra escolar é caracterizado pela introdução dos símbolos literais, chamado de variáveis e que, essencialmente, as variáveis estão relacionadas com três usos: para representar as incógnitas, números genéricos e relações funcionais entre distintas quantidades.

Ao iniciar suas considerações sobre a Álgebra escolar, as autoras apresentam e analisam os distintos usos que se fazem das letras ou variáveis, em exercícios e problemas considerados típicos de livros didáticos, enfrentados pelos alunos no início do estudo da Álgebra. Para tanto, apresentam os erros mais comuns na resolução de equações de primeiro e segundo grau, na relação funcional, na generalização de padrões, na resolução de sistemas lineares, na operação com monômios e polinômios.

Ursini *et al* (2005) sinalizam que a compreensão, e consequentemente superação dos erros em Álgebra, está ligada à necessidade do desenvolvimento, por parte dos alunos, de capacidades básicas, como: realizar cálculos simples operando com as variáveis; compreender por que é possível operar com as variáveis e por que estas operações permitem chegar a um resultado, seja numérico ou não; perceber a importância de obter a capacidade de usar as variáveis para modelar matematicamente situações de diferentes tipos; distinguir as diferentes utilizações da variável em Álgebra; passar com flexibilidade[9] entre os diferentes usos das variáveis; integrar os diferentes usos para vê-los como aspectos distintos de um mesmo objeto matemático, que são revelados dependendo da situação particular.

Afirmam ainda, que para conseguir com que os alunos desenvolvam estas capacidades, o papel do professor é fundamental. Sendo assim, o professor necessita ter uma compreensão profunda do conceito e dos usos da variável.

[9] Entendemos flexibilidade como não ter dificuldade em identificar e trabalhar com a variável em diversas situações e em seus usos: incógnita, números genéricos e relação funcional.

Ursini *et al* (2005) consideram que para compreender e resolver exercícios ou problemas que utilizam a variável como termo desconhecido ou incógnita, é necessário: capacidade de reconhecer, em uma dada situação, o envolvimento de uma quantidade, de valor desconhecido, mas determinável; capacidade de representar simbolicamente uma quantidade desconhecida relacionando-a com as informações da situação ou problema; desenvolver uma expressão algébrica que represente essa situação; relacionar as expressões algébricas obtidas de forma a obter uma equação que represente matematicamente o problema formulado. Diante da equação, dada ou formulada pelo aluno, é necessário que o mesmo realize as operações aritméticas ou algébricas que permitam obter o valor ou que satisfaçam à equação. Também, é importante, substituir os valores obtidos na equação para averiguar se estão corretos, satisfazendo a equação, ou seja, verificando se os resultados resolvem o problema.

Dessa forma, podemos traduzir este “primeiro” uso da variável, na resolução de exercícios ou problemas algébricos, utilizando algumas palavras chaves: <u>reconhecer, representar, desenvolver, relacionar, realizar operações, substituir.</u>

Para compreender e trabalhar a variável como número genérico, Ursini *et al* (2005) afirmam que esse uso da variável requer a capacidade de utilizar símbolos para representar uma situação qualquer, uma regra ou um método, ou ainda, relacionar expressões entre si.

Assim, perante uma expressão geral, que pode ser apresentada ou formulada pelo aluno, este necessita interpretar os símbolos envolvidos como números genéricos, números que representam quantidades indeterminadas que não se pode, nem há necessidade de se determinar e manipular as expressões, ou seja, fatorar ou simplificar a expressão quando é solicitado pelo problema.

Nesse uso também podemos perceber as palavras chaves que caracterizam a utilização da variável como número genérico: <u>representar e interpretar símbolos, manipular, simplificar ou fatorar.</u>

Para o terceiro uso da variável, as autoras esclarecem que utilizar a variável como relação funcional pode envolver situações nas quais as informações apresentam-se de diferentes maneiras: forma verbal, em tabela, em gráfico ou na forma analítica, sendo que para cada uma dessas representações é importante o aluno reconhecer a existência de uma correspondência e relação entre variáveis.

Ainda, afirmam a importância de simbolizar uma relação funcional de forma analítica, estabelecendo uma relação simbólica entre as variáveis envolvidas, independentemente da forma como a informação é transmitida – verbal, em tabela, em gráfico.

O mais importante, nesse uso, apontam Ursini *et al* (2005) é conseguir diferenciar as expressões simbólicas das expressões que representam uma relação funcional.

Desta forma, para o uso da variável como relação funcional, podemos identificar como palavras chave: <u>reconhecer, simbolizar, estabelecer relações e determinar valores.</u>

A seguir apresentamos, na forma de um quadro, os aspectos que caracterizam cada um dos três usos da variável e que formam o Modelo 3UV (três usos da variável).

Variável como Termo Desconhecido (incógnita)	Variável como Número Genérico	Variável como Relação Funcional
I1 - Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema;	G1 - Reconhecer padrões, perceber regras e métodos em sequências e em problemas similares;	F1 - Reconhecer correspondências entre variáveis relacionadas, independentemente das representações utilizadas (tabelas, gráficos, problemas verbais, expressões analíticas);
I2 - Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos;	G2 - Interpretar uma variável simbólica como representação de uma entidade geral, indeterminada que pode assumir qualquer valor;	F2 - Determinar os valores da variável dependente pelo valor dado a uma independente;

I3 - Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro;	G3 - Deduzir regras e métodos gerais, em seqüência e em famílias de problemas.	F3 - Determinar os valores da variável independente dado o valor da dependente;
I4 - Determinar a quantidade desconhecida que aparece em equação, ou nos problemas, realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos.	G4 - Manipular (simplificar, desenvolver) a variável simbólica.	F4 - Reconhecer a variação comum das variáveis envolvidas em uma relação independentemente da representação utilizada (tabelas, gráficos, expressões analíticas);
I5 - Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.	G5 - Simbolizar enunciados, regras e métodos gerais.	F5 - Determinar os intervalos de variação de uma variável dado o intervalo da variação da outra;
		F6 - Simbolizar uma relação funcional baseado na análise dos dados de um problema.

Figura 5. Quadro Resumo Modelo 3UV.
Fonte: Ursini *et al,* 2005, p. 35-7.

Podemos perceber que o Modelo 3UV mostra os aspectos que diferenciam e caracterizam cada um dos usos da variável utilizados no ensino da Álgebra escolar. É um modelo que pode ser considerado instrumento auxiliar para o professor planejar e estruturar o trabalho que realizará em sala de aula e, também, pode servir de guia no planejamento de atividades que os alunos resolverão.

Assim, podemos concluir que compreender o caráter multifacetário da variável é fundamental para compreender a Álgebra e a Matemática em geral. Também é indispensável desenvolver a capacidade para trabalhar com seus distintos usos.

> Para que um aluno possa trabalhar com certo êxito em Álgebra elementar, é necessário, em primeiro lugar, que trabalhe com as incógnitas, mas também com os números genéricos e com as relações funcionais, e que aprenda a passar com flexibilidade entre estes distintos usos da variável. Em segundo lugar, que apreenda as regras sintáticas que regem a linguagem algébrica, mas que possa relacionar os distintos usos da variável com diversas situações. (URSINI et al, 2005, p. 22, tradução nossa)

Portanto, o conceito de variável na Álgebra escolar é complexo e não se pode esperar que os alunos consigam entendê-lo de forma aceitável sem um ensino explícito e determinado que enfatize os diversos usos da variável e que os auxilie a mover-se entre eles. Ursini *et al* (2005) apontam que devido a esta complexidade as pesquisas mostram que muitos estudantes apresentam dificuldades com o conceito de variável.

Assim, nesta pesquisa, utilizaremos o Modelo 3UV para analisar a parte relativa à Álgebra, em particular, a variável abordada no livro didático, material didático e instrumento de trabalho dos professores, em sala de aula, por meio das atividades, exercícios e situações problema apresentados.

CAPÍTULO 3

HIPÓTESES – OBJETIVOS – QUESTÕES DE PESQUISA

Neste capítulo apresentamos as hipóteses levantadas, os objetivos que pretendemos alcançar com este trabalho e as questões de pesquisa que almejamos responder.

3.1 Hipóteses e objetivos

Em nossa prática docente, percebemos que os alunos fazem muitas queixas em relação à Álgebra. É constante em suas falas: "eu não compreendo o significado do *x* e do *y*".

Além disso, eles têm apresentado, de um modo geral, baixo rendimento nas avaliações por meio de situações problema ou provas escritas propostas na disciplina, bem como, nas provas oficiais do Estado de São Paulo. Eles demonstram, ainda, dificuldades na resolução de exercícios modelos propostos pelo livro didático e resolvidos em sala.

Por vivenciar estas dificuldades com os alunos e, também, pela Álgebra ser uma área da Matemática que ocupa um lugar importante no currículo escolar, propusemo-nos neste trabalho investigar o ensino da Álgebra, mediante a análise dos livros didáticos, recurso didático disponível nas escolas, presente na educação básica do nosso país.

Esta pesquisa procura proporcionar a união desses dois aspectos importantes para o ensino da Matemática, ou seja, relacionar a Álgebra ao livro didático e, desse modo, verificar como a Álgebra, mais especificamente, a presença dos usos da variável segundo o Modelo 3UV, é abordada nos livros didáticos de 7º ano (6ª série) do Ensino Fundamental, já que, de acordo com os currículos escolares propostos atualmente, é quando se introduz o estudo formal da Álgebra.

Apesar de encontrarmos essa prática de introduzir o estudo da Álgebra no 7º ano do Ensino Fundamental, Lins e Gimenes (2006) se mostram totalmente contrários. Para estes autores o ensino da Álgebra necessita estar relacionado com o ensino da Aritmética, pois acreditam que Álgebra e Aritmética possuem uma ligação, dependem uma da outra e, portanto, podem ser trabalhadas juntas.

Outro aspecto apresentado pelos autores diz respeito à introdução do estudo da Álgebra. Lins e Gimenes (2006) também se mostram contrários à ideia que o estudo da Álgebra, ou seja, a atividade algébrica, só é possível com a introdução para os alunos, de forma tardia, relacionada com a idade. Defendem a introdução cada vez mais cedo dos conceitos relacionados com a Álgebra.

Para chegarmos às questões de pesquisa, refletimos sobre vários pontos importantes para o processo de ensino e de aprendizagem da Álgebra. Para levantar hipóteses, alguns questionamentos são necessários. Um primeiro questionamento diz respeito aos diferentes usos da variável nos livros didáticos que são utilizados atualmente: Os livros didáticos abordam as concepções da Álgebra propostas por Usiskin? E quanto ao Modelo 3UV?

Especificamente nos livros didáticos, pode-se levantar as seguintes questões, tendo sempre a ideia que livro didático, no ambiente escolar, é um dos elementos de fundamental importância na divulgação do conhecimento matemático.

Além disso, podemos refletir sobre como os livros didáticos apresentam as notações e convenções em Álgebra, como utilizam as letras na representação algébrica e como trabalham com a ideia de variável. Essas questões são importantes no processo de ensino e de aprendizagem da Álgebra, pois como já mencionado estes aspectos possuem evidências de serem causadores das dificuldades e do fracasso dos alunos em Álgebra. Esses questionamentos são pertinentes a esta pesquisa e servirão de base para o delineamento deste trabalho.

Assim, entendemos que a análise de livros didáticos de Matemática é um tema presente em estudos e pesquisas ligadas à Educação Matemática de modo que sua análise pode contribuir para a compreensão de uma parte do complexo sistema escolar.

3.2 Questões de Pesquisa

Este trabalho busca investigar se os livros didáticos selecionados do 7° ano (6ª série) do Ensino Fundamental contemplam, ou não, os usos da variável de acordo com o Modelo 3UV para o ensino da Álgebra.

Propusermos então, investigar a presença dos usos da variável, com base na análise de livros didáticos, de acordo com o Modelo 3UV. Para tanto, pretendemos ao longo do nosso estudo, responder às seguintes questões de pesquisa.

- O Modelo 3UV pode ser identificado nos livros didáticos de 7° ano (6ª série) do Ensino Fundamental?
- Os conteúdos algébricos abordados no livro, bem como seus exercícios e as situações problema propostas, apresentam os usos da variável de acordo com o Modelo 3UV?

CAPÍTULO 4

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

"O estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização" (BRASIL, 1998, p. 115). Existem inúmeras pesquisas e trabalhos realizados na Educação Matemática sobre o ensino e aprendizagem da Álgebra e, em sua grande maioria, esses estudos nos proporcionam reflexões acerca da dificuldade em definir a Álgebra, apresentam referências sobre a dificuldade dos alunos na compreensão desta área da Matemática.

Muitas vezes ainda, a Álgebra é caracterizada ou considerada, como estudo de manipulações rotinizadas. Isso tem contribuído para muitos insucessos, fortalecendo a ideia de que a Matemática é apenas algo abstrato, mecanizado e descontextualizado do mundo fora da escola. Esses trabalhos chamam a atenção para como melhorar o ensino da Álgebra nas escolas hoje, ou ainda, mostram a necessidade de proporcionar instrumentos úteis para a compreensão da Álgebra. É nesse ambiente que este trabalho procura contribuir, considerando esse instrumento, o livro didático.

Para tanto, buscamos estudos em pesquisas realizadas, nas dissertações e teses do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática na PUC-SP e na Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas – Unicamp, relacionados com o tema deste trabalho – ensino de Álgebra, análise de livro didático, Modelo 3UV. Entre eles, foram encontrados:

Christo (2006), que avaliou uma proposta de ensino na qual se busca descrever as relações estabelecidas entre situações de proporcionalidade com as expressões aritméticas generalizáveis. Sua pesquisa teve como principais objetivos: a) analisar alguns fenômenos didáticos que ocorrem no ensino da linguagem algébrica (para alunos iniciantes em Álgebra) por meio da relação funcional, em que se enfatiza a relação de dependência entre as variáveis envolvidas: b) favorecer a utilização de processos de resolução de problemas, que permitam aos alunos relacionar os conhecimentos e técnicas envolvidas.

Para tanto, buscou subsídios nas discussões sobre as dificuldades dos alunos na escrita e interpretação da linguagem algébrica e, em particular, na compreensão do significado de variável, discutidas pelos pesquisadores Küchemann (1981), Booth (1984), Arcavi (1987) e Sleeman (1996). Nessa pesquisa também, o autor fez referências à noção de variável na concepção de Usiskin (1995) e nas ideias de Brousseau (1996).

Christo (2006) desenvolveu sua pesquisa, de abordagem qualitativa, em uma sexta série do Ensino Fundamental de uma escola municipal da cidade de São Paulo. Nessa pesquisa, foram selecionadas como atividades de investigação e aplicadas situações problema multiplicativas aquelas que estabelecem, entre seus dados, relações proporcionais.

As atividades aplicadas foram problemas verbais, com situações relacionadas ao dia-a-dia dos alunos, algumas aplicadas com o auxílio do computador, em um *software* de planilha eletrônica. Como material de pesquisa, utilizou a produção oral e escrita dos alunos e as observações registradas no desenvolvimento das atividades, constantes no que chamou de diário de campo. Com isso, o autor concluiu que a análise de regularidades favorece o ensino da linguagem algébrica, em uma abordagem dinâmica em que se enfatiza a noção de dependência entre as variáveis envolvidas na situação.

A análise dos resultados obtidos permitiu ao autor constatar a eficiência da proposta de ensino linguagem algébrica, por meio de resolução de problemas verbais, com ênfase na representação simbólica das variáveis independentes e dependentes envolvidas para a consecução dos objetivos visados nessa investigação e pode fornecer subsídios para a formação de professores.

Teles (2004) aponta que os estudos em Educação Matemática apresentam a Aritmética tratando de números, das operações e das propriedades destas, enquanto a Álgebra possui um aspecto de generalização da Aritmética por causa da utilização da linguagem simbólica. Esse estudo procurou discutir a relação entre a Aritmética e a Álgebra na Matemática, destacando a dificuldade dos alunos na aprendizagem da Álgebra além de procurar oferecer subsídios para a formulação de situações didáticas mais eficientes para o aprendizado da Álgebra. Nesse artigo também encontramos referências sobre a evolução da linguagem algébrica.

Usiskin (1995) afirma que muitos alunos pensam que variáveis são letras representando números e que é importante estarmos atentos para as interpretações equivocadas com o conceito de variável. Dessa forma, o autor relaciona os diferentes usos das variáveis com o que chama de concepções da Álgebra: como Aritmética generalizada; como procedimento para resolver problemas; como estudo das relações entre grandezas e como estudo das estruturas.

Com relação a esse ponto, o conceito e os usos da variável, o Modelo 3UV, destaca os três usos mais comuns da variável no ensino da Álgebra: termo desconhecido; número genérico e relação funcional. Para as autoras, para cada um desses usos espera-se que os alunos desenvolvam a capacidade de interpretar, simbolizar e manipular de maneira adequada.

O conceito de variável é uma ferramenta importante para a solução de problemas matemáticos. Baseada nessa afirmação, Quintiliano (2005) investigou a influência do conhecimento declarativo (informações que podem ser verbalizadas) e do conhecimento de procedimento (informações que podem ser executadas) na solução de problemas algébricos. A autora procurou contribuir com a identificação de fatores que influenciam no desempenho de estudantes nas atividades algébricas, particularmente, nas equações de 1º grau, nas expressões algébricas e nos problemas que permitem ser resolvidos por meio de procedimentos algébricos.

A autora se baseou nos estudos dos pesquisadores Stemberg (2000), Mayer (1983), nos passos da resolução de problemas de Polya (1986) e nos conceitos de processamento de informação, representação mental do conhecimento, solução de problemas, pensamento algébrico e nos parâmetros curriculares nacionais, especificamente nas diferentes interpretações da Álgebra escolar e diferentes funções das letras.

Os participantes deste estudo foram 96 alunos do 9º ano (8ª série) do Ensino Fundamental de duas escolas públicas, utilizando como instrumentos de investigação: a) um questionário com o objetivo de delinear características dos participantes; b) Prova 1 – Conhecimento Declarativo envolvendo questões sobre o conceito de equação e expressão algébrica, variável e incógnita, bem como a diferenciação entre exemplos e não exemplos desses conceitos; c) Prova 2 – Formulada com problemas que permitiam e necessitavam de procedimentos algébricos para a solução. As provas 1 e 2 foram do tipo lápis e papel.

Quintiliano (2005) concluiu que não houve diferença de desempenho com relação às escolas investigadas e entre meninos e meninas. Também pôde observar que tiveram um desempenho maior os que afirmaram gostar de Matemática, gostar de Álgebra e os que não sofreram reprovação. Verificou o predomínio de procedimentos aritméticos, comprovando que as dificuldades têm relações diretas com a formação do conhecimento declarativo e de procedimento. Concluiu, ainda, que o sucesso na solução de problemas algébricos está na formação de conceitos, que o ensino de Álgebra enfatiza as fórmulas e suas manipulações. Ressaltou a necessidade de mudanças no currículo da Matemática com objetivo de relacionar a Álgebra com a Aritmética.

Ainda em relação às variáveis, Queiroz (2008) buscou investigar que conhecimentos são mobilizados pelos professores, tanto do Ensino Fundamental como do Médio, no que se refere às variáveis e seus diferentes usos, ou seja, no que se refere à interpretação, simbolização e manipulação das variáveis, de acordo com o Modelo 3UV, ferramenta principal de análise dos dados coletados.

Para a coleta dos dados, Queiroz (2008) baseou-se na aplicação de um questionário piloto composto de quinze questões e, posteriormente, de um questionário definitivo com oito questões. Esse questionário definitivo, composto de problemas em linguagem natural, resolução de expressões algébricas, situações que envolvem dados tabulares e outras que abordavam gráficos, foi aplicado a quinze professores que atuavam em quatro escolas da Educação Básica sendo três de ensino público (uma delas de ensino técnico) e outra de ensino particular; todas localizadas na cidade de São Paulo.

Após análise dos dados, seguindo o Modelo 3UV, o autor concluiu que os professores demonstraram dificuldades no que se refere à interpretação e à simbolização das variáveis em relacionamento funcional, sendo que a simbolização de situações referentes às variáveis como número genérico também apresentaram problemas, porém em menor grau. Em relação às variáveis que atuam como termos desconhecidos poucas dificuldades foram observadas. Dessa forma, Queiroz (2008) mostrou que o conceito de variável pode representar uma fonte de obstáculos para o ensino e a aprendizagem de noções que dele dependem, como por exemplo, função, limite, derivada, integral etc.

Rodrigues (2008) investigou a compreensão de alunos do terceiro ano do Ensino Médio em relação ao conceito de variável, utilizando como ferramenta teórico-metodológica o Modelo 3UV, elaborado pelas pesquisadoras Trigueros e Ursini (2001). Esse modelo foi guia na elaboração de um questionário composto por seis questões, num total de 22 itens, envolvendo o emprego dos três usos da variável e que exigiram as capacidades de simbolização, manipulação e interpretação dos alunos em relação à variável em seus três usos, juntamente com a mobilização das habilidades sugeridas pelo Modelo 3UV.

A coleta de dados deu-se por meio da aplicação de um questionário piloto, que sofreu algumas modificações após analise dos dados coletados com sua aplicação e de entrevistas realizadas após a aplicação da versão final. Tanto o piloto quanto a versão final foram aplicados com alunos do terceiro ano do Ensino Médio de escolas da rede particular de ensino do ABC. A escola em que foi aplicado o piloto fica na cidade de São Caetano do Sul. Já o questionário final foi aplicado a alunos da cidade de São Bernardo do Campo. Vale salientar que essa escola, em que se aplicou a versão final do questionário é uma escola particular bem conceituada na região do Grande ABC. Segundo a autora, é reconhecida pelos resultados de destaque que seus alunos apresentam em provas como o ENEM e pelo considerável número de aprovações em vestibulares que dão acesso a cursos em universidades públicas e, por isso, foi escolhida.

Como resultado observou-se que os estudantes não apresentaram dificuldades em interpretar, simbolizar e manipular a variável como incógnita. Porém, a compreensão da variável como número genérico e em relação funcional não são bem compreendidos pelos alunos e possui relação com a falta de explicitação de algumas das habilidades específicas de manipulação e de interpretação, apresentadas no Modelo 3UV, necessárias à compreensão do conceito. Tal investigação possibilitou o apontamento de dificuldades dos alunos ao lidar com problemas em que o conceito de variável fazia-se presente e que essas dificuldades parecem estar relacionadas às práticas de ensino dos professores e ao material didático utilizado durante as aulas de Matemática.

Da mesma maneira, Silva, R. (2009) realizou um estudo de caso com 17 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual da grande São Paulo, com o objetivo verificar a compreensão e os usos da variável por meio de questões que envolvem a simbolização, interpretação e manipulação de variáveis. Para tal estudo também foi utilizada a ferramenta teórico-metodológica denominada Modelo dos três usos da variável (3UV), apresentada por Trigueros e Ursini (2001), que relaciona as habilidades necessárias ao entendimento dos três principais usos da variável na álgebra escolar: incógnita, número genérico e variável em relação funcional.

Para a coleta de dados, Silva, R. (2009) aplicou um questionário, composto de seis perguntas para identificar os significados e usos da variável. Sua aplicação contou com a presença de um observador, nas três sessões utilizadas para a resolução o questionário. Como instrumentos de coleta de dados, em todas as sessões, foram utilizados gravações em áudio das falas dos alunos e entrevistas semi-estruturadas, de acordo com a técnica de Laville e Dionne (1999). Os dados coletados foram analisados tomando como referências o Modelo 3UV e os aspectos que sintetizam o conceito de variável: o simbólico e o substancial, segundo Caraça (1954).

Os resultados encontrados mostram a dificuldade de simbolização, principalmente quando necessitam utilizar as variáveis nos papéis de número genérico ou em relacionamento funcional. Para os procedimentos de manipulação, indicam a falta de interpretação da variável nas sentenças algébricas, indicando o predomínio do uso de algoritmos para a resolução e a falta de entendimento das soluções obtidas, mesmo quando foram utilizados corretamente. Em relação à interpretação, os alunos analisados mencionam a variável como representante de quaisquer valores. Os resultados apontam também que os aspectos simbólico e substancial se destacam, separadamente, pois o símbolo é manipulado sem considerar o conjunto que representa.

Salienta que, as dificuldades apresentadas pelos alunos são frutos da forma de como são abordados os diferentes usos da variável na álgebra escolar, que não favorece a diferenciação entre os papéis que a variável pode assumir.

Com relação aos livros didáticos, Silva, U. (2007) procurou analisar quais são as estratégias utilizadas pelos autores de livros didáticos para apresentar a noção de função, verificando se a relação discreto/contínuo fica evidente na construção de gráficos e se a conversão entre os registros gráficos e algébricos ocorre nos dois sentidos. Sendo assim, seu trabalho teve como objetivo investigar a abordagem de função adotada em livros didáticos atuais da Educação Básica. Para tanto, realizou uma análise qualitativa em cinco desses livros, justificando seu instrumento de pesquisa, como sendo a fonte primária de dados entre os diversos registros textuais do saber e por ser um dos instrumentos mais importantes mobilizados no processo de ensino e aprendizagem no cenário educacional brasileiro.

Silva, U. (2007) fundamentou sua pesquisa na teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2003), que trata principalmente do funcionamento cognitivo envolvido na atividade Matemática e nos problemas de sua aprendizagem, evidenciando a importância da identificação das variáveis visuais relacionadas no esboço de curvas e na conversão entre os registros gráficos e algébricos.

Como respostas às questões apresentadas em sua pesquisa – Qual é a abordagem de função adotada atualmente em livros didáticos de Matemática da Educação Básica? Na construção de gráficos, os detalhes sobre a passagem do discreto ao contínuo são explicitados satisfatoriamente? Quando se trata da articulação entre os registros gráficos e algébricos, em relação à representação do objeto matemático *função*, são propostas tarefas que tratem dos dois sentidos da conversão? – o autor conseguiu mostrar que a maioria dos livros analisados tem como ponto de partida a construção do conceito de função como exploração da relação de dependência entre grandezas utilizando a resolução de problemas.

O autor observou ainda, que na maioria dos livros didáticos analisados as atividades são apresentadas a partir de situações significativas que valorizam as práticas sociais, as articulações internas à própria Matemática e as conexões com outras áreas do conhecimento. Mas, também constatou que a relação discreto/contínuo não é explicitada satisfatoriamente, a conversão entre os registros gráficos e algébricos não ocorre nos dois sentidos e que as variáveis visuais pertinentes geralmente não são levadas em conta no esboço de gráficos.

Battaglioli (2008), interessada no ensino dos sistemas lineares e, ciente da carência de trabalhos acadêmicos nessa área, considerou relevante investigar os livros didáticos do Ensino Médio no que diz respeito ao tema sistema linear. Desta forma, Battaglioli (2008) direcionou seu olhar para os livros didáticos, para obter “pistas” de como esse tema está sendo abordado nas salas de aula.

Tomando como hipótese que os sistemas lineares geralmente são trabalhados apenas no registro algébrico nos livros didáticos, e conseqüentemente, nas salas de aula, a autora procurou responder à seguinte questão: “Em quais registros de representação semiótica estão sendo abordados os sistemas lineares nos livros didáticos do Ensino Médio e quais as conversões de registros apresentadas nos exercícios resolvidos e nos exercícios propostos destes livros?”.

Para responder a essa questão, ela investigou também quais as orientações dos documentos oficiais atuais: as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN+ (2002), as Orientações Curriculares para professores do Ensino Médio (2006) e as Recomendações do Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio – PNLEM (2007) em relação à abordagem do tema Sistemas Lineares, fazendo uma comparação do método do escalonamento nos registros gráfico e algébrico.

Os resultados obtidos por Battaglioli (2008) apontam que tais registros de representação semiótica, os registros gráfico e algébrico estão presentes, na língua natural, em dois dos três livros analisados, mas o registro gráfico está presente apenas em textos explicativos, sendo pouco explorado nos exercícios resolvidos ou propostos pelos livros. Observou ainda, que o registro algébrico, continua prevalecendo nos livros didáticos analisados, no estudo dos sistemas lineares, e que os algoritmos para a sua resolução continuam sendo tratados em primeiro plano, enquanto a análise dos resultados obtidos na resolução ou na classificação de um sistema linear ainda é pouco explorada.

Scarlassari (2007) abrangeu em sua pesquisa discussões comparativas sobre o tipo de dificuldades que alunos da 6ª série do Ensino Fundamental apresentam em determinadas situações de ensino de Álgebra. Chamadas de situação A e situação B, com distintas características, a autora comparou o desempenho dos alunos, de mesma série, que passaram por diferentes situações.

A situação A ocorreu em duas classes de 6ª série de uma escola da rede particular de ensino em Piracicaba-SP, ainda em 1999, como fonte de dados para sua pesquisa de Iniciação Científica, sobre as dificuldades dos alunos em Álgebra. Atuando como observadora das aulas de Álgebra – desenvolvidas tradicionalmente pela manipulação simbólica, resolução e correção de listas de exercícios na lousa – a pesquisadora coletou os dados a partir das respostas dos alunos frente a uma lista de exercícios.

A situação B de ensino de Álgebra ocorreu em uma escola estadual da cidade de Campinas-SP, em duas classes de 6ª série nas quais a autora atuou como pesquisadora e professora das classes pesquisadas. Nessa situação, foram trabalhadas atividades que propunham o desenvolvimento dos nexos conceituais da Álgebra elementar, classificados pela autora como: fluência, variável, campo de variação, linguagem, operacionalidade e unidade.

Após o desenvolvimento das aulas, foi solicitado a todos os alunos que respondessem em classe a mesma lista de exercício empregada na situação A. Comparadas as dificuldades encontradas pelos alunos nas duas situações de ensino, para os mesmos exercícios, Scarlassari (2007) verificou que os alunos da situação B encontraram menos dificuldades para realizar as atividades e que a freqüência dos erros, nessa situação, foi menor.

Esse fato permitiu à autora afirmar que a Situação B de ensino proporcionou uma aprendizagem mais significativa das ideias algébricas correspondentes aos exercícios solicitados do que a Situação A, de abordagem tradicional. Nessa pesquisa, a variável é utilizada como nexo de análise[10].

A autora enfatiza que a variável pode ser representada por qualquer letra do alfabeto e aparecer de três formas: como parâmetro, incógnita e como variável propriamente dita. Ressalta ainda que, em geral, os professores trabalham apenas com a ideia de incógnita e também de parâmetro, o que dificulta a compreensão do conceito de função quando estudado na 1ª série do Ensino Médio, pois a variável é fundamental no estudo deste conteúdo. A autora complementa que as variáveis podem ser compreendidas como símbolos representativos de campos numéricos determinados. Sendo assim, todas as propriedades e operações válidas na Aritmética são válidas também na Álgebra.

Salienta que essas propriedades e operações devem ser bem trabalhadas durante o desenvolvimento educacional do aluno no Ensino Fundamental. Isso por que quando ele necessitar traduzir e operar com a linguagem simbólica, provavelmente, apresentará dificuldades no entendimento da letra (símbolo) como representativa de um número e apenas a associará às palavras escritas nos enunciados em linguagem retórica e, consequentemente, será conduzido a uma tradução literal.

Percebemos, portanto, que os autores citados acima demonstram grande preocupação com o ensino e aprendizagem da Álgebra e também, com os livros didáticos, instrumento utilizado no Ensino Básico.

Sendo assim, as pesquisas por eles desenvolvidas são relevantes para este trabalho que se justifica por ter condições oferecer, de certo modo, a continuidade da pesquisa de Queiroz (2008). O autor afirma ser pertinente também analisar o modo como a noção de variável é tratada em livros didáticos dos diferentes níveis de ensino, além de possibilitar uma reflexão crítico-científico dos livros didáticos em relação aos usos da variável, segundo o Modelo 3UV.

[10] Scarlassari (2007) define nexo de análise como fluência, como movimento limitado dentro de um campo de variação que dá qualidade à mesma e indica certa movimentação numérica, impossível de ser representada pelo numeral aritmético. Utiliza como exemplo a noção de conjuntos e elementos do conjunto.

CAPÍTULO 5

FUNDAMENTAÇÃO METODOLÓGICA

Neste capítulo, apresentamos a metodologia utilizada, bem como os critérios de seleção dos livros didáticos e de análise, de acordo com o Modelo 3UV.

5.1 Pesquisa documental

A análise de livros didáticos é abordada nesta pesquisa qualitativa com características de uma pesquisa documental. Segundo Gil (2008), a pesquisa documental é uma técnica vantajosa, pois possibilita o conhecimento do passado, a investigação dos processos de mudança social e cultural, permite o acesso à informação com menor custo e favorece a obtenção de dados sem o constrangimento dos sujeitos.

Chizzotti (2000) considera documento toda informação na forma de texto, som, imagem, sinais, contidos em um material como papel, madeira, tecido e definidos por técnicas como impressão, gravação, pintura, ilustração. Pode ser encontrado em centros de documentação, bibliotecas, museus etc.

Gil (2008) complementa que, para fins de pesquisa científica, são considerados documentos quaisquer objetos, e não apenas os escritos, que possam contribuir para a investigação de determinado fato ou fenômeno. Assim, considera que a pesquisa documental vale-se de registros, chamados por ele cursivos, e definidos como persistentes e continuados. Afirma ainda, que as fontes documentais são capazes de proporcionar ao pesquisador dados em quantidade e qualidade suficiente com relação à obtenção dos dados.

Flick (2009) indica que o uso de documentos como dados é mais que uma mera análise de textos, pois eles não representam somente fatos ou realidade e sim, uma versão específica de realidades construídas para fins específicos. A utilização de documentos em uma pesquisa, para ele, deve ser vista como um meio de comunicação em que alguém produziu com algum objetivo.

Flick (2009, p. 234) salienta que os documentos devem ser vistos como uma forma de contextualização da informação, como “dispositivos comunicativos metodologicamente desenvolvidos”. Entendemos que os livros didáticos, documentos sobre os quais trabalharemos possuem correspondência com essa ideia, pois são desenvolvidos especificamente para um fim.

Lopes (2000) afirma que o livro didático pode ser considerado instrumento de divulgação do conhecimento e do saber em todas as áreas. Para Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (2001) documento é qualquer registro escrito que possa ser usado como fonte de informação e no caso da educação, afirmam que, os livros didáticos, os registros escolares, os programas de curso, o plano de aula e os trabalhos de alunos são bastante utilizados.

Dessa forma, utilizaremos como fontes documentais de dados os livros didáticos, integrantes do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD para o Ensino Fundamental e no Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007).

5.2 Procedimentos Metodológicos

Este trabalho busca investigar se os livros didáticos selecionados para o 7° ano (6ª série) do Ensino Fundamental contemplam, ou não, os usos da variável de acordo com o Modelo 3UV para o ensino da Álgebra.

No Modelo 3UV são propostas para o ensino da Álgebra, atividades em espiral, ou seja, atividades em que, gradualmente, os alunos entrem em contato com os distintos usos da variável, em situações cada vez mais complexas.

> [...] as atividades que se sugerem para trabalhar com este modelo não exigem uma descrição especial ou diferente; pode partir de atividades propostas em livros textos e em materiais de apoio para os professores, ou aquelas que os professores haviam desenhado com base em sua experiência. O Modelo 3UV nos permite delimitar com mais claridade o propósito das atividades e formular as perguntas específicas e necessárias para ajudar aos alunos a desenvolver a compreensão do conceito de variável. ((URSINI *et al*, 2005, p. 45, tradução nossa).

Serão analisados os livros didáticos, no contexto do Modelo 3UV, que relacionam os três usos da variável para o aprendizado da Álgebra escolar. Esses livros foram selecionados entre as 16 coleções de Matemática aprovadas e avaliadas no PNLD 2008 pelas escolas de Ensino Fundamental II (5ª a 8ª série) de 15 cidades, num total de 41. Essas escolas integram a Diretoria de Ensino da Região de Jaú, escolhida por ser a Diretoria que esta pesquisadora exerce sua docência e pela facilidade de acesso às informações da escolha dos livros didáticos pelas escolas.

Outro fator relevante para a escolha desses livros didáticos está relacionado com o fato de serem as coleções mais distribuídas no Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2008 nas escolas do Estado de São Paulo.

Na Figura 6, são apresentadas as cinco coleções mais distribuídas[11] pelo PNLD 2008 no Estado de São Paulo:

Ordem	EDITORA	CODIGO/TITULO	coleção	Quant	QTD Coleção
1º	EDITORA DO BRASIL SA	00040C0205L-NOVO PRATICANDO MATEMÁTICA	NOVO PRATICANDO MATEMÁT	61.753	217.054
	EDITORA DO BRASIL SA	00040C0206L-NOVO PRATICANDO MATEMÁTICA	NOVO PRATICANDO MATEMÁT	53.051	
	EDITORA DO BRASIL SA	00040C0207L-NOVO PRATICANDO MATEMÁTICA	NOVO PRATICANDO MATEMÁT	50.833	
	EDITORA DO BRASIL SA	00040C0208L-NOVO PRATICANDO MATEMÁTICA	NOVO PRATICANDO MATEMÁT	51.417	
2º	EDITORA ATICA S/A	00020C0205L-Tudo é Matemática	Tudo é Matemática	28.686	110.550
	EDITORA ATICA S/A	00020C0206L-Tudo é Matemática	Tudo é Matemática	28.964	
	EDITORA ATICA S/A	00020C0207L-Tudo é Matemática	Tudo é Matemática	26.220	
	EDITORA ATICA S/A	00020C0208L-Tudo é Matemática	Tudo é Matemática	26.680	
3º	SARAIVA SA LIVREIROS EDITORES	00144C0205L-MATEMÁTICA E REALIDADE	MATEMÁTICA E REALIDADE	27.595	102.617
	SARAIVA SA LIVREIROS EDITORES	00144C0206L-MATEMÁTICA E REALIDADE	MATEMÁTICA E REALIDADE	26.595	
	SARAIVA SA LIVREIROS EDITORES	00144C0207L-MATEMÁTICA E REALIDADE	MATEMÁTICA E REALIDADE	23.876	
	SARAIVA SA LIVREIROS EDITORES	00144C0208L-MATEMÁTICA E REALIDADE	MATEMÁTICA E REALIDADE	24.551	
4º	EDITORA MODERNA LTDA	00066C0205L-Projeto Araribá - Matemática	Projeto Araribá - Matem	22.646	86.432
	EDITORA MODERNA LTDA	00066C0206L-Projeto Araribá - Matemática	Projeto Araribá - Matem	22.470	
	EDITORA MODERNA LTDA	00066C0207L-Projeto Araribá - Matemática	Projeto Araribá - Matem	19.803	
	EDITORA MODERNA LTDA	00066C0208L-Projeto Araribá - Matemática	Projeto Araribá - Matem	21.513	
5º	EDITORA FTD SA	00054C0205L-Matemática Fazendo a Diferença - 5ª série (6º ano)	Matemática Fazendo a Di	17.482	66.603
	EDITORA FTD SA	00054C0206L-Matemática Fazendo a Diferença - 6ª série (7º ano)	Matemática Fazendo a Di	17.642	
	EDITORA FTD SA	00054C0207L-Matemática Fazendo a Diferença - 7ª série (8º ano)	Matemática Fazendo a Di	15.356	
	EDITORA FTD SA	00054C0208L-Matemática Fazendo a Diferença - 8ª série (9º ano)	Matemática Fazendo a Di	16.123	

Figura 6. Livros mais distribuídos no Estado de São Paulo (FNDE).
Fonte: abrelivros@abrelivros.org.br.

[11] Dados conseguidos em resposta ao e-mail enviado ao PNLD por meio do endereço abrelivros@abrelivros.org.br.

Neste trabalho serão utilizadas três, entre as dezesseis coleções sugeridas, aprovadas e integrantes no Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007). A análise irá se concentrar apenas ao livro referente ao 7º ano (6ª série) do Ensino Fundamental, pois é nesse ano que, tradicionalmente, o estudo formal da Álgebra escolar é iniciado no currículo atual das unidades escolares.

A seguir, organizados em uma tabela, estão relacionadas as coleções que serão analisadas por este estudo:

Livro 1:	**Matemática e Realidade** Gelson Iezzi, Oswaldo Dolce, Antonio Machado. 6ª série. 5ª edição. Atual Editora. São Paulo, 2005
Livro 2:	**Novo Praticando Matemática** Álvaro Andrini, Maria José Vasconcelos. 6ª série. 1ª edição. Editora do Brasil – São Paulo, 2006
Livro 3:	**Tudo é Matemática** Luis Roberto Dante. 6ª série. 1ª edição. Editora Ática. São Paulo, 2006

Quadro 1. Coleções selecionadas para análise.

As obras acima citadas estão entre as obras mais distribuídas às escolas no PNLD – 2008. Vale destacar que cada escola tem autonomia para escolher as coleções. Com exceção do Livro 3, as demais coleções foram escolhidos por escolas integrantes da Diretoria de Ensino da Região de Jaú. O Livro 1 foi opção de escolha de 12 escolas e o Livro 2, de 08 escolas dessa Diretoria, que possui um total de 41 escolas.

Com relação à escolha do Livro 3, um aspecto nos chamou atenção e, por essa razão, acreditamos ser relevante sua presença nesta pesquisa. Entre os professores da rede pública, esse livro possui um excelente conceito, sendo considerado um dos melhores livros didáticos de Matemática disponíveis e é o segundo livro mais distribuído pelo PNLD – 2008. Porém, na Diretoria de Ensino da Região de Jaú nenhuma escola fez a solicitação para sua adoção no triênio 2008-2010.

Podemos considerar as obras descritas acima de importância para este trabalho, pois como já apresentado, o livro didático hoje, nas escolas, é uma ferramenta importante utilizada pelos professores.

Os exemplares dos livros escolhidos para serem analisados nesta pesquisa referem-se ao livro do professor que é composto de duas partes. A primeira é o próprio livro do aluno, complementado com as respostas das atividades e exercícios e orientações metodológicas. A segunda trata-se do Manual do professor com orientações e sugestões para o trabalho em sala de aula.

Na realização desta pesquisa, inicialmente foi efetuada a leitura do Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007) e dos livros didáticos (exemplar do professor) com a finalidade de verificar a estrutura do material, a linguagem, os recursos textuais e não textuais, os temas abordados e contextos de aplicação dos conteúdos propostos.

Após a familiarização com o instrumento de análise, pode-se verificar nos livros a parte destinada a este estudo: o ensino da Álgebra, mais especificamente, do uso das variáveis.

A etapa seguinte foi a resolução de situações problema e exercícios propostos pelos livros didáticos. Então, passou-se às análises sobre os usos da variável, segundo o Modelo 3UV.

5.2.1. Critérios de Análise

Para analisar se os conteúdos algébricos abordados no livro, bem como seus exercícios e situações problema, contemplam ou não, os usos da variável de acordo com o Modelo 3UV, estabeleceram-se três critérios. São eles:

1º) Verificar se nos livros didáticos os três usos da variável são contemplados igualmente ou se os livros privilegiam um deles.

2º) Apontar se os exercícios contemplam todos os aspectos que caracterizam cada um dos três usos da variável.

3º) Examinar se os livros didáticos, além de apresentar exercícios e situações problema que utilizam e dessa forma diferenciam os usos da variável, apresentam situações que integrem os diferentes usos da variável (atividades integradoras).

As atividades integradoras, referidas no item 3º são, segundo Ursini *et al* (2005), atividades que possuem a finalidade de levar os estudantes/alunos a compreender a variável como um único conceito que possui diversas faces, reconhecendo, interpretando, simbolizando a variável e passando de um uso a outro.

Vale ressaltar que os critérios aqui apresentados foram sugestões da pesquisadora Trigueros, uma das autoras do modelo 3UV para o ensino da Álgebra, em sua visita feita a Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP, no mês de outubro do ano de 2008, já referida.

Nas análises, foi utilizada terminologia empregada pelos autores dos livros didáticos.

CAPÍTULO 6

ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

Neste capítulo descrevemos a análise dos livros didáticos escolhidos. Inicialmente são apresentadas as características expressas no Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007) no que se refere à Álgebra e nos livros selecionados. Em seguida, é exposta a análise de acordo com o Modelo 3UV, segundo os critérios preestabelecidos.

6.1 Características dos Livros Didáticos segundo o PNLD 2008

De acordo com o Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007) existe um perfil desejável quanto à seleção e distribuição do conteúdo em relação às séries, apresentado anteriormente na Figura 2 (página 30), na qual temos:

- 10% no 6º ano (5ª série);
- 20% no 7º ano (6ª série);
- 30% no 8º ano (7ª série);
- 30% no 9º ano (8ª série).

A seguir, na Figura 7, está a distribuição do conteúdo Álgebra por série, apenas nos livros selecionados para a análise. Esses dados representam um recorte, da distribuição da Álgebra, proposta pelo Guia de Livros Didáticos – PNLD (BRASIL, 2007), nas obras que o integram.

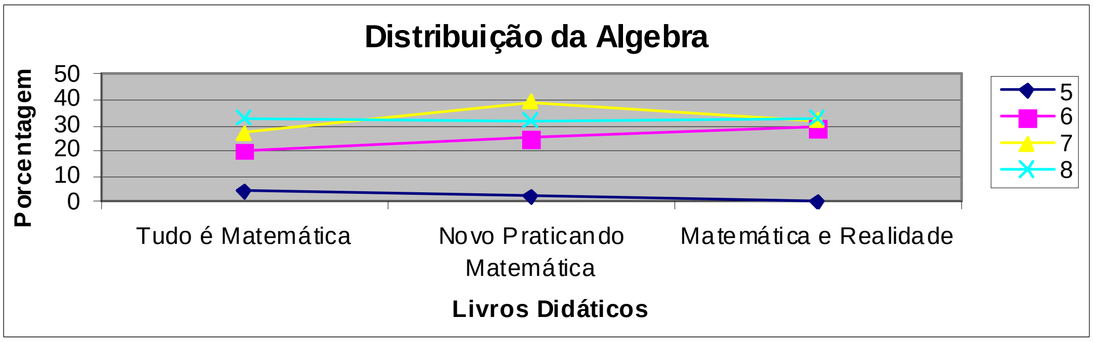


Figura 7. Distribuição dos conteúdos algébricos nos livros escolhidos.
Fonte: BRASIL, 2007, p. 29.

Observando a figura acima pode-se perceber que a coleção que mais se assemelha ao perfil desejável do Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007) é a coleção Tudo é Matemática, do autor Luiz Roberto Dante, Livro 3 desta análise.

O Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007), como já mencionado, proporciona ao professor uma análise das características dos livros, apontando seus destaques e possíveis limitações. Também apresenta um juízo de valor sobre as coleções. Na sequência, estão quadros comparativos, de acordo com aspectos apontados por esse guia, no que se refere às características dos livros e em relação aos conteúdos algébricos.

No item Coleções, o Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007) traz a descrição de como as coleções estão organizadas. Assim:

Livro 1	- Divisão em Unidades, subdivididas em capítulos.
Livro 2	- Divisão em Unidades, subdivididas em temas
Livro 3	- Divisão em Capítulos, não há subdivisões

Quadro 2. Organização dos livros selecionados.
Fonte: Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007).

No item Seleção e Distribuição dos Conteúdos, esse documento descreve os conteúdos selecionados em relação aos eixos Números e operações, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Tratamentos da Informação, procurando demonstrar a distribuição e concentração desses eixos ao longo da coleção e se há articulação entre o conhecimento novo e o já estudado.

Dessa forma, em relação aos eixos da Matemática, a concentração dos conteúdos e a articulação do conhecimento são apresentados da seguinte maneira:

Livro 1	- Cada unidade aborda um eixo da Matemática; - Pouca atenção em relação ao tratamento da informação e as grandezas e medidas e excessiva atenção com conteúdos técnicos e práticas operatórias - Contempla a articulação entre o conhecimento novo e o já abordado.
Livro 2	- Cada unidade aborda um eixo da Matemática; - Pouca atenção às grandezas e medidas e excesso no estudo de potência, radiciação e da abordagem algébrica das equações. - Contempla a articulação entre os eixos da Matemática e trabalha os contextos de outras áreas do conhecimento.
Livro 3	- Cada unidade aborda um eixo da Matemática, acrescentando a existência de uma extensa lista de conteúdos, distribuídos de forma equilibrada e bem articulada entre si. - Não faz referência à falta ou aos excessos de conteúdos. - Contempla a articulação entre os eixos da Matemática por meio de atividades de revisão.

Quadro 3. Seleção e distribuição dos conteúdos dos livros selecionados.
Fonte: Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007).

Quanto à abordagem dos conteúdos em relação à Álgebra, à valorização e às limitações no seu tratamento, foi encontrado no item Abordagem dos Conteúdos que:

Livro 1	- O uso da letra *x* para representar medidas desconhecidas de ângulos. A partir desse ponto, tem o seu uso intensificado. - Enfatizam as técnicas e manipulações algébricas, nas equações e inequações. - Linguagem algébrica possui poucas oportunidades de uso.
Livro 2	- O uso da letra *x* não é especificado. Evidenciam a ideia de função nas unidades de proporções, razões, porcentagens e construção de gráficos. - Enfatizam atividades de mecanização do cálculo algébrico, nas equações biquadradas e irracionais. - Não fazem referência ao uso da linguagem algébrica.
Livro 3	- O uso da letra *x* não é especificado. - Enfatizam o cálculo algébrico (técnica), mas não especificam o conteúdo. - Linguagem algébrica bem apresentada.

Quadro 4. Abordagem dos conteúdos dos livros selecionados.
Fonte: Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007).

Em relação à metodologia predominante nos livros, o item Metodologia de ensino-aprendizagem apresenta que:

Livro 1	- Os conteúdos são apresentados por situações problema, algumas vezes inspiradas no cotidiano, seguidos de sistematização e listas de atividades de fixação.
Livro 2	- Os conteúdos são apresentados por textos que procuram dialogar com os alunos, ou situações resolvidas, seguidos de sistematização e de atividades de aplicação e aprofundamento.
Livro 3	- Os conteúdos são apresentados por meio da resolução de problemas, seguidos de atividades que visam à experimentação e a apropriação dos conhecimentos.

Quadro 5. Metodologia de ensino e aprendizagem dos livros selecionados.
Fonte: Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007).

O item Contextualização procura apontar os problemas relativos à contextualização artificial e à contribuição para a construção da cidadania. Assim, apresenta que a contextualização dos conteúdos é:

Livro 1	- Realizada na própria Matemática e em algumas situações como a História da Matemática e com situações do cotidiano, consideradas artificiais. - Não faz referência à construção da cidadania.
Livro 2	- Realizada por meio algumas situações de contextualização em outras áreas de conhecimento e por textos da História da Matemática. - Referem-se à construção da cidadania por meio de temas como reciclagem e composição de alimentos.
Livro 3	- Realizada por meio de situações significativas extraídas da própria Matemática, da História da Matemática e de outras áreas do conhecimento ou do próprio aluno. - Referem-se à construção da cidadania por meio de temas como meio ambiente, trabalho e consumo, ética, pluralidade cultural, saúde e orientação.

Quadro 6. Contextualização dos livros selecionados.
Fonte: Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007).

Em relação ao item Manual do Professor, no qual é exposta a análise das informações fornecidas ao professor para auxiliar no uso da coleção e as contribuições na formação continuada do professor, foi identificado:

Livro 1	- Pouca contribuição para a formação e atualização docente. As orientações são expressas de forma resumida, com recomendações gerais sobre a metodologia adotada na coleção e sobre o processo de avaliação. - Indicações de leituras complementares que podem contribuir para o enriquecimento da abordagem, mas não são comentadas ou citadas em nenhuma outra parte da coleção.
Livro 2	- Pouca contribuição para a formação e atualização docente. Expõe orientações sucintas, incentivando o professor a articular o assunto estudado com outras áreas do conhecimento, porém limita-se a modelos prontos para problemas complexos; - Indicações de leituras complementares por meio de uma lista, acrescentadas de sites para pesquisa, mas deixa a desejar quanto ao auxílio na seleção dos mesmos.
Livro 3	- A contribuição para a formação e atualização docente é apresentada e apóiam-se nas tendências da Educação Matemática. São indicadas estratégias para o trabalho em sala de aula e sobre o processo de avaliação. - Indicações de leituras complementares por meio da indicação de fontes de informação em Matemática e Educação Matemática.

Quadro 7. Considerações do Manual do professor dos livros selecionados.
Fonte: Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007).

A análise realizada e apresentada pelo Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007) indica a ênfase dada pelas coleções nos procedimentos algébricos, como podemos observar no Quadro 4 (página 67). Sendo assim, apesar de aprovadas por esse guia, as coleções escolhidas para a nossa análise enfatizam as técnicas algébricas. Lins e Gimenez (2006) indicam que essa ênfase é parte integrante da visão letrista dominante na educação algébrica.

6.2 Análise dos Livros Didáticos de acordo com o Modelo 3UV

6.2.1 Livro 1 - Matemática e Realidade

A coleção Matemática e Realidade é uma obra dividida em quatro volumes/livros, um para cada série do Ensino Fundamental. Cada volume/livro é dividido em unidades e cada unidade subdividida em capítulos. Os capítulos apresentam a teoria (conteúdo matemático), exercícios para serem resolvidos em sala, exercícios de reforço sugeridos para serem resolvidos em casa e um desafio (situação problema desafiadora). Os exercícios para serem resolvidos em sala e os exercícios de reforço seguem uma sequência numérica em cada capítulo.

Ao fim da unidade, está a seção Trabalhando com a Informação, que reproduz textos de jornais ou revistas ligados a Matemática. A seção Teste seu Conhecimento possui alguns testes (questões) para serem resolvidos e a seção Matemática no Tempo traz uma leitura ligada à História da Matemática.

Os conteúdos expressos nos capítulos correspondem, segundo o manual do professor disponível no fim do volume/livro, a uma sequência lógica para facilitar o desenvolvimento mental do adolescente, preferência da grande maioria dos professores e dos programas oficiais. (IEZZI, DOLCE e MACHADO, 2005, p. 3, manual do professor)

A coleção aborda oito temas: Números, Aritmética Aplicada, Estatística e Contagem, Geometria, Medidas, Cálculo Algébrico, Equações, Inequações, Sistemas e Funções.

O ensino da Álgebra é tratado, de maneira geral, sem especificar um determinado conteúdo. O manual do professor informa que o cálculo algébrico é introduzido na 6ª série e abordado em diferentes níveis nas séries posteriores. No volume/livro de 5ª série a representação de números por letras não é abordada.

O ensino da Álgebra concentra-se na Unidade 6 intitulada – Equações e Inequações do volume/livro do 7º ano (6ª série). Essa unidade é composta de quatro capítulos. No primeiro, estão as noções iniciais de Álgebra, no segundo as equações, no terceiro, a resolução de problemas e no último capítulo da unidade são abordadas as inequações. Essas, não serão abordadas neste trabalho, pois se focou a introdução ao estudo formal da Álgebra no livro didático, com o objetivo de verificar se ele contempla ou não, os usos das variáveis de acordo com o Modelo 3UV, contribuindo para a compreensão do conceito de variável.

Iniciando a unidade, no Capítulo: Noções iniciais de Álgebra, os autores apresentam um enigma como exemplo de problemas matemáticos que podem ser resolvidos utilizando técnicas algébricas, enfatizando que essas técnicas fazem parte da Álgebra. Esse enigma não é resolvido pelos autores, entretanto é proposto aos alunos como exercícios de reforço.


Um enigma

Disse a professora:

Quantos anos tinha a professora quando se casou?

Esse enigma, assim como muitos problemas de Matemática, pode ser resolvido facilmente com a utilização de certas técnicas de cálculo desenvolvidas por pesquisadores em Matemática, já há vários séculos. Essas técnicas fazem parte do assunto denominado Álgebra, que iniciamos agora. Após esse estudo, você poderá resolver esse enigma no exercício 88 (página 193).

Figura 8. Enigma apresentado para iniciar o estudo da Álgebra.
Fonte: L1, p. 168.

Na sequência, informa e expõe a necessidade de traduzir matematicamente, utilizando símbolos, uma afirmação em linguagem natural. Nesse momento, apresenta a letra x para representar um número qualquer, o termo *variável* e *as expressões algébricas.*

Usando símbolos, vamos escrever: "o dobro de um número".

Se representarmos um número qualquer com a letra *x*, então a expressão dada poderá ser escrita simbolicamente assim:

$$2 \cdot x$$

ou simplesmente (omitindo o sinal da multiplicação) assim:

$$2x$$

em que *x* pode ser qualquer número $\left(3, -5, \frac{3}{7}, 0, 12, \text{etc.}\right)$.

Como pode representar diferentes números, *x* é chamado *variável* da expressão.

Poderíamos ter usado qualquer outra letra para representar um número; então, "o dobro de um número" também poderia ser simbolizado por:

$2 \cdot n$ $2 \cdot a$ $2 \cdot r$ $2 \cdot y$

Observe outros exemplos no quadro abaixo:

Em língua portuguesa	Em símbolos matemáticos
o triplo de um número	$3 \cdot x$
a soma de dois com um número	$2 + x$
a soma da metade de um número com a sua quinta parte	$\frac{x}{2} + \frac{x}{5}$
a soma de dois números	$x + y$
o produto de dois números	$x \cdot y$

Expressões como essas que vimos:

$3 \cdot x$ $2 + x$ $\frac{x}{2} + \frac{x}{5}$ $x + y$ $x \cdot y$

são chamadas *expressões algébricas*. Elas são formadas com números, letras e sinais de operações.

Figura 9. Apresentação: letra x, variável e expressão algébrica.
Fonte: L1, p. 169.

A partir da definição e exemplos do valor numérico de uma expressão, percebe-se o início dos usos da variável. Nesse momento, os primeiros exercícios são propostos.

1. Copie a tabela em seu caderno e complete-a:

Em língua portuguesa	Em símbolos matemáticos
o triplo de um número	? $3 \cdot x$
a soma de um número com três	? $x + 3$
o quádruplo de um número	? $4 \cdot x$
a diferença entre um número e dois	? $x - 2$
o quadrado de um número	? x^2

2. Copie a tabela em seu caderno e acabe de preenchê-la:

Em língua portuguesa	Em símbolos matemáticos	
a soma de cinco com o triplo de um número	?	$5 + 3 \cdot x$
?	$\frac{x}{5}$	a quinta parte de um número
?	$x + \frac{x}{3}$	a soma de um número com um terço desse número
a décima parte de um número	?	$\frac{x}{10}$
o produto de um número pela sua sétima parte	?	$x \cdot \frac{x}{7}$
a diferença entre um número e seu quadrado	?	$x - x^2$

3. Calcule o valor numérico da expressão $1 + 2x$ para $x = 7$. 15

4. Qual é o valor numérico da expressão $3 \cdot x + 1$, quando *x* assume o valor de cada número dos quadros ao lado?

0	−1	2	−3	7
1	−2	7	−8	22

5. Qual é o valor numérico da expressão $\frac{x+2}{5}$, quando *x* assume o valor de cada número dos quadros ao lado?

3	4	0	−2
1	$\frac{6}{5}$	$\frac{2}{5}$	0

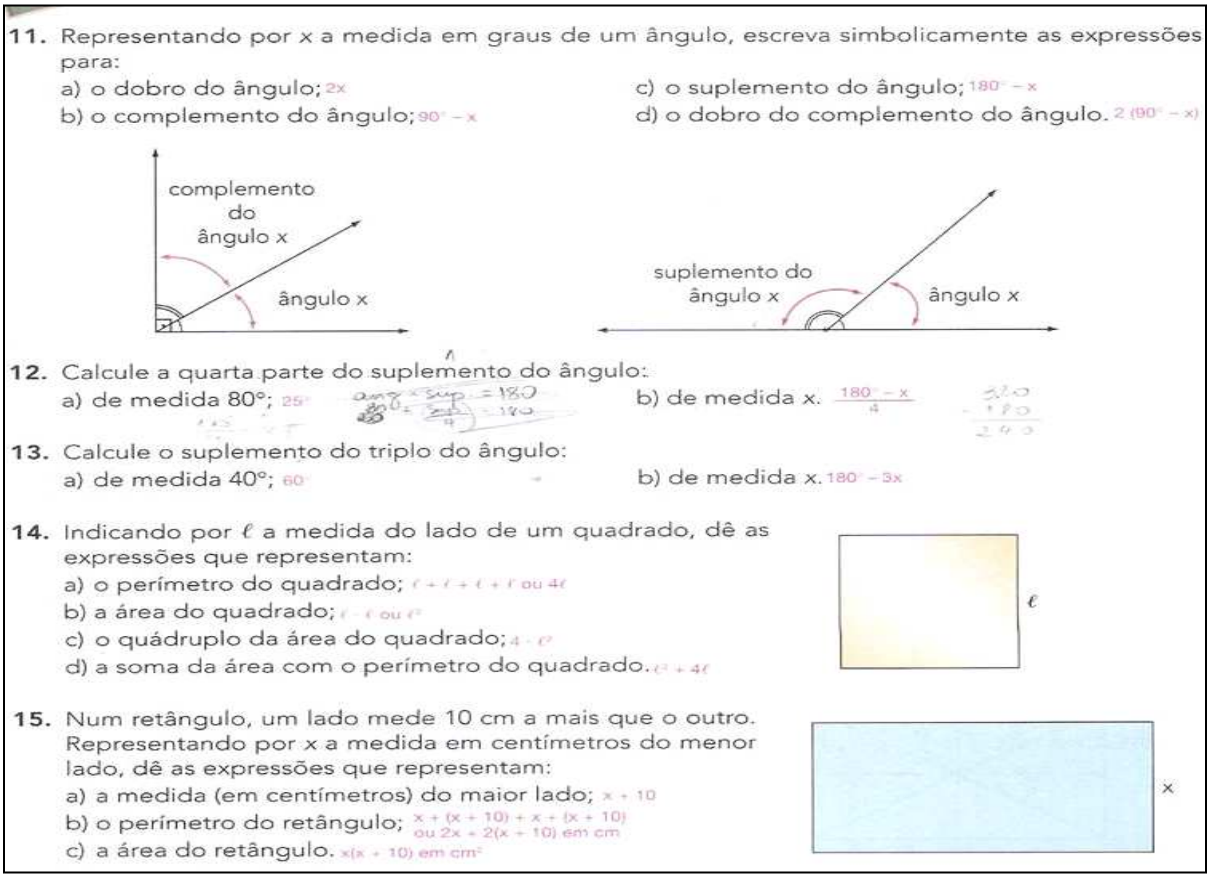
6. Qual é o valor numérico da expressão $x \cdot y + \frac{x}{y}$, quando $x = 12$ e $y = 6$? 74

Figura 10. Exercícios utilizando os primeiros conceitos de variável.
Fonte: L1, p. 170.

O conhecimento da variável como termo genérico é essencial. Para resolver os exercícios 1 e 2, cujo objetivo é converter uma sentença em língua natural para a linguagem Matemática, é exigido o aspecto G5 – Simbolizar enunciados, regras e métodos gerais. Os demais exercícios possuem como objetivo calcular o valor numérico de uma expressão e eles utilizam dois aspectos relativos ao uso da variável como termo genérico: o G2 – Interpretar uma variável simbólica como representação de uma entidade geral, indeterminada que pode assumir qualquer valor e o G4 – Manipular (simplificar, desenvolver) a variável simbólica.

Nesses exercícios, que utilizaram o uso da variável como termo genérico, nem todos os aspectos que caracterizam este uso foram abordados, prevalecendo os aspectos G2 e G4.

Na sequência são apresentados os exercícios de reforço, que seguem o mesmo padrão dos anteriores. Em seguida, são propostos exercícios que exploram a variável utilizando de noções de Geometria.



11. Representando por x a medida em graus de um ângulo, escreva simbolicamente as expressões para:
a) o dobro do ângulo; $2x$
b) o complemento do ângulo; $90° - x$
c) o suplemento do ângulo; $180° - x$
d) o dobro do complemento do ângulo. $2(90° - x)$

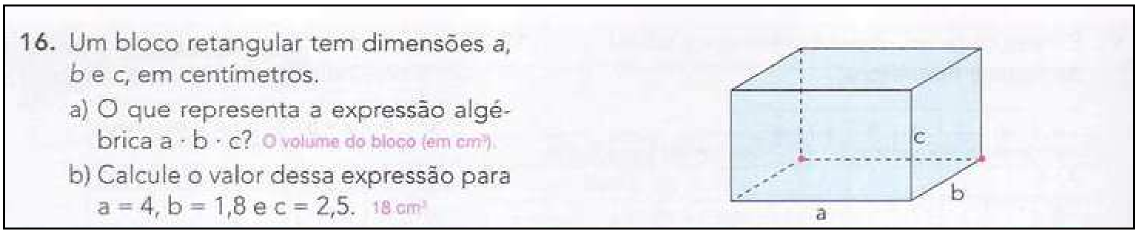
12. Calcule a quarta parte do suplemento do ângulo:
a) de medida 80°; 25°
b) de medida x. $\frac{180° - x}{4}$

13. Calcule o suplemento do triplo do ângulo:
a) de medida 40°; 60°
b) de medida x. $180° - 3x$

14. Indicando por ℓ a medida do lado de um quadrado, dê as expressões que representam:
a) o perímetro do quadrado; $\ell + \ell + \ell + \ell$ ou 4ℓ
b) a área do quadrado; $\ell \cdot \ell$ ou ℓ^2
c) o quádruplo da área do quadrado; $4 \cdot \ell^2$
d) a soma da área com o perímetro do quadrado. $\ell^2 + 4\ell$

15. Num retângulo, um lado mede 10 cm a mais que o outro. Representando por x a medida em centímetros do menor lado, dê as expressões que representam:
a) a medida (em centímetros) do maior lado; $x + 10$
b) o perímetro do retângulo; $x + (x + 10) + x + (x + 10)$ ou $2x + 2(x + 10)$ em cm
c) a área do retângulo. $x(x + 10)$ em cm^2

Figura 11. Exercícios que utilizam noções de Álgebra e Geometria.
Fonte: L1, p. 171.



16. Um bloco retangular tem dimensões a, b e c, em centímetros.
a) O que representa a expressão algébrica $a \cdot b \cdot c$? O volume do bloco (em cm^3).
b) Calcule o valor dessa expressão para $a = 4$, $b = 1{,}8$ e $c = 2{,}5$. 18 cm^3

Figura 12. Exercícios que utilizam noções Geometria.
Fonte: L1, p. 172.

Nessa relação de exercícios, integrantes nas Figuras 11 e 12, os autores utilizaram dois usos da variável segundo o Modelo 3UV. Exploraram a variável como termo genérico e como termo desconhecido.

Assim, nos exercícios 11 e 15, em que são solicitadas representações simbólicas, os aspectos do uso da variável como termo genérico G1 – Reconhecer padrões, perceber regras e métodos em sequências e em problemas similares; G2 – Interpretar uma variável simbólica como representação de uma entidade geral, indeterminada que pode assumir qualquer valor; G3 – Deduzir regras e métodos gerais, em sequência e em famílias de problemas e G5 – Simbolizar enunciados, regras e métodos gerais, são abordados.

A variável como termo genérico também é explorada no exercício 14. Nesse, a finalidade é representar de forma simbólica a área e o perímetro de um quadrado de lado ℓ. Para tanto, os aspectos utilizados são: G2 – Interpretar uma variável simbólica como representação de uma entidade geral, indeterminada que pode assumir qualquer valor; G3 – Deduzir regras e métodos gerais, em sequência e em famílias de problemas; G4 – Manipular (simplificar, desenvolver) a variável simbólica e G5 – Simbolizar enunciados, regras e métodos gerais.

Nos exercícios 12 e 13, cujo objetivo é o cálculo do suplemento de um ângulo dado, os aspectos abordados referem-se ao uso da variável como termo desconhecido e são utilizados: I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I3 - Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro e I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos.

O uso da variável como termo desconhecido também é utilizado no exercício 16, que utiliza todos os aspectos deste uso: I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I3 – Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos e I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

Nesse grupo de exercícios foi utilizada a variável como termo genérico e como desconhecido, sendo que, na utilização da variável como termo desconhecido (incógnita), os aspectos que caracterizam esse uso foram abordados mais amplamente.

Os exercícios 11, 12 e 13, se trabalhados juntos e aliados ao estímulo do professor, podem ser considerados uma atividade integradora a partir do momento que, inicialmente, se propõe ao aluno, utilizar a variável como número genérico e, em seguida, como termo desconhecido. A relação funcional ficaria na responsabilidade do estímulo e mediação do professor na resolução do *item b* dos exercícios 12 e 13.

Nos exercícios de reforço, é incluído um exercício para representar, por meio de uma expressão, a área indicada na figura, utilizando assim a variável como número genérico. Segundo o Modelo 3UV, o aspecto abordado é o G5 – Simbolizar enunciados, regras e métodos gerais.

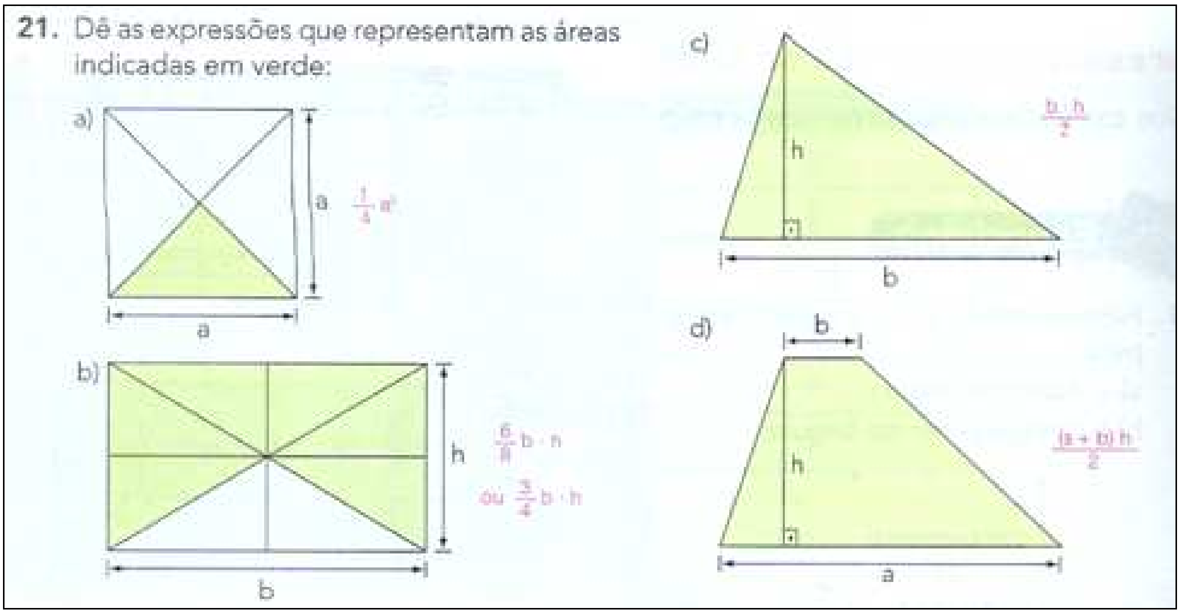


Figura 13. Exercício de reforço – Representar a área indicada.
Fonte: L1, p. 172.

Prosseguindo, o livro apresenta os monômios, indicando suas partes – coeficiente e parte literal, os termos semelhantes e a soma algébrica de termos semelhantes.

23. Dê o coeficiente de cada termo:

a) $9x$ 9 c) $5m^2$ 5 e) x^2y^2 1 g) 4 4

b) $-2a$ −2 d) $\frac{3}{4}ab$ $\frac{3}{4}$ f) $-ab$ −1 h) $\frac{x}{2}$ $\frac{1}{2}$

Figura 14. Exercícios para identificação das partes do monômio.
Fonte: L1, p. 174.

24. Associe os termos semelhantes: I – b; II – c; III – a; IV – d; V – f

I. $3x$ a) $10m$

II. $-4a$ b) $5x$

III. $\frac{3m}{10}$ c) $-\frac{2}{3}a$

IV. $-x^2$ d) $4x^2$

V. $\frac{1}{4}$ e) $2ax$

f) $-\sqrt{2}$

Figura 15. Exercícios para identificação dos termos semelhantes.
Fonte: L1, p. 174.

25. Some os termos semelhantes:

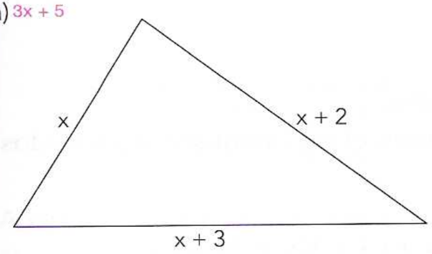
a) $2x + 3x$ $5x$ d) $2x^2 + x^2 - 3x^2$ $0x^2$

b) $6y - 4y + 5y$ $7y$ e) $\frac{2}{5}xy + \frac{3}{2}xy$ $\frac{19}{10}xy$

c) $3a - 6a - a$ $-4a$ f) $\frac{1}{2}ab - 3ab$ $-\frac{5}{2}ab$

26. Calcule o perímetro de cada polígono. Estão indicadas as medidas dos lados.

a) $3x + 5$



b) $6x + 2$

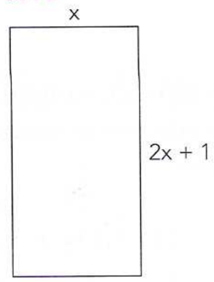


Figura 16. Exercícios: termos semelhantes e soma algébrica.
Fonte: L1, p. 175.

Nesses exercícios é mostrado o uso da variável como termo genérico e os aspectos característicos G2 – Interpretar uma variável simbólica como representação de uma entidade geral, indeterminada que pode assumir qualquer valor; G4 – Manipular (simplificar, desenvolver) a variável simbólica e G5 – Simbolizar enunciados, regras e métodos gerais. Os exercícios de reforço são semelhantes aos propostos em sala.

Os polinômios são expostos em seguida, como sendo monômios ou somas algébricas de monômios e novamente há a solicitação para que o aluno faça a execução de atividades semelhantes às já realizadas ou propostas. O objetivo é reduzir termos semelhantes e calcular a soma das expressões algébricas.

Assim, as expressões, o valor numérico, os monômios e polinômios integram o primeiro Capítulo da Unidade destinada ao ensino da Álgebra. Encerrando esse capítulo, a seção Desafio aborda conceitos da Língua Portuguesa aplicados à Matemática, no qual, faz-se necessário a utilização do aspecto G5 – Simbolizar enunciados, regras e métodos gerais, do Modelo 3UV. Percebe-se, portanto, que nesse capítulo, o uso enfatizado foi a variável como termo genérico.


Sujeito e predicado em Matemática?

Sentenças são orações com *sujeito* — o termo a respeito do qual se declara algo — e *predicado* — o que se declara sobre o sujeito.

No cartaz há 3 expressões e 3 sentenças:

a) Quais são as expressões? 1, 3 e 5

b) Escreva simbolicamente as sentenças matemáticas (aquelas que envolvem noções matemáticas). 4) 2 + 5 = 7 e 6) 3x = 60

c) Identifique o sujeito e o predicado numa das sentenças matemáticas.

Dois mais cinco (sujeito) é igual a sete (predicado)

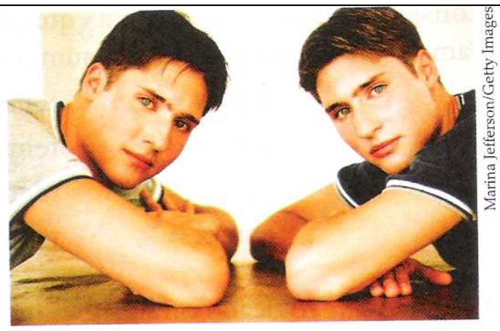
O triplo de um número (sujeito) é igual a sessenta (predicado)

Figura 17. Desafio apresentado para encerrar o capítulo.
Fonte: L1, p. 178.

Continuando, o segundo capítulo da Unidade de Álgebra aborda o conceito de equação, enfatizando que, equação é um caminho para descobrir um número desconhecido.

De modo geral, o capítulo segue uma sequência apresentando conceitos e os exercícios propostos. O primeiro grupo de exercícios aborda atividades com o objetivo de traduzir simbolicamente uma situação em língua natural, diferenciar sentenças de equações e identificar as incógnitas.

39. Escreva uma equação que simbolize o seguinte problema: "Rodrigo e Leonardo são gêmeos. A soma de suas idades é 46 anos. Qual é a idade de cada um?". $x + x = 46$



40. Escreva uma equação que expresse em símbolos o problema: "A soma de três números inteiros consecutivos é 108. Qual é o menor desses números?". $n + (n + 1) + (n + 2) = 108$

41. Identifique o primeiro e o segundo membros da equação:

$$3x + 1 = 2x - 3$$

Invente um problema que possa ser transformado nessa equação.

42. Escreva a equação cujo 1º membro é 2x e o 2º membro é 1 – 5x. $2x = 1 - 5x$

43. Quais das sentenças são equações?

× a) $2x = -6$ b) $3x + 1 < 7$ c) $x + 1 \neq 3$ × d) $x + y = 11$

44. Quais são as incógnitas em cada equação?

a) $3x + 1 = 7$ x b) $3x + 2y = 11$ x e y c) $1 - 2x = 5 - 3x$ x d) $x^2 + 5x = x + 5$ x

Figura 18. Exercícios introdutórios: equação que apresentam uma incógnita.
Fonte: L1, p. 181.

Com exceção do exercício 43, em que é solicitada a identificação de uma equação e do exercício 41, que requer a identificação dos membros da equação e a formulação uma situação problema que represente a equação dada, os demais exercícios utilizam os aspectos I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; do uso da variável como termo desconhecido.

A seguir, os exercícios propostos utilizam os aspectos I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos, enfatizando o aspecto I3 - Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeira.

50. Faça os cálculos e responda:

a) O número 2 é raiz da equação $3x + 7 = 2(x + 4) + 1$? sim

b) O número 0 é raiz da equação $5(2x - 1) + 7(2 + 3x) = -3(x - 3)$? sim

c) O número 5 é raiz da equação $2(x + 1) = 3(2x + 1) - 7(x - 2)$? sim

51. Dados os números 0, –1 e –2, qual deles é raiz da equação $1 - 3x = 7$? –2

52. O número –2 é raiz de quais equações? a, c

a) $x + 4 = 6 + 2x$

b) $5x + 1 = 4x$

c) $2(x + 2) = 3(4 + 2x)$

d) $x - 2 = 5x - 10$

Figura 19. Exercícios: verificação do conceito Raiz de uma equação.
Fonte: L1, p. 183.

A ênfase nos exercícios acima recai no aspecto I3 – Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro, possibilita verificar se o número colocado no lugar da incógnita transforma a equação em sentença verdadeira.

Na sequência, os exercícios apresentados objetivam encontrar a raiz da equação, ou seja, resolver as equações propostas, seguindo o formato: exemplo resolvido, exercícios propostos e exercícios de reforço. São 27 exercícios, totalizando 94 equações em diferentes níveis de dificuldade para serem resolvidas e cinco situações problema para serem interpretadas e resolvidas. A seguir, um exemplo desses exercícios.

53. Resolva as seguintes equações:

a) $x + 5 = 0$ -5

b) $x + 4 = -3$ -7

c) $x - 2 = -3$ -1

d) $7 = x + 1$ 6

e) $0 = x + 7$ -7

f) $-\frac{1}{3} = x + 2$ $-\frac{7}{3}$

54. Transforme numa equação e resolva:

"Que número adicionado a $\frac{5}{6}$ dá o mesmo resultado que $-\frac{1}{4}$ adicionado a $\frac{2}{3}$?" $-\frac{5}{12}$

55. Resolva as equações:

a) $7x = 28$ 4

b) $\frac{x}{8} = 2$ 16

c) $\frac{3x}{4} = 5$ $\frac{20}{3}$

d) $-4x = 11$ $-\frac{11}{4}$

e) $-7x = -15$ $\frac{15}{7}$

f) $-\frac{7}{2}x = 8$ $-\frac{16}{7}$

Figura 20. Exemplo: Sequência de exercícios sobre resolução de equações.
Fonte: L1, p. 185.

Assim, para resolver as situações problema, bem como as equações sem um enunciado em língua natural, os alunos devem utilizar os aspectos: I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I3 – Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos; I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

Encerrando o capítulo, os autores do livro propõem um desafio que podemos considerar uma atividade integradora entre os dois usos da variável abordada até o presente momento: a variável como número genérico e termo desconhecido.

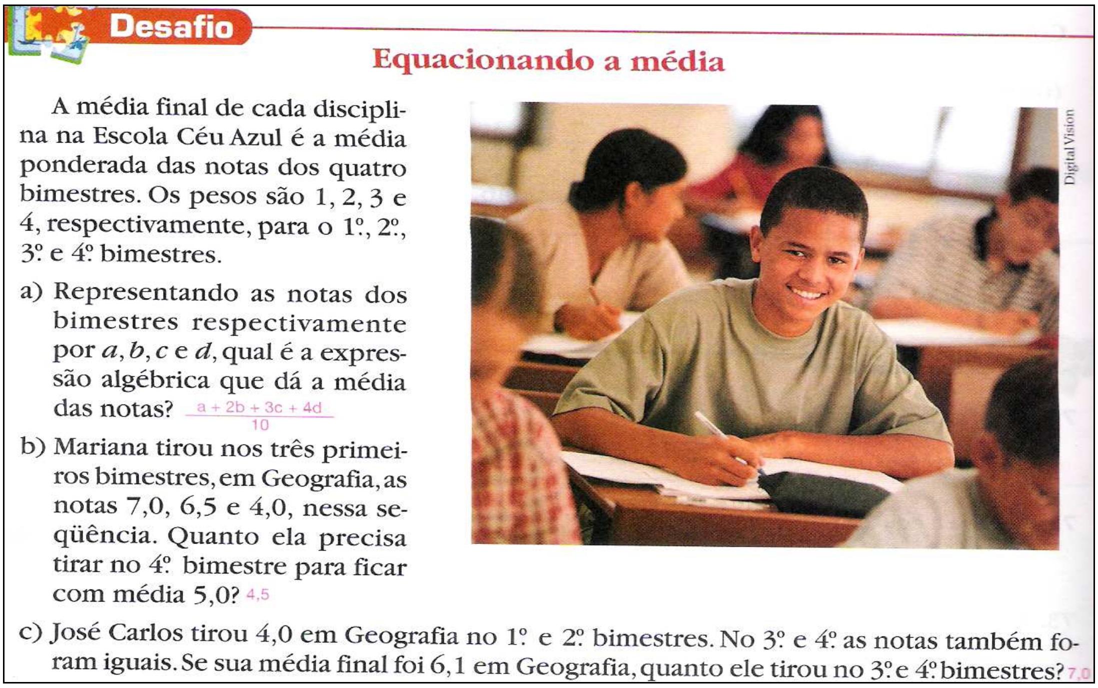


Figura 21. Desafio proposto encerrando o capítulo Equações.
Fonte: L1, p. 190

No *item a* da atividade acima é necessário que os alunos obtenham a representação do problema de maneira genérica. Nos itens *b* e *c* o aluno necessita, além de traduzir a situação apresentada, encontrar o valor desconhecido. O exercício exige que a partir de uma situação problema, os alunos reconheçam, interpretem e simbolizem a variável, passando de um uso para outro.

A Resolução de Problemas é o foco do terceiro capítulo. A equação do primeiro grau é explorada como uma ferramenta para resolver problemas, sendo necessário utilizar as técnicas de cálculo. Sendo assim, apresenta situações que devem ser traduzidas matematicamente e resolvidas.

Iniciando o capítulo, os autores apresentam um esquema para auxiliar o aluno na resolução destes problemas.

Empregando equações

Muitos problemas podem ser escritos como uma equação do 1º grau com uma incógnita e são resolvidos com as técnicas de cálculo que aprendemos.

Na resolução desses problemas, procure seguir o esquema:

≈ ≈ Leia atentamente o problema.

x Estabeleça qual é a incógnita.

C Escreva a condição para a incógnita (se deve ser número natural, ou inteiro, ou positivo, etc.).

E Monte uma equação, traduzindo os dados do problema em linguagem matemática.

R Resolva a equação.

V Verifique se a raiz encontrada obedece à condição estabelecida na etapa C.

Figura 22. Esquema apresentado para a resolução de situações problema.
Fonte: L1, p. 191.

O livro disponibiliza um total de 81 situações problema para resolução. Essas situações problema são separadas por grupos que utilizam na incógnita, termos como: dobro, triplo ou quádruplo e apresentam problemas com frações, com opção de escolha e detalhes na incógnita, ou melhor, situações na qual as quantidades devem ser comparadas. Há ainda, situações problema que envolvem equações aplicadas à sucessão de números e à geometria. Para melhor compreender esses grupos são apresentaremos as 30 situações propostas para serem resolvidas em sala. O que falta para completar o total disponibilizado de situações problema refere-se aos exercícios de reforço não apresentados e analisados neste trabalho.

80. Para comprar um tênis que custa R$ 148,00, Marcelo necessita do dobro da quantia que possui e mais R$ 15,00. Quanto Marcelo possui? R$ 66,50

81. O triplo da altura de Flávio e mais 15 cm dá 441 cm. Qual a altura de Flávio? 142 cm

82. Talita nasceu em 2001, quando sua mãe, Luana, tinha 26 anos de idade.
a) Num certo ano, Luana terá o triplo da idade de Talita. Qual será a idade de Talita? 13 anos
b) Em que ano isso ocorrerá? 2014

Figura 23. Situações problema com dobro triplo ou quádruplo da incógnita.
Fonte: L1, p. 192

88. A professora disse: "Peguei a idade que tinha quando me casei, subtraí 3, dividi o resultado por 6, somei com $\frac{1}{3}$ dessa idade e obtive 10 como resultado final".
Quantos anos tinha a professora quando se casou? 21

89. Em uma classe há 40 alunos. O número de meninas é igual a $\frac{3}{5}$ do número de meninos.
Quantas são as meninas? E os meninos? 15 meninas; 25 meninos

90. Peter e Pan têm juntos 30 anos. A idade de Peter é $\frac{2}{3}$ da idade de Pan. Qual a idade de Peter? 12 anos

91. A quinta parte de um número inteiro somada com 19 dá 82. Que número é esse? 315

92. Com metade do seu salário, Flávio compraria uma bicicleta por R$ 393,26 e ainda sobrariam R$ 31,15. Qual é o salário de Flávio? R$ 848,82

93. Qual é o número racional cuja quarta parte somada com 7 é igual à sua metade menos 11? 72

Figura 24. Situações problema com frações na incógnita.
Fonte: L1, p. 193.

103. Reparta R$ 810,00 entre Rubens e Paula, de modo que Paula receba R$ 32,00 a mais que Rubens. Quanto Rubens deve receber? R$ 389,00

104. O auditório, com capacidade para 540 pessoas, está lotado. O número de mulheres é igual ao número de crianças e o número de homens é $\frac{2}{5}$ do número de mulheres. Quantas são as crianças? 225

Figura 25. Situações problema com opção na escolha da variável (1).
Fonte: L1, p. 196.

105. Renata e Denise estão comemorando, juntas, o aniversário delas. A idade de Renata é $\frac{3}{4}$ da idade de Denise. Quantos anos tem cada uma? (Conte as velinhas!) Renata: 12 anos; Denise: 16 anos

106. Uma fita de 247 m vai ser dividida em duas partes, de modo que uma tenha 37 m a mais que a outra. Quanto mede a parte maior? 142 m

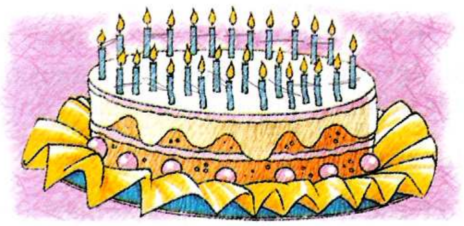


Figura 26. Situações problema com opção na escolha da variável (2).
Fonte: L 1, p. 197.

O Livro 1 considera que nessas situações problema, com opção da escolha da variável, ao resolver a questão o aluno tem a possibilidade de escolher qual será a incógnita, pois sempre existe a comparação entre duas pessoas, dois objetos etc. As situações que envolvem equações com detalhes na escolha da incógnita diferenciam-se das situações anteriores em relação ao número de objetos ou pessoas a serem comparadas, ou seja, existe a comparação entre três ou mais pessoas e objetos.

A seguir, as situações problema propostas que utilizam equações com detalhes na escolha da incógnita e sucessões de números.

114. Sílvio, Marcelo e Carolina estavam jogando pingue-pongue. De repente, decidiram marcar quantos pontos cada um ganhava. Na disputa de 404 pontos, Sílvio fez 18 pontos a mais que Marcelo, que fez 47 pontos a menos que Carolina.
Quantos pontos fez Marcelo?
Quem jogou melhor? 113; Carolina

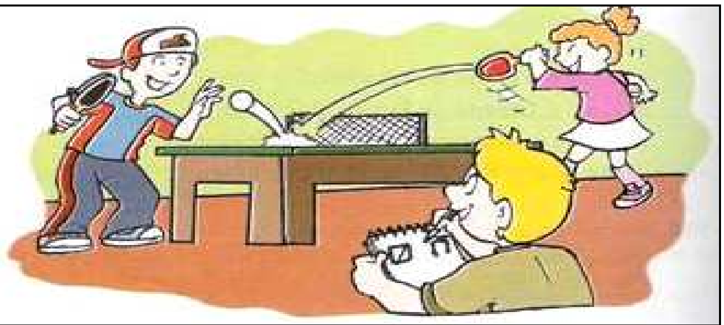


Figura 27. Situações problema com detalhes na escolha da incógnita (1).
Fonte: L1, p. 198.

115. Reparta R$ 560,00 entre Marlene, Lúcia e Flávia, de modo que Marlene receba R$ 70,00 a mais que Lúcia, e Lúcia receba R$ 50,00 a mais que Flávia. Marlene: R$ 250,00; Lúcia: R$ 180,00 e Flávia: R$ 130,00

116. A quantia de R$ 990,00 vai ser repartida entre Ari, Benê e Carlos. Ari deve receber R$ 32,00 a menos que Benê, e Benê deve receber $\frac{2}{3}$ do que Carlos receber. Como deve ser feita a divisão? Ari: R$ 260,00; Benê: R$ 292,00; Carlos: R$ 438,00

117. A 6ª série A tem $\frac{7}{8}$ do número de alunos da 6ª série B, e a 6ª série B tem $\frac{5}{4}$ do número de alunos da 6ª série C.
Quantos são os alunos da 6ª série A, se nas três séries juntas estudam 107 alunos? 35 alunos

Figura 28. Situações problema com detalhes na escolha da incógnita (2).
Fonte: L1, p. 199.

125. A soma de três números inteiros consecutivos é 408. Quais são os números? 135, 136 e 137

126. Na sucessão de números ímpares positivos: 1, 3, 5, 7, 9, ..., ache dois números vizinhos cuja soma seja 728. 363 e 365

127. Na sucessão de números pares positivos: 2, 4, 6, 8, 10, ..., ache dois números consecutivos cuja soma seja 606. 302 e 304

128. Na sucessão dos números inteiros que são múltiplos de 3: (..., –9, –6, –3, 0, 3, 6, ...), determine três números vizinhos cuja soma seja 1 197. 396, 399 e 402

129. Um presidente da República governou durante cinco anos. A soma dos números desses anos é 9735. Em que ano começou seu governo? 1945

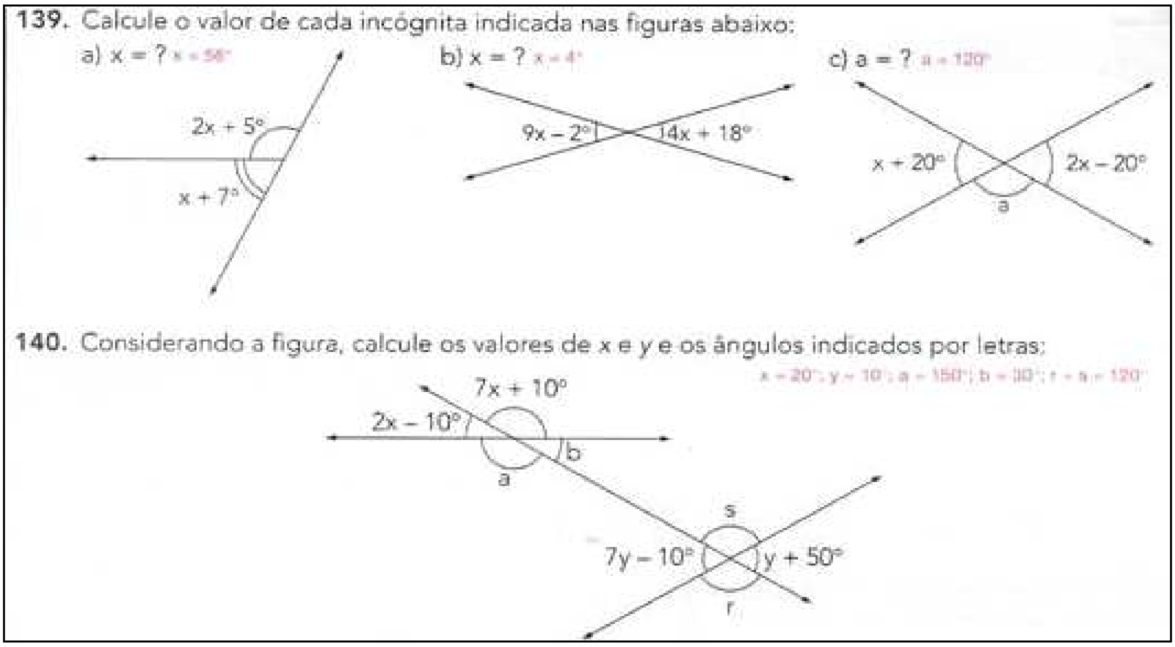
Figura 29. Situações problema: equações aplicadas às sucessões de números.
Fonte: L1, p. 201.

Em todos os grupos de situações problema pode ser utilizado o esquema (Figura 22, p. 81) auxiliar para a resolução de problemas, apresentado no início do capítulo.

A utilização do uso da variável com termo desconhecido (incógnita) é evidenciada nessas situações problema, empregando os aspectos: I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos; I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

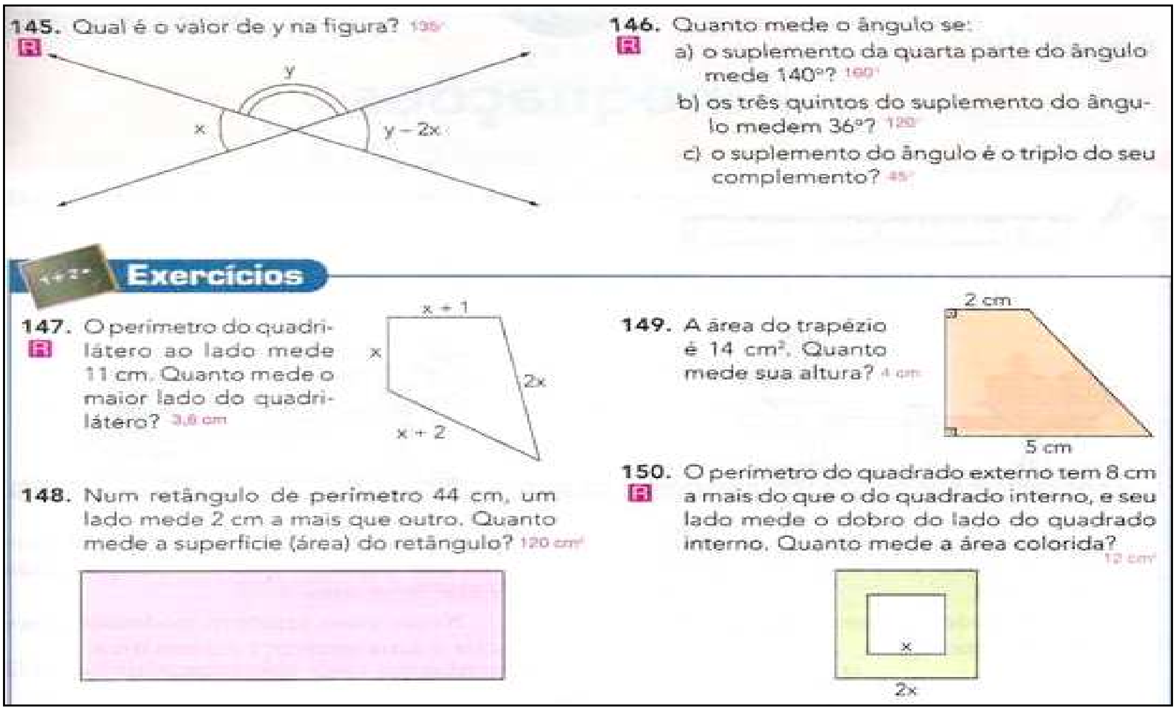
Na sequência, percebe-se uma diminuição em relação às situações problemas, prevalecendo os tradicionais *quanto, qual, calcule* e *determine* e o envolvimento de noções de Geometria.

Essa evidência confirma as palavras dos autores Lellis e Imenes (2001, p. 42-3) quando afirmam que em muitas escolas, o ensino da Matemática gira em torno de um conjunto de técnicas, aplicações de fórmulas, com grande quantidade de exercícios que se resumem em “calcular”, “obter”, “efetuar”, em contextos exclusivamente matemáticos, com o objetivo de buscar resultados, importando-se com o “como” fazer, ao invés do ”porque fazer assim” ou “para que fazê-lo”.


139. Calcule o valor de cada incógnita indicada nas figuras abaixo:
a) x = ? x = 56°
b) x = ? x = 4°
c) a = ? a = 120°

140. Considerando a figura, calcule os valores de x e y e os ângulos indicados por letras:
x = 20°; y = 10°; a = 150°; b = 30°; r = s = 120°

Figura 30. Exercícios envolvendo noções de Geometria (1).
Fonte: L1, p. 202.


145. Qual é o valor de y na figura? 136°

146. Quanto mede o ângulo se:
a) o suplemento da quarta parte do ângulo mede 140°? 160°
b) os três quintos do suplemento do ângulo medem 36°? 120°
c) o suplemento do ângulo é o triplo do seu complemento? 45°

Exercícios

147. O perímetro do quadrilátero ao lado mede 11 cm. Quanto mede o maior lado do quadrilátero? 3,6 cm

148. Num retângulo de perímetro 44 cm, um lado mede 2 cm a mais que outro. Quanto mede a superfície (área) do retângulo? 120 cm²

149. A área do trapézio é 14 cm². Quanto mede sua altura? 4 cm

150. O perímetro do quadrado externo tem 8 cm a mais do que o do quadrado interno, e seu lado mede o dobro do lado do quadrado interno. Quanto mede a área colorida? 12 cm²

Figura 31. Exercícios envolvendo noções de Geometria (2).
Fonte: L1, p. 203.

Os aspectos do uso da variável como termo desconhecido não são todos contemplados, prevalecendo os aspectos I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I3 – Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos e I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

A análise de três dos quatro capítulos do Livro 1, destinados aos conteúdos algébricos, possibilitou a investigação da introdução ao estudo formal da Álgebra abordado no livro didático, instrumento de trabalho dos professores.

Percebemos o destaque, concedido pelos autores, ao uso da variável como termo desconhecido (incógnita), enfatizando a resolução de equações, tanto em situações problema, quanto desvinculadas de um enunciado que pode ser traduzido matematicamente. Podemos comprovar nossas observações na seguinte afirmação dos autores: “na 6ª série (7º ano) trabalhamos com equações e inequações do 1º grau, sob o enfoque da procura de número desconhecido”. (IEZZI, DOLCE e MACHADO, 2005, p. 10, manual do professor, exemplar da 7ª série).

O uso da variável como número genérico é referenciado, enfatizando os aspectos G2 – Interpretar uma variável simbólica como representação de uma entidade geral, indeterminada que pode assumir qualquer valor; G4 – Manipular (simplificar, desenvolver) a variável simbólica e G5 – Simbolizar enunciados, regras e métodos gerais. No exemplar do 8º ano (7ª série), este uso inicia os estudos do calculo algébrico, como apresentado a seguir.

Observa-se que nesse exemplar, os conteúdos algébricos são “trabalhados” em duas unidades. Na Unidade 5 – Cálculo algébrico é abordado os temas expressões algébricas e operações com polinômios e na Unidade 6 – Produtos notáveis e fatoração, os temas produtos notáveis e fatoração de polinômios são abordados.

Expressões contendo letras

Iniciamos o estudo da Álgebra na 6ª série. Você deve se lembrar de que, na resolução de muitos problemas, recorremos às letras para representar números e escrever simbolicamente expressões matemáticas. Construímos, assim, as chamadas *expressões algébricas*.

Por exemplo:

Expressões literais	Expressões algébricas
o triplo de um número	3a (ou 3b, ou 3c, ou 3x, etc.)
a soma de um número com seu quadrado	$x + x^2$
os três quartos de um número adicionados a 5	$\frac{3}{4}x + 5$
a média aritmética de dois números	$\frac{a + b}{2}$

Figura 32. Introdução ao calculo algébrico.
Fonte: L1 (exemplar 7ª série), p. 162.

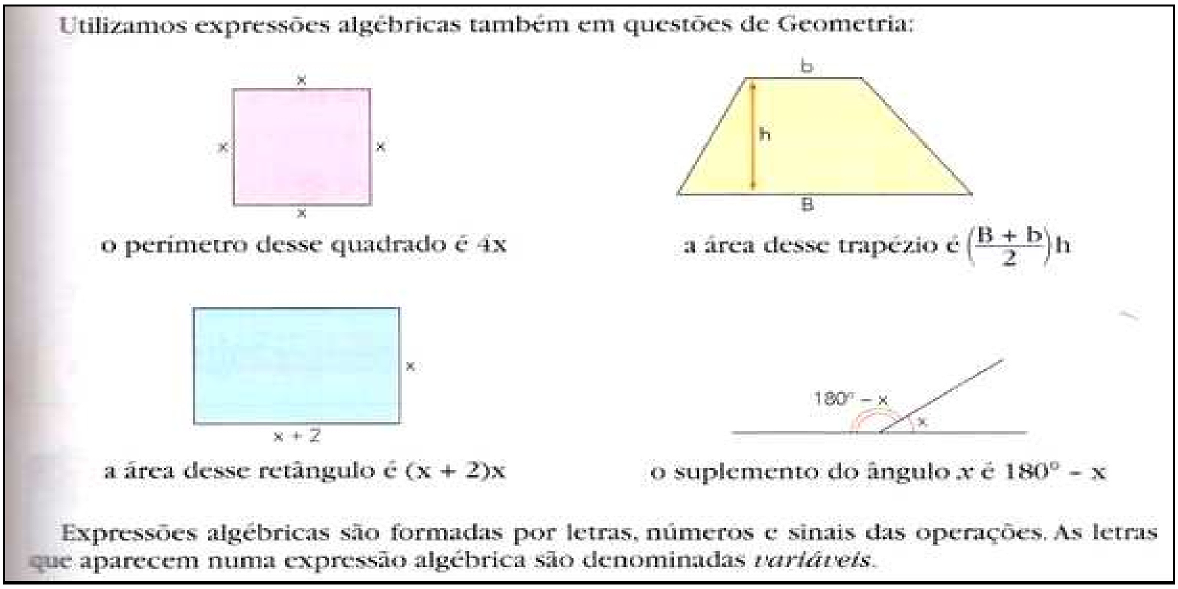


Figura 33. Introdução ao calculo algébrico (2).
Fonte: L1 (exemplar 7ª série), p. 163.

Os exercícios propostos da Unidade 5 – Cálculos algébricos enfatizam dois aspectos característicos da variável como termo genérico: o G2 – Interpretar uma variável simbólica como representação de uma entidade geral, indeterminada que pode assumir qualquer valor e G4 – Manipular (simplificar, desenvolver) a variável simbólica.

1. Represente as expressões literais, usando apenas símbolos matemáticos:
a) a terça parte do número a. $\frac{a}{3}$
b) a soma do dobro do número *x* com 5. $2x + 5$
c) o quadrado do número *x*. x^2
d) a soma do número x com sua raiz quadrada. $x + \sqrt{x}$
e) a diferença entre o quadrado e o quádruplo do número x. $x^2 - 4x$
f) o produto do inteiro *n* e seu sucessor. $n(n + 1)$

2. Represente por meio de expressão algébrica:
a) a soma do quadrado do número *x* com o triplo do número *y*. $x^2 + 3y$
b) a soma dos quadrados dos números *x* e *y*. $x^2 + y^2$
c) o quadrado da soma dos números *a* e *b*. $(a + b)^2$
d) a área do triângulo de base *b* e altura *h*. $\frac{b \cdot h}{2}$
e) o complemento do ângulo *x*. $90° - x$
f) o perímetro do retângulo de base *x* e altura *y*. $2x + 2y$

Figura 34. Exercícios que utilizam o aspecto G2.
Fonte: L1 (exemplar 7ª série), p. 162.

54. *Complete, escrevendo no seu caderno:* conservamos somamos
Na multiplicação de potências de mesma base, ___ a base e ___ os expoentes.

55. Calcule:
a) $6(5x)$ $30x$
b) $(3a)(4a^2)$ $12a^3$
c) $(-2x^2)(2x)$ $-4x^3$
d) $(x^2y)(5xy)$ $5x^3y^2$

56. Calcule:
a) $2(3x + 4)$ $6x + 8$
b) $3(2x^2 - x - 3)$ $6x^2 - 3x - 9$
c) $4x(2x + 5)$ $8x^2 + 20x$
d) $-2x^2(x^2 - x + 4)$ $-2x^4 + 2x^3 - 8x^2$
e) $a^2b(2a^2 + ab - b^2)$ $2a^4b + a^3b^2 - a^2b^3$
f) $3x(x^2 - xy + y^2)$ $3x^3 - 3x^2y + 3xy^2$

57. Calcule a área de cada retângulo:
a) $2x^2 + x$


b) $4x^2 + 11x + 6$


58. Calcule:
a) $(2x + 3)(4x + 1)$ $8x^2 + 14x + 3$
b) $\left(3x - \frac{1}{2}\right)(x^2 + 4)$ $3x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 12x - 2$
c) $(2a + 3b)(5a - b)$ $10a^2 + 13ab - 3b^2$

Figura 35. Exercícios que utilizam o aspecto G4.
Fonte: L1 (exemplar 7ª série), p. 178.

Quanto ao uso da variável como relação funcional, apesar do manual do professor no livro do 7º ano (6ª série) informar que as primeiras noções de função são apresentadas em exercícios propostos e reproduzidos nesse trabalho, estas ideias não foram abordadas.

Entretanto, não se pode deixar de ressaltar que função é conteúdo específico do 9º ano (8ª série). Investigando esse exemplar, encontramos nas orientações do manual do professor que o enfoque da noção de função nessa série é a correspondência entre grandezas e que o término do ensino desse conteúdo no 9º ano é devido à sua continuidade no Ensino Médio.

A relação funcional é abordada na Unidade 7 – Funções e dividida em quatro capítulos dedicados à ideia de função e suas representações; às funções representadas por retas; às funções do segundo grau e ao estudo das inequações.

O exercício do gerente

O sr. Osias é um gerente financeiro de um grande banco. Para exercitar-se costuma fazer caminhadas diariamente, mantendo um ritmo de 6 km por hora, o que equivale a caminhar 100 m a cada minuto.

Veja as distâncias que ele percorre conforme o tempo da caminhada:

Tempo (min)	15	20	30	45	50	60	75	80	90
Distância (m)	1 500	2 000	3 000	4 500	5 000	6 000	7 500	8 000	9 000

Noção de função

Há uma correspondência entre o tempo e a distância percorrida pelo sr. Osias em sua caminhada. A cada tempo corresponde uma única distância.

A distância percorrida é *função* do tempo da caminhada, porque para cada valor do tempo fica determinado um único valor da distância.

Nesse exemplo, se x representa o tempo em minutos e y representa a distância em metros, temos que:

$$y = 100 \cdot x$$

Dizemos que y é a função de x dada pela fórmula $y = 100x$.

Note que a cada valor de x corresponde um único valor de y. Por exemplo:

para $x = 15$, $y = 100x = 100 \cdot 15 = 1\,500$

para $x = 25$, $y = 100x = 100 \cdot 25 = 2\,500$

para $x = 48$, $y = 100x = 100 \cdot 48 = 4\,800$

Quando há uma correspondência entre duas grandezas x e y, de modo que para cada valor de x fica determinado um único valor de y, dizemos que y é função de x.

Figura 36. Apresentação da Noção de função.
Fonte: L1 (exemplar 8ª série), p. 260.

A seguir, alguns exercícios propostos sobre o uso da variável como relação funcional. Nos exercícios apresentados pela Figura 37, todos os aspectos característicos do uso da variável como relação funcional (ver página 40-1) foram envolvidos.

2. O preço pago para tirar xerox numa papelaria é função do número de cópias tiradas. Até 10 cópias, paga-se R$ 0,25 por cópia. A partir da 11ª cópia pagam-se R$ 2,50 pelas dez primeiras e mais R$ 0,20 para cada cópia excedente:

a) Quanto uma pessoa vai pagar para tirar 5 cópias? E 20 cópias? R$ 1,25; R$ 4,50

b) Se uma pessoa tirar 50 cópias, quanto pagará em média por cópia? R$ 0,21

3. Um carro está viajando a 100 km por hora.

a) Que distância ele percorre em 2 horas? 200 km

b) Se y representa o número de quilômetros que ele percorre em x horas, qual é a fórmula para calcular y? $y = 100x$

c) Que distância ele percorre em 90 minutos?
150 km

Image Library/Outras Imagens

4. Um professor propõe à sua classe de 40 alunos um exercício-desafio, comprometendo-se a dividir um prêmio de R$ 120,00 entre os acertadores.

a) Copie em seu caderno e complete a tabela:

Nº de acertadores	1	2	5	? (8)	? (20)	40
Prêmio de cada um (R$)	? (120,00)	? (60,00)	? (24,00)	15,00	6,00	? (3,00)

b) O prêmio que cada acertador vai receber é função de que variável? do nº de acertadores

c) Usando letras, represente a função do item anterior por uma fórmula.
p = prêmio; n = nº de acertadores; $p = \frac{120}{n}$

5. Use uma letra para representar a medida do lado e outra para a área de um quadrado.

a) A área é função do lado do quadrado. Qual é a fórmula dessa função? Usando lado = ℓ, área = A, $A = \ell^2$.

b) O lado do quadrado é função da área dele. Qual é a fórmula dessa função? $\ell = \sqrt{A}$

c) Se um quadrado tem área de 20 cm², quanto mede o lado? $2\sqrt{5}$ cm

6. Um retângulo tem área de 40 cm².

a) Para saber quanto mede a sua base, copie e complete a tabela:

Altura (cm)	1	2	4	? (5)	8	? (10)	20
Base (cm)	? (40)	? (20)	? (10)	8	? (5)	4	? (2)

40 cm² altura
base

b) A medida da base do retângulo de área 40 cm² é função da altura dele? Por quê? Qual é a fórmula dessa função? Sim. A cada altura *h* corresponde uma única base *b*. A fórmula dessa função é $b = \frac{40}{h}$.

7. Duas variáveis, x e y, estão relacionadas pela fórmula $2x + 5y = 10$.

a) Dado $x = 15$, calcule y. $y = -4$

b) Dado $y = 20$, calcule x. $x = -45$

c) Expresse y em função de x. $y = \frac{10 - 2x}{5}$

d) Expresse x em função de y. $x = \frac{10 - 5y}{2}$

Figura 37. Exercícios iniciais sobre funções.
Fonte: L1 (exemplar 8ª série), p. 261.

Em relação ao terceiro critério de análise, a apresentação de exercícios e/ou situações problema que diferenciam os usos da variável (atividades integradoras), para os livros didáticos de 7º ano (6ª série), não encontrou-se situações ou exercícios específicos para este fim, pois os usos da variável não foram abordados em sua totalidade.

Entretanto, os exercícios 11, 12 e 13, por exemplo, propõem atividades que, se exploradas em conjunto, podem ser consideradas atividades integradoras, pois utilizam a variável como número genérico, em seguida, como termo desconhecido e, o uso como relação. Deixam na responsabilidade do professor o estímulo e a mediação do professor para resolução do *item b* dos exercícios 12 e 13.

Vale salientar que em relação aos exemplares de 8º ano (7ª série) e 9º ano (8ª série) exemplificamos apenas os usos da variável como número genérico e relação funcional, uma vez que não foram encontrados no exemplar do 7º ano (6ª série). Entretanto, informamos que a variável como termo desconhecido (incógnita) também é abordado no exemplar de 8º ano (7ª série) na Unidade 8 – Equações e Sistemas e no exemplar de 9º ano (8ª série) na Unidade 3 – Equações.

6.2.2 Livro 2 – Novo Praticando Matemática

Novo Praticando Matemática é uma coleção dividida em quatro volumes/livros: um para cada série do Ensino Fundamental e estão divididos em unidades. As unidades são subdivididas em temas e há um manual do professor específico para cada volume/livro.

Cada tema apresenta a teoria (conteúdo matemático), seguida de atividades sugeridas, e ainda as seções: Exercícios que representam atividades para serem resolvidas em grau crescente de dificuldade, sempre sendo propostas depois de cada tópico da teoria e a Revisando que são exercícios para retomar o conteúdo estudado e podem servir de exercícios de recuperação e reforço. A seção Para Saber Mais, os Desafios e a Auto-Avaliação também são exercícios e testes propostos.

Segundo o manual do professor disponível no fim do volume/livro, essa coleção valoriza aspectos considerados essenciais pela Educação Matemática, com temas atuais e atividades que estimulem o raciocínio. Enfatiza a preocupação com a formação tradicional de muitos professores que, embora almejem por mudanças, se sentem inseguros e necessitam de materiais para por em prática as mudanças no ensino da Matemática. São distribuídos nos quatro volumes, os seguintes temas: Sistemas de Numeração, Números, Álgebra, Geometria, Medidas, Noções de Matemática Financeira, Estatística e Funções.

Em relação ao ensino da Álgebra, o autor a considera como uma fonte de dificuldade e rejeição por parte dos alunos, sugerindo ao professor abordar atividades que desenvolvam simultaneamente as diferentes concepções da Álgebra: Álgebra como generalizadora da Aritmética; a Álgebra como estudo de processos para resolver problemas, como estudo da relação entre grandezas e de estruturas matemáticas.

Vemos nessa afirmação, a semelhança com as concepções propostas por Usiskin (1995), com os PCN (BRASIL, 1998) e de também com os usos da variável segundo o Modelo 3UV.

Considerando o volume/livro da 6ª série, o ensino da Álgebra concentra-se na Unidade 9 intitulada – Equações. Essa unidade é composta por cinco temas: Letras e padrões; Letras e números desconhecidos; Operações com letras; Balanças em equilíbrio e equações; Aplicando o que aprendemos na resolução de problemas. O tema inequações compõe uma Unidade separada que está presente na sequência (Unidade 10).

Iniciando o estudo formal da Álgebra, os autores apresentam a relação entre a linguagem natural e o uso das letras e símbolos matemáticos para representar uma sequência de figuras. Em seguida, concentram-se em expor o uso das letras como ferramenta para a resolução de problemas, traduzindo as informações na linguagem natural para os símbolos matemáticos, apresentando as equações e algumas técnicas algébricas.

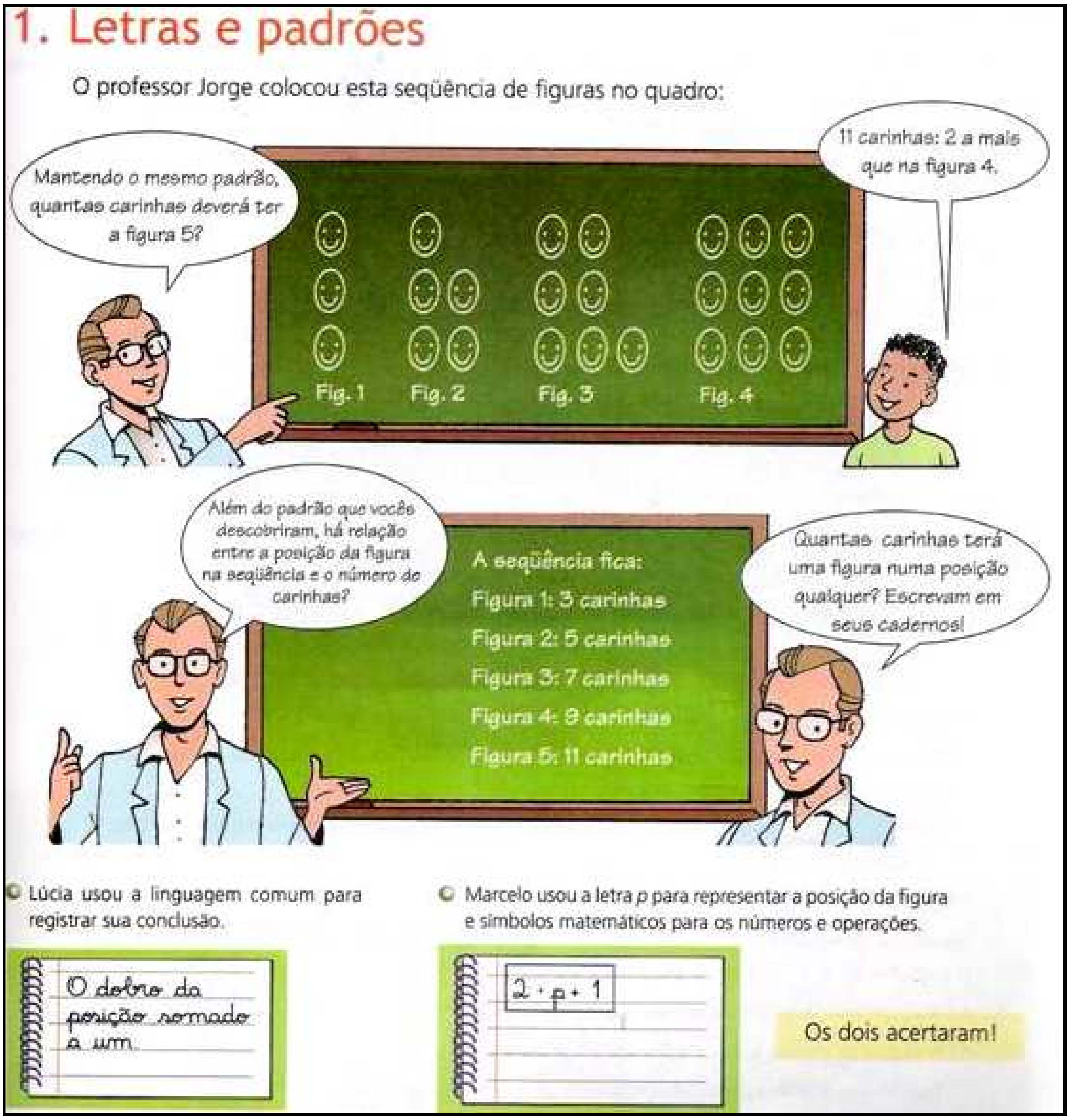
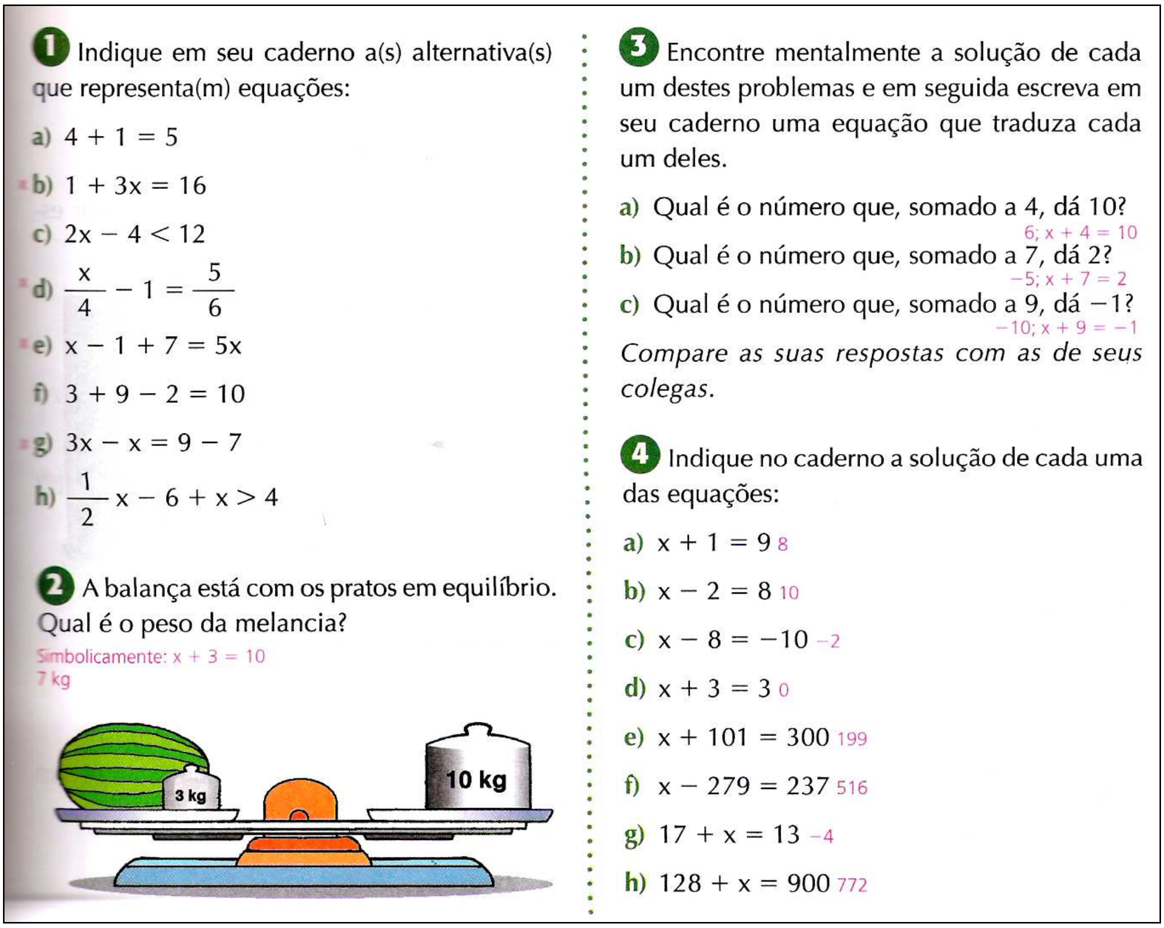


Figura 38. Introdução: tema Equações utilizando a observação de padrões.
Fonte: L2, p. 173

Após as exposições mostradas na figura acima, é apresentada a primeira seção de atividades, composta por 17 exercícios referentes aos temas Letras e padrões e Letras e números desconhecidos.



1 Indique em seu caderno a(s) alternativa(s) que representa(m) equações:

a) $4 + 1 = 5$

b) $1 + 3x = 16$

c) $2x - 4 < 12$

d) $\frac{x}{4} - 1 = \frac{5}{6}$

e) $x - 1 + 7 = 5x$

f) $3 + 9 - 2 = 10$

g) $3x - x = 9 - 7$

h) $\frac{1}{2}x - 6 + x > 4$

2 A balança está com os pratos em equilíbrio. Qual é o peso da melancia?

Simbolicamente: $x + 3 = 10$
7 kg

3 Encontre mentalmente a solução de cada um destes problemas e em seguida escreva em seu caderno uma equação que traduza cada um deles.

a) Qual é o número que, somado a 4, dá 10? $6;\ x + 4 = 10$

b) Qual é o número que, somado a 7, dá 2? $-5;\ x + 7 = 2$

c) Qual é o número que, somado a 9, dá -1? $-10;\ x + 9 = -1$

Compare as suas respostas com as de seus colegas.

4 Indique no caderno a solução de cada uma das equações:

a) $x + 1 = 9$ 8

b) $x - 2 = 8$ 10

c) $x - 8 = -10$ -2

d) $x + 3 = 3$ 0

e) $x + 101 = 300$ 199

f) $x - 279 = 237$ 516

g) $17 + x = 13$ -4

h) $128 + x = 900$ 772

Figura 39. Exercícios: Letras e Padrões - Letras e Números Desconhecidos (1).
Fonte: L2, p. 177.

O primeiro exercício apenas solicita ao aluno que indique a equação com o objetivo de verificar se ele compreendeu o conceito de equação apresentado pelo livro, como igualdade em que há, pelo menos, uma letra representando um número desconhecido.

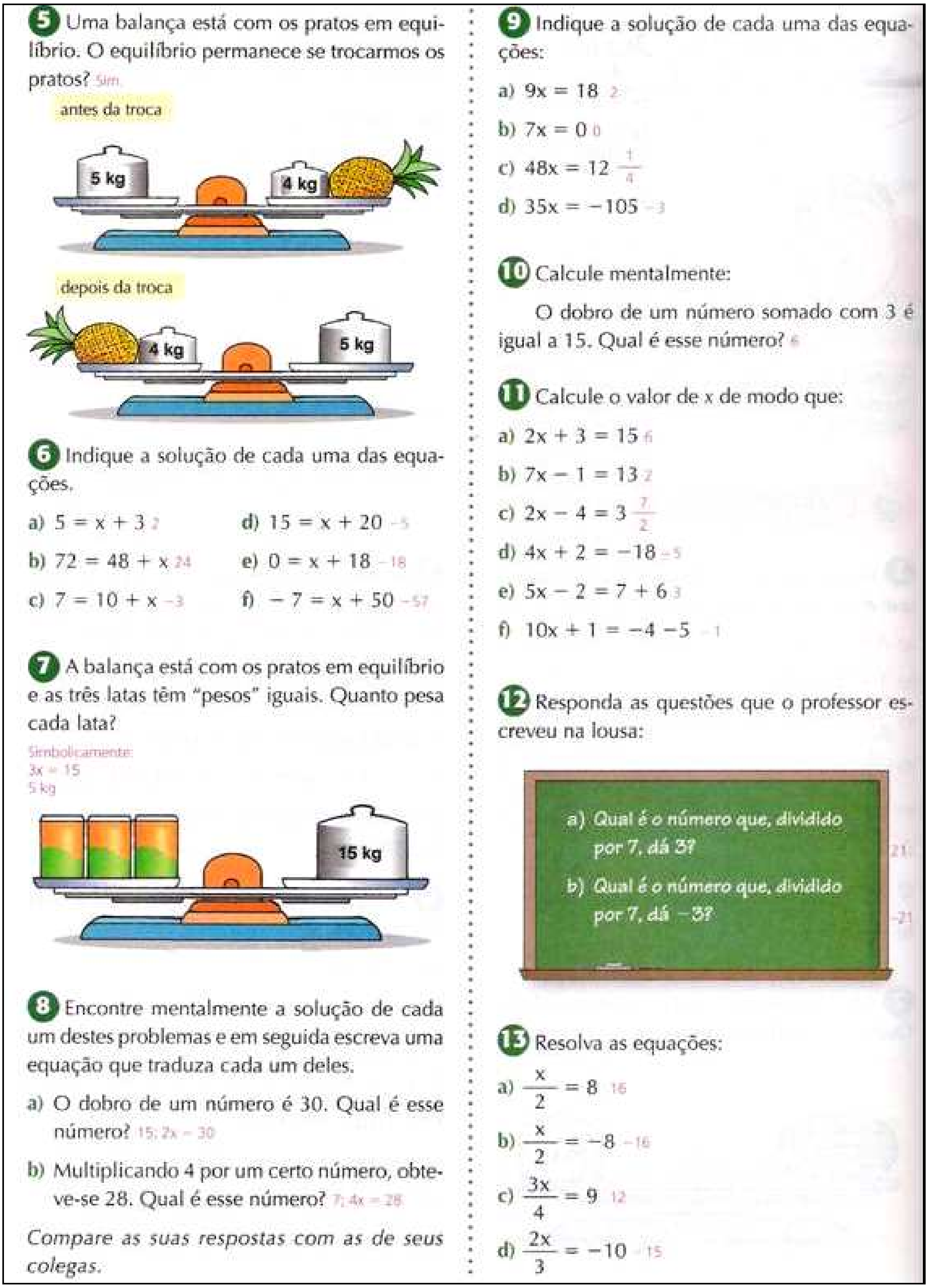
Muitos dos exercícios também utilizam o cálculo mental e a balança de dois pratos, recurso chamado, por Lins e Gimenez (2006), de manipulação de “concretos”. Esse recurso busca transformar em “formal”, por um processo de abstração, o ensino de equações. Apesar da sua utilização, a balança de dois pratos só é definida mais adiante.

O exercício 2 consiste em descobrir o peso da melancia, utilizando uma balança de dois pratos. Para tanto, o uso da variável como termo desconhecido é utilizado por meio dos aspectos: I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos e I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

No exercício 3, os aspectos do uso da variável como termo desconhecido envolvidos foram I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos e I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos.

Todos os aspectos do uso da variável como termo desconhecido (ver páginas 40-1), foram utilizados para a resolução do exercício 4 que tem por objetivo resolver equações.

Continuando a sequência dos exercícios propostos temos:



5 Uma balança está com os pratos em equilíbrio. O equilíbrio permanece se trocarmos os pratos? Sim

6 Indique a solução de cada uma das equações.

a) $5 = x + 3$ 2
b) $72 = 48 + x$ 24
c) $7 = 10 + x$ −3
d) $15 = x + 20$ −5
e) $0 = x + 18$ −18
f) $-7 = x + 50$ −57

7 A balança está com os pratos em equilíbrio e as três latas têm "pesos" iguais. Quanto pesa cada lata?

Simbolicamente:
$3x = 15$
5 kg

8 Encontre mentalmente a solução de cada um destes problemas e em seguida escreva uma equação que traduza cada um deles.

a) O dobro de um número é 30. Qual é esse número? 15; $2x = 30$

b) Multiplicando 4 por um certo número, obtem-se 28. Qual é esse número? 7; $4x = 28$

Compare as suas respostas com as de seus colegas.

9 Indique a solução de cada uma das equações:

a) $9x = 18$ 2
b) $7x = 0$ 0
c) $48x = 12$ $\frac{1}{4}$
d) $35x = -105$ −3

10 Calcule mentalmente:

O dobro de um número somado com 3 é igual a 15. Qual é esse número? 6

11 Calcule o valor de x de modo que:

a) $2x + 3 = 15$ 6
b) $7x - 1 = 13$ 2
c) $2x - 4 = 3$ $\frac{7}{2}$
d) $4x + 2 = -18$ −5
e) $5x - 2 = 7 + 6$ 3
f) $10x + 1 = -4 - 5$ −1

12 Responda as questões que o professor escreveu na lousa:

13 Resolva as equações:

a) $\frac{x}{2} = 8$ 16
b) $\frac{x}{2} = -8$ −16
c) $\frac{3x}{4} = 9$ 12
d) $\frac{2x}{3} = -10$ −15

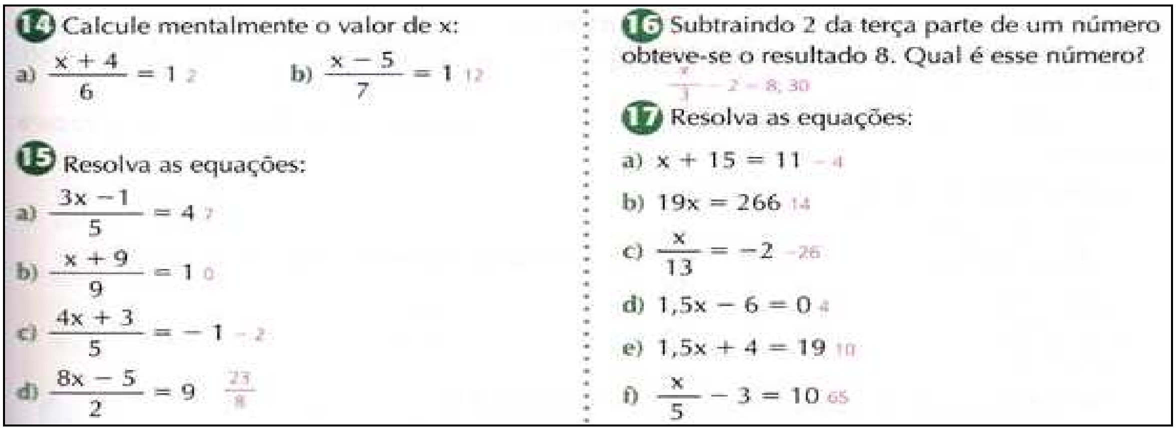
Figura 40. Exercícios: Letras e Padrões - Letras e Números Desconhecidos (2).
Fonte: L2, p. 178.

Para resolver o exercício 5 cujo objetivo é identificar a permanência do equilíbrio entre os pratos de uma balança, apenas o aspecto I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema, do uso da variável como termo desconhecido foi utilizado.

Os exercícios 6, 7, 8, 9, 11, 12 e 13, que têm por finalidade a resolução de equações, utilizam todos os aspectos do uso da variável como termo desconhecido (ver páginas 40-1), de acordo com o Modelo 3UV.

Os aspectos I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos; I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações, do uso da variável como termo desconhecido foram utilizados para resolver o exercício 10 que solicitava calcular mentalmente a resposta do problema proposto.

Continuando a primeira seção de atividades propostas, temos ainda quatro exercícios.



14 Calcule mentalmente o valor de x:

a) $\frac{x+4}{6} = 1$ 2 b) $\frac{x-5}{7} = 1$ 12

15 Resolva as equações:

a) $\frac{3x-1}{5} = 4$ 7

b) $\frac{x+9}{9} = 1$ 0

c) $\frac{4x+3}{5} = -1$ −2

d) $\frac{8x-5}{2} = 9$ $\frac{23}{8}$

16 Subtraindo 2 da terça parte de um número obteve-se o resultado 8. Qual é esse número?

$\frac{x}{3} - 2 = 8$; 30

17 Resolva as equações:

a) $x + 15 = 11$ −4

b) $19x = 266$ 14

c) $\frac{x}{13} = -2$ −26

d) $1{,}5x - 6 = 0$ 4

e) $1{,}5x + 4 = 19$ 10

f) $\frac{x}{5} - 3 = 10$ 65

Figura 41. Exercícios: Letras e Padrões - Letras e Números Desconhecidos (3).
Fonte: L2, p. 179.

Na sequência, mostrada pela figura 41, apenas o exercício 14 não utilizou todos os aspectos do uso da variável como termo desconhecido (ver páginas 40-1), uma vez que faltou a utilização do aspecto I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

A próxima seção de exercícios é proposta após a exposição do tema Algumas Operações com Letras. Novamente é enfatizada a resolução de equações. Nesse tema também, encontramos um pequeno texto informativo sobre a Álgebra, o que consideramos uma referência à História da Matemática.

18 No caderno, encontre a solução do problema abaixo e em seguida escreva uma equação que o traduza.

"Foram distribuídos 54 bombons entre três meninos, de modo que o segundo recebeu o dobro do primeiro e o terceiro, o triplo do primeiro. Quantos bombons recebeu o primeiro?" $9; x + 2x + 3x = 54$

19 Resolva as equações:

a) $5x + 3x = 16$ 2

b) $x + x + 8 = 54$ 23

c) $7x - 2 - 5x = 18$ 10

d) $12x - 10x - 4 = 3$ $\frac{7}{2}$

e) $-x - 2x - 4 = 11$ -5

f) $8x = 5x + 4,5$ $1,5$

20 No seu caderno, encontre a solução do problema abaixo e em seguida escreva uma equação que o traduza.

"A soma de um número com o dobro do consecutivo dele dá 206. Qual é esse número?"

$68; x + 2(x + 1) = 206$

21 Resolva as equações:

a) $4(x + 1) = 12$ 2

b) $5(3 - x) - 4x = 18$ $-\frac{1}{3}$

c) $9x - 3(2x + 2) = 15$ 7

d) $2,5(x - 2) - 1,5x = 1$ 6

e) $3,5x + 8 = 2(x + 7)$ 4

22 Um táxi inicia uma corrida marcando R$ 5,00 no taxímetro. Sabendo que cada quilômetro rodado custa R$ 3,00 e que o total da corrida ficou em R$ 47,00, calcule quantos quilômetros foram percorridos.

14 quilômetros; $5 + 3x = 47$

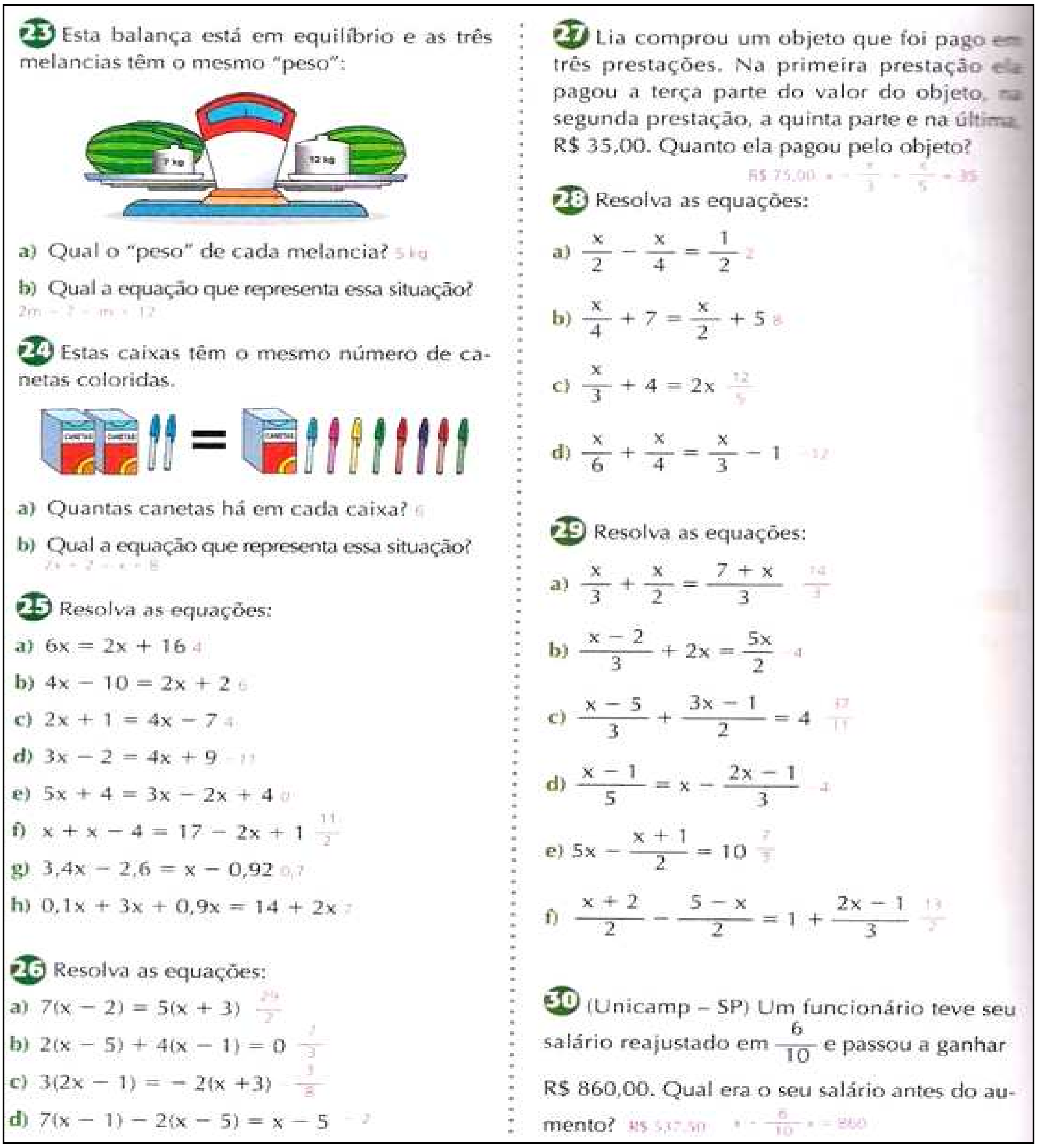
Figura 42. Exercícios referentes ao tema Algumas operações com letras.
Fonte: L 3, p. 181.

Nos exercícios acima, todos os aspectos do uso da variável como termo desconhecido, segundo o Modelo 3UV são utilizados. São eles I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I3 – Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos e I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

Apesar de o livro enfatizar a resolução de problemas, até o ponto analisado um número muito pequeno de situações problema foram propostos. Vê-se que a resolução de equações desvinculada de uma situação problema é destacada.

Em todos os exercícios apresentados as palavras *resolva, encontre, calcule* aparecem frequentemente, indicando a "visão letrista", enfatizada por Lins e Gimenez (2006) demarcada em técnicas escolares com o uso de algoritmo/exercícios, presente nos livros didáticos. Fato também já antecipado pelo Guia do Livro Didático – PNLD 2008 (BRASIL, 2007).

No tema Balanças em equilíbrio e equações, sequência do conteúdo exposto, a balança de dois pratos "ganha" sua funcionalidade para o ensino da Álgebra e com isso as técnicas algébricas, ou os cálculos algébricos, são apresentados formalmente por meio de diversos exemplos de equações.



23 Esta balança está em equilíbrio e as três melancias têm o mesmo "peso":

a) Qual o "peso" de cada melancia? 5 kg

b) Qual a equação que representa essa situação?

24 Estas caixas têm o mesmo número de canetas coloridas.

a) Quantas canetas há em cada caixa? 6

b) Qual a equação que representa essa situação?

25 Resolva as equações:

a) $6x = 2x + 16$ 4

b) $4x - 10 = 2x + 2$ 6

c) $2x + 1 = 4x - 7$ 4

d) $3x - 2 = 4x + 9$ -11

e) $5x + 4 = 3x - 2x + 4$ 0

f) $x + x - 4 = 17 - 2x + 1$ $\frac{11}{2}$

g) $3{,}4x - 2{,}6 = x - 0{,}92$ 0,7

h) $0{,}1x + 3x + 0{,}9x = 14 + 2x$ 7

26 Resolva as equações:

a) $7(x - 2) = 5(x + 3)$

b) $2(x - 5) + 4(x - 1) = 0$

c) $3(2x - 1) = -2(x + 3)$

d) $7(x - 1) - 2(x - 5) = x - 5$

27 Lia comprou um objeto que foi pago em três prestações. Na primeira prestação ela pagou a terça parte do valor do objeto, na segunda prestação, a quinta parte e na última R$ 35,00. Quanto ela pagou pelo objeto?

28 Resolva as equações:

a) $\frac{x}{2} - \frac{x}{4} = \frac{1}{2}$ 2

b) $\frac{x}{4} + 7 = \frac{x}{2} + 5$ 8

c) $\frac{x}{3} + 4 = 2x$ $\frac{12}{5}$

d) $\frac{x}{6} + \frac{x}{4} = \frac{x}{3} - 1$ -12

29 Resolva as equações:

a) $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = \frac{7 + x}{3}$

b) $\frac{x - 2}{3} + 2x = \frac{5x}{2}$

c) $\frac{x - 5}{3} + \frac{3x - 1}{2} = 4$

d) $\frac{x - 1}{5} = x - \frac{2x - 1}{3}$

e) $5x - \frac{x + 1}{2} = 10$

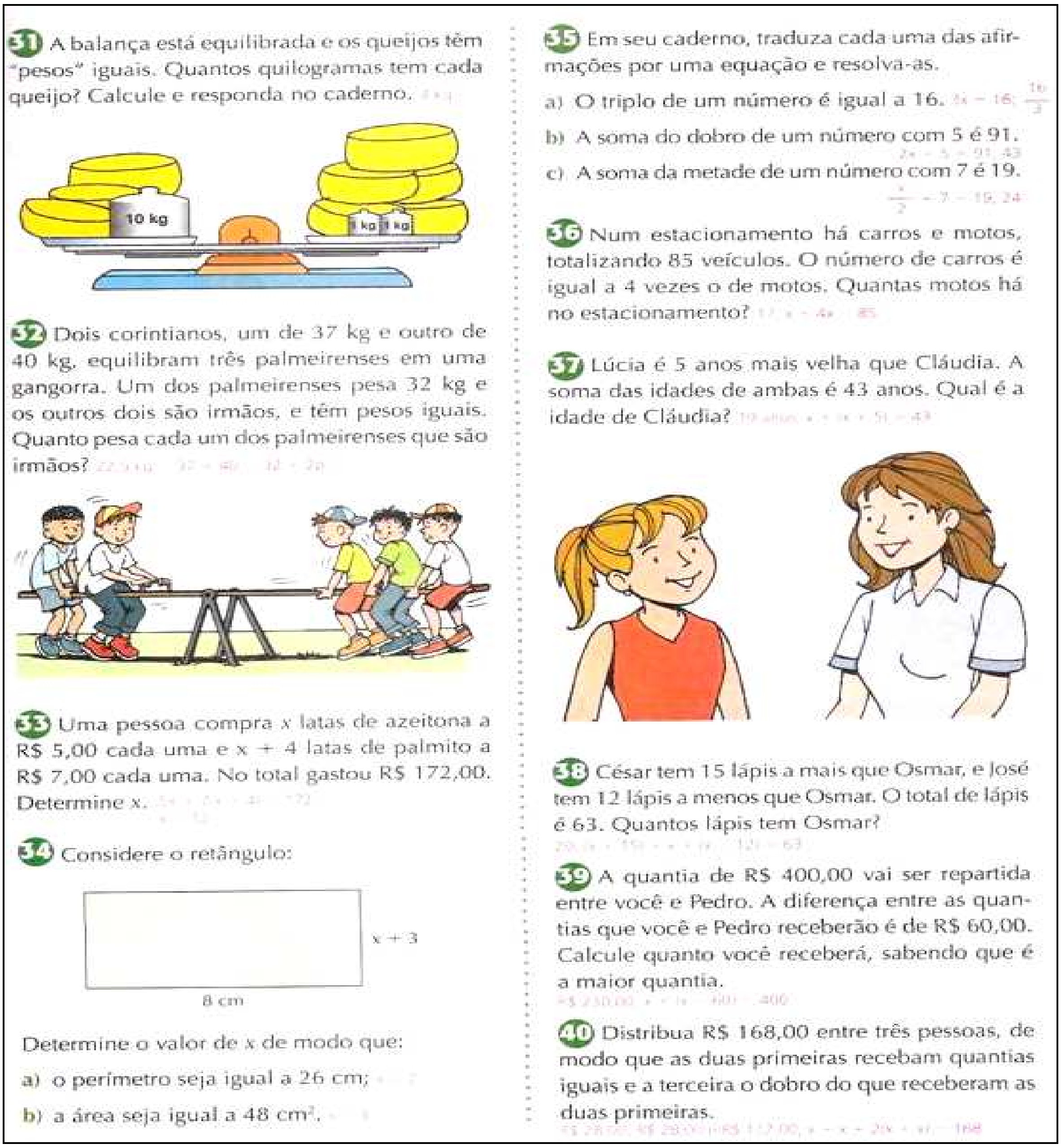
f) $\frac{x + 2}{2} - \frac{5 - x}{2} = 1 + \frac{2x - 1}{3}$

30 (Unicamp – SP) Um funcionário teve seu salário reajustado em $\frac{6}{10}$ e passou a ganhar R$ 860,00. Qual era o seu salário antes do aumento?

Figura 43. Exercícios: tema Balança em equilíbrio e equações.
Fonte: L2, p. 186.

No grupo de exercícios acima, percebe-se a repetição dos exercícios quanto à sua forma, apresentação e maneira de resolução. Sendo assim, os aspectos do Modelo 3UV utilizados são: I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I3 – Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos e I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

Até este ponto da análise, o uso da variável como Termo desconhecido, de acordo com o Modelo 3UV foi o único utilizado.


31 A balança está equilibrada e os queijos têm "pesos" iguais. Quantos quilogramas tem cada queijo? Calcule e responda no caderno.

10 kg

1 kg 1 kg

32 Dois corintianos, um de 37 kg e outro de 40 kg, equilibram três palmeirenses em uma gangorra. Um dos palmeirenses pesa 32 kg e os outros dois são irmãos, e têm pesos iguais. Quanto pesa cada um dos palmeirenses que são irmãos?

33 Uma pessoa compra x latas de azeitona a R$ 5,00 cada uma e $x + 4$ latas de palmito a R$ 7,00 cada uma. No total gastou R$ 172,00. Determine x.

34 Considere o retângulo:

$x + 3$

8 cm

Determine o valor de x de modo que:

a) o perímetro seja igual a 26 cm;

b) a área seja igual a 48 cm².

35 Em seu caderno, traduza cada uma das afirmações por uma equação e resolva-as.

a) O triplo de um número é igual a 16.

b) A soma do dobro de um número com 5 é 91.

c) A soma da metade de um número com 7 é 19.

36 Num estacionamento há carros e motos, totalizando 85 veículos. O número de carros é igual a 4 vezes o de motos. Quantas motos há no estacionamento?

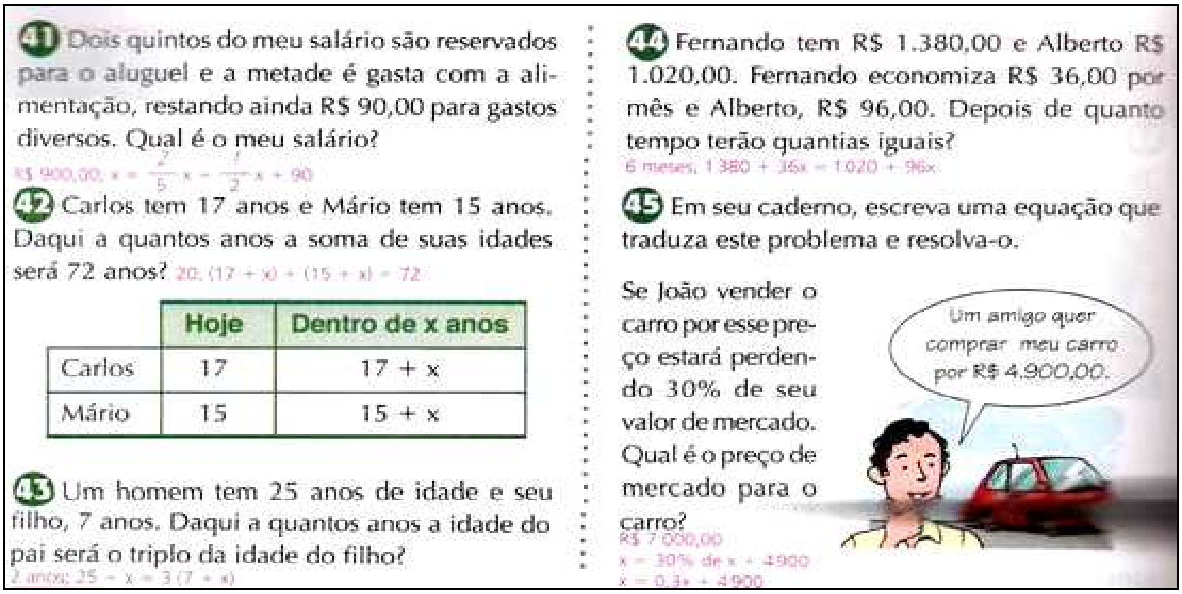
37 Lúcia é 5 anos mais velha que Cláudia. A soma das idades de ambas é 43 anos. Qual é a idade de Cláudia?

38 César tem 15 lápis a mais que Osmar, e José tem 12 lápis a menos que Osmar. O total de lápis é 63. Quantos lápis tem Osmar?

39 A quantia de R$ 400,00 vai ser repartida entre você e Pedro. A diferença entre as quantias que você e Pedro receberão é de R$ 60,00. Calcule quanto você receberá, sabendo que é a maior quantia.

40 Distribua R$ 168,00 entre três pessoas, de modo que as duas primeiras recebam quantias iguais e a terceira o dobro do que receberam as duas primeiras.

Figura 44. Situações problema: tema Aplicando o que aprendemos na resolução de problemas (1).
Fonte: L2, p. 189.



41 Dois quintos do meu salário são reservados para o aluguel e a metade é gasta com a alimentação, restando ainda R$ 90,00 para gastos diversos. Qual é o meu salário?

R$ 900,00; $x = \frac{2}{5}x - \frac{1}{2}x + 90$

42 Carlos tem 17 anos e Mário tem 15 anos. Daqui a quantos anos a soma de suas idades será 72 anos? 20; $(17 + x) + (15 + x) = 72$

	Hoje	Dentro de x anos
Carlos	17	17 + x
Mário	15	15 + x

43 Um homem tem 25 anos de idade e seu filho, 7 anos. Daqui a quantos anos a idade do pai será o triplo da idade do filho?

2 anos; $25 + x = 3(7 + x)$

44 Fernando tem R$ 1.380,00 e Alberto R$ 1.020,00. Fernando economiza R$ 36,00 por mês e Alberto, R$ 96,00. Depois de quanto tempo terão quantias iguais?

6 meses; $1\,380 + 36x = 1\,020 + 96x$

45 Em seu caderno, escreva uma equação que traduza este problema e resolva-o.

Se João vender o carro por esse preço estará perdendo 30% de seu valor de mercado. Qual é o preço de mercado para o carro?

R$ 7 000,00

$x = 30\%$ de $x + 4900$

$x = 0,3x + 4900$

Figura 45. Situações problema: tema Aplicando o que aprendemos na resolução de problemas (2).
Fonte: L2, p. 190.

Mais uma vez o uso da variável como termo desconhecido é enfatizado na sequência (Figuras 44 e 45) de situações problemas propostas e em todas elas, os aspectos desse uso são contemplados.

Assim, para resolver as situações problema propostas, é necessário: I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I3 – Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos e I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

Nas seções Revisando, Para saber mais, Desafios e Auto-Avaliação pode-se perceber também, a repetição dos exercícios quanto à sua forma, apresentação e maneira de resolução. São mais 44 exercícios com o objetivo de resolver equações desvinculadas de situações problema, enfatizando o cálculo algébrico, bem como traduzir matematicamente e resolver as situações problema.

No Volume do 7º ano (6ª série) não foi encontrada nenhuma situação problema ou exercício que possa ser considerado atividade integradora como propõe o Modelo 3UV, ou melhor, não apresentam situações que integrem os diferentes usos da variável, uma vez que apenas o uso da variável como termo desconhecido foi contemplado. Da mesma forma, pode-se considerar que os aspectos característicos desse uso, foram abordados em sua totalidade. Quanto aos demais usos da variável, segundo o Modelo 3UV, não foram abordados no referido volume.

No entanto, no exemplar do 8° ano (7ª série), o cál culo algébrico é abordado na Unidade 4 por meio dos temas: Variáveis, Expressões algébricas, Monômios e polinômios, Operações e expressões algébricas e Multiplicação de polinômios. Nesse exemplar, também os conteúdos Produtos notáveis e Fatoração foram abordados na Unidade 5. As frações algébricas, na Unidade 6 e os sistemas de equação, na Unidade 7.

1. Variáveis

Célia costura camisas para uma confecção.

Seu salário depende do número de camisas que costura no mês.

Vamos explicar melhor:

Célia recebe R$ 200,00 fixos mais R$ 1,50 por camisa costurada.

- Se costurar 100 camisas no mês, recebe R$ 350,00, pois
  $200 + 100 \cdot 1{,}50 =$
  $200 + 150 = 350$
- Se costurar 180 camisas, recebe R$ 470,00, pois
  $200 + 180 \cdot 1{,}50 =$
  $200 + 270 = 470$
- Se Célia costurar n camisas no mês, qual será o valor de seu salário S?

$S = 200 + n \cdot 1{,}50$ .... Observe que usamos letras e operações para mostrar como o salário de Célia depende do número de camisas costuradas no mês. Escrevemos uma fórmula matemática.

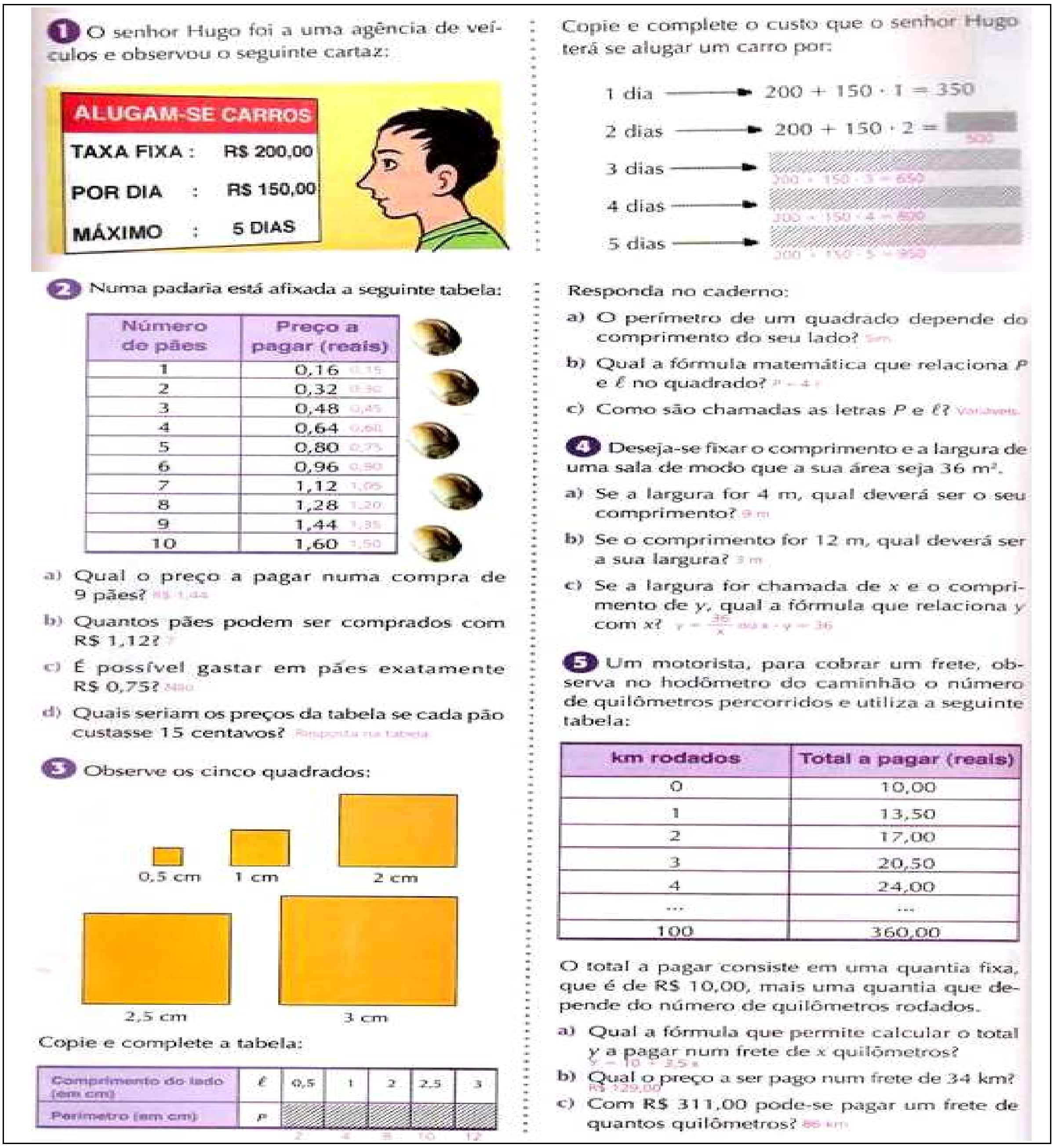
O número de camisas n pode ser 50, 82, 120 ou 200, por exemplo.

Para cada valor de n, há um valor para o salário S.

Por isso, nessa fórmula, as letras n e S são chamadas de variáveis. Vimos que há uma interdependência na variação que apresentam.

Figura 46. Apresentação da variável/Uso relação funcional.
Fonte: L2 (exemplar 8º ano), p. 71.

Os três usos da variável, segundo o Modelo 3UV, foram explorados nesse livro, bem como seus aspectos característicos. A seguir, exemplos de atividades sugeridas pelo livro para os usos da variável como termo desconhecido e como relação funcional. Não exemplificaremos o uso da variável como termo desconhecido (incógnita), pois esse uso foi enfatizado no exemplar de 7º ano (6ª série).



1 O senhor Hugo foi a uma agência de veículos e observou o seguinte cartaz:

Copie e complete o custo que o senhor Hugo terá se alugar um carro por:

1 dia → $200 + 150 \cdot 1 = 350$
2 dias → $200 + 150 \cdot 2 =$
3 dias →
4 dias →
5 dias →

2 Numa padaria está afixada a seguinte tabela:

Número do pães	Preço a pagar (reais)
1	0,16
2	0,32
3	0,48
4	0,64
5	0,80
6	0,96
7	1,12
8	1,28
9	1,44
10	1,60

a) Qual o preço a pagar numa compra de 9 pães?

b) Quantos pães podem ser comprados com R$ 1,12?

c) É possível gastar em pães exatamente R$ 0,75?

d) Quais seriam os preços da tabela se cada pão custasse 15 centavos?

3 Observe os cinco quadrados:

Copie e complete a tabela:

Comprimento do lado (em cm)	ℓ	0,5	1	2	2,5	3
Perímetro (em cm)	P					

Responda no caderno:

a) O perímetro de um quadrado depende do comprimento do seu lado?

b) Qual a fórmula matemática que relaciona P e ℓ no quadrado?

c) Como são chamadas as letras P e ℓ?

4 Deseja-se fixar o comprimento e a largura de uma sala de modo que a sua área seja 36 m².

a) Se a largura for 4 m, qual deverá ser o seu comprimento?

b) Se o comprimento for 12 m, qual deverá ser a sua largura?

c) Se a largura for chamada de x e o comprimento de y, qual a fórmula que relaciona y com x?

5 Um motorista, para cobrar um frete, observa no hodômetro do caminhão o número de quilômetros percorridos e utiliza a seguinte tabela:

km rodados	Total a pagar (reais)
0	10,00
1	13,50
2	17,00
3	20,50
4	24,00
...	...
100	360,00

O total a pagar consiste em uma quantia fixa, que é de R$ 10,00, mais uma quantia que depende do número de quilômetros rodados.

a) Qual a fórmula que permite calcular o total y a pagar num frete de x quilômetros?

b) Qual o preço a ser pago num frete de 34 km?

c) Com R$ 311,00 pode-se pagar um frete de quantos quilômetros?

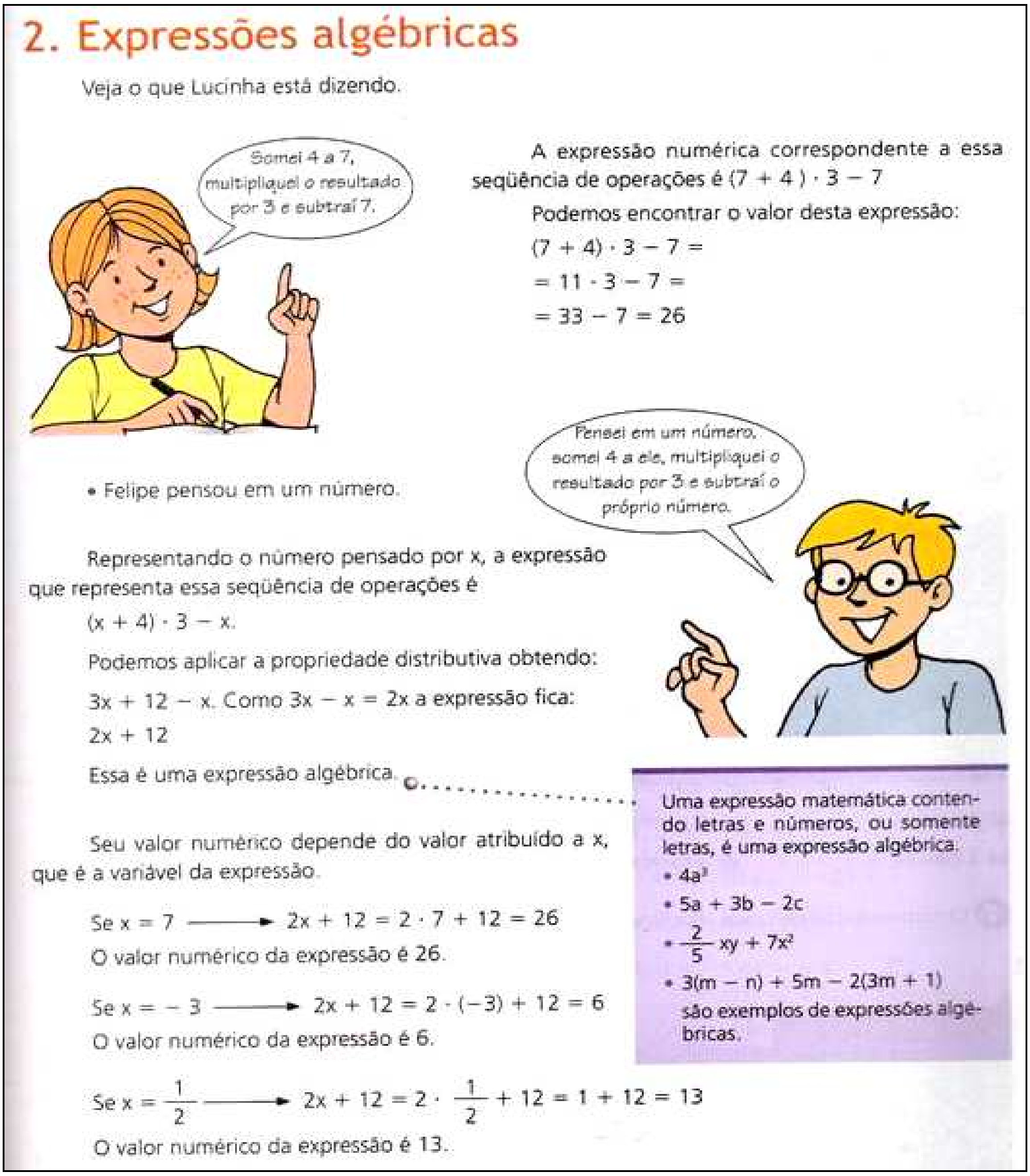
Figura 47. Exercícios utilizando relação funcional.
Fonte: L2 (exemplar 8º ano), p. 75-6.

Nessa sequência de exercícios, o uso da variável como relação funcional é apresentada. Nos exercícios 1 e 2 os aspectos utilizados foram: F1 – Reconhecer correspondências entre variáveis relacionadas, independentemente das representações utilizadas (tabelas, gráficos, problemas verbais, expressões analíticas) e F2 – Determinar os valores da variável dependente pelo valor dado a uma independente.

Nos exercícios 3 e 4, abordaram-se os aspectos F1 – Reconhecer correspondências entre variáveis relacionadas, independentemente das representações utilizadas (tabelas, gráficos, problemas verbais, expressões analíticas); F2 – Determinar os valores da variável dependente pelo valor dado a uma independente e F6 – Simbolizar uma relação funcional baseado na análise dos dados de um problema.

Os aspectos utilizados na resolução do exercício 5 foram: F1 – Reconhecer correspondências entre variáveis relacionadas, independentemente das representações utilizadas (tabelas, gráficos, problemas verbais, expressões analíticas); F2 – Determinar os valores da variável dependente pelo valor dado a uma independente; F3 - Determinar os valores da variável independente dado o valor da dependente; F4 – Reconhecer a variação comum das variáveis envolvidas em uma relação independentemente da representação utilizada (tabelas, gráficos, expressões analíticas) e F6 – Simbolizar uma relação funcional baseado na análise dos dados de um problema.

O exemplar do 8º ano (7ª série) desse livro é iniciado com o uso da variável com termo desconhecido apresentando as expressões algébricas.



2. Expressões algébricas

Veja o que Lucinha está dizendo.

Somei 4 a 7, multipliquei o resultado por 3 e subtraí 7.

A expressão numérica correspondente a essa seqüência de operações é $(7 + 4) \cdot 3 - 7$

Podemos encontrar o valor desta expressão:

$(7 + 4) \cdot 3 - 7 =$

$= 11 \cdot 3 - 7 =$

$= 33 - 7 = 26$

- Felipe pensou em um número.

Pensei em um número, somei 4 a ele, multipliquei o resultado por 3 e subtraí o próprio número.

Representando o número pensado por x, a expressão que representa essa seqüência de operações é

$(x + 4) \cdot 3 - x$.

Podemos aplicar a propriedade distributiva obtendo:

$3x + 12 - x$. Como $3x - x = 2x$ a expressão fica:

$2x + 12$

Essa é uma expressão algébrica.

Uma expressão matemática contendo letras e números, ou somente letras, é uma expressão algébrica.
- $4a^3$
- $5a + 3b - 2c$
- $\frac{2}{5}xy + 7x^2$
- $3(m - n) + 5m - 2(3m + 1)$

são exemplos de expressões algébricas.

Seu valor numérico depende do valor atribuído a x, que é a variável da expressão.

Se $x = 7 \longrightarrow 2x + 12 = 2 \cdot 7 + 12 = 26$

O valor numérico da expressão é 26.

Se $x = -3 \longrightarrow 2x + 12 = 2 \cdot (-3) + 12 = 6$

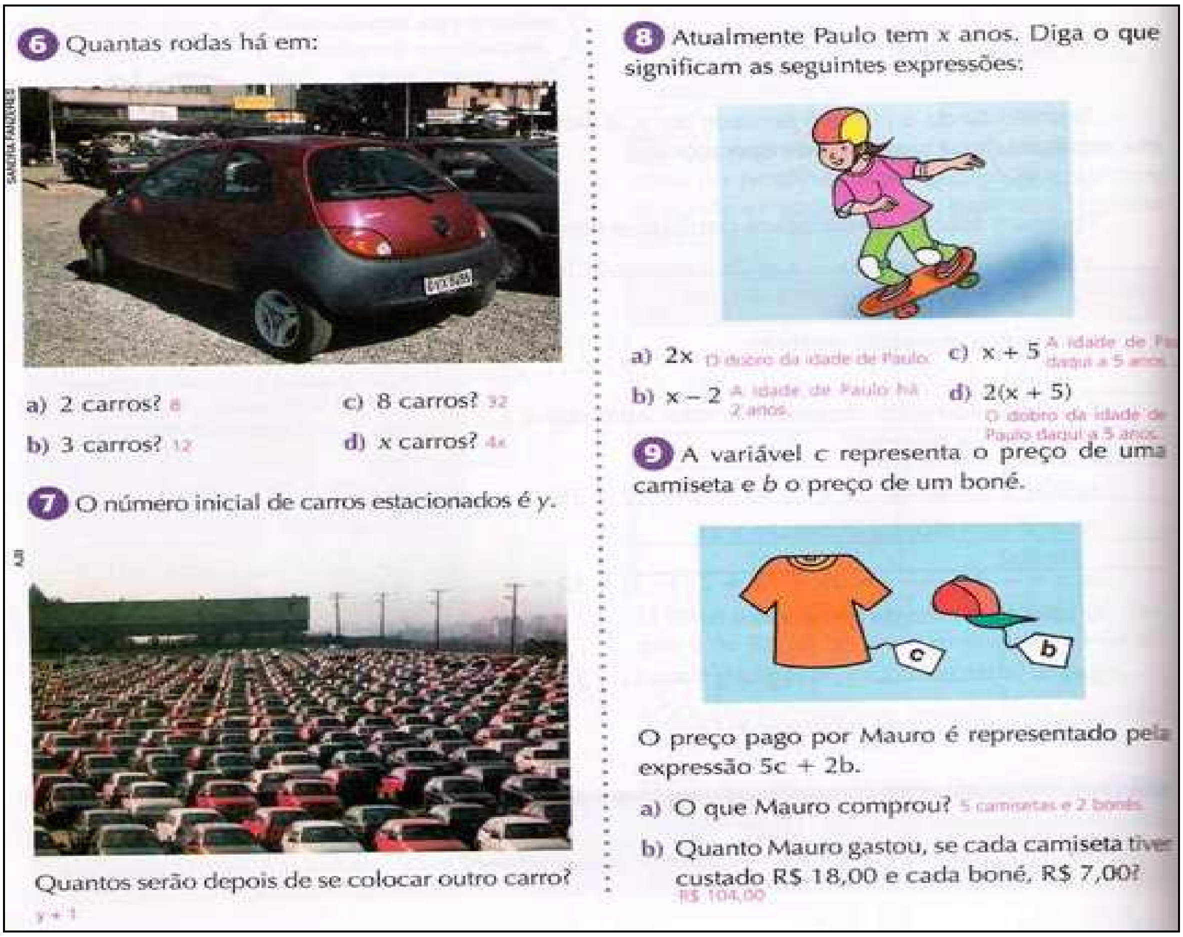
O valor numérico da expressão é 6.

Se $x = \frac{1}{2} \longrightarrow 2x + 12 = 2 \cdot \frac{1}{2} + 12 = 1 + 12 = 13$

O valor numérico da expressão é 13.

Figura 48. Apresentação: Expressões algébricas
Fonte: L2 (exemplar 8º ano), p. 77.

Como o exemplar do 8º ano (7ª série) não é foco desta análise, não serão apresentados todos os exercícios propostos. A seguir, apenas alguns exercícios como exemplos.



6 Quantas rodas há em:

a) 2 carros? 8
b) 3 carros? 12
c) 8 carros? 32
d) x carros? $4x$

7 O número inicial de carros estacionados é y.

Quantos serão depois de se colocar outro carro?
$y + 1$

8 Atualmente Paulo tem x anos. Diga o que significam as seguintes expressões:

a) $2x$ O dobro da idade de Paulo.
b) $x - 2$ A idade de Paulo há 2 anos.
c) $x + 5$ A idade de Pa[ulo] daqui a 5 anos.
d) $2(x + 5)$ O dobro da idade de Paulo daqui a 5 anos.

9 A variável c representa o preço de uma camiseta e b o preço de um boné.

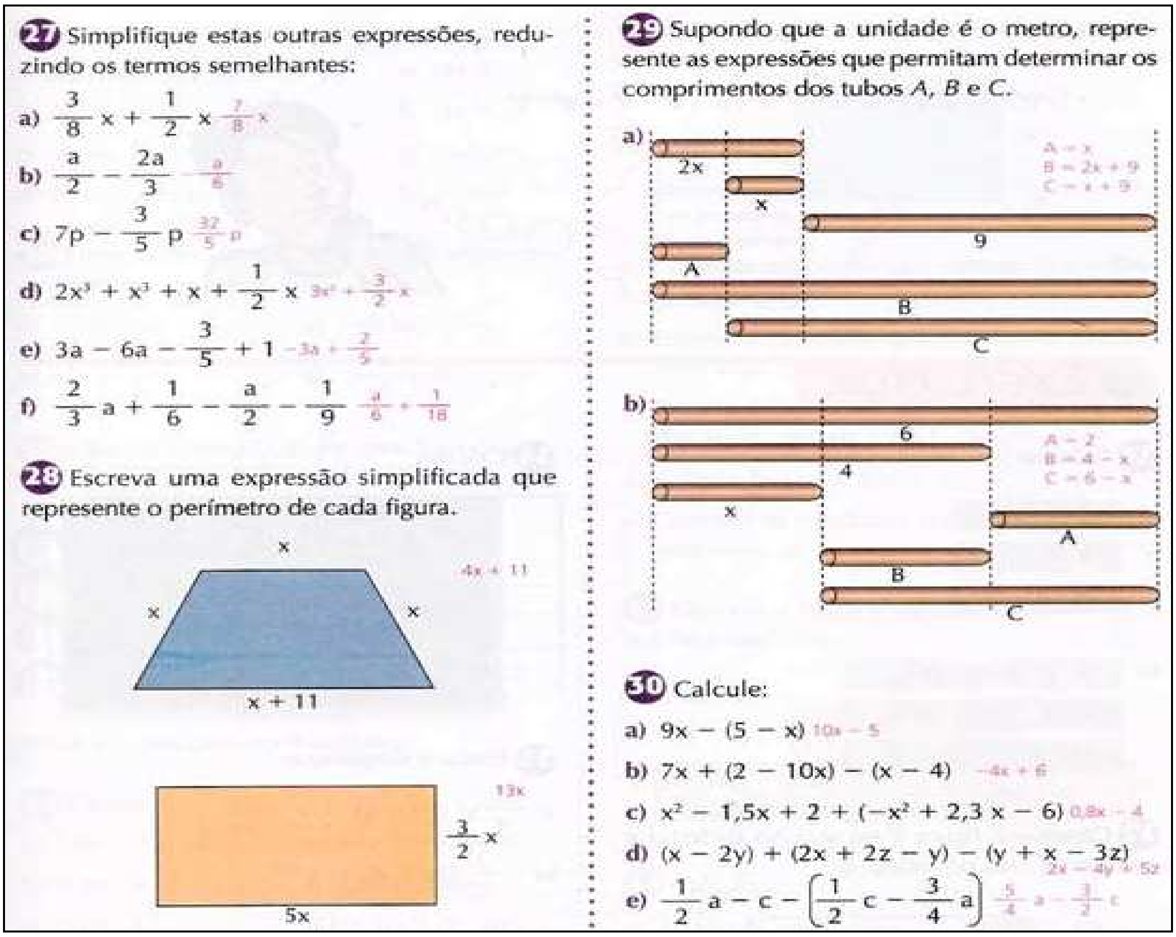
O preço pago por Mauro é representado pela expressão $5c + 2b$.

a) O que Mauro comprou? 5 camisetas e 2 bonés
b) Quanto Mauro gastou, se cada camiseta tiver custado R$ 18,00 e cada boné, R$ 7,00? R$ 104,00

Figura 49. Exemplo de exercícios: termo desconhecido.
Fonte: L2 (exemplar 8º ano), p. 78.

Os aspectos envolvidos nos exemplos acima são: G1 – Reconhecer padrões, perceber regras e métodos em seqüências e em problemas similares; G2 – Interpretar uma variável simbólica como representação de uma entidade geral, indeterminada que pode assumir qualquer valor; G3 – Deduzir regras e métodos gerais, em sequência e em famílias de problemas e G5 – Simbolizar enunciados, regras e métodos gerais.

Esses exercícios não utilizaram o G4 – Manipular (simplificar, desenvolver) a variável simbólica. Pode-se ressaltar que esse aspecto é muito utilizado nos exercícios propostos que utilizam as palavras *efetue,determine, calcule* e *simplifique.*



27 Simplifique estas outras expressões, reduzindo os termos semelhantes:

a) $\frac{3}{8}x + \frac{1}{2}x$ $\frac{7}{8}x$

b) $\frac{a}{2} - \frac{2a}{3}$ $-\frac{a}{6}$

c) $7p - \frac{3}{5}p$ $\frac{32}{5}p$

d) $2x^3 + x^3 + x + \frac{1}{2}x$ $3x^3 + \frac{3}{2}x$

e) $3a - 6a - \frac{3}{5} + 1$ $-3a + \frac{2}{5}$

f) $\frac{2}{3}a + \frac{1}{6} - \frac{a}{2} - \frac{1}{9}$ $\frac{a}{6} + \frac{1}{18}$

28 Escreva uma expressão simplificada que represente o perímetro de cada figura.

29 Supondo que a unidade é o metro, represente as expressões que permitam determinar os comprimentos dos tubos *A*, *B* e *C*.

a)

b)

30 Calcule:

a) $9x - (5 - x)$ $10x - 5$

b) $7x + (2 - 10x) - (x - 4)$ $-4x + 6$

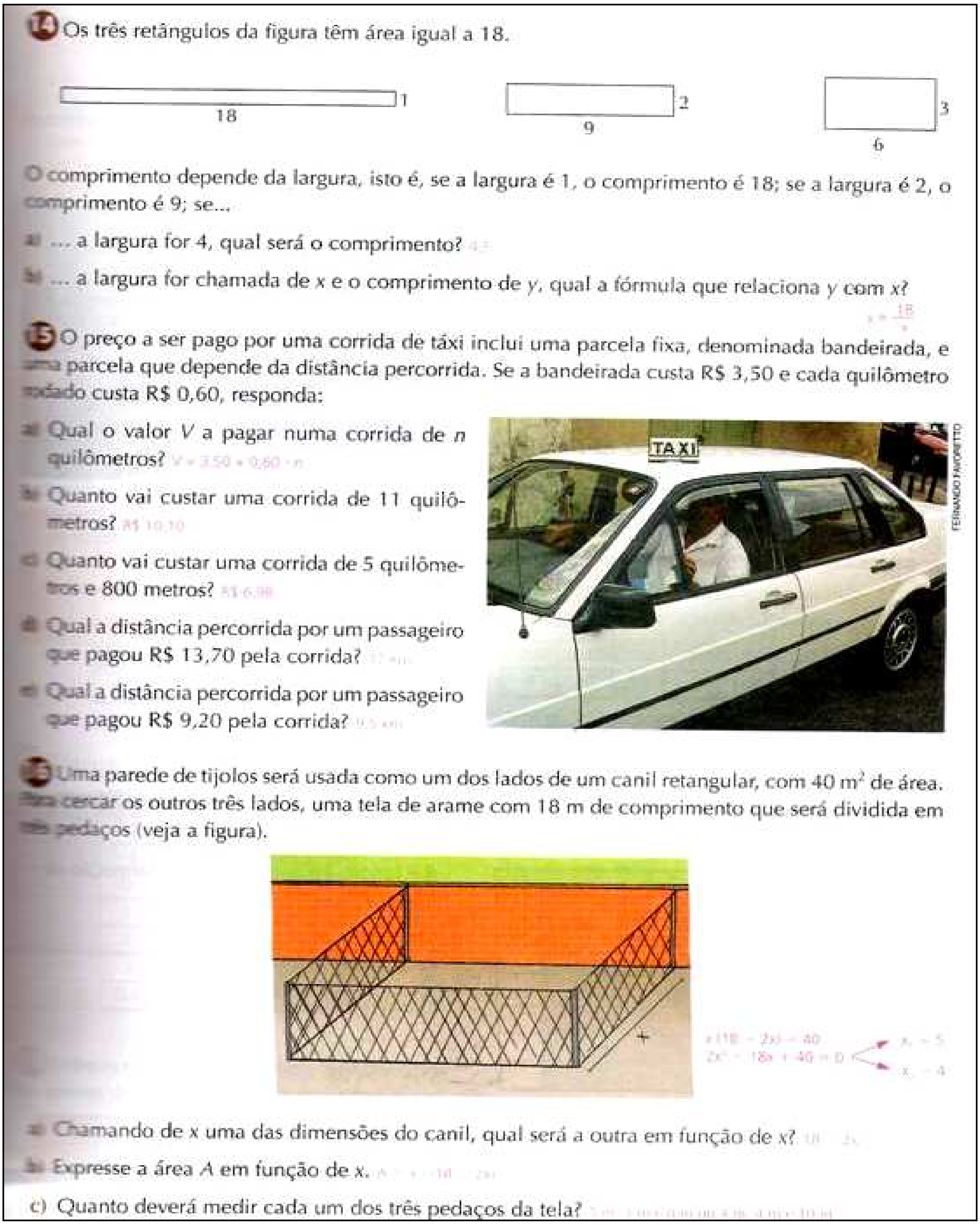
c) $x^2 - 1{,}5x + 2 + (-x^2 + 2{,}3x - 6)$ $0{,}8x - 4$

d) $(x - 2y) + (2x + 2z - y) - (y + x - 3z)$ $2x - 4y + 5z$

e) $\frac{1}{2}a - c - \left(\frac{1}{2}c - \frac{3}{4}a\right)$ $\frac{5}{4}a - \frac{3}{2}c$

Figura 50. Exemplos de exercícios utilizando o aspecto G4
Fonte: L2 (exemplar 8º ano), p. 85.

No exemplar do 9º ano (8ª série), a Unidade 3 é destinada ao estudo das funções e aborda os temas: conceito de função; as funções e suas aplicações; da tabela para a lei de formação da função; interpretando gráficos e construindo gráficos de funções. Como exemplos de exercícios propostos, há:



14 Os três retângulos da figura têm área igual a 18.

O comprimento depende da largura, isto é, se a largura é 1, o comprimento é 18; se a largura é 2, o comprimento é 9; se...

a) ... a largura for 4, qual será o comprimento?

b) ... a largura for chamada de x e o comprimento de y, qual a fórmula que relaciona y com x?

15 O preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui uma parcela fixa, denominada bandeirada, e uma parcela que depende da distância percorrida. Se a bandeirada custa R$ 3,50 e cada quilômetro rodado custa R$ 0,60, responda:

a) Qual o valor V a pagar numa corrida de n quilômetros? $V = 3{,}50 + 0{,}60 \cdot n$

b) Quanto vai custar uma corrida de 11 quilômetros? R$ 10,10

c) Quanto vai custar uma corrida de 5 quilômetros e 800 metros?

d) Qual a distância percorrida por um passageiro que pagou R$ 13,70 pela corrida?

e) Qual a distância percorrida por um passageiro que pagou R$ 9,20 pela corrida?

16 Uma parede de tijolos será usada como um dos lados de um canil retangular, com 40 m² de área. Para cercar os outros três lados, uma tela de arame com 18 m de comprimento que será dividida em três pedaços (veja a figura).

a) Chamando de x uma das dimensões do canil, qual será a outra em função de x?

b) Expresse a área A em função de x.

c) Quanto deverá medir cada um dos três pedaços da tela?

Figura 51. Exemplo de exercícios que utilizam a relação funcional
Fonte: L2 (exemplar 8º ano), p. 87.

No exercício 14, foram abordados os aspectos: F1 – Reconhecer correspondências entre variáveis relacionadas, independentemente das representações utilizadas (tabelas, gráficos, problemas verbais, expressões analíticas); F2 – Determinar os valores da variável dependente pelo valor dado a uma independente e F6 – Simbolizar uma relação funcional baseado na análise dos dados de um problema.

Os aspectos utilizados na resolução do exercício 15 foram: F1 – Reconhecer correspondências entre variáveis relacionadas, independentemente das representações utilizadas (tabelas, gráficos, problemas verbais, expressões analíticas); F2 – Determinar os valores da variável dependente pelo valor dado a uma independente; F3 – Determinar os valores da variável independente dado o valor da dependente; F4 – Reconhecer a variação comum das variáveis envolvidas em uma relação independentemente da representação utilizada (tabelas, gráficos, expressões analíticas) e F6 – Simbolizar uma relação funcional baseado na análise dos dados de um problema.

O exercício 16 utiliza todos os aspectos do uso da variável como relação funcional. Sendo assim, é necessário: F1 – Reconhecer correspondências entre variáveis relacionadas, independentemente das representações utilizadas (tabelas, gráficos, problemas verbais, expressões analíticas); F2 – Determinar os valores da variável dependente pelo valor dado a uma independente; F3 – Determinar os valores da variável independente dado o valor da dependente; F4 – Reconhecer a variação comum das variáveis envolvidas em uma relação independentemente da representação utilizada (tabelas, gráficos, expressões analíticas); F5 – Determinar os intervalos de variação de uma variável dada o intervalo da variação da outra e F6 – Simbolizar uma relação funcional baseado na análise dos dados de um problema.

Diante das nossas análises, o exemplar do 7º ano (6ª série) não apresentou os três usos da variável de acordo com o Modelo 3UV, evidenciando o uso da variável como termo desconhecido (incógnita). Mas, nos exemplares de 8º e 9º ano (7ª e 8ª série) os três usos da variável, segundo o Modelo 3UV foram abordados.

6.2.3 Livro 3 - Tudo é Matemática

Tudo é Matemática, do autor Luiz Roberto Dante, é uma coleção composta de quatro volumes (livros) e quatro manuais pedagógicos para o professor, sendo um para cada série do segundo ciclo do Ensino Fundamental (5ª a 8ª séries). Cada volume (livro) apresenta-se dividido em capítulos. Todos são compostos das seções:

- Introdução – tem como objetivo oferecer a ideia geral do que será estudado no capítulo;
- Trocando ideias – momento de discussão sobre algum tópico trabalhado na ocasião;
- Você sabia que...? – apresenta uma informação ou curiosidade que será utilizada pelo aluno.
- Desafio – atividade mais complexa, com o objetivo de estimular o raciocínio.
- Raciocínio Lógico – atividade estimulando o aluno a pensar logicamente.
- Curiosidade Matemática – casos e propriedades curiosos para motivar o estudo.
- Brasil em Números – apresentação de dados numéricos do Brasil e dos estados que serão utilizados pelo aluno;
- Revisão Cumulativa – atividades/exercícios, problemas e testes que revisam os conceitos e procedimentos estudados anteriormente e no capítulo;
- Para Ler, pensar e divertir-se – apresenta uma leitura sobre o assunto do capítulo, um desafio e um divertimento encerando o capítulo.

Além dessas seções, os volumes (livros) apresentam um Glossário de termos matemáticos, as Respostas das atividades propostas, sugestões de Leituras Complementares e as Referências Bibliográficas.

No manual do professor, do livro de 7º ano (6ª série) encontramos afirmações de que as atividades, os desafios, os exercícios e as leituras propostas possibilitam o desenvolvimento do pensamento numérico, algébrico e geométrico, o raciocínio proporcional, combinatório, estatístico e probabilístico e a competência métrica, focando o estímulo, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas.

> A tônica desta coleção é ajudar o aluno a construir e desenvolver conceitos e procedimentos matemáticos, sempre compreendendo e atribuindo significado ao que está fazendo, evitando a simples memorização e mecanização. E tudo isso valendo-se de situações problema contextualizadas e, posteriormente, aplicando os conhecimentos em situações cotidianas, na própria Matemática ou em outras áreas do conhecimento. (DANTE, 2006, p. 6 – manual pedagógico do professor).

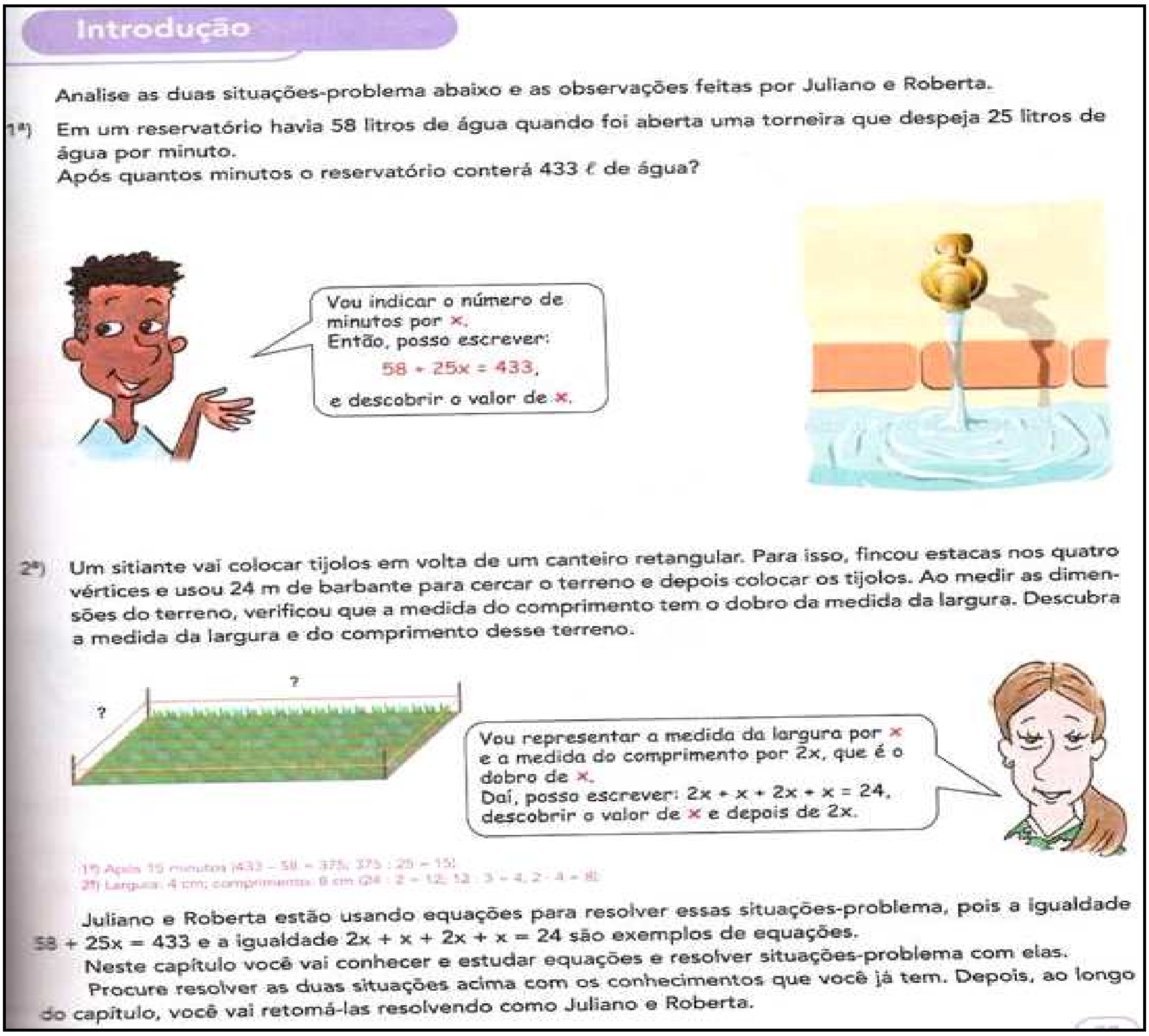
Em relação ao ensino da Álgebra, o manual pedagógico do professor informa que já no volume/livro de 5ª série um trabalho com a pré-Álgebra foi realizado na representação de múltiplos ou, informalmente, para determinar o valor de uma letra. Mas, é na 6ª série que o estudo da Álgebra tem a finalidade de desenvolver a capacidade de abstração e generalização, bem como proporcionar ao aluno o conhecimento de uma ferramenta importante para resolver problemas.

É nessa série também, que o autor afirma contemplar e enfatizar igualmente as várias dimensões da Álgebra em atividades como representar propriedade comutativa da adição trabalhando a Álgebra como Aritmética generalizada; resolução de equações em que a letra é uma incógnita a se determinar enfatizando a Álgebra como estudo das equações; cálculos algébricos na qual a letra é apenas um símbolo abstrato contemplando a Álgebra como ponto de vista estrutural; e abordando a Álgebra como estudo das funções em situações de cálculo de custo, preços a pagar.

Considerando o volume (livro) da 6ª série, o ensino da Álgebra concentra-se no Capítulo 5 – Equações do primeiro grau com uma incógnita e no Capítulo 6 – Equações do primeiro grau com duas incógnitas, inequações do primeiro grau com uma incógnita e sistemas.

Assim, como nos demais livros analisados, o foco do nosso estudo estará no Capítulo 5, verificando se os exercícios propostos contemplam os usos das variáveis de acordo com o Modelo 3UV e contribuem para a compreensão do conceito de variável.

Iniciando o capítulo com a seção Introdução, o autor apresenta o conteúdo a ser desenvolvido no decorrer do capítulo.



Introdução

Analise as duas situações-problema abaixo e as observações feitas por Juliano e Roberta.

1ª) Em um reservatório havia 58 litros de água quando foi aberta uma torneira que despeja 25 litros de água por minuto.
Após quantos minutos o reservatório conterá 433 ℓ de água?

2ª) Um sitiante vai colocar tijolos em volta de um canteiro retangular. Para isso, fincou estacas nos quatro vértices e usou 24 m de barbante para cercar o terreno e depois colocar os tijolos. Ao medir as dimensões do terreno, verificou que a medida do comprimento tem o dobro da medida da largura. Descubra a medida da largura e do comprimento desse terreno.

1º) Após 15 minutos (433 − 58 = 375; 375 : 25 = 15)
2º) Largura: 4 cm; comprimento: 8 cm (24 : 2 = 12; 12 : 3 = 4; 2 · 4 = 8)

Juliano e Roberta estão usando equações para resolver essas situações-problema, pois a igualdade 58 + 25x = 433 e a igualdade 2x + x + 2x + x = 24 são exemplos de equações.

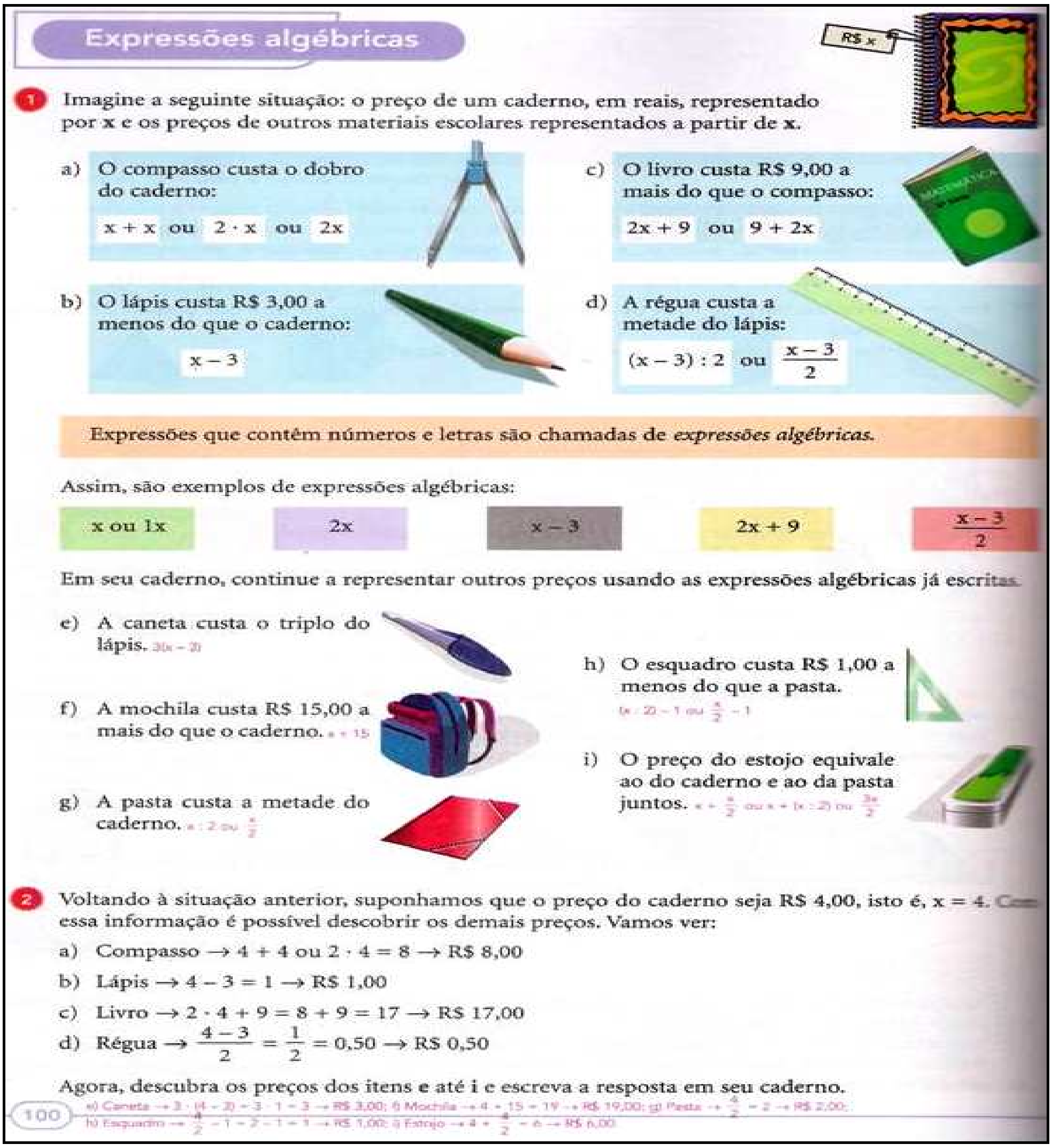
Neste capítulo você vai conhecer e estudar equações e resolver situações-problema com elas.

Procure resolver as duas situações acima com os conhecimentos que você já tem. Depois, ao longo do capítulo, você vai retomá-las resolvendo como Juliano e Roberta.

Figura 52. Seção Introdução: apresentação do estudo das equações e resolução de problemas.
Fonte: L3, p. 99.

Para conhecer, estudar e resolver problemas utilizando equações é necessário se basear em diversos conceitos. Para dar inicio ao estudo, o livro começa apresentando e exemplificando as expressões algébricas a partir de uma situação problema e, em seguida, propõe exercícios para serem resolvidos.

Apesar de já equacionar os problemas expostos na introdução, o autor anuncia ao leitor que será no decorrer do capítulo que irá conhecer, estudar e resolver diversas situações problema como as mencionadas.



Expressões algébricas

R$ x

1 Imagine a seguinte situação: o preço de um caderno, em reais, representado por **x** e os preços de outros materiais escolares representados a partir de **x**.

a) O compasso custa o dobro do caderno:
$x + x$ ou $2 \cdot x$ ou $2x$

c) O livro custa R$ 9,00 a mais do que o compasso:
$2x + 9$ ou $9 + 2x$

b) O lápis custa R$ 3,00 a menos do que o caderno:
$x - 3$

d) A régua custa a metade do lápis:
$(x - 3) : 2$ ou $\frac{x-3}{2}$

Expressões que contêm números e letras são chamadas de *expressões algébricas*.

Assim, são exemplos de expressões algébricas:

x ou $1x$ | $2x$ | $x - 3$ | $2x + 9$ | $\frac{x-3}{2}$

Em seu caderno, continue a representar outros preços usando as expressões algébricas já escritas.

e) A caneta custa o triplo do lápis. $3(x - 3)$

f) A mochila custa R$ 15,00 a mais do que o caderno. $x + 15$

g) A pasta custa a metade do caderno. $x : 2$ ou $\frac{x}{2}$

h) O esquadro custa R$ 1,00 a menos do que a pasta. $(x : 2) - 1$ ou $\frac{x}{2} - 1$

i) O preço do estojo equivale ao do caderno e ao da pasta juntos. $x + \frac{x}{2}$ ou $x + (x : 2)$ ou $\frac{3x}{2}$

2 Voltando à situação anterior, suponhamos que o preço do caderno seja R$ 4,00, isto é, $x = 4$. Com essa informação é possível descobrir os demais preços. Vamos ver:

a) Compasso $\rightarrow 4 + 4$ ou $2 \cdot 4 = 8 \rightarrow$ R$ 8,00

b) Lápis $\rightarrow 4 - 3 = 1 \rightarrow$ R$ 1,00

c) Livro $\rightarrow 2 \cdot 4 + 9 = 8 + 9 = 17 \rightarrow$ R$ 17,00

d) Régua $\rightarrow \frac{4-3}{2} = \frac{1}{2} = 0,50 \rightarrow$ R$ 0,50

Agora, descubra os preços dos itens **e** até **i** e escreva a resposta em seu caderno.

100 e) Caneta $\rightarrow 3 \cdot (4 - 3) = 3 \cdot 1 = 3 \rightarrow$ R$ 3,00; f) Mochila $\rightarrow 4 + 15 = 19 \rightarrow$ R$ 19,00; g) Pasta $\rightarrow \frac{4}{2} = 2 \rightarrow$ R$ 2,00;
h) Esquadro $\rightarrow \frac{4}{2} - 1 = 2 - 1 = 1 \rightarrow$ R$ 1,00; i) Estojo $\rightarrow 4 + \frac{4}{2} = 6 \rightarrow$ R$ 6,00

Figura 53. Apresentação das expressões algébricas e exercícios.
Fonte: L3, p. 100.

Nos exercícios acima, segundo o Modelo 3UV, o uso da variável como número genérico é utilizado, sendo abordados no exercício 1, os aspectos G2 – Interpretar uma variável simbólica como representação de uma entidade geral, indeterminada que pode assumir qualquer valor e G5 – Simbolizar enunciados, regras e métodos gerais. Para o exercício 2, cujo objetivo é encontrar o preço de alguns materiais escolares, o aspecto G4 – Manipular (simplificar, desenvolver) a variável simbólica é abordado.

Prosseguindo, o valor numérico de uma expressão algébrica é introduzido de maneira formal. Para tanto, o autor utiliza a seção Trocando ideias para exemplificar o conceito por meio de recursos do cotidiano do aluno e, em seguida, propõe exercícios.

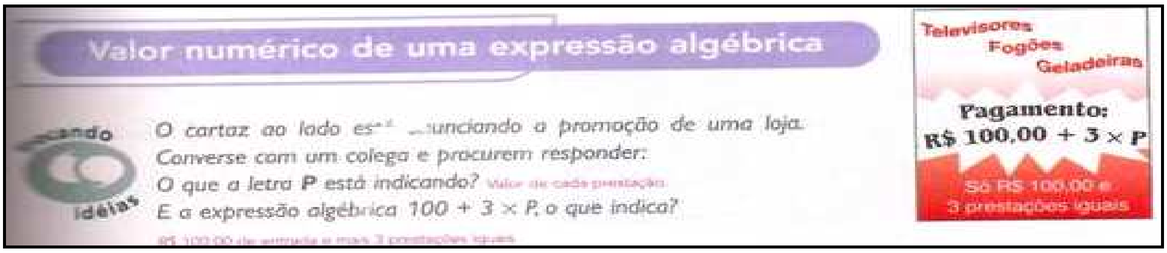


Figura 54. Introdução: conceito de valor numérico de uma expressão algébrica.
Fonte: L3, p. 101.

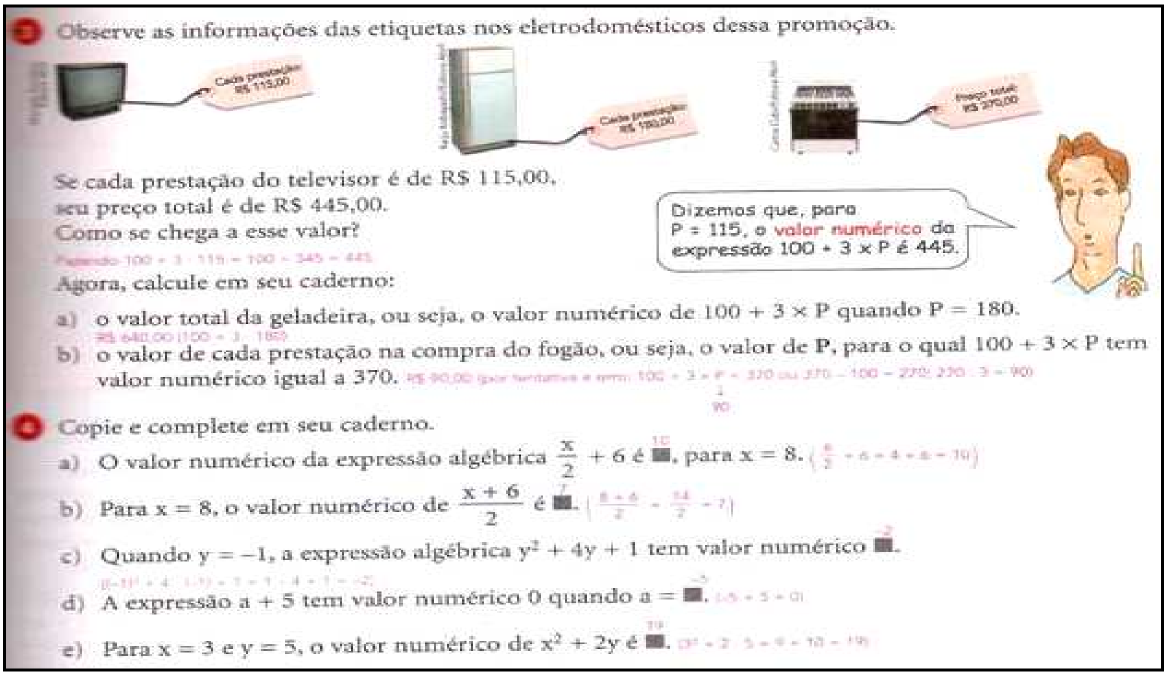
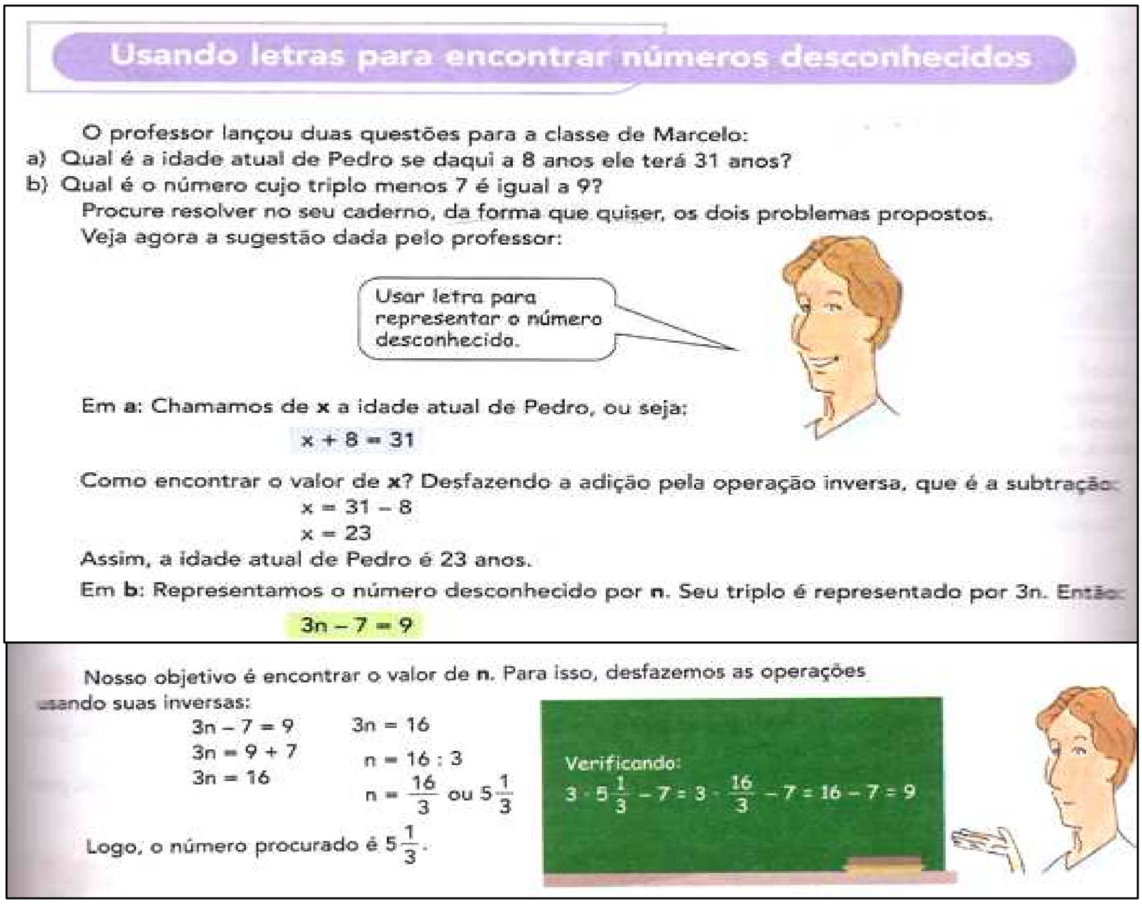


Figura 55. Exercícios propostos referente ao conceito de valor numérico.
Fonte: L3, p. 101.

Para resolver o exercício 3, cujo objetivo é encontrar o preço total de alguns eletrodomésticos, a expressão algébrica necessária para o calculo foi apresentada, sendo imprescindível ao aluno, utilizar os aspectos G1 – Reconhecer padrões, perceber regras e métodos em seqüências e em problemas similares; G2 – Interpretar uma variável simbólica como representação de uma entidade geral, indeterminada que pode assumir qualquer valor e G4 – Manipular (simplificar, desenvolver) a variável simbólica para encontrar o valor. Os mesmos aspectos são necessários para resolver o exercício 4.

Vê-se, portanto, que as letras são introduzidas desde o início do capítulo. Na sequência, o Livro apresenta as letras para representar números desconhecidos, iniciando o estudo das equações.



Usando letras para encontrar números desconhecidos

O professor lançou duas questões para a classe de Marcelo:

a) Qual é a idade atual de Pedro se daqui a 8 anos ele terá 31 anos?

b) Qual é o número cujo triplo menos 7 é igual a 9?

Procure resolver no seu caderno, da forma que quiser, os dois problemas propostos.

Veja agora a sugestão dada pelo professor:

Em **a**: Chamamos de **x** a idade atual de Pedro, ou seja:

$x + 8 = 31$

Como encontrar o valor de **x**? Desfazendo a adição pela operação inversa, que é a subtração:

$x = 31 - 8$

$x = 23$

Assim, a idade atual de Pedro é 23 anos.

Em **b**: Representamos o número desconhecido por **n**. Seu triplo é representado por 3n. Então:

$3n - 7 = 9$

Nosso objetivo é encontrar o valor de **n**. Para isso, desfazemos as operações usando suas inversas:

$3n - 7 = 9$

$3n = 9 + 7$

$3n = 16$

$3n = 16$

$n = 16 : 3$

$n = \frac{16}{3}$ ou $5\frac{1}{3}$

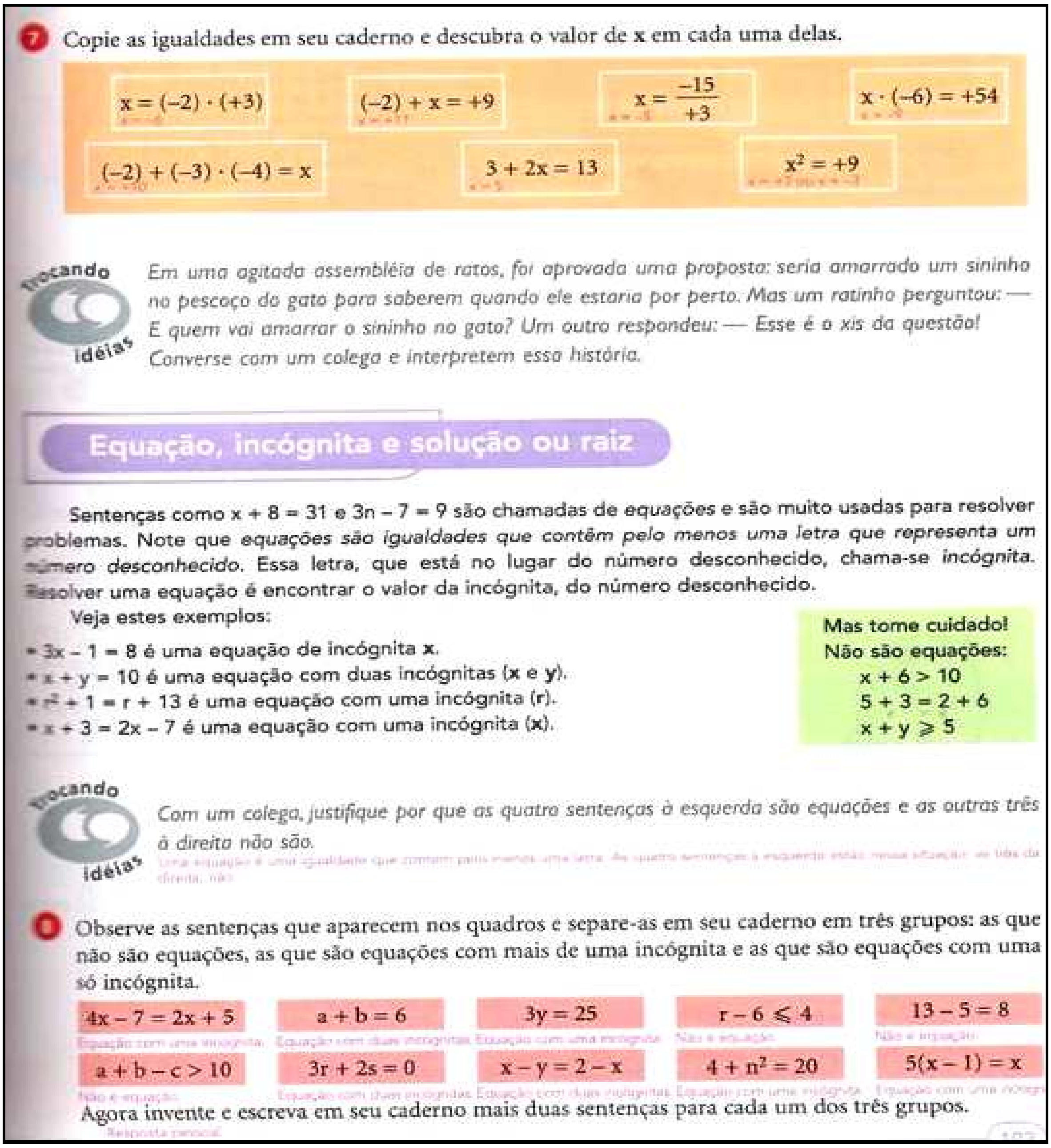
Logo, o número procurado é $5\frac{1}{3}$.

Verificando:

$3 \cdot 5\frac{1}{3} - 7 = 3 \cdot \frac{16}{3} - 7 = 16 - 7 = 9$

Figura 56. Uso da letra para representar números desconhecidos.
Fonte: L3, p. 102.

Até esse ponto do livro, a palavra equação ainda não foi mencionada, mas, após a resolução de alguns exercícios com a finalidade de descobrir o valor de ***x***, as equações são apresentadas formalmente e exercício de identificação é proposto.



7 Copie as igualdades em seu caderno e descubra o valor de **x** em cada uma delas.

$x = (-2) \cdot (+3)$	$(-2) + x = +9$	$x = \frac{-15}{+3}$	$x \cdot (-6) = +54$
$(-2) + (-3) \cdot (-4) = x$	$3 + 2x = 13$	$x^2 = +9$	

Trocando idéias

Em uma agitada assembléia de ratos, foi aprovada uma proposta: seria amarrado um sininho no pescoço do gato para saberem quando ele estaria por perto. Mas um ratinho perguntou: — E quem vai amarrar o sininho no gato? Um outro respondeu: — Esse é o xis da questão! Converse com um colega e interpretem essa história.

Equação, incógnita e solução ou raiz

Sentenças como $x + 8 = 31$ e $3n - 7 = 9$ são chamadas de *equações* e são muito usadas para resolver problemas. Note que *equações são igualdades que contêm pelo menos uma letra que representa um número desconhecido*. Essa letra, que está no lugar do número desconhecido, chama-se *incógnita*. Resolver uma equação é encontrar o valor da incógnita, do número desconhecido.

Veja estes exemplos:

- $3x - 1 = 8$ é uma equação de incógnita **x**.
- $x + y = 10$ é uma equação com duas incógnitas (**x** e **y**).
- $r^2 + 1 = r + 13$ é uma equação com uma incógnita (**r**).
- $x + 3 = 2x - 7$ é uma equação com uma incógnita (**x**).

Mas tome cuidado!
Não são equações:
$x + 6 > 10$
$5 + 3 = 2 + 6$
$x + y \geqslant 5$

Trocando idéias

Com um colega, justifique por que as quatro sentenças à esquerda são equações e as outras três à direita não são.

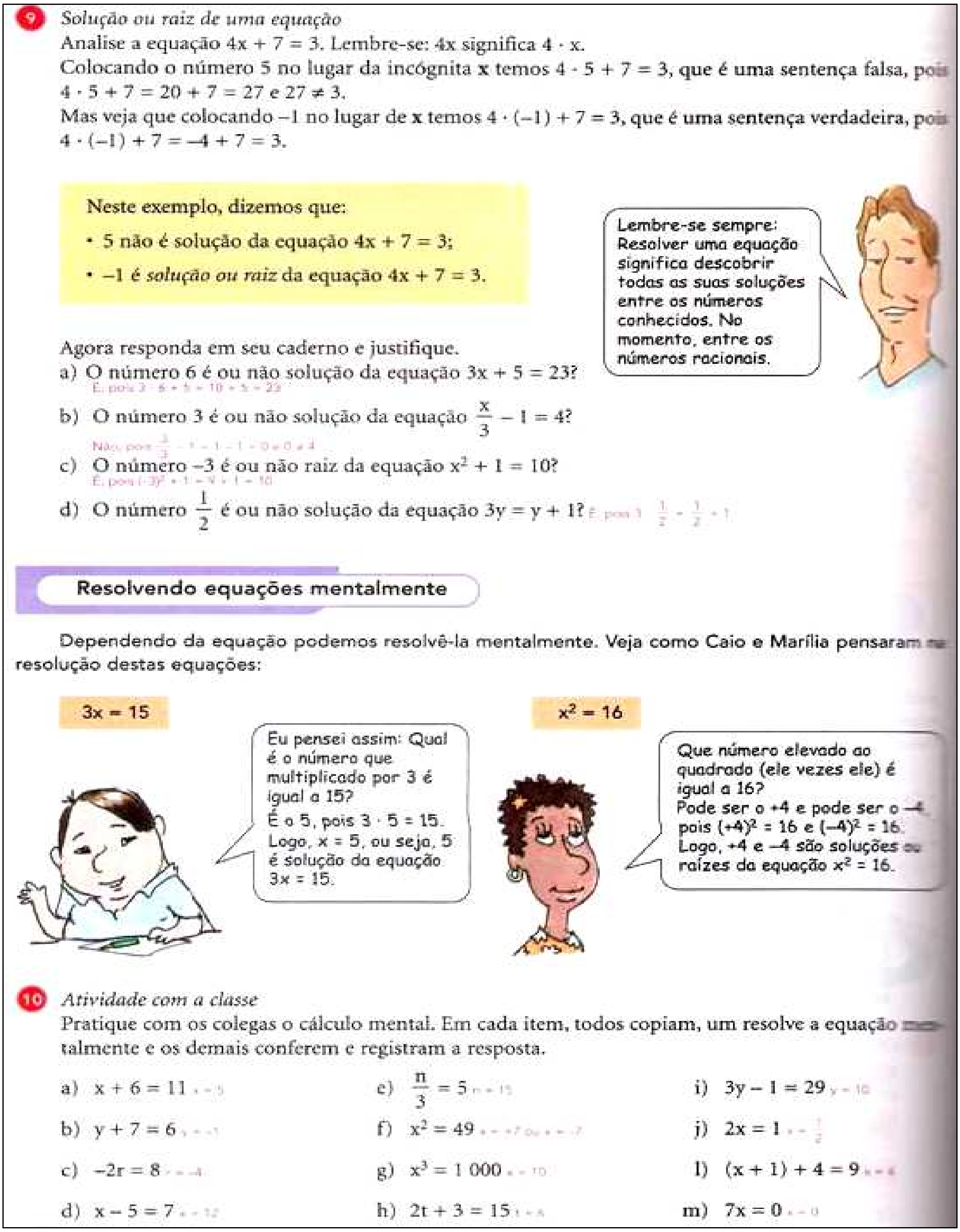
8 Observe as sentenças que aparecem nos quadros e separe-as em seu caderno em três grupos: as que não são equações, as que são equações com mais de uma incógnita e as que são equações com uma só incógnita.

$4x - 7 = 2x + 5$	$a + b = 6$	$3y = 25$	$r - 6 \leqslant 4$	$13 - 5 = 8$
$a + b - c > 10$	$3r + 2s = 0$	$x - y = 2 - x$	$4 + n^2 = 20$	$5(x - 1) = x$

Agora invente e escreva em seu caderno mais duas sentenças para cada um dos três grupos.

Figura 57. Apresentação formal das equações e exercícios.
Fonte: L3, p. 103.

É a partir dessa etapa que as equações começam a ser exploradas. Inicialmente é apresentado o termo *raiz de uma equação* e propostas equações para resolução mental.



9 *Solução ou raiz de uma equação*

Analise a equação $4x + 7 = 3$. Lembre-se: $4x$ significa $4 \cdot x$.

Colocando o número 5 no lugar da incógnita **x** temos $4 \cdot 5 + 7 = 3$, que é uma sentença falsa, pois $4 \cdot 5 + 7 = 20 + 7 = 27$ e $27 \neq 3$.

Mas veja que colocando -1 no lugar de **x** temos $4 \cdot (-1) + 7 = 3$, que é uma sentença verdadeira, pois $4 \cdot (-1) + 7 = -4 + 7 = 3$.

Neste exemplo, dizemos que:

- 5 não é solução da equação $4x + 7 = 3$;
- -1 é *solução ou raiz* da equação $4x + 7 = 3$.

Agora responda em seu caderno e justifique.

a) O número 6 é ou não solução da equação $3x + 5 = 23$?

b) O número 3 é ou não solução da equação $\frac{x}{3} - 1 = 4$?

c) O número -3 é ou não raiz da equação $x^2 + 1 = 10$?

d) O número $\frac{1}{2}$ é ou não solução da equação $3y = y + 1$?

Resolvendo equações mentalmente

Dependendo da equação podemos resolvê-la mentalmente. Veja como Caio e Marília pensaram na resolução destas equações:

$3x = 15$

$x^2 = 16$

10 *Atividade com a classe*

Pratique com os colegas o cálculo mental. Em cada item, todos copiam, um resolve a equação mentalmente e os demais conferem e registram a resposta.

a) $x + 6 = 11$

b) $y + 7 = 6$

c) $-2r = 8$

d) $x - 5 = 7$

e) $\frac{n}{3} = 5$

f) $x^2 = 49$

g) $x^3 = 1\,000$

h) $2t + 3 = 15$

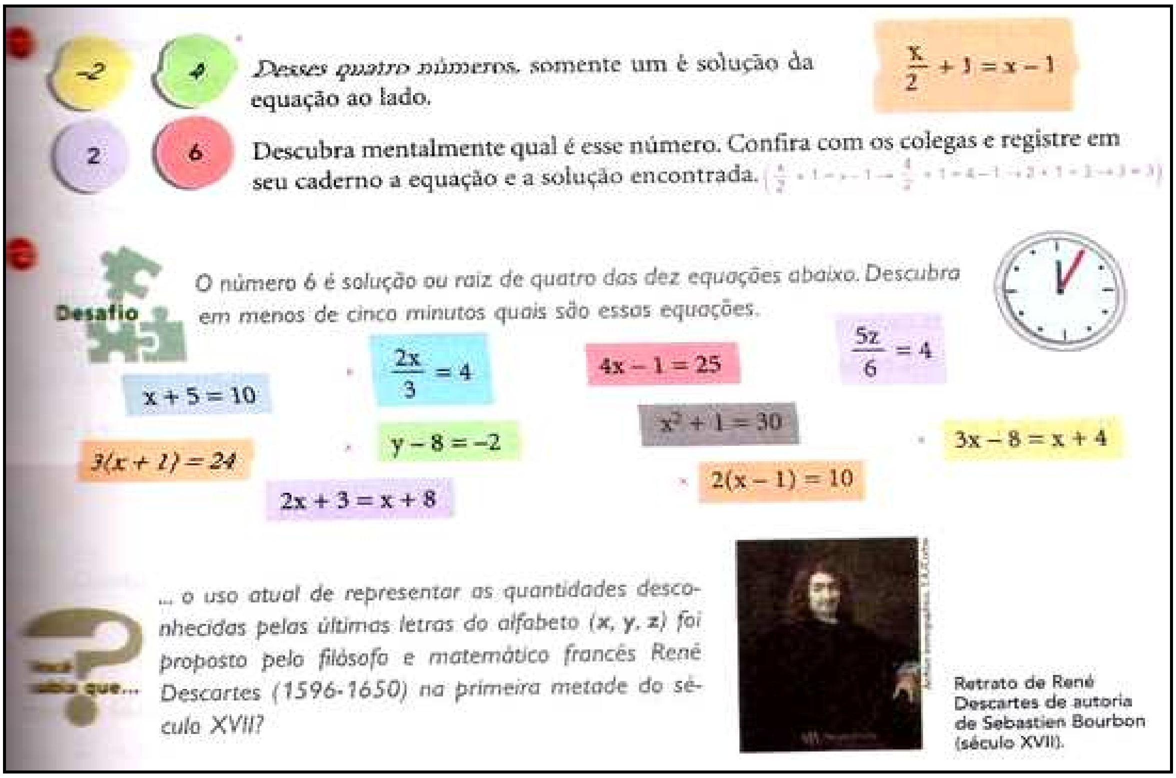
i) $3y - 1 = 29$

j) $2x = 1$

l) $(x + 1) + 4 = 9$

m) $7x = 0$

Figura 58. Resolução de equações (1).
Fonte: L3, p. 104.



−2 4 2 6

Desses quatro números, somente um é solução da equação ao lado.

$\frac{x}{2} + 1 = x - 1$

Descubra mentalmente qual é esse número. Confira com os colegas e registre em seu caderno a equação e a solução encontrada.

Desafio

O número 6 é solução ou raiz de quatro das dez equações abaixo. Descubra em menos de cinco minutos quais são essas equações.

$x + 5 = 10$ · $\frac{2x}{3} = 4$ · $4x - 1 = 25$ · $\frac{5z}{6} = 4$ · $x^2 + 1 = 30$ · $3(x + 1) = 24$ · $y - 8 = -2$ · $3x - 8 = x + 4$ · $2(x - 1) = 10$ · $2x + 3 = x + 8$

Você sabia que...

... o uso atual de representar as quantidades desconhecidas pelas últimas letras do alfabeto (*x*, *y*, *z*) foi proposto pelo filósofo e matemático francês René Descartes (1596-1650) na primeira metade do século XVII?

Retrato de René Descartes de autoria de Sebastien Bourbon (século XVII).

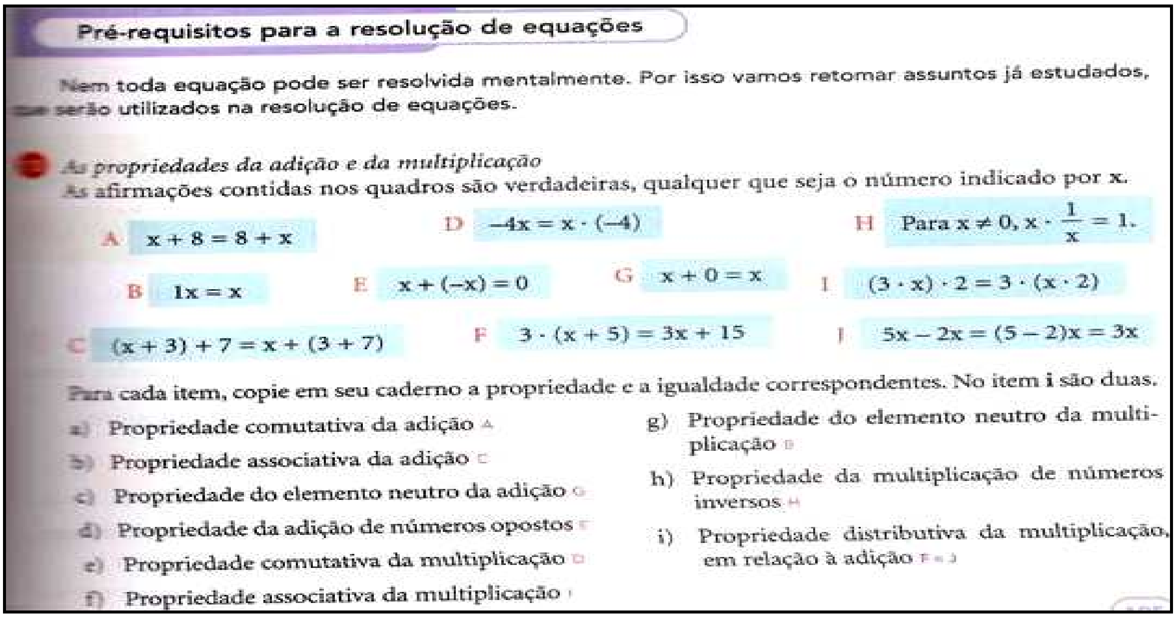
Figura 59. Resolução de equações (2).
Fonte: L3, p. 105.

Nesses exercícios, o uso da variável como termo desconhecido é utilizado. No exercício 9 é necessária a utilização dos aspectos: I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I3 – Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro; pois é necessária apenas a verificação do número considerado raiz e I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos.

No exercício 10, é solicitada a resolução das equações mentalmente, mas mesmo assim é necessário que o aluno utilize os aspectos: I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I3 – Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos; I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

Para a resolução do exercício 11 também é solicitado ao aluno resolver mentalmente, com o diferencial de testar quatro números. Sendo assim, os aspectos necessários são I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I3 – Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro e I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos. O Desafio (exercício 12) apresentado também exige os mesmos aspectos.

A seção Você sabia que...? traz uma informação sobre a utilização das letras para representar números. Afirmando que nem todas as equações podem ser resolvidas mentalmente, o livro elenca alguns pré-requisitos necessários para a resolução. O autor considera como conhecimentos prévios as propriedades da adição e multiplicação.


Pré-requisitos para a resolução de equações

Nem toda equação pode ser resolvida mentalmente. Por isso vamos retomar assuntos já estudados, que serão utilizados na resolução de equações.

As propriedades da adição e da multiplicação
As afirmações contidas nos quadros são verdadeiras, qualquer que seja o número indicado por x.

A $x + 8 = 8 + x$
D $-4x = x \cdot (-4)$
H Para $x \neq 0$, $x \cdot \frac{1}{x} = 1$.
B $1x = x$
E $x + (-x) = 0$
G $x + 0 = x$
I $(3 \cdot x) \cdot 2 = 3 \cdot (x \cdot 2)$
C $(x + 3) + 7 = x + (3 + 7)$
F $3 \cdot (x + 5) = 3x + 15$
J $5x - 2x = (5 - 2)x = 3x$

Para cada item, copie em seu caderno a propriedade e a igualdade correspondentes. No item i são duas.

a) Propriedade comutativa da adição A
b) Propriedade associativa da adição C
c) Propriedade do elemento neutro da adição G
d) Propriedade da adição de números opostos E
e) Propriedade comutativa da multiplicação D
f) Propriedade associativa da multiplicação I
g) Propriedade do elemento neutro da multiplicação B
h) Propriedade da multiplicação de números inversos H
i) Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição F e J

Figura 60. Apresentação dos pré-requisitos para a resolução de equações.
Fonte: L3, p. 105

No exercício 13, o autor além de apresentar as propriedades da adição e da multiplicação, propõe que o aluno encontre a correspondência entre a propriedade e as afirmações dadas que exemplificam as propriedades.

A cada pré-requisito apresentado, novos exercícios são propostos.

14 Use a propriedade distributiva para relacionar cada item da esquerda com o correspondente da direita.

A) $-2(x-4)$
B) $2(x+4)$
C) $-4x+5x$
D) $-5x+2x+2x$

a) $2x+8$
b) $-2x+8$
c) x
d) $-x$

15 *As operações inversas*
Copie em seu caderno apenas as deduções que são corretas.

a) Se $x+7=9$, então $x=9-7$.
b) Se $\frac{x}{3}=-4$, então $x=(-4)\cdot 3$.
c) Se $x-3=7$, então $x=7-3$.
d) Se $y+1=1$, então $y=1-1$.
e) Se $3x=2$, então $x=\frac{3}{2}$.
f) Se $5x=-1$, então $x=\frac{-1}{5}$.
g) Se $\frac{x}{5}=8$, então $x=5\cdot 8$.
h) Se $4+z=11$, então $z=4+11$.

16 *As propriedades da igualdade*
Uma igualdade (=) indica que o valor do que vem antes dela (1º membro) é o mesmo do que vem depois dela (2º membro). Por exemplo:

$$\underbrace{3+4}_{\substack{1^{\circ}\text{ membro}\\ \text{valor: }7}}=\underbrace{-2+9}_{\substack{2^{\circ}\text{ membro}\\ \text{valor: }7}} \qquad \underbrace{4+5\times 2}_{\substack{4+10\\ 14}}=\underbrace{14+0}_{14} \qquad \underbrace{2^6}_{64}=\underbrace{8^2}_{64}$$

Analise as afirmações dos quadros envolvendo igualdades.

A Se $3+4=5+2$, então $5+2=3+4$.

B $3=3$; $-\frac{1}{5}=-\frac{1}{5}$; $3\cdot 5=3\cdot 5$

C Se $3+2=5$ e $5=4+1$, então $3+2=4+1$.

D Se $4+1=5$, então $3\cdot(4+1)=3\cdot 5$.

E Se $4+1=5$, então $(4+1)+(-2)=5+(-2)$.

Escreva os itens abaixo em seu caderno e exemplifique cada um deles copiando o quadro correspondente.

a) Propriedade reflexiva da igualdade: Qualquer que seja o número x, temos $x=x$.
b) Propriedade simétrica da igualdade: Para quaisquer números x e y, se $x=y$, então $y=x$.
c) Propriedade transitiva da igualdade: Para quaisquer números x, y, z, se $x=y$ e $y=z$, então $x=z$.
d) Princípio aditivo da igualdade: Se $x=y$, então para qualquer número z (positivo, negativo ou zero) temos $x+z=y+z$.
e) Princípio multiplicativo da igualdade: Se $x=y$, então, para qualquer número z, temos $x\cdot z=y\cdot z$

Figura 61. Exercício propostos (1).
Fonte: L3, p. 106.

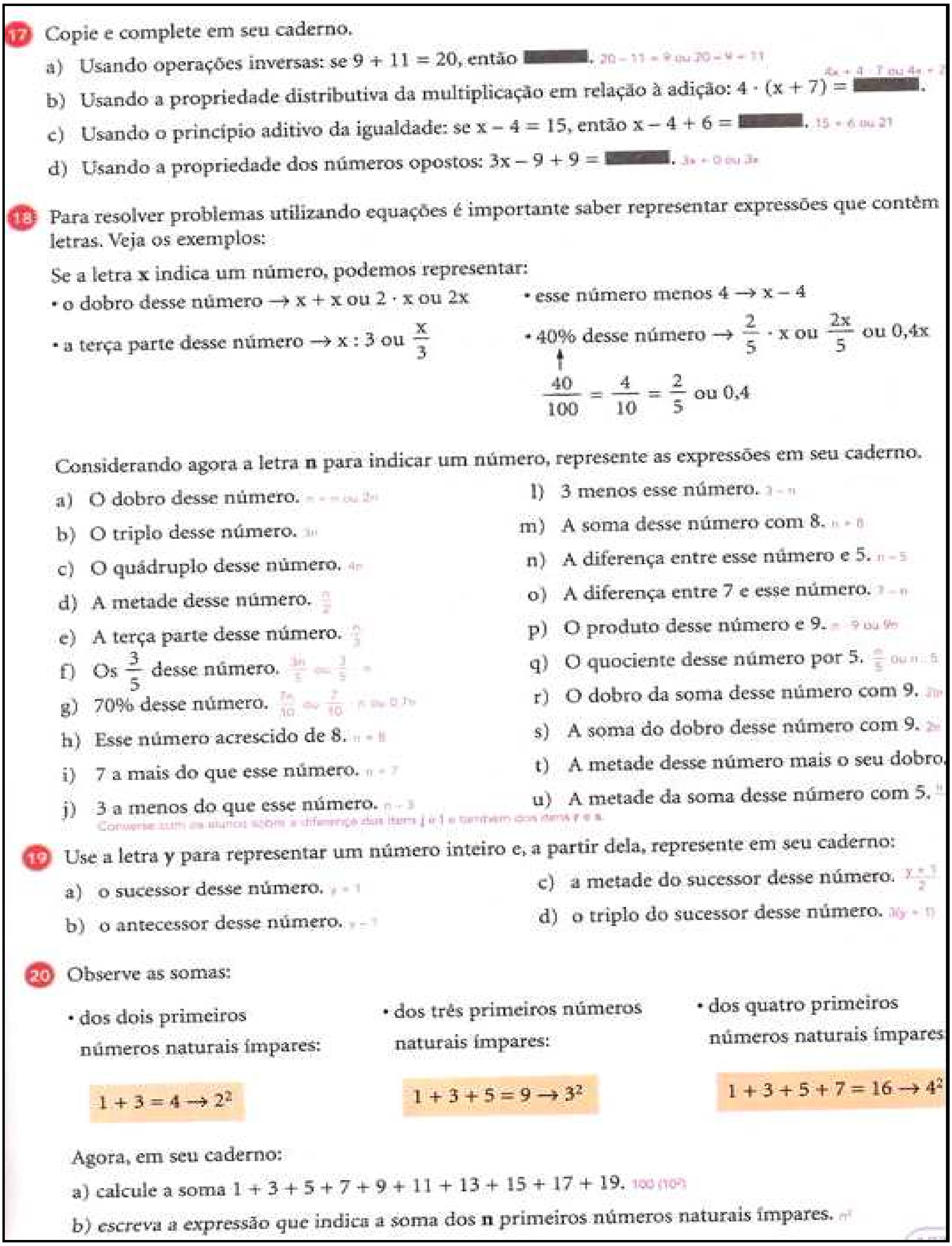
Para resolver o exercício 14, a variável é utilizada como número genérico e o aspecto G4 – Manipular (simplificar, desenvolver) a variável simbólica é necessário para a sua resolução.

O uso da variável como termo desconhecido (incógnita) é aplicado na resolução do exercício 15, sendo necessária a utilização dos aspectos I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos e I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos.

Vale destacar que nesse exercício, o autor inicia o uso das operações inversas da adição e multiplicação para, posteriormente, trabalhá-las na resolução de equações do primeiro grau com uma incógnita.

No exercício 16, o uso da variável como número genérico é abordado. Para responder, é preciso que o aluno utilize os aspectos G1 – Reconhecer padrões, perceber regras e métodos em seqüências e em problemas similares; G2 – Interpretar uma variável simbólica como representação de uma entidade geral, indeterminada que pode assumir qualquer valor; G3 – Deduzir regras e métodos gerais, em seqüência e em famílias de problemas e G4 – Manipular (simplificar, desenvolver) a variável simbólica.

Na sequência, mais exercícios são propostos antes de apresentar formalmente a equação do primeiro grau com uma incógnita.



17 Copie e complete em seu caderno.

a) Usando operações inversas: se $9 + 11 = 20$, então [redacted]. $20 - 11 = 9$ ou $20 - 9 = 11$

b) Usando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição: $4 \cdot (x + 7) =$ [redacted]. $4x + 4 \cdot 7$ ou $4x + 28$

c) Usando o princípio aditivo da igualdade: se $x - 4 = 15$, então $x - 4 + 6 =$ [redacted]. $15 + 6$ ou 21

d) Usando a propriedade dos números opostos: $3x - 9 + 9 =$ [redacted]. $3x + 0$ ou $3x$

18 Para resolver problemas utilizando equações é importante saber representar expressões que contêm letras. Veja os exemplos:

Se a letra **x** indica um número, podemos representar:

- o dobro desse número $\rightarrow x + x$ ou $2 \cdot x$ ou $2x$
- a terça parte desse número $\rightarrow x : 3$ ou $\frac{x}{3}$
- esse número menos 4 $\rightarrow x - 4$
- 40% desse número $\rightarrow \frac{2}{5} \cdot x$ ou $\frac{2x}{5}$ ou $0{,}4x$

$$\frac{40}{100} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \text{ ou } 0{,}4$$

Considerando agora a letra **n** para indicar um número, represente as expressões em seu caderno.

a) O dobro desse número. $n + n$ ou $2n$

b) O triplo desse número. $3n$

c) O quádruplo desse número. $4n$

d) A metade desse número. $\frac{n}{2}$

e) A terça parte desse número. $\frac{n}{3}$

f) Os $\frac{3}{5}$ desse número. $\frac{3n}{5}$ ou $\frac{3}{5} \cdot n$

g) 70% desse número. $\frac{7n}{10}$ ou $\frac{7}{10} \cdot n$ ou $0{,}7n$

h) Esse número acrescido de 8. $n + 8$

i) 7 a mais do que esse número. $n + 7$

j) 3 a menos do que esse número. $n - 3$

l) 3 menos esse número. $3 - n$

m) A soma desse número com 8. $n + 8$

n) A diferença entre esse número e 5. $n - 5$

o) A diferença entre 7 e esse número. $7 - n$

p) O produto desse número e 9. $n \cdot 9$ ou $9n$

q) O quociente desse número por 5. $\frac{n}{5}$ ou $n : 5$

r) O dobro da soma desse número com 9.

s) A soma do dobro desse número com 9.

t) A metade desse número mais o seu dobro.

u) A metade da soma desse número com 5.

Converse com os alunos sobre a diferença dos itens j e l e também dos itens r e s.

19 Use a letra **y** para representar um número inteiro e, a partir dela, represente em seu caderno:

a) o sucessor desse número. $y + 1$

b) o antecessor desse número. $y - 1$

c) a metade do sucessor desse número. $\frac{y+1}{2}$

d) o triplo do sucessor desse número. $3(y + 1)$

20 Observe as somas:

- dos dois primeiros números naturais ímpares: $1 + 3 = 4 \rightarrow 2^2$
- dos três primeiros números naturais ímpares: $1 + 3 + 5 = 9 \rightarrow 3^2$
- dos quatro primeiros números naturais ímpares: $1 + 3 + 5 + 7 = 16 \rightarrow 4^2$

Agora, em seu caderno:

a) calcule a soma $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19$. 100 (10^2)

b) escreva a expressão que indica a soma dos **n** primeiros números naturais ímpares. n^2

Figura 62. Exercício propostos (2).
Fonte: L3, p. 107.

No exercício 17, é solicitada a repetitiva resolução das operações ou propriedades. Dessa forma, segundo o Modelo 3UV, a variável é utilizada como número genérico sendo empregados os aspectos G1 – Reconhecer padrões, perceber regras e métodos em seqüências e em problemas similares e G4 – Manipular (simplificar, desenvolver) a variável simbólica.

A linguagem algébrica é introduzida formalmente no exercício 18. Para resolvê-lo é necessário: G1 – Reconhecer padrões, perceber regras e métodos em seqüências e em problemas similares e G2 – Interpretar uma variável simbólica como representação de uma entidade geral, indeterminada que pode assumir qualquer valor. O mesmo acontece com o exercício 19.

Em relação ao exercício 20, a variável é empregada como número genérico. Nesse exercício, é essencial o que o aluno perceba relações e generalize. Assim, utiliza os aspectos G1 – Reconhecer padrões, perceber regras e métodos em seqüências e em problemas similares; G2 – Interpretar uma variável simbólica como representação de uma entidade geral, indeterminada que pode assumir qualquer valor; G3 – Deduzir regras e métodos gerais, em seqüência e em famílias de problemas e ainda o G5 – Simbolizar enunciados, regras e métodos gerais.

Até esta fase, o autor, trabalhou dois dos três usos da variável segundo o Modelo 3UV, mas sem abordar, de uma só vez, todos os aspectos característicos de cada um deles. Não foi encontrado, ainda, evidências de exercícios ou situações integradoras dos usos da variável.

Continuando o estudo algébrico, o livro apresenta a equação do primeiro grau com uma incógnita e sua forma genérica ($a.x = b$), por meio de diversos exemplos e contra-exemplos.

Equação do 1º grau com uma incógnita

Uma equação é do 1º grau com uma incógnita (**x**) quando pode ser escrita na forma $ax = b$, com $a \neq 0$
Veja alguns exemplos:

- $4x = 7$ é equação do 1º grau com incógnita **x** (já está na forma $ax = b$).
- $-2y = 0$ é equação do 1º grau com incógnita **y** (já está na forma indicada).
- $x = -12$ é equação do 1º grau com incógnita **x** (equivale a $1x = -12$).
- $\frac{r}{3} = 2$ é equação do 1º grau com incógnita **r** $\left(\text{equivale a } \frac{1}{3}r = 2\right)$.
- $25 + 4x = 39$ é equação do 1º grau com incógnita **x** (equivale a $4x = 14$).
- $\frac{n}{3} - 8 = 19$ é equação do 1º grau com incógnita **n** $\left(\text{equivale a } \frac{1}{3}n = 27\right)$.

Não são equações do 1º grau com uma incógnita: $x^2 = 10$ $0x = 8$ $5y^3 = 80$ $n^2 = n$

Estimule o aluno a descobrir por que não são equações do 1º grau com uma incógnita.

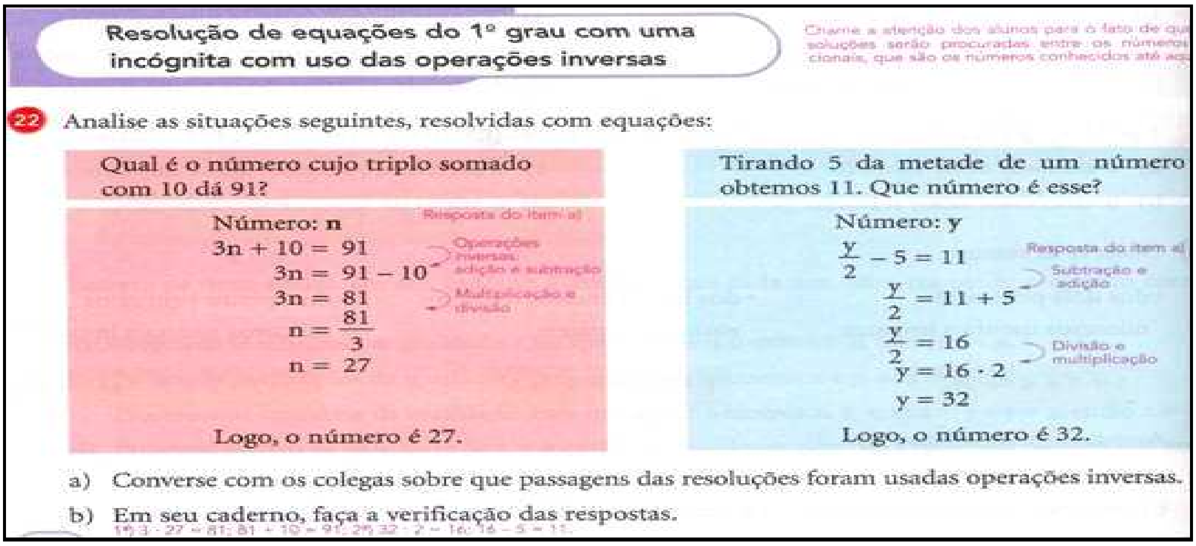
21 Verifique em seu caderno em que itens temos uma equação de 1º grau com uma incógnita. Ness
casos, escreva a equação na forma $ax = b$, com $a \neq 0$.

a) $8x = 15$ (já está na forma $ax = b$)
b) $-x = 9$
c) $3x^2 = 27$
d) $x = -1$
e) $4x + 9 = 16$
f) $\frac{2x}{5} + 1 = 26$

Figura 63. Conceito de equação de primeiro grau com uma incógnita.
Fonte: L3, p. 109.

No exercício 21, é proposto que o aluno verifique qual equação é de primeiro grau e que a escreva na forma genérica. Apesar de estar trabalhando com equações e, dessa forma, o uso da variável como termo desconhecido (incógnita), este exercício, não solicita que se encontre o valor da variável. Para tanto, é exigido domínio dos aspectos G1 – Reconhecer padrões, perceber regras e métodos em seqüências e em problemas similares; G4 – Manipular (simplificar, desenvolver) a variável simbólica e G5 – Simbolizar enunciados, regras e métodos gerais, pois a variável está sendo abordada apenas como um símbolo.

Combinado à exposição do conceito de equação é demonstrada a resolução de equações do primeiro grau com uma incógnita, por meio do uso das operações inversas. Logo a seguir, explora a ideia de equilíbrio, utilizando a balança de dois pratos como recurso comparativo do termo igualdade e equilíbrio.



Resolução de equações do 1º grau com uma incógnita com uso das operações inversas

Chame a atenção dos alunos para o fato de que soluções serão procuradas entre os números racionais, que são os números conhecidos até aqui.

22 Analise as situações seguintes, resolvidas com equações:

Qual é o número cujo triplo somado com 10 dá 91?

Número: n

$3n + 10 = 91$

$3n = 91 - 10$

$3n = 81$

$n = \frac{81}{3}$

$n = 27$

Logo, o número é 27.

Resposta do item a) Operações inversas: adição e subtração; Multiplicação e divisão

Tirando 5 da metade de um número obtemos 11. Que número é esse?

Número: y

$\frac{y}{2} - 5 = 11$

$\frac{y}{2} = 11 + 5$

$\frac{y}{2} = 16$

$y = 16 \cdot 2$

$y = 32$

Logo, o número é 32.

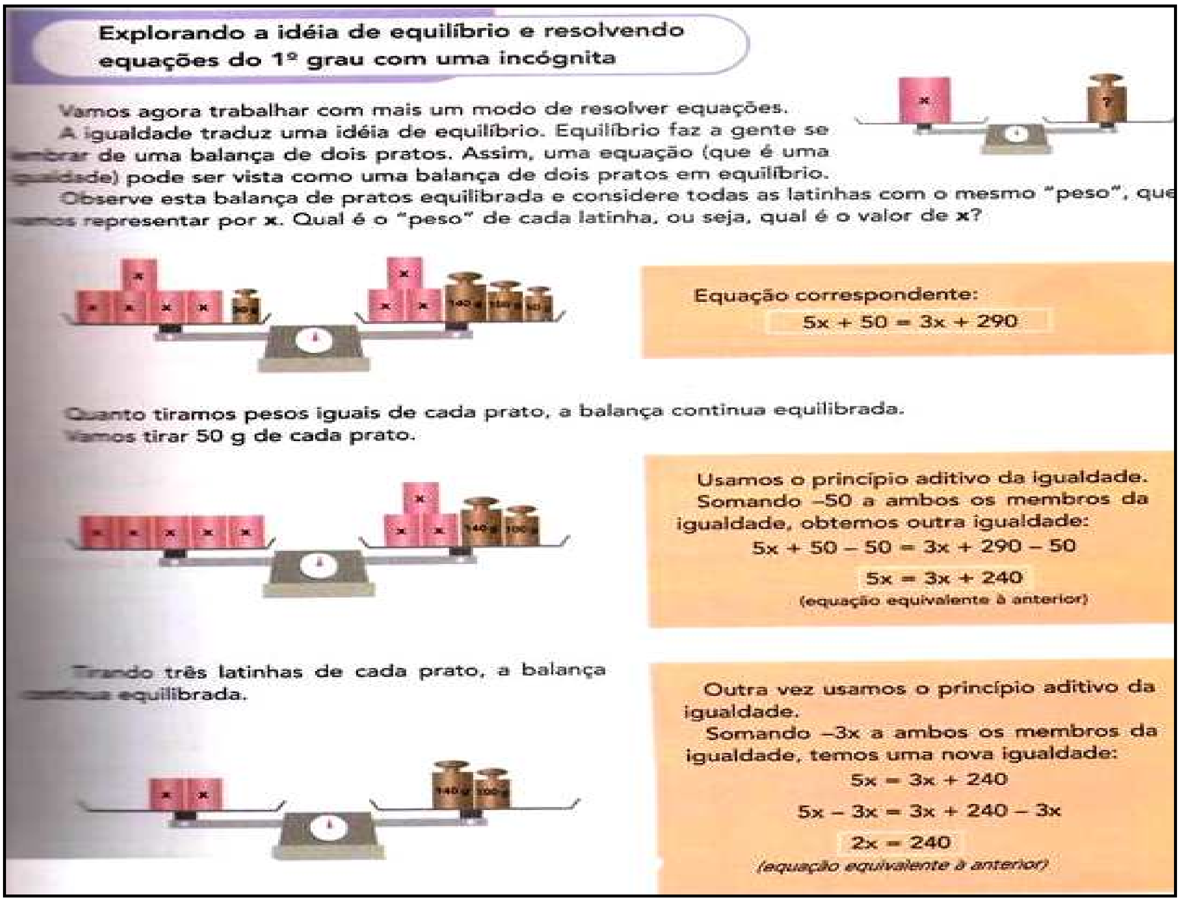
Resposta do item a) Subtração e adição; Divisão e multiplicação

a) Converse com os colegas sobre que passagens das resoluções foram usadas operações inversas.

b) Em seu caderno, faça a verificação das respostas.

1ª) $3 \cdot 27 = 81$; $81 + 10 = 91$; 2ª) $32 : 2 = 16$; $16 - 5 = 11$.

Figura 64. Resolução de Equações utilizando operações inversas.
Fonte: L3, p. 109.



Explorando a idéia de equilíbrio e resolvendo equações do 1º grau com uma incógnita

Vamos agora trabalhar com mais um modo de resolver equações.

A igualdade traduz uma idéia de equilíbrio. Equilíbrio faz a gente se lembrar de uma balança de dois pratos. Assim, uma equação (que é uma igualdade) pode ser vista como uma balança de dois pratos em equilíbrio.

Observe esta balança de pratos equilibrada e considere todas as latinhas com o mesmo "peso", que vamos representar por **x**. Qual é o "peso" de cada latinha, ou seja, qual é o valor de **x**?

Equação correspondente:
$5x + 50 = 3x + 290$

Quanto tiramos pesos iguais de cada prato, a balança continua equilibrada. Vamos tirar 50 g de cada prato.

Usamos o princípio aditivo da igualdade. Somando −50 a ambos os membros da igualdade, obtemos outra igualdade:

$5x + 50 - 50 = 3x + 290 - 50$

$5x = 3x + 240$

(equação equivalente à anterior)

Tirando três latinhas de cada prato, a balança continua equilibrada.

Outra vez usamos o princípio aditivo da igualdade.

Somando −3x a ambos os membros da igualdade, temos uma nova igualdade:

$5x = 3x + 240$

$5x - 3x = 3x + 240 - 3x$

$2x = 240$

(equação equivalente à anterior)

Figura 65. Resolução de Equações explorando a ideia de equilíbrio (1).
Fonte: L3, p. 110.

Se duas latinhas de mesmo "peso", juntas, "pesam" 240 g, cada uma "pesa" 240 : 2 = 120 g. Assim o "peso" de cada latinha é de 120 g.

Se $2x = 240$, pela operação inversa obtemos **x**:

$$x = 240 : 2 \text{ ou } x = \frac{240}{2}$$

$$\boxed{x = 120}$$

ou

Se $2x = 240$, dividindo ambos os membros por 2, temos:

$$\frac{2x}{2} = \frac{240}{2}$$

$$\boxed{x = 120}$$

Figura 66. Resolução de Equações explorando a ideia de equilíbrio (2).
Fonte: L3, p. 110.

O procedimento de utilizar a balança de dois pratos, analisado a partir da proposta de Lins e Gimenez (2006), pode ser visto como atividades que buscam criar condições ou situações para produzir significados para os alunos, chamada de abordagem facilitadora. No entanto, é preciso ser realistas em perceber até que ponto a utilização da balança de dois pratos pode ser considerada como uma abordagem facilitadora, pois este tipo de utensílio não faz parte do cotidiano dos alunos.

Após esse tratamento, o Livro 3 apresenta a utilização da sequência "técnica/prática", ou seja, oferece os algoritmos (como resolver equações com frações, com parênteses) e os exercícios para treiná-los, o que entendemos como integrante da visão letrista dominante na educação algébrica, como afirmaram Lins e Gimenez (2006).

Também são apresentadas situações problema que envolvem o conceito já institucionalizado, sendo abordados nestas situações por meio de diferentes representações matemáticas, como os gráficos, tabelas e diagramas. Essas situações problema se encaixam no que dizem os autores (ibid) sobre formas alternativas de trabalho do professor.

> É preciso entender que cada um destes instrumentos ou situações envolve modos próprios de pensar, e disso a escola deve se ocupar; de nada adianta a pessoa ver um gráfico, por exemplo, da variação no preço da cesta básica, se o único significado que consegue produzir é o de que aquilo é "o gráfico de uma função". (LINS e GIMENEZ, 2006, p. 162).

23 Agora, pratique um pouco. Resolva estas equações em seu caderno aplicando as operações inversas:

a) $y - 426 = 700$ $y = 1\,126$ c) $25 + r = 51$ $r = 26$ e) $6x - 19 = 71$ $x = 15$ g) $9n + 37 = 40$ $n = \frac{1}{3}$

b) $\frac{a}{6} = 132$ $a = 792$ d) $-2y = 11$ $y = -5\frac{1}{2}$ f) $\frac{2x}{5} + 4 = 10$ $x = 15$ h) $\frac{2(x+4)}{5} = 10$ $x = 21$

24 *Resolução de situações-problema por meio de equações*

a) Mariana comprou um livro por R\$ 25,00 e quatro canetas iguais, gastando R\$ 39,00 no total. Qual foi o preço de cada caneta? R\$ 3,50 (cada caneta: x; $25 + 4x = 39 \rightarrow 4x = 39 - 25 \rightarrow 4x = 14 \rightarrow x = \frac{14}{4} \rightarrow x = 3{,}52$)

b) Descubra qual é o número: a diferença entre sua terça parte e 8 é igual a 19.
81 (número: n; $\frac{n}{3} - 8 = 19 \rightarrow \frac{n}{3} = 19 + 8 \rightarrow \frac{n}{3} = 27 \rightarrow n = 3 \cdot 27 \rightarrow n = 81$)

Figura 67. Exercícios: aplicando operações inversas.
Fonte: L3, p. 109.

Nos dois exercícios propostos – Figura 67 – o objetivo é resolver as equações. Para resolvê-los é preciso utilizar a variável como termo desconhecido (incógnita) e fazer uso de todos os seus aspectos característicos (ver páginas 40-1).

25 No 1º exemplo da página anterior, na passagem de $3x + 10 = 2x$ para $3x + 10 - 10 = 2x - 10$, usamos o princípio aditivo da igualdade, pois -10 foi somado aos dois membros.
Que propriedades foram usadas na passagem de $3x + 10 - 10 = 2x - 10$ para $3x = 2x - 10$?

26 Resolva estas equações em seu caderno:

a) $2x + 5 = 27$ c) $7x + 1 = 6x + 6$ e) $4x - 7 + x = 1$ g) $9 - x = x + 10$

b) $4x - 8 = 2x + 6$ d) $5x - 3 = 2x - 9$ f) $3 - 2x = 4x$ h) $-2x + 7 = 4x + 5$

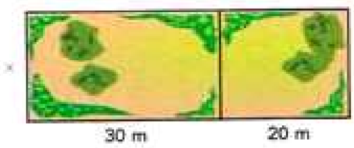
27 Use equações para resolver estas situações-problema em seu caderno:

a) Na figura ao lado o ângulo obtuso mede o triplo do ângulo agudo. Descubra as medidas desses dois ângulos.

b) Noemi tem certa quantia em um banco. Sua irmã Alícia tem R\$ 500,00 a mais. Juntas, elas têm R\$ 3 000,00. Quanto tem Noemi?

c) O triplo da idade de Filipe menos 18 é igual a 57 anos. Qual é a idade de Filipe?

d) A área total deste terreno retangular é de 600 m². Qual é a largura deste terreno?



28 Invente uma equação do 1º grau com uma incógnita e dê para um colega resolvê-la. Você resolve a equação que ele criou. Depois, ambos conferem as respostas. Resposta pessoal.

Raciocínio lógico

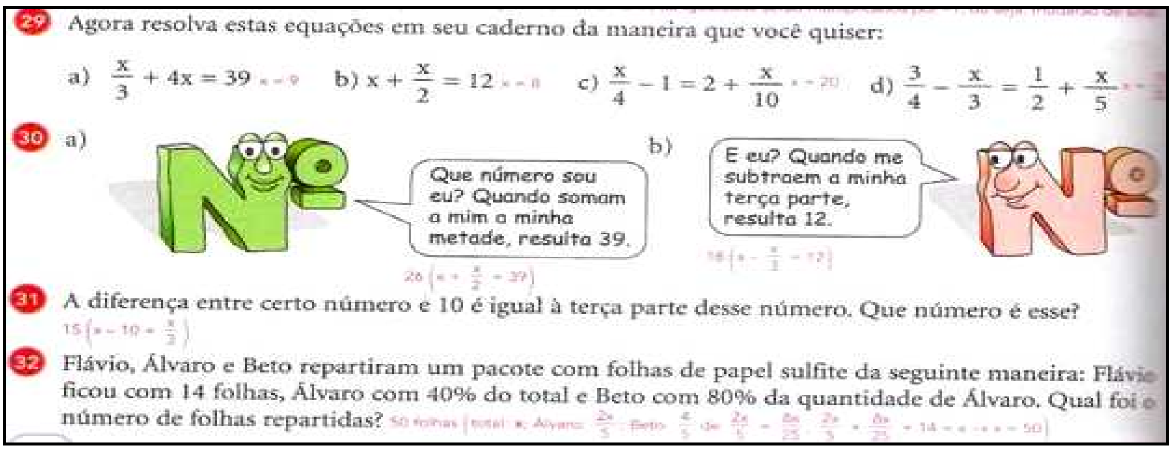
Uma tora de madeira será cortada por uma serra em 5 partes. São necessários 3 minutos para serrar cada parte. Quantos minutos serão gastos para obter as 5 partes? 12 minutos (serão apenas 4 cortes ⇒ 4 · 3 = 12)

Figura 68. Exercícios após a apresentação da balança de dois pratos.
Fonte: L3, p. 111.

A seção Raciocínio Lógico não utiliza explicitamente a resolução de equações. No exercício 25, é solicitada uma reflexão sobre as propriedades envolvidas na passagem 3x +10 = 2x para 3x +10 - 10= 2x – 10, retomando as propriedades apresentadas na Figura 56. Nos demais (26, 27 e 28), o aluno precisa encontrar um valor para a variável, sendo necessário utilizar a variável como termo desconhecido.

Para tanto, são utilizados todos os aspectos característicos desse uso nos exercícios 27 e 28: I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I3 – Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos; I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

No exercício 26 são empregados apenas os aspectos I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos e I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.


29 Agora resolva estas equações em seu caderno da maneira que você quiser:

a) $\frac{x}{3} + 4x = 39$ b) $x + \frac{x}{2} = 12$ c) $\frac{x}{4} - 1 = 2 + \frac{x}{10}$ d) $\frac{3}{4} - \frac{x}{3} = \frac{1}{2} + \frac{x}{5}$

30 a) b)

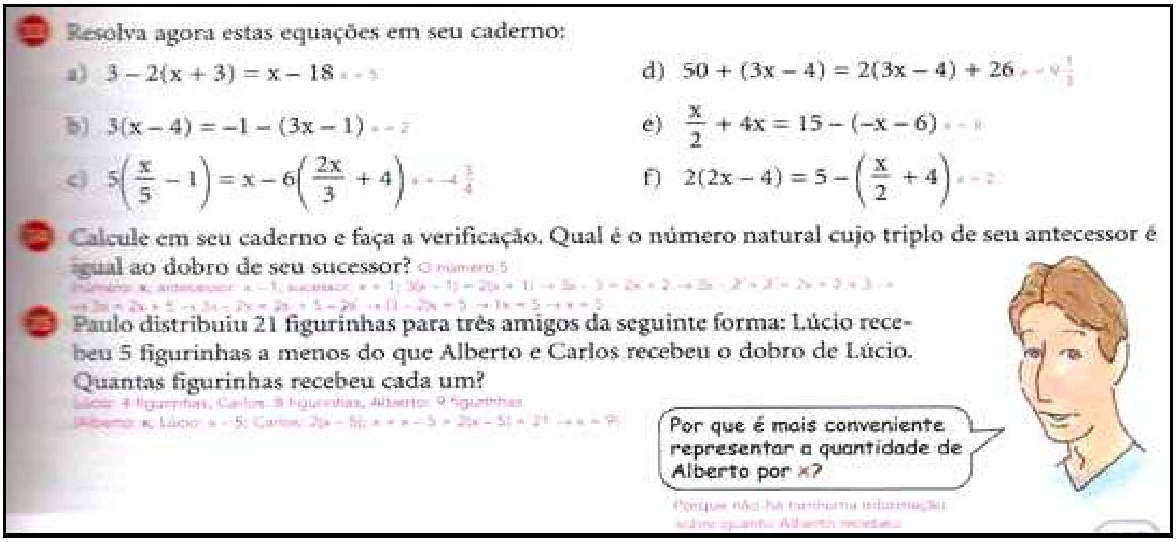
31 A diferença entre certo número e 10 é igual à terça parte desse número. Que número é esse?

32 Flávio, Álvaro e Beto repartiram um pacote com folhas de papel sulfite da seguinte maneira: Flávio ficou com 14 folhas, Álvaro com 40% do total e Beto com 80% da quantidade de Álvaro. Qual foi o número de folhas repartidas?

Figura 69. Exercícios: resolver equações que contenham frações.
Fonte: L3, p. 112.

O exercício 29 não envolve uma situação problema, sendo necessário, segundo o Modelo 3UV, utilizar os aspectos I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos e I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos; característicos do uso da variável como termo desconhecido.

Nos exercícios 30, 31 e 32, é necessário utilizar todos os aspectos característicos do uso da variável como termo desconhecido (ver páginas 40-1), pois envolvem a linguagem algébrica e uma situação específica.


Resolva agora estas equações em seu caderno:

a) $3 - 2(x + 3) = x - 18$

b) $3(x - 4) = -1 - (3x - 1)$

c) $5\left(\frac{x}{5} - 1\right) = x - 6\left(\frac{2x}{3} + 4\right)$

d) $50 + (3x - 4) = 2(3x - 4) + 26$

e) $\frac{x}{2} + 4x = 15 - (-x - 6)$

f) $2(2x - 4) = 5 - \left(\frac{x}{2} + 4\right)$

Calcule em seu caderno e faça a verificação. Qual é o número natural cujo triplo de seu antecessor é igual ao dobro de seu sucessor? O número 5

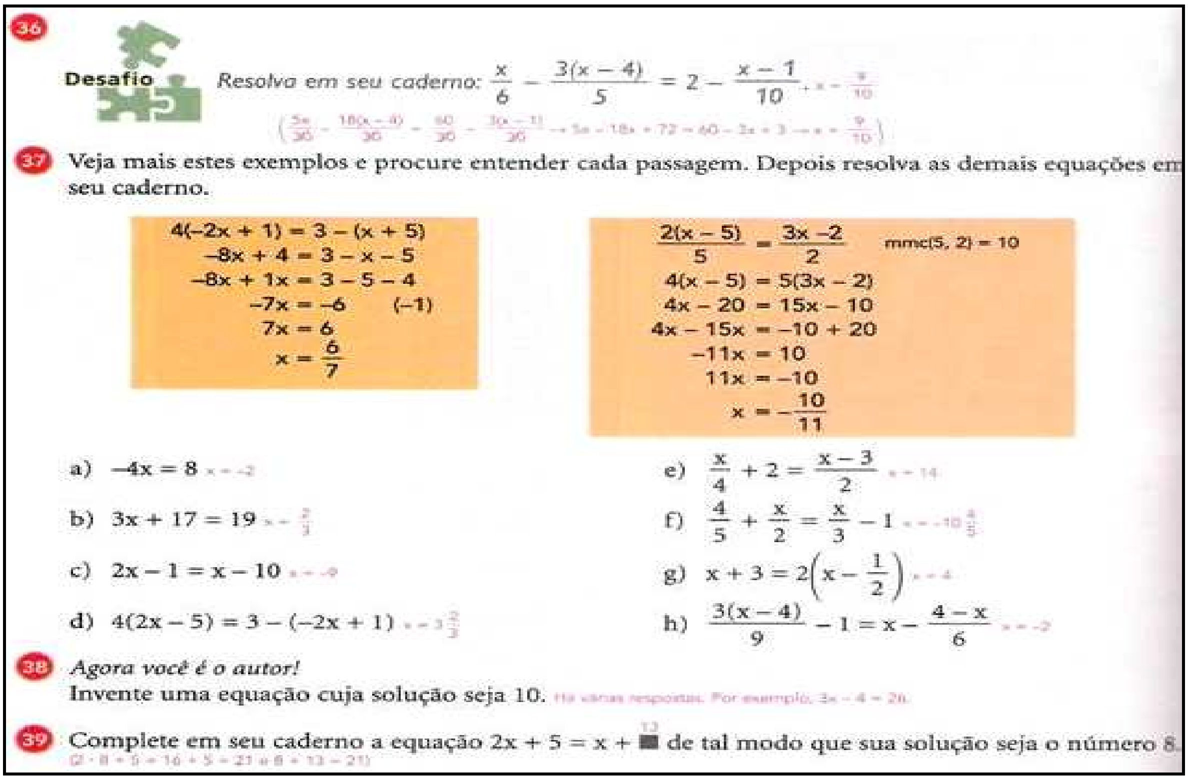
Paulo distribuiu 21 figurinhas para três amigos da seguinte forma: Lúcio recebeu 5 figurinhas a menos do que Alberto e Carlos recebeu o dobro de Lúcio. Quantas figurinhas recebeu cada um?

Lúcio: 4 figurinhas, Carlos: 8 figurinhas, Alberto: 9 figurinhas

Figura 70. Exercícios: resolver equações com parênteses.
Fonte: L3, p. 112

A sequência de exercícios acima possui também, o objetivo de resolver um tipo específico de equações, no caso, equações com parênteses. Para serem resolvidas, elas precisam de manipulação algébrica, no caso, o uso da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição ou subtração. Igualmente aos anteriores, esses exercícios também utilizam todos os aspectos característicos ao uso da variável como termo desconhecido.

Em relação ao exercício 33, os aspectos utilizados são: I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos e I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos.



36 **Desafio** *Resolva em seu caderno:* $\frac{x}{6} - \frac{3(x-4)}{5} = 2 - \frac{x-1}{10}$ $x = \frac{9}{10}$

$\left(\frac{5x}{30} - \frac{18(x-4)}{30} = \frac{60}{30} - \frac{3(x-1)}{30} \rightarrow 5x - 18x + 72 = 60 - 3x + 3 \rightarrow x = \frac{9}{10}\right)$

37 Veja mais estes exemplos e procure entender cada passagem. Depois resolva as demais equações em seu caderno.

$$\begin{aligned} 4(-2x+1) &= 3-(x+5) \\ -8x+4 &= 3-x-5 \\ -8x+1x &= 3-5-4 \\ -7x &= -6 \quad (-1) \\ 7x &= 6 \\ x &= \frac{6}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2(x-5)}{5} &= \frac{3x-2}{2} \quad \text{mmc}(5,2) = 10 \\ 4(x-5) &= 5(3x-2) \\ 4x-20 &= 15x-10 \\ 4x-15x &= -10+20 \\ -11x &= 10 \\ 11x &= -10 \\ x &= -\frac{10}{11} \end{aligned}$$

a) $-4x = 8$ $x = -2$

b) $3x + 17 = 19$ $x = \frac{2}{3}$

c) $2x - 1 = x - 10$ $x = -9$

d) $4(2x - 5) = 3 - (-2x + 1)$ $x = 3\frac{2}{3}$

e) $\frac{x}{4} + 2 = \frac{x-3}{2}$ $x = 14$

f) $\frac{4}{5} + \frac{x}{2} = \frac{x}{3} - 1$ $x = -10\frac{4}{5}$

g) $x + 3 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)$ $x = 4$

h) $\frac{3(x-4)}{9} - 1 = x - \frac{4-x}{6}$ $x = -2$

38 *Agora você é o autor!*
Invente uma equação cuja solução seja 10. Há várias respostas. Por exemplo, $3x - 4 = 26$.

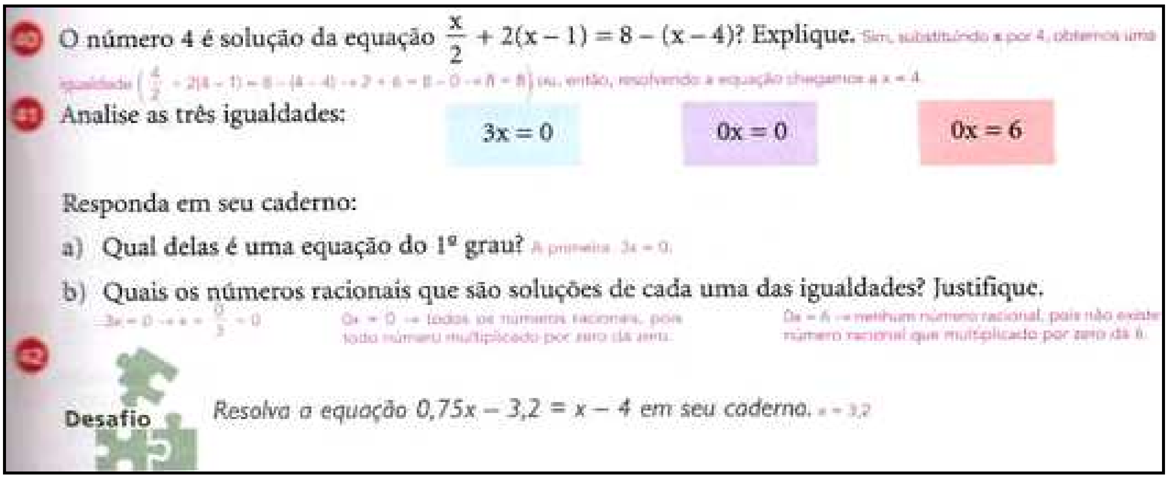
39 Complete em seu caderno a equação $2x + 5 = x + \overset{13}{\blacksquare}$ de tal modo que sua solução seja o número 8.
$(2 \cdot 8 + 5 = 16 + 5 = 21$ e $8 + 13 = 21)$

Figura 71. Exercícios envolvendo os exemplos apresentados (1).
Fonte: L3, p. 114.

Na resolução das equações, tanto na seção Desafio como no exercício 37, os aspectos do uso da variável como termo desconhecido presentes são: I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos e I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos.

No exercício 38, é solicitado que o aluno formule uma equação, pois a solução já está pré-determinada pelo livro. Assim, é necessário utilizar o aspecto I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações e o aspecto I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos.

Os aspectos envolvidos no exercício 39 são: I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I3 – Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro e I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos.



40 O número 4 é solução da equação $\frac{x}{2} + 2(x - 1) = 8 - (x - 4)$? Explique. Sim, substituindo x por 4, obtemos uma igualdade $\left(\frac{4}{2} + 2(4 - 1) = 8 - (4 - 4) \rightarrow 2 + 6 = 8 - 0 \rightarrow 8 = 8\right)$ ou, então, resolvendo a equação chegamos a $x = 4$.

41 Analise as três igualdades:

$3x = 0$ $0x = 0$ $0x = 6$

Responda em seu caderno:

a) Qual delas é uma equação do 1º grau? A primeira: $3x = 0$.

b) Quais os números racionais que são soluções de cada uma das igualdades? Justifique.

$3x = 0 \rightarrow x = \frac{0}{3} = 0$ $0x = 0 \rightarrow$ todos os números racionais, pois todo número multiplicado por zero dá zero. $0x = 6 \rightarrow$ nenhum número racional, pois não existe número racional que multiplicado por zero dá 6.

42 Desafio Resolva a equação $0,75x - 3,2 = x - 4$ em seu caderno. $x = 3,2$

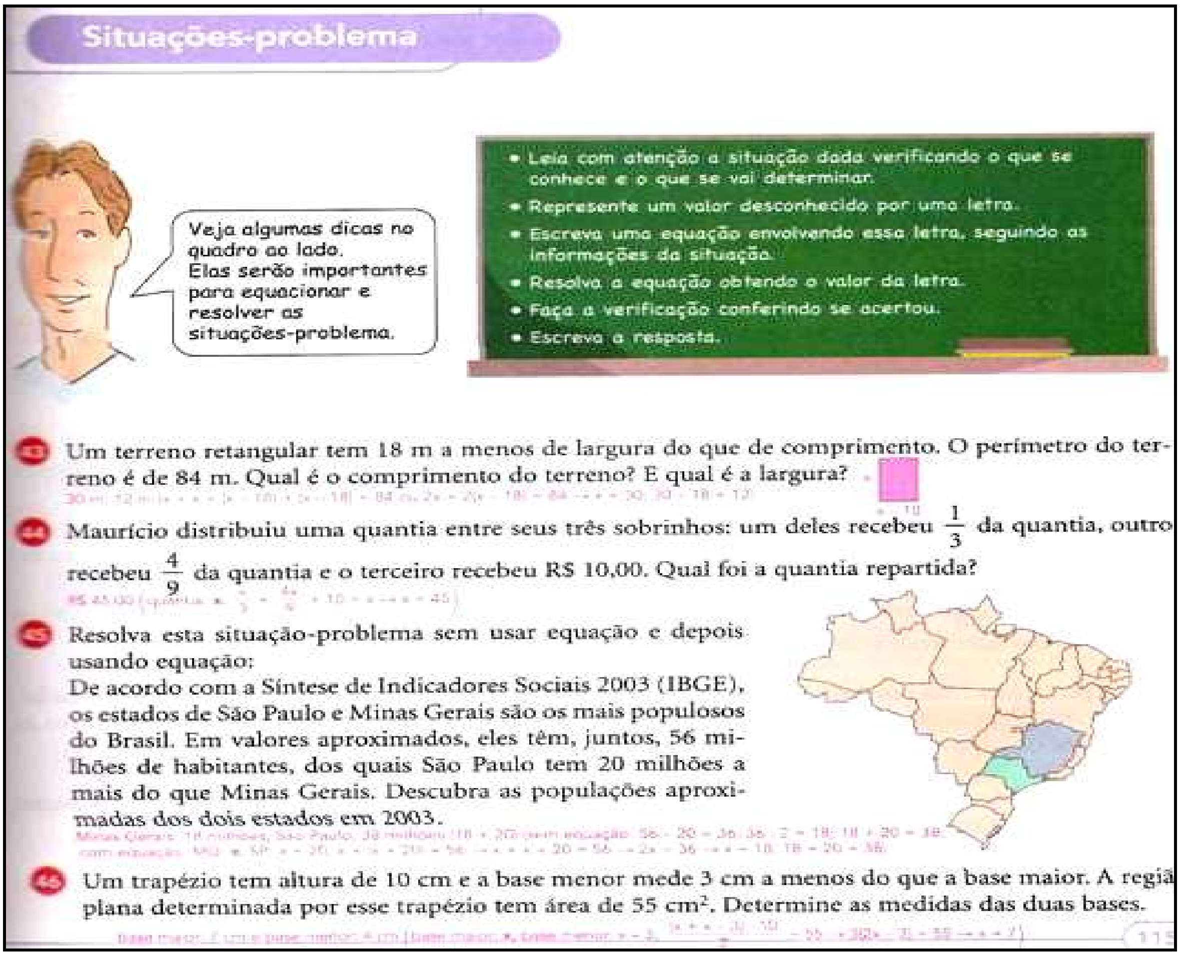
Figura 72. Exercícios envolvendo os exemplos apresentados (2).
Fonte: L3, p. 114.

Nos exercícios acima, o uso da variável está presente como termo desconhecido (incógnita). No exercício 40 são necessários os aspectos: I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos e I3 – Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro.

Para resolver o exercício 41 são utilizados os aspectos: I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos e I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

Na seção Desafio são explorados todos os aspectos característicos do uso da variável como termo desconhecido (incógnita). São eles: I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I3 – Substituir a variável pelo valor I ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos e I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

Na sequência, são propostas situações problema, num total de 21 atividades. Para facilitar a leitura e análise, os problemas estão apresentados de acordo com as páginas do livro em que foram propostos.


Situações-problema

Veja algumas dicas no quadro ao lado. Elas serão importantes para equacionar e resolver as situações-problema.

- Leia com atenção a situação dada verificando o que se conhece e o que se vai determinar.
- Represente um valor desconhecido por uma letra.
- Escreva uma equação envolvendo essa letra, seguindo as informações da situação.
- Resolva a equação obtendo o valor da letra.
- Faça a verificação conferindo se acertou.
- Escreva a resposta.

Um terreno retangular tem 18 m a menos de largura do que de comprimento. O perímetro do terreno é de 84 m. Qual é o comprimento do terreno? E qual é a largura?

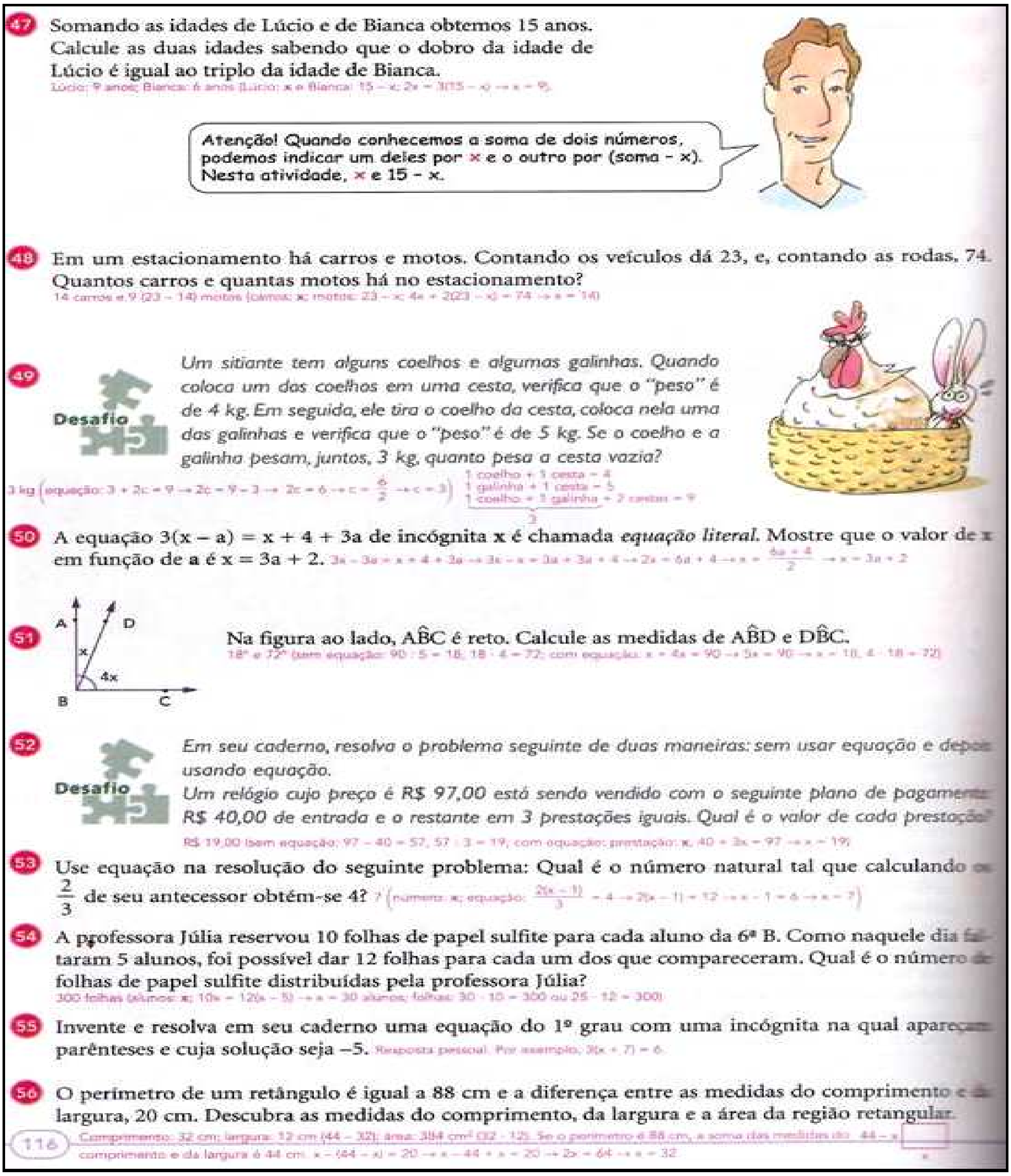
Maurício distribuiu uma quantia entre seus três sobrinhos: um deles recebeu $\frac{1}{3}$ da quantia, outro recebeu $\frac{4}{9}$ da quantia e o terceiro recebeu R$ 10,00. Qual foi a quantia repartida?

Resolva esta situação-problema sem usar equação e depois usando equação:
De acordo com a Síntese de Indicadores Sociais 2003 (IBGE), os estados de São Paulo e Minas Gerais são os mais populosos do Brasil. Em valores aproximados, eles têm, juntos, 56 milhões de habitantes, dos quais São Paulo tem 20 milhões a mais do que Minas Gerais. Descubra as populações aproximadas dos dois estados em 2003.

Um trapézio tem altura de 10 cm e a base menor mede 3 cm a menos do que a base maior. A regiã plana determinada por esse trapézio tem área de 55 cm². Determine as medidas das duas bases.

Figura 73. Situações problema envolvendo equações (1).
Fonte: L3, p. 115.

Nessas quatro situações problema, que envolvem formas geométricas planas e noções de perímetro, e cujo objetivo é determinar quantidades e valores envolvendo a formulação de uma equação, os aspectos característicos do uso da variável como termo desconhecido (incógnita) são utilizados em sua totalidade (paginas 40-1).



47 Somando as idades de Lúcio e de Bianca obtemos 15 anos. Calcule as duas idades sabendo que o dobro da idade de Lúcio é igual ao triplo da idade de Bianca.
Lúcio: 9 anos; Bianca: 6 anos (Lúcio: x e Bianca: 15 – x; 2x = 3(15 – x) → x = 9)

48 Em um estacionamento há carros e motos. Contando os veículos dá 23, e, contando as rodas, 74. Quantos carros e quantas motos há no estacionamento?
14 carros e 9 (23 – 14) motos (carros: x; motos: 23 – x; 4x + 2(23 – x) = 74 → x = 14)

49 Desafio
Um sitiante tem alguns coelhos e algumas galinhas. Quando coloca um dos coelhos em uma cesta, verifica que o "peso" é de 4 kg. Em seguida, ele tira o coelho da cesta, coloca nela uma das galinhas e verifica que o "peso" é de 5 kg. Se o coelho e a galinha pesam, juntos, 3 kg, quanto pesa a cesta vazia?
3 kg (equação: $3 + 2c = 9 \rightarrow 2c = 9 - 3 \rightarrow 2c = 6 \rightarrow c = \frac{6}{2} \rightarrow c = 3$) 1 coelho + 1 cesta = 4; 1 galinha + 1 cesta = 5; $\underbrace{\text{1 coelho + 1 galinha}}_{3}$ + 2 cestas = 9

50 A equação $3(x - a) = x + 4 + 3a$ de incógnita **x** é chamada *equação literal*. Mostre que o valor de **x** em função de **a** é $x = 3a + 2$. $3x - 3a = x + 4 + 3a \rightarrow 3x - x = 3a + 3a + 4 \rightarrow 2x = 6a + 4 \rightarrow x = \frac{6a + 4}{2} \rightarrow x = 3a + 2$

51 Na figura ao lado, $A\hat{B}C$ é reto. Calcule as medidas de $A\hat{B}D$ e $D\hat{B}C$.
18° e 72° (sem equação: 90 : 5 = 18; 18 · 4 = 72; com equação: x + 4x = 90 → 5x = 90 → x = 18; 4 · 18 = 72)

52 Desafio
Em seu caderno, resolva o problema seguinte de duas maneiras: sem usar equação e depois usando equação.
Um relógio cujo preço é R$ 97,00 está sendo vendido com o seguinte plano de pagamento: R$ 40,00 de entrada e o restante em 3 prestações iguais. Qual é o valor de cada prestação?
R$ 19,00 (sem equação: 97 – 40 = 57, 57 : 3 = 19; com equação: prestação: x; 40 + 3x = 97 → x = 19)

53 Use equação na resolução do seguinte problema: Qual é o número natural tal que calculando os $\frac{2}{3}$ de seu antecessor obtém-se 4? 7 (número: x; equação: $\frac{2(x-1)}{3} = 4 \rightarrow 2(x-1) = 12 \rightarrow x - 1 = 6 \rightarrow x = 7$)

54 A professora Júlia reservou 10 folhas de papel sulfite para cada aluno da 6ª B. Como naquele dia faltaram 5 alunos, foi possível dar 12 folhas para cada um dos que compareceram. Qual é o número de folhas de papel sulfite distribuídas pela professora Júlia?
300 folhas (alunos: x; 10x = 12(x – 5) → x = 30 alunos; folhas: 30 · 10 = 300 ou 25 · 12 = 300)

55 Invente e resolva em seu caderno uma equação do 1º grau com uma incógnita na qual apareçam parênteses e cuja solução seja –5. Resposta pessoal. Por exemplo: 3(x + 7) = 6

56 O perímetro de um retângulo é igual a 88 cm e a diferença entre as medidas do comprimento e da largura, 20 cm. Descubra as medidas do comprimento, da largura e a área da região retangular.
Comprimento: 32 cm; largura: 12 cm (44 – 32); área: 384 cm² (32 · 12). Se o perímetro é 88 cm, a soma das medidas do comprimento e da largura é 44 cm. x – (44 – x) = 20 → x – 44 + x = 20 → 2x = 64 → x = 32

116

Figura 74. Situações problema envolvendo equações (2).
Fonte: L3, p. 116.

No grupo de exercícios transcrito acima, o enfoque é a resolução de equações. No exercício 47, o autor apresenta uma sugestão que pode ser considerada um auxílio para a resolução do exercício e, para tanto, necessita utilizar os aspectos I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I3 – Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos e I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

Os mesmos aspectos do uso da variável como termo desconhecido são necessários para resolver os exercícios 48, 51, 53, 54 e 56. Todos são situações problema que precisam utilizar a linguagem algébrica e possuem certa complexidade de interpretação.

Os desafios representados pelos exercícios 49 e 52 podem ser resolvidos sem a utilização da equação algébrica. Contudo, no segundo desafio (exercício 52) é explicitado em seu enunciado a resolução de duas maneiras: sem o uso da equação e utilizando a equação. Sendo assim, para resolvê-lo é necessário utilizar os aspectos I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I3 – Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos e I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

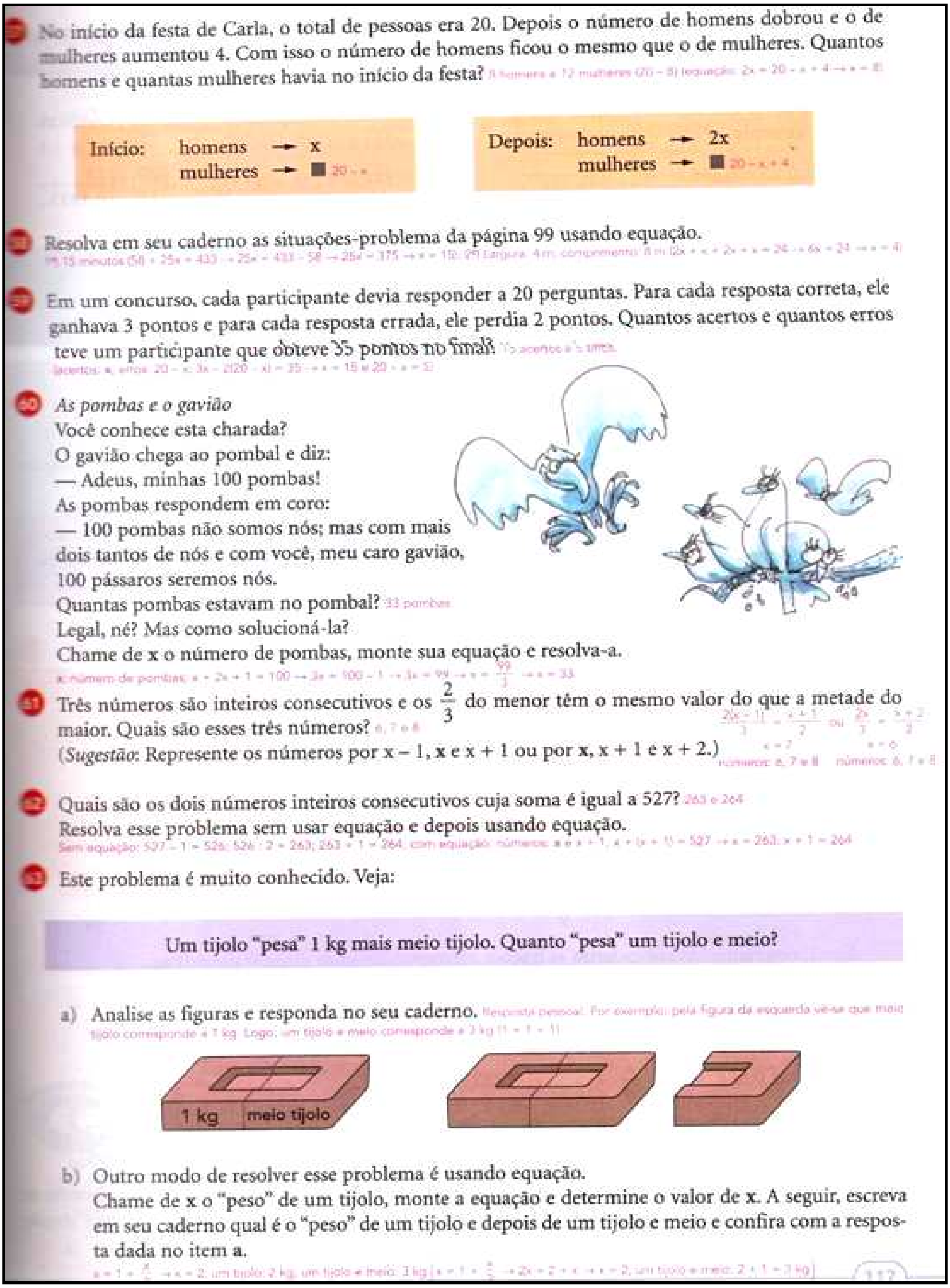
No exercício 55 é solicitado ao aluno inventar e resolver uma equação do primeiro grau com uma incógnita com algumas especificações. Para tanto, é necessário utilizar os aspectos I1 – Reconhecer e identificar na situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem na equação, realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos e I5 – Simbolizar a quantidade desconhecida identificada na situação específica e utilizada para formular a equação, do uso da variável como termo desconhecido.

O exercício 50, analisado por último nessa sequência de atividades, foi o primeiro problema, até o momento, a utilizar a palavra função no enunciado, a introduzir o termo equação literal, além de poder ser considerado um exercício de demonstração na Matemática. Nele é apresentada a equação $3(x - a) = x + 4 + 3a$, que se pode chamar de *hipótese* e a conclusão, x em função de a, $x = 3a + 2$, de *tese*.

Também podemos considerar esse exercício como sendo uma atividade integradora, segundo o Modelo 3UV, pois nele, foram reunidos os três usos da variável. Por ser uma equação, o uso da variável como termo desconhecido já está garantido. Para resolver a equação é necessário simplificá-la para demonstrar a tese $x = 3a + 2$ e por fim reconhecer a correspondência entre as variáveis x e a. Desse modo, estão presentes alguns dos aspectos característicos dos três usos da variável neste exercício:

- I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos – uso da variável como termo desconhecido;
- G4 – Manipular (simplificar, desenvolver) a variável simbólica - uso da variável como número genérico;
- F1 – Reconhecer correspondências entre variáveis relacionadas, independentemente das representações utilizadas (tabelas, gráficos, problemas verbais, expressões analíticas) – uso da variável como relação funcional.

Para completar as vinte e uma situações problema, temos ainda as seguintes atividades:



57 No início da festa de Carla, o total de pessoas era 20. Depois o número de homens dobrou e o de mulheres aumentou 4. Com isso o número de homens ficou o mesmo que o de mulheres. Quantos homens e quantas mulheres havia no início da festa?

Início: homens → x; mulheres → ■ 20 – x

Depois: homens → 2x; mulheres → ■ 20 – x + 4

58 Resolva em seu caderno as situações-problema da página 99 usando equação.

59 Em um concurso, cada participante devia responder a 20 perguntas. Para cada resposta correta, ele ganhava 3 pontos e para cada resposta errada, ele perdia 2 pontos. Quantos acertos e quantos erros teve um participante que obteve 35 pontos no final?

60 *As pombas e o gavião*

Você conhece esta charada?

O gavião chega ao pombal e diz:

— Adeus, minhas 100 pombas!

As pombas respondem em coro:

— 100 pombas não somos nós; mas com mais dois tantos de nós e com você, meu caro gavião, 100 pássaros seremos nós.

Quantas pombas estavam no pombal? 33 pombas

Legal, né? Mas como solucioná-la?

Chame de **x** o número de pombas, monte sua equação e resolva-a.

61 Três números são inteiros consecutivos e os $\frac{2}{3}$ do menor têm o mesmo valor do que a metade do maior. Quais são esses três números?

(*Sugestão*: Represente os números por **x – 1**, **x** e **x + 1** ou por **x**, **x + 1** e **x + 2**.)

62 Quais são os dois números inteiros consecutivos cuja soma é igual a 527? 263 e 264

Resolva esse problema sem usar equação e depois usando equação.

63 Este problema é muito conhecido. Veja:

Um tijolo "pesa" 1 kg mais meio tijolo. Quanto "pesa" um tijolo e meio?

a) Analise as figuras e responda no seu caderno.

b) Outro modo de resolver esse problema é usando equação.

Chame de **x** o "peso" de um tijolo, monte a equação e determine o valor de **x**. A seguir, escreva em seu caderno qual é o "peso" de um tijolo e depois de um tijolo e meio e confira com a resposta dada no item **a**.

Figura 75. Situações problema envolvendo equações (3).
Fonte: L3, p. 117.

A sequência de situações problema proposta acima segue o mesmo raciocínio e estilo de situações existentes na sequência anterior, ou seja, necessita utilizar a linguagem algébrica e possui certa complexidade de interpretação.

A sugestão apresentada no exercício 47 é utilizada também nesta sequência, nos exercício 57 e 59. Para a resolução dos exercícios 61 e 62, uma nova sugestão é apresentada: representação de números consecutivos.

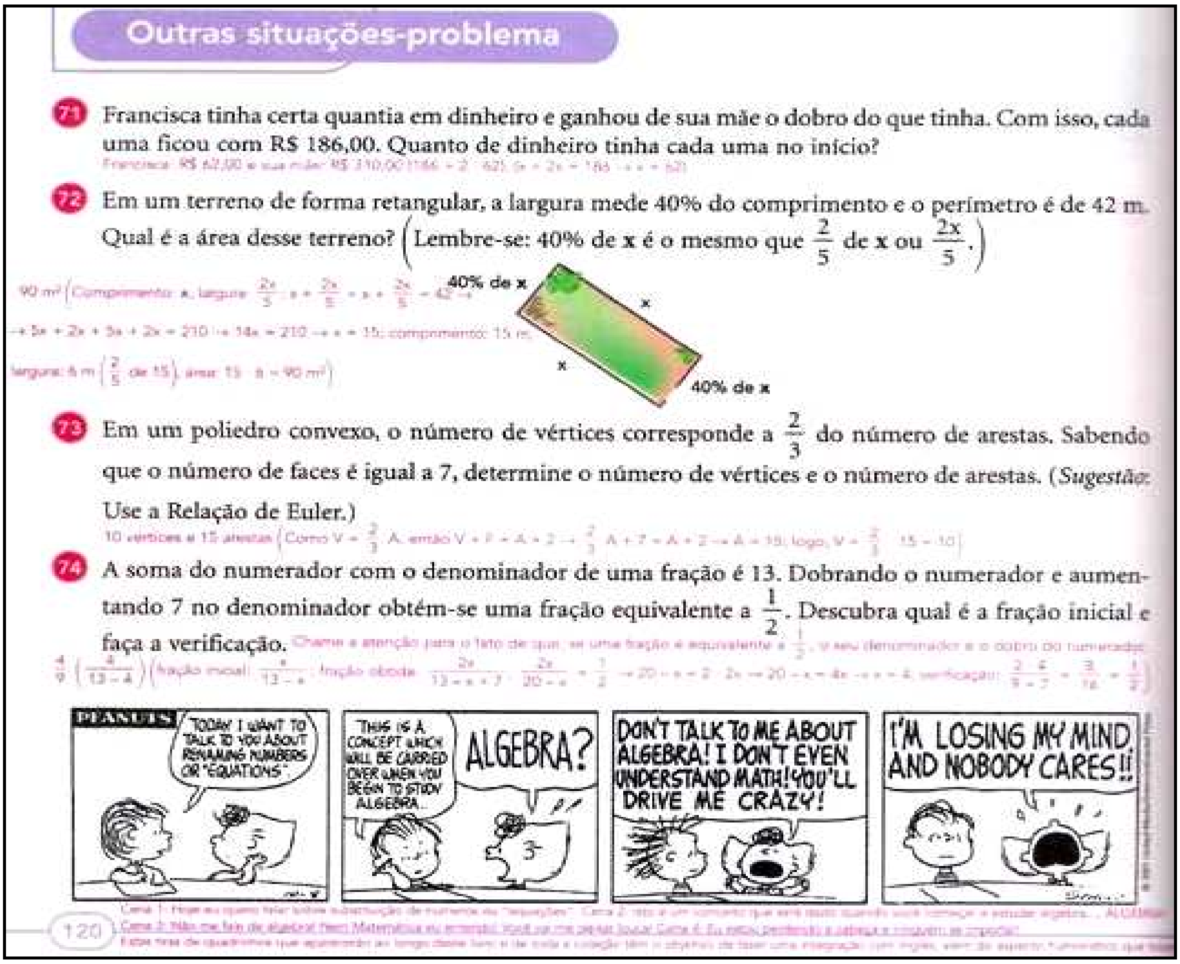
Os exercícios 57, 59, 60, 61 e 62, utilizam a variável como termo desconhecido (incógnita) sendo necessário utilizar os aspectos I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I3 – Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos e I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

No exercício 58 espera-se que sejam resolvidas, por meio de equação, as duas situações problema apresentadas na introdução do capítulo. Assim, também é necessária a utilização dos aspectos I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I3 – Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos e I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

No exercício 63 é apresentado um problema que inicialmente pode ser resolvido por meio da análise das figuras dadas e depois por meio de equação. Solicita também a comparação das respostas encontradas pela análise das figuras e pela equação. Os aspectos utilizados para sua resolução são I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema;

I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I3 – Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos e I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

Encerradas as situações problema, o livro apresenta uma aplicação para as equações, na determinação da geratriz de dízima periódica simples e composta. E encerrando as atividades propostas para este capítulo, oferece outras situações problema para serem resolvidas.



Outras situações-problema

71 Francisca tinha certa quantia em dinheiro e ganhou de sua mãe o dobro do que tinha. Com isso, cada uma ficou com R$ 186,00. Quanto de dinheiro tinha cada uma no início?

72 Em um terreno de forma retangular, a largura mede 40% do comprimento e o perímetro é de 42 m. Qual é a área desse terreno? (Lembre-se: 40% de **x** é o mesmo que $\frac{2}{5}$ de **x** ou $\frac{2x}{5}$.)

73 Em um poliedro convexo, o número de vértices corresponde a $\frac{2}{3}$ do número de arestas. Sabendo que o número de faces é igual a 7, determine o número de vértices e o número de arestas. (*Sugestão*: Use a Relação de Euler.)

74 A soma do numerador com o denominador de uma fração é 13. Dobrando o numerador e aumentando 7 no denominador obtém-se uma fração equivalente a $\frac{1}{2}$. Descubra qual é a fração inicial e faça a verificação.

120

Figura 76. Outras situações problemas (1).
Fonte: L3, p. 120.

75 Se a professora Eliane repartir igualmente as folhas de papel sulfite que tem entre 15 alunos, cada um vai receber certa quantidade. Mas, se reparti-las entre 18 alunos, cada um vai receber 2 folhas de papel sulfite a menos do que na situação anterior. Quantas folhas a professora Eliane tem para repartir? Faça a verificação. 180 folhas (quantidade: x; $\frac{x}{15} - 2 = \frac{x}{18} \rightarrow x = 180$; verificação: $180 : 15 = 12$, $180 : 18 = 10$; $10 = 12 - 2$)

Jovens jogando *videogame*.

76 Em uma partida de *videogame*, Tiago conseguiu 160 pontos em três rodadas. Na 2ª rodada, ele fez 20 pontos a menos que na 1ª, e na 3ª rodada ele fez o dobro de pontos feitos na 2ª. Quantos pontos Tiago fez em cada rodada? 1ª: 55 pontos, 2ª: 35 pontos (55 − 20); 3ª: 70 pontos (2 · 35) (1ª: x, 2ª: $x - 20$, 3ª: $2(x - 20)$; $x + (x - 20) + 2(x - 20) = 160 \rightarrow x = 55$; $55 + 35 + 70 = 160$)

Comente com os alunos os cuidados que devem ser tomados ao jogar videogame, como os que dizem respeito ao tempo da atividade, à postura, à proximidade do aparelho, etc.

77 Que número inteiro sou eu? O dobro de meu antecessor, menos 3, é igual a 25. 15 ($2(n - 1) - 3 = 25$)

78 A venda de livros de uma livraria, de 2ª a 6ª-feira em uma determinada semana, está registrada no gráfico ao lado. Calcule em seu caderno qual foi a média diária de livros vendidos nesse período. 105 livros por dia

$7x = 2(x + 50) \rightarrow x = 20$

2ª-f: $20 + 50 = 70$

3ª-f: $7 \cdot 20 = 140$

4ª-f: 140

5ª-f: $70 : 2 \times 3 = 105$

6ª-f: 70

Média: $\frac{70 + 140 + 140 + 105 + 70}{5} = \frac{525}{5} = 105$

Medida de temperatura

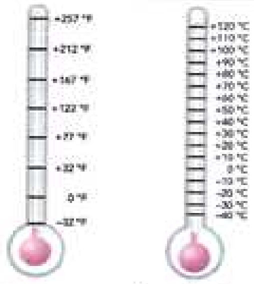
A unidade de medida de temperatura que usamos no Brasil é o grau Celsius (°C). Mas não são todos os países que usam essa unidade. Nos Estados Unidos e na Inglaterra, por exemplo, a unidade usada para medir temperatura é o grau Fahrenheit (°F).

Por isso é preciso saber fazer a correspondência entre uma medida dada em uma dessas unidades e a outra.

A fórmula $C = \frac{5(F - 32)}{9}$ permite fazer essa correspondência.

Quando temos o valor em graus Fahrenheit, por exemplo, substituímos o **F** com esse valor e determinamos **C**, que é a medida correspondente em graus Celsius.

Temos neste assunto uma importante aplicação de equação.



79 Calcule em seu caderno o valor:

a) em graus Celsius da temperatura de 32 °F; 0 °C ($C = \frac{5(32 - 32)}{9} = \frac{5 \cdot 0}{9} = \frac{0}{9} = 0$)

b) em graus Fahrenheit da temperatura de −5 °C. 23 °F ($-5 = \frac{5(F - 32)}{9} \rightarrow F = 23$)

80 Descubra qual é a temperatura cujo número que a expressa em graus Fahrenheit é o dobro do número que a expressa em graus Celsius.
320 °F correspondem a 160 °C e 320 é o dobro de 160. ($C = \frac{5(2C - 32)}{9} \rightarrow C = 160$; $2 \times 160 = 320$)

81 O que você achou mais difícil neste capítulo? E mais fácil? Responda em seu caderno. Respostas pessoais. Veja o Manual do Professor.

Figura 77. Outras situações problemas (2).
Fonte: L3, p. 121.

Essas outras situações problema propostas pelo livro possuem o mesmo objetivo para todos os exercícios: resolver equações. O diferencial entre as situações já apresentadas e analisadas e as propostas nessa seção está no fato de que diversos conceitos matemáticos estão envolvidos, sendo necessária e essencial a mediação do professor, apesar das sugestões oferecidas pelo livro. Outro aspecto relevante está na utilização de diversas formas de representação dos dados do problema, como a leitura de gráfico no exercício 78 e informações de correspondência entre as unidades de medida de temperatura.

Com exceção dos exercícios 79 e 80, os demais necessitam da utilização da linguagem algébrica para sua resolução e dessa forma é necessário utilizar os aspectos I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I3 – Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeiro; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos e I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

Para os exercícios 79 e 80, é preciso utilizar a fórmula que permite encontrar a correspondência entre as unidades de medida de temperatura Celsius e Fahrenheit. Os aspectos necessários para tanto são I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos e I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

O livro ainda apresenta na seção Revisão Cumulativa e Para Ler, Pensar e Divertir-se, mais exercícios e situações problemas finalizando o Capítulo 5, que refere-se à introdução do estudo da Álgebra.

Como podemos observar, no livro está proposta a resolução de um grande número de exercícios com a intenção de solucionar equações. Sendo assim, é evidente a importância dada ao uso da variável como termo desconhecido (incógnita) e devido ao grande número de situações problema apresentados, todos os aspectos característicos deste uso foram utilizados.

O mesmo não aconteceu com o uso da variável como número genérico. Este uso foi contemplado no livro, mas não teve a mesma ênfase. Sua utilização envolveu um número bem menor de exercícios e nem todos os aspectos característicos foram contemplados sendo mais enfatizado o G2 – Interpretar uma variável simbólica como representação de uma entidade geral, indeterminada que pode assumir qualquer valor e o G4 – Manipular (simplificar, desenvolver) a variável simbólica.

A utilização da variável como relação funcional esteve presente em um único exercício e utilizou apenas o primeiro aspecto característico, o F1 – Reconhecer correspondências entre variáveis relacionadas, independentemente das representações utilizadas (tabelas, gráficos, problemas verbais, expressões analíticas). Consideramos esse exercício uma atividade integradora, pois julgamos necessário o emprego dos três usos da variável para sua resolução. Como já dissemos, por ser uma equação, o uso da variável como termo desconhecido já está garantido. Para resolver a equação é necessário simplificar e demonstrar a tese **x = 3a + 2** e por fim reconhecer a correlação entre as variáveis **x** e **a**.

Vale salientar que o uso da variável como relação funcional, especificamente, é abordado nessa coleção no exemplar do 9º ano (8ª série) que possui um capítulo destinado ao seu estudo. A seguir, apresentamos o início do estudo das funções e alguns dos exercícios propostos por esse exemplar.

Introdução

Roberto tinha acabado de sair da aula de Matemática.

No portão da escola, sua mãe o esperava para, juntos, irem a um posto de gasolina abastecer o carro. Ela encheu o tanque e gastou R$ 96,00.

Roberto ficou olhando os números que giravam no mostrador da bomba.

De repente, teve um estalo. Toda a aula de Matemática passou por sua cabeça. Ali estava um exemplo de *função*.

Roberto foi associando os números e mentalmente montou esta tabela:

Número de litros	Preço a pagar (em R$)
1	2,40
2	4,80
3	7,20
4	9,60
⋮	⋮
40	96,00

Veja o que Roberto queria mostrar com essa tabela:

O preço a pagar é dado em função da quantidade de litros adquirida, ou seja, o preço a pagar *depende* do número de litros comprados.

$\underbrace{\text{Preço a pagar}}_{P} = \underbrace{\text{número de litros comprados}}_{x}$ vezes R$ 2,40. Ou seja $\boxed{P = 2{,}40 \cdot x}$

Os dados da tabela de Roberto também podem ser representados por um gráfico.

A correspondência entre a quantidade de litros de gasolina adquirida e o preço a pagar é um exemplo de função: o preço a pagar varia em função da quantidade de litros adquirida. Para cada quantidade de litros há um e só um preço determinado a pagar. A fórmula P = 2,40x é a *lei da função*.

Neste capítulo você entrará em contato com a idéia de função, um dos conceitos mais importantes da Matemática, e associará essa idéia a tabelas, fórmulas e gráficos.

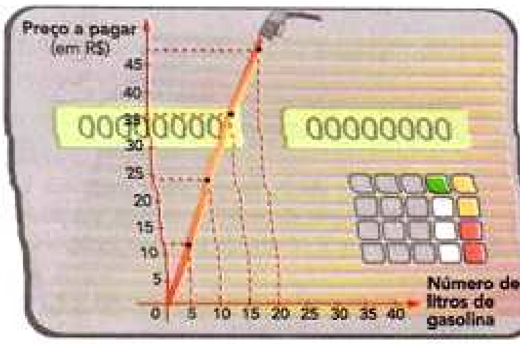


Figura 78. Explorando a ideia de função.
Fonte: L3 (exemplar 8ª série), p. 79.

1 A tabela abaixo relaciona duas grandezas variáveis: a medida do comprimento do lado de um quadrado (ℓ) e o seu perímetro (**P**).

a) Copie-a em seu caderno e complete-a.

Lado (cm)	1	1,5	2	3	3,5	3,8	4	10
Perímetro (cm)	4	6	8	12	14	15,2	16	40

b) Observe os dados da tabela, descubra qual é o padrão e escreva a fórmula que dá o perímetro (**P**) em função da medida do lado (ℓ). $P = 4\ell \; (\ell + \ell + \ell + \ell)$

c) O perímetro de um quadrado varia de forma diretamente proporcional à medida de seu lado? Explique sua resposta

Sim, porque dobrando a medida do lado o perímetro dobra; triplicando a medida do lado, o perímetro triplica, e assim por diante.

d) Se ℓ = 11,75 cm, qual é o valor de **P**? 47 cm (4 × 11,75)

Figura 79. Primeiro exercício apresentado.
Fonte: L3 (exemplar 8ª série), p. 80.

Para a resolução deste exercício é necessário a utilização dos aspectos: F1 – Reconhecer correspondências entre variáveis relacionadas, independentemente das representações utilizadas (tabelas, gráficos, problemas verbais, expressões analíticas); F2 – Determinar os valores da variável dependente pelo valor dado a uma independente; F4 – Reconhecer a variação comum das variáveis envolvidas em uma relação independentemente da representação utilizada (tabelas, gráficos, expressões analíticas); F5 – Determinar os intervalos de variação de uma variável dada o intervalo da variação da outra e F6 – Simbolizar uma relação funcional baseado na análise dos dados de um problema.

O autor especifica o significado da lei de formação e variável dependente e independente. O segundo exercício proposto (Figura 80) questiona essa compreensão e envolve o aspecto característico F4 – Reconhecer a variação comum das variáveis envolvidas em uma relação independentemente da representação utilizada (tabelas, gráficos, expressões analíticas).

2 Qual é a variável dependente e qual é a variável independente no exemplo da função da página de introdução do capítulo? Variável dependente: preço a pagar; variável independente: número de litros

Figura 80. Reconhecimento de variável dependente e independente.
Fonte: L3 (exemplar 8ª série), p. 80.

No exercício que segue, todos os aspectos característicos do uso da variável como relação funcional (ver página 40-1) são utilizados em sua resolução.

4 A tabela abaixo indica o custo de produção de certo número de peças para informática.

a) Copie e complete a tabela em seu caderno.

Número de peças	1	2	3	4	5	6	7	8
Custo (em R$)	1,20	2,40	3,60	4,80	6,00	7,20	8,40	9,60

b) A cada quantidade de peças corresponde um único custo em reais? Sim

c) O custo é dado em função de quê? Em função do número de peças.

d) Neste caso, quais são as variáveis? Número de peças (variável independente) e custo em reais (variável dependente).

e) Examine os dados da tabela, descubra a regularidade e escreva a fórmula que associa o custo (C) com o número de peças (x). $C = 1{,}20x$

f) Qual é o custo de 10 peças? E de 50 peças? R$ 12,00; R$ 60,00

g) Com um custo de R$ 120,00, quantas peças podem ser produzidas? 100 peças (120 : 1,20)

h) O custo de produção varia de forma diretamente proporcional ao número de peças produzidas? Justifique sua resposta. Sim, porque duplicando o número de peças produzidas o custo também duplica; triplicando o número de peças produzidas o custo triplica, e assim por diante.

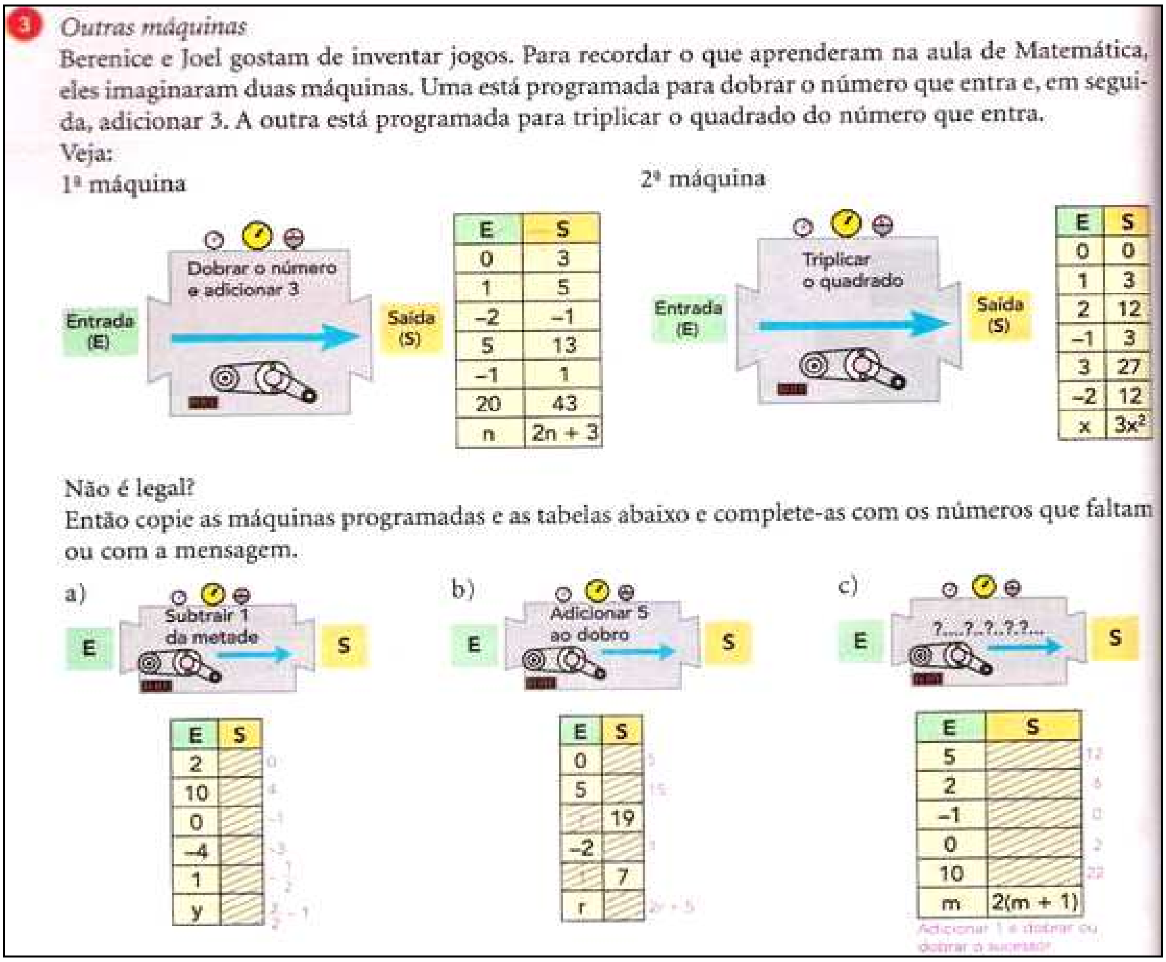
i) Use os dados da tabela e construa em seu caderno um gráfico dessa situação. Nesse caso, é possível ligar os pontos do gráfico por linha contínua? Não, porque a grandeza número de peças é discreta. É representada pelos números naturais, e não pelos números reais.

Figura 81. Exemplo de exercícios sobre funções.
Fonte: L3 (exemplar 8ª série), p. 80.

Com relação aos usos da variável como número genérico e termo desconhecido (incógnita) encontramos, no exemplar de 8º ano (7ª série), são encontradas evidências de sua utilização. No manual do professor, no final do exemplar, o autor afirma que:

> [...] as dimensões da Álgebra: aritmética generalizada, usando as letras como generalização de modelos e padrões aritméticos; estrutural, empregando as letras como símbolos abstratos, obtendo expressões algébricas equivalentes por meio de cálculos algébricos simples integrados a noções geométricas e de medidas, e finalmente, como resolução de equações, em que as letras são apresentadas como incógnitas. (DANTE, 2006, p. 53 – manual pedagógico do professor).

Para exemplificar aos usos da variável como número genérico e termo desconhecido (incógnita), seguem dois exercícios propostos.



3 *Outras máquinas*

Berenice e Joel gostam de inventar jogos. Para recordar o que aprenderam na aula de Matemática, eles imaginaram duas máquinas. Uma está programada para dobrar o número que entra e, em seguida, adicionar 3. A outra está programada para triplicar o quadrado do número que entra.

Veja:

1ª máquina

E	S
0	3
1	5
−2	−1
5	13
−1	1
20	43
n	2n + 3

2ª máquina

E	S
0	0
1	3
2	12
−1	3
3	27
−2	12
x	$3x^2$

Não é legal?

Então copie as máquinas programadas e as tabelas abaixo e complete-as com os números que faltam ou com a mensagem.

a)

E	S
2	
10	
0	
−4	
1	
y	

b)

E	S
0	
5	
	19
−2	
	7
r	

c)

E	S
5	
2	
−1	
0	
10	
m	2(m + 1)

Figura 82. Exemplo de Exercício (1).
Fonte: L3 (exemplar 7ª série), p. 50.

O exercício acima foi escolhido, pois ao mesmo tempo em que utiliza a generalização, também apresenta a ideia de função. Desse modo, é necessário empregar os aspectos característicos do uso da variável como numero genérico G1 – Reconhecer padrões, perceber regras e métodos em seqüências e em problemas similares; G2 – Interpretar uma variável simbólica como representação de uma entidade geral, indeterminada que pode assumir qualquer valor; G3 – Deduzir regras e métodos gerais, em seqüência e em famílias de problemas e G5 – Simbolizar enunciados, regras e métodos gerais e os aspectos característicos do uso da variável como relação funcional F1 – Reconhecer correspondências entre variáveis relacionadas, independentemente das representações utilizadas (tabelas, gráficos, problemas verbais, expressões analíticas); F2 – Determinar os valores da variável dependente pelo valor dado a uma independente; F4 – Reconhecer a variação comum das variáveis envolvidas em uma relação independentemente da representação utilizada (tabelas, gráficos, expressões analíticas); F5 – Determinar os intervalos de variação de uma variável dada o intervalo da variação da outra e F6 – Simbolizar uma relação funcional baseado na análise dos dados de um problema.

35 Na loja de Sarita o plano de venda de eletrodomésticos é dado pela expressão R$ 100,00 + 5p, em que **p** representa o valor da prestação. Qual é o valor de cada prestação na venda de um televisor cujo preço é de R$ 450,00?

Figura 83. Exemplo de Exercício (2).
Fonte: L3 (exemplar 7ª série), p. 58.

Para resolução do exercício 35 (Figura 83) é necessário o emprego da variável como termo desconhecido (incógnita). Envolve os aspectos característicos I1 – Reconhecer e identificar numa situação problema a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as limitações do problema; I2 – Interpretar a variável simbólica que aparece na equação, como um ente que pode assumir valores específicos; I3 – Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem da equação um enunciado verdadeira; I4 – Determinar a quantidade desconhecida que aparecem em equação ou nos problemas realizando operações algébricas, aritméticas ou ambos os tipos e I5 – Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em situações específicas e utilizadas para formular equações.

Salientamos que no exemplar de 9º ano (8ª série) o uso da variável como termo desconhecido (incógnita) é abordado no Capítulo 3 – Equações e sistemas de equações do 2º grau.

Diante do exposto, percebe-se, portanto que esse livro apresenta os três usos da variável tanto no exemplar de 7º ano (6ª série), foco do nosso trabalho, quanto nos exemplares de 8º ano (7ª série) e 9º ano (8ª série).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As queixas que meus próprios alunos fazem em relação à Álgebra, as dificuldades de resolução de exercícios propostos pelo livro didático, o baixo rendimento apresentado nas avaliações ou provas escritas propostas na disciplina, ou em provas oficiais do Estado de São Paulo, como comprova o relatório do Saresp 2005 (SÃO PAULO, 2005), foram os elementos motivadores para este trabalho.

Analisamos algumas pesquisas já existentes em relação ao ensino da Álgebra, ao livro didático e ao Modelo 3UV. Elas enfatizaram relação entre a Aritmética e a Álgebra na Matemática, destacando a dificuldade dos alunos na aprendizagem da Álgebra, o conceito de variável como ferramenta importante para a solução de problemas matemáticos e a relação entre os diferentes usos das variáveis com as de concepções da Álgebra.

Rodrigues (2008) e Silva, R (2009) apontaram que os alunos possuem dificuldades em lidar com problemas em que o conceito de variável se faz presente e que essas dificuldades parecem estar relacionadas às práticas de ensino dos professores, ao material didático utilizado durante as aulas de Matemática e à dificuldade de simbolização, principalmente quando necessitam utilizar as variáveis nos papéis de número genérico ou em relacionamento funcional.

Partindo das evidências indicadas nessas pesquisas, por vivenciar estas dificuldades com meus alunos e, também, pela Álgebra ser uma área da Matemática que ocupa um lugar importante no currículo escolar, propusemo-nos neste trabalho examinar, com base na análise de livros didáticos do 7º ano (6ª série) do Ensino Fundamental, a presença dos usos da variável segundo o

Modelo 3UV. Ao longo do nosso estudo, pretendíamos responder às seguintes questões de pesquisa:

- O Modelo 3UV pode ser identificado nos livros didáticos de 7° ano (6ª série) do Ensino Fundamental?
- Os conteúdos algébricos abordados no livro, bem como seus exercícios e as situações problema propostas apresentam os usos da variável de acordo com o Modelo 3UV?

Para tanto, escolhemos três coleções de livros didáticos de Matemática, as mais distribuídas no PNLD 2008, entre as 16 aprovadas e avaliadas nesse programa para o Ensino Fundamental. Nosso estudo baseou-se apenas no livro referente ao 7º ano (6ª série) do Ensino Fundamental, pois é nesse ano que tradicionalmente o estudo formal da Álgebra escolar é iniciado no currículo atual das unidades escolares. Os livros escolhidos foram: Livro 1 – Matemática e Realidade; Livro 2 – Novo Praticando Matemática e Livro 3 – Tudo é Matemática.

Para as análises, inicialmente realizamos a leitura do Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (BRASIL, 2007) e dos livros didáticos selecionados (exemplar do professor) com a intenção de verificar a estrutura do material, a linguagem apresentada, os recursos textuais e não textuais, os temas abordados e contextos de aplicação dos conteúdos propostos.

Em seguida, solucionamos as situações problema e os exercícios propostos pelos livros e analisamos se os conteúdos algébricos abordados no livro didático, bem como seus exercícios e situações problema contemplavam ou não, os usos da variável de acordo com o Modelo 3UV. Para essa análise, estabelecemos três critérios:

1º) Verificar se nos livros didáticos, os três usos da variável são contemplados igualmente ou se os livros privilegiam um deles.

2º) Apontar se os exercícios contemplam todos os aspectos que caracterizam cada um dos três usos da variável.

3º) Examinar se os livros didáticos, além de apresentar exercícios e situações problema que utilizam – e assim diferenciam – os usos da variável, apresentam situações que integrem os diferentes usos da variável (atividades integradoras).

Antes de apresentar os resultados encontrados, não podemos deixar de notar a concordância entre os livros didáticos analisados, em relação à importância da Álgebra como ferramenta para resolver problemas. O Livro 2 e o Livro 3 fizeram referência às dimensões da Álgebra, enfatizando a necessidade de contemplar a Álgebra como Aritmética generalizada, como estudo das funções, equações e estudo das estruturas matemáticas, estando de pleno acordo com as orientações dos PCN (BRASIL, 1998).

Para melhor compreender as análises realizadas neste trabalho, uma comparação entre os livros se faz necessária. Iniciamos, expondo que o Livro 1 não traz nenhuma referência à resolução de equações mentalmente, tampouco utilizou o recurso da balança de dois pratos como fizeram os Livro 2 e Livro 3.

A semelhança entre os livros analisados está na ênfase dada à resolução de situações problema e resolução de equações sem enunciado em língua natural, realçando assim, a ideia da mecanização e manipulação do cálculo algébrico.

Nosso trabalho baseou-se na afirmação de que o conceito de variável é essencial para a compreensão e aprendizagem da Álgebra, bem como é indispensável trabalhar com seus distintos usos.

Quanto ao Modelo 3UV, base teórica deste trabalho, os livros de 7º ano (6ª série) analisados exploram os usos da variável, mas de forma parcial. Os três usos da variável não são contemplados igualmente, ou seja, não há um equilíbrio entre os diferentes usos.

No Livro 1 – Matemática e Realidade, percebemos o destaque, concedido pelos autores, ao uso da variável como termo desconhecido (incógnita). O uso da variável como número genérico é abordado, mas não com a mesma ênfase.

O destaque do uso da variável como termo desconhecido (incógnita), se dá na resolução de equações, tanto em situações problema quanto desvinculado de um enunciado em língua natural que pode ser traduzido matematicamente, enquanto o uso da variável como termo genérico é enfatizando os aspectos: G2 – Interpretar uma variável simbólica como representação de uma entidade geral, indeterminada que pode assumir qualquer valor, G4 – Manipular (simplificar, desenvolver) a variável simbólica e G5 – Simbolizar enunciados, regras e métodos gerais.

Quanto ao uso da variável como relação funcional, tanto nos exercícios propostos quanto nas situações problema apresentados, esse uso não foi abordado. Esse livro também não apresentou as atividades integradoras que diferenciam os usos da variável. Propôs, sim, atividades que exploradas em conjunto podem ser consideradas atividades integradoras, como os exercícios 11, 12 e 13 que já visto anteriormente. Esses, se trabalhados em conjunto, podem ser considerados uma atividade integradora, pois inicialmente, é proposto ao aluno, utilizar a variável como número genérico e em seguida, como termo desconhecido. A relação funcional fica a cargo do estímulo e mediação do professor, na resolução do *item b* dos exercícios 12 e 13.

No Livro 2 – Novo Praticando Matemática apenas o uso da variável como termo desconhecido (incógnita) foi contemplado sendo que os aspectos característicos deste uso foram abordados em sua totalidade.

Quanto aos demais usos da variável, apresentados no Modelo 3UV, não foram abordados nesse livro e, portanto não encontramos nenhuma situação problema ou exercício que possa ser considerado atividade integradora. Entretanto devemos salientar que nos exemplares do 8º e 9º anos, encontramos referências do uso da variável como termo desconhecido e como relação funcional.

Observamos no Livro 3 – Tudo é Matemática a importância atribuída ao uso da variável como termo desconhecido (incógnita), devido ao grande número de situações problema propostas e sendo assim, todos os aspectos característicos desse uso foram utilizados.

O mesmo não aconteceu com o uso da variável como número genérico. Esse uso foi abordado, mas não teve a mesma ênfase, devido à utilização de um número bem menor de exercícios e neles nem todos os aspectos característicos foram contemplados, sendo os mais enfatizados: G2 – Interpretar uma variável simbólica como representação de uma entidade geral, indeterminada que pode assumir qualquer valor e G4 – Manipular (simplificar, desenvolver) a variável simbólica.

O uso da variável como relação funcional esteve presente em um único exercício (exercício 50 – Figura 74, p. 134) e utilizou apenas o primeiro aspecto característico, o F1 – Reconhecer correspondências entre variáveis relacionadas, independentemente das representações utilizadas (tabelas, gráficos, problemas verbais, expressões analíticas).

Também, não apresentam as atividades integradoras que diferenciam os usos da variável. No entanto, consideramos esse exercício, o que utiliza a variável como relação funcional, uma atividade integradora, pois julgamos necessário o emprego dos três usos da variável para sua resolução.

Para facilitar nossa compreensão em relação às análises realizadas, de acordo com os critérios estabelecidos, apresentamos dois quadros comparativos entre os livros didáticos analisados.

O Quadro 5, apresentado a seguir, refere-se à abordagem dos usos da variável e aspectos característicos de cada uso.

Livros	Usos da Variável – Modelo 3UV		
	Número Genérico	**Termo Desconhecido**	**Relação Funcional**
Matemática e Realidade	Este uso foi abordado nos exercícios e situações problema. Todos os aspectos característicos foram explorados, mas os aspectos mais enfatizados foram o G2, G4 e G5.	Este uso foi abordado nos exercícios e situações problema. Todos os aspectos característicos foram explorados.	Este uso não foi abordado nos exercícios e situações problema.
Novo Praticando Matemática	Este uso não foi abordado nos exercícios e situações problema.	Este uso foi abordado nos exercícios e situações problema. Todos os aspectos característicos foram explorados.	Este uso não foi abordado nos exercícios e situações problema.
Tudo é Matemática	Este uso foi abordado nos exercícios e situações problema. Todos os aspectos característicos foram explorados, mas os aspectos mais enfatizados foram G2 e G4.	Este uso foi abordado nos exercícios e situações problema. Todos os aspectos característicos foram explorados.	Este uso foi abordado em apenas um exercício. O aspecto característico explorado foi o F1.

Quadro 8. Comparativo dos livros em relação aos usos da variável e aspectos característicos.

Contudo, devemos salientar que o uso da variável como relação funcional é abordado, de forma específica, pelos livros analisados nesta pesquisa no exemplar do 9º ano (8ª série). Ressaltamos também que no Livro 2 e no Livro 3, no exemplar de 8º ano (7ª série) este uso já é abordado.

Em relação aos livros didáticos apresentarem situações e ou exercícios que integrem os diferentes usos da variável (atividades integradoras), apresentamos a seguir, o Quadro 6 refere-se à apresentação e utilização das atividades integradoras pelos livros escolhidos nos exemplares de 7º ano (6ª série).

Livros	**Atividades Integradoras – Modelo 3UV**
Matemática e Realidade	Não foi apresentada.
Novo Praticando Matemática	Não foi apresentada.
Tudo é Matemática	Não foi apresentada.

Quadro 9. Comparativo dos livros em relação à utilização de atividades integradoras.

Vale salientar que algumas situações problema ou exercícios apresentados nos livros analisados, foram considerados por nós, como atividades integradoras se trabalhados em conjunto pelo professor.

Pretendíamos, ao longo do nosso estudo, responder a duas questões de pesquisa. Como resposta à primeira questão – O Modelo 3UV apresentado por Ursini *et al* (2005) pode ser identificado nos livros didáticos de 7° ano (6ª série) do Ensino Fundamental? – a resposta para esta questão é que o Modelo 3UV pode ser identificado parcialmente nos livros didáticos do 7° ano (6ª série) do Ensino Fundamental. Todos os livros apresentaram pelo menos um uso da variável segundo o Modelo 3UV.

O Livro 1 utilizou a variável como número desconhecido e como termo genérico (incógnita). Dessa forma, apresentou dois dos três usos da variável. O Livro 2 empregou apenas o uso da variável como termo desconhecido (incógnita). O único livro a apresentar os três usos da variável, ou seja, a variável como número genérico, como termo desconhecido (incógnita) e como relação funcional foi o Livro 3.

Em relação à segunda questão – Os conteúdos algébricos abordados no livro, bem como seus exercícios e as situações problema propostas apresentam os usos da variável de acordo com o Modelo 3UV? – Nesta questão, respondemos que apresentam parcialmente, pois nem todos os usos da variável são contemplados pelos livros didáticos de 7º ano (6ª série) analisados, sendo enfatizado o uso da variável como termo desconhecido (incógnita).

Assim, podemos considerar que quando favorecemos apenas um uso da variável, perde-se a possibilidade de compreensão do conceito de variável e limita-se o conhecimento dos alunos.

Por todo o exposto, percebemos que o livro, se considerado pelo professor como um material de apoio, contribui com o processo de ensino e aprendizagem dos alunos em relação à diversidade e quantidade de exercícios propostos. Consideramos, no entanto, que a mediação do professor é fundamental para o êxito da aprendizagem dos alunos.

Precisamos destacar que se considerarmos os exemplares de 8º e 9º anos (7ª e 8ª séries), dos livros selecionados e analisados, os usos da variável segundo o Modelo 3UV podem ser identificados nos três livros didáticos.

Nossas hipóteses se confirmaram e pudemos verificar também a apresentação das notações e convenções em Álgebra, a utilização das letras na representação algébrica e como trabalham com a ideia de variável.

Os resultados obtidos neste trabalho apontam para a necessidade de analisar também, o material distribuído pelo Governo do Estado de São Paulo, “os caderninhos”, com a finalidade de verificar se os três usos da variável são abordados de modo a possibilitar ao aluno a compreensão do conceito de variável.

Consideramos o conceito de variável e seus distintos usos essenciais para a compreensão e aprendizagem da Álgebra. Ressalte-se ainda, livro didático é elemento de fundamental importância na divulgação do conhecimento matemático e acreditamos que a análise de livros didáticos de Matemática é um tema presente em estudos e pesquisas ligadas à Educação Matemática de modo que sua análise contribui para a compreensão de parte do sistema escolar e consequentemente para a melhora de sua qualidade.

Esta pesquisa modificou nossa prática docente maneira positiva. Fez-nos compreender que a Álgebra é mais do que a simples manipulação simbólica e a resolução de equações. Também concluímos que a compreensão do conceito de variável, por parte dos alunos, requer o trabalho com atividades que envolvam somente um uso da variável para fortalecer os aspectos que caracterizam os diferentes usos, mas é fundamental o trabalho com situações que envolvam os três usos da variável.

REFERÊNCIAS

ALVES-MAZZOTTI, A. J e GEWANDSZNAJDER, F. **O Método nas Ciências Naturais e Sociais: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa**. 2ª edição. São Paulo: Pioneira, 2001.

ANDRINI, A e ZAMPIROLO, M. J. C. de V. **Novo Praticando Matemática**. 6ª série. São Paulo: Editora do Brasil, 2002.

ANDRINI, A e ZAMPIROLO, M. J. C. de V. **Novo Praticando Matemática**. 7ª série. São Paulo: Editora do Brasil, 2002.

ANDRINI, A e ZAMPIROLO, M. J. C. de V. **Novo Praticando Matemática**. 8ª série. São Paulo: Editora do Brasil, 2002.

BARRETO, B. C. e MONTEIRO, M. C. G. G. **Professor, Livro Didático e Contemporaneidade**. Revista Pesquisas em Discurso Pedagógico. Fascículo 4. 2008. Disponível em: http://www.maxwell.lambda.ele.puc-rio.br/acessoConteudo.php?nrseqoco=38948. Acesso em 22 agosto de 2008.

BATTAGLIOLI, C. S. M. **Sistemas Lineares na segunda série do Ensino Médio: Um olhar sobre os Livros Didáticos.** 2008. 102 f. Mestrado (Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

BORRALHO, A. *et al*. **Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra**. In VALE I.; PIMENTEl T.; BARBOSA A.; FONSECA L.; SANTOS L.e CANAVARRO, P. (Orgs). Números e Álgebra, p. 193-211, Lisboa: SEM-SPCE, 2007. Disponível em: http://dspace.uevora.pt/otic/bitstream/10174/1416/1/Padr%C3%B5es+Caminha.pdf. Acesso em 20/08/2009.

BRANCO, N. C. V. **O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico.** 2008. 251 f. Dissertação (Mestrado em Educação – Área de Especialização em Didática da Matemática). Faculdade de Ciências, Departamento de Educação. Universidade de Lisboa, Lisboa.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. – Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2. Brasília: MEC, 2006.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008: Matemática**. Ministério da Educação. Brasília. MEC, 2007

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa em Ciências Humanas e Sociais**. 4ª edição. São Paulo: Cortez, 2000.

CHRISTO, D. S. **Introdução da Noção de Variável em Expressões Algébricas por Meio da Resolução de Problemas: Uma Abordagem Dinâmica**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

COXFORD, A. F. e SHULTE, A. P. **As ideias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

DAMAZIO, A. **A prática docente do professor de matemática: marcas das concepções do livro didático**. REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática. V. 1.2, p. 14-25. UFSC: 2006.

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática**. 1ª edição. 6ª série. São Paulo: Ática, 2006.

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática**. 1ª edição. 7ª série. São Paulo: Ática, 2006.

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática**. 1ª edição. 8ª série. São Paulo: Ática, 2006.

FIGUEIREDO, A. de C. **Saberes e Concepções de Educação Algébrica em um curso de Licenciatura em Matemática**. 2007. 289 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

FLICK, U. **Introdução a pesquisa qualitativa**. Tradução Joice Elias Costa. 3ª edição. Porto Alegre: Artmed, 2009.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6ª edição. São Paulo: Editora Atlas S.A., 2008.

IEZZI, G.; DOLCE, M.; MACHADO, A. **Matemática e Realidade**. 6ª série. 5ª edição, São Paulo: Atual, 2005.

IEZZI, G.; DOLCE, M.; MACHADO, A. **Matemática e Realidade**. 7ª série. 5ª edição, São Paulo: Atual, 2005.

IEZZI, G.; DOLCE, M.; MACHADO, A. **Matemática e Realidade**. 8ª série. 5ª edição, São Paulo: Atual, 2005.

LELLIS, M. e IMENES, L. M. **A Matemática e o Novo Ensino Médio**. In Educação Matemática em Revista, nº. 9, pp. 40-7. RS: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2001.

LINS, R. C. e GIMENEZ, J. **Perspectivas e Álgebra e Aritmética para o Século XXI.** 7ª edição, Campinas-SP: Papirus, 2006.

LOPES, J. A. **Livro Didático de Matemática: Concepção, Seleção e Possibilidades frente a Descritores de Análise e Tendências em Educação Matemática**. 2000. 331 f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP.

MAYER, R. E. **Thinking, problem solving, cognition.** New York: W. H. Freeman and Company,1983.

OLIVEIRA, A. T. C. C. de. **Reflexões sobre a Aprendizagem da Álgebra**. Educação Matemática em Revista. SBEM, nº. 12, Ano 9, p. 35-9, junho/2002.

PAES, L. C. **Ensinar e Aprender Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PAES, L. C. **Transposição Didática**. In. Educação Matemática Uma (nova) introdução. 3ª edição. São Paulo: Educ: 2008.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: Um novo aspecto do Método Matemática.** Rio de Janeiro: Editora Interciencia, 1986.

PONTE, J. P. **Álgebra no currículo escolar**. In Educação e Matemática, n°85, p. 36-42, Novembro/Dezembro 2005.

QUEIROZ, P. C. G. **Conhecimentos relativos à variável, mobilizados por professores da educação básica**. 2008. 134 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

QUINTILIANO, L. C. **Conhecimento Declarativo e de Procedimento na Solução de Problemas Algébricos**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP.
Relatório Álgebra. ***Gateway to a Tecnological Future da MAA (Mathematical Association of America)***. Edição: Victor J. Katz. Tradução: Adriana Camejo. University of the District of Columbia, 2007.

RODRIGUES, D. M. **A compreensão de alunos, ao final do Ensino Médio, relativa ao conceito de variável**. 2008. 147 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

ROMANATTO, M. C. **O Livro Didático: alcances e limites**. EPEM, São Paulo. 2004. Disponível em: http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr19-Mauro.doc. Acesso em 15 de junho de 2009.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação. **Caderno do professor: gestão do currículo na escola**. São Paulo: SEE, 2008.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação. **Relatório Saresp**. São Paulo: SEE, 2005.

SCARLASSARI, N. T. **Um estudo de dificuldades ao aprender Álgebra em situações diferenciadas de ensino em alunos da 6ª série do Ensino Fundamental**. 2007. 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP.

SILVA, R. M. **Diferentes usos da variável por alunos do Ensino Fundamental. 2009**. 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SILVA, U. A. **Análise da abordagem de Função adotada em Livros Didáticos de Matemática da Educação Básica.** 2007. 110 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

STERNBERG, R.J. **Psicologia Cognitiva**. Porto Alegre: Artes Médicas. 2000.

TELES, R. A. de M. A. **Aritmética e a Álgebra na Matemática Escolar**. Educação Matemática em Revista. SBEM, nº. 16, Ano 11, p. 8-15, maio/2004.

URSINI, S *et al*. **Enseñanza del Álgebra elemental: una propuesta alternativa**. México: Trillas, 2005.

USISKIN, Z. **Concepções sobre a Álgebra da escola média e utilizações das variáveis**. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Alberto P. As ideias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995.