

Silvia Swain Canôas

**O Campo Conceitual Multiplicativo na Perspectiva
do Professor das Séries Iniciais (1ª a 4ª série)**

Mestrado em ENSINO DA MATEMÁTICA

PUC - SP

1997

**Dissertação apresentada como exigência
parcial para obtenção do título de
MESTRE EM ENSINO DA MATEMÁTICA à
Pontifícia Universidade Católica de São
Paulo, sob orientação da Professora
Doutora Sandra Maria Pinto Magina.**

BANCA EXAMINADORA

Aos meus Alunos

Que, ao não se furtarem à interação, me deram oportunidade de sentir vivamente o processo de ensino/aprendizagem.

“ A tarefa de ensinar é uma tarefa profissional que, no entanto, exige amorosidade, criatividade, competência científica mas recusa a estreiteza cientificista, que exige a capacidade de brigar pela liberdade sem a qual a própria tarefa fenece.” (in Professora Sim, Tia Não: cartas a quem ousa ensinar, Ed.Olho D’ água. 1997)”.

Paulo Freire

AGRADECIMENTOS

À CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de pessoal de Nível Superior – pelo apoio material dado a nossa pesquisa, possibilitando um melhor desenvolvimento deste trabalho.

À Professora Doutora Sandra Maria Pinto Magina, nossa orientadora, que nos mostrou Ter firmes princípios diante do trabalho acadêmico a que se propõe. Determinada, dinâmica e objetiva, nos estimulou agradavelmente na concretização deste trabalho.

À Professora Doutora Tânia Maria Mendonça Campos que tem um projeto pedagógico definido dentro da PUCSP.

À Coordenadora do Programa de Estudos P[os-graduados em Ensino da Matemática, Professora Doutora Sônia Iglioni e a todos os professores que compõe a sua equipe, sem os quais seria difícil chegarmos aos nossos objetivos.

À Professora Doutora Terezinha Nunes, que nos estimulou a uma instigante reflexão que, sem dúvida, influenciou o nosso trabalho.

O trabalho intelectual não pode prescindir do contato Humano. Ele acontece solitariamente, mas, à medida que nos relacionamos sobre o tema, nossas idéias vão se tornando mais importantes, na compreensão de aspectos que estavam despercebidos. Descobri amigos e renovei amizades, porisso mencionaremos essas pessoas tão significativas, aqui em ordem alfabética, para não incorrer em erro de valor: Bira, Bolinha, Carol, Ceci, Célia, Chico, Izabel, Lígia, Nielce, Perot, Rita, Rosana, Taninha, e a todos aqueles que nos ajudaram de alguma maneira.

À Cilene e Walter, meus pais, que com seus trabalhos acadêmicos, me mostraram que é este o caminho.

À Claudia, minha irmã, pelo apoio cotidiano desses últimos anos.

Como agradecimento, às professoras que foram tão solidárias com este trabalho, ofereço a beleza da poesia, que mostra a simplicidade dentro da complexidade do ensinar, de Toquinho, Vinícius, Guido Morra e Maurizio Fabrizio.

AQUARELA

Numa folha qualquer eu desenho um sol amarelo
E com cinco ou seis retas é fácil fazer um castelo
Corro o lápis em torno da mão e me dou uma luva
E se faço chover com dois riscos tenho um guarda-chuva
Se um pinguinho de tinta cai num pedacinho azul do papel
Num instante imagino um linda gaivota a voar no céu

Vai voando contornando
A imensa curva norte sul
Vou com ela viajando
Havaí, Pequim ou Istambul
Pinto um barco a vela branco navegando
É tanto céu e mar num beijo azul
Entre as nuvens vem surgindo
Um lindo avião rosa e grená
Tudo em volta colorido com suas luzes a piscar
Basta imaginar e ele está partindo
Serenando
E se a gente quiser
Ele vai posar

Numa folha qualquer eu desenho um navio de partida
Com alguns bons amigos, bebendo de bem com a vida
De uma América a outra consigo passar num segundo
Giro um simples compasso e num círculo eu faço o mundo
Um menino caminha e caminhando chega num muro
E ali logo em frente a esperar pela gente o futuro está

E o futuro é uma astronave
Que tentamos pilotar
Não tem tempo nem piedade
Nem tem hora de chegar
Sem pedir licença muda nossa vida
E depois convida rir ou chorar
Nessa estrada não nos cabe
Conhecer ou ver o que virá
O fim dela ninguém sabe
Bem ao certo onde vai dar
Vamos todos numa linda passarela
De uma aquarela que um dia enfim
Descolorirá

RESUMO

O objetivo deste trabalho foi investigar quais as representações do professor das séries iniciais do Ensino Fundamental.

Escolhemos como assunto alvo as operações de multiplicação e divisão, mais especificamente seu desenvolvimento no Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas de Gérard Vergnaud. Para um traçado destas representações, fizemos dois estudos, estudo I e estudo II, que se completam.

Nossas questões de pesquisa indagaram tanto sobre as representações simbólicas desse professor, quanto para um levantamento de suas concepções, referindo-se sempre ao Campo Multiplicativo. Mais especificamente, procuramos entender como esse professor trabalha com as continuidades e descontinuidades de raciocínio, e que relações ele estabelece entre os termos presentes nesse Campo.

Nossas análises dos resultados apontaram duas perspectivas desse professor: 1) as professoras têm uma visão estreita do campo conceitual multiplicativo, principalmente no que diz respeito a exploração das situações presentes nesse campo; e 2) as professoras tendem a utilizar conceitos e procedimentos dentro de um domínio de validade que não são verdadeiros em outros domínios, sem contudo ter um entendimento claro do que é possível e do que não é possível ser conectado nesses domínios.

ÍNDICE

CAPÍTULO I: INTRODUÇÃO.....	01
1. JUSTIFICATIVA.....	02
2. OBJETIVO.....	05
3. RELEVÂNCIA.....	07
4. RESUMO DA DISSERTAÇÃO.....	08
CAPÍTULO II: A MATEMÁTICA, O PROFESSOR E A ESCOLA.....	11
1. INTRODUÇÃO.....	12
2. A MATEMÁTICA E A ESCOLA.....	12
2.1. O Lugar da Matemática no Currículo.....	14
2.2. A Proposta de Formação para o Professor.....	25
2.3. Comentário Geral.....	26
3. OS LIVROS DIDÁTICOS.....	29
3.1. Comentário Geral.....	40
CAPÍTULO III: FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	43
1. INTRODUÇÃO.....	44
2. CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	45
3. PRÉ-REQUISITOS PARA UM ESTUDO DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS.....	47
3.1. Piaget e a Função Simbólica.....	47
3.2. Brousseau e a Teoria das Situações.....	51

3.3 Vygotsky e a Formação dos Conceitos.....	56
4. VERGNAUD E A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS.....	59
5. O CAMPO CONCEITUAL DAS ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS.....	62
5.1 Terezinha Nunes e a Socialização da Matemática.....	70
6. REVISÃO DA LITERATURA.....	72

CAPÍTULO IV: METODOLOGIA.....77

1. INTRODUÇÃO.....	78
2. DESENHO GERAL.....	78
3. O ESTUDO I.....	79

3.1. Primeira Etapa do Estudo I: Teste Inicial.....	80
3.1.1. Desenho do Teste Inicial.....	81
3.1.2. Método.....	88
3.1.2.1. Sujeitos.....	88
3.1.2.2. Material.....	88
3.1.2.3. Procedimento.....	88
3.1.3. Análise da Primeira Etapa do Estudo I.....	89
3.2. A Segunda Etapa do Estudo I: Oficina	96
3.2.1. Desenho da Oficina.....	96
3.2.2. Método.....	100
3.2.2.1. Sujeitos.....	100
3.2.2.2. Material.....	101
3.2.2.3. Procedimento.....	101
3.2.3. Análise da Oficina.....	104
3.2.3.1. Atividade I.....	104
3.2.3.2. Atividade II.....	109
3.2.3.3. Atividade III.....	115
3.3 Resumo do Estudo I.....	121

4. O ESTUDO II.....	125
4.1. Desenho do Teste.....	126
4.1.1.Desenho da Parte I.....	127
4.1.2. Desenho da Parte II.....	131
4.1.3. Desenho da Parte III.....	133
4.1.3.1. Nível I.....	134
4.1.3.2. Nível II.....	135
4.1.3.3. Nível III.....	136
4.1.3.3. Nível IV.....	137
4.2. Método.....	137
4.2.1. Sujeitos.....	137
4.2.2. Material.....	137
4.2.3. Procedimento.....	138
4.3. Análise do Estudo II.....	139
.3.1. Análise da Parte I.....	140
4.3.2. Análise da Parte II.....	147
4.3.3. Análise da Parte III.....	153
4.4. Resumo do Estudo II.....	159
 CAPÍTULO V: CONCLUSÃO.....	 163
1. INTRODUÇÃO.....	164
2. O CAMINHO PERCORRIDO.....	165
3. DISCUSSÕES E CONCLUSÕES.....	166
4. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	173
 CAPÍTULO VI: REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	 176

Capítulo I:

Introdução

INTRODUÇÃO

1. JUSTIFICATIVA

O presente trabalho parte de considerações amplas sobre a questão da formação profissional de professores e de suas relações com a matemática. Estas considerações ganharam corpo a partir de minha prática profissional como docente. Assim sendo, compartilho com a maioria dos meus colegas o fato de que encontramos, na explicação para o problema do fracasso escolar, fatores externos influenciando na prática dos professores, como por exemplo: salário, escolas mal equipadas, entre outros. Entretanto, apesar de tais fatores contribuírem para a má formação dos professores, não são os únicos responsáveis por isso. Não se pode esquecer que o professor de hoje já foi um estudante ontem, e é nesse sentido que observo:

- a) um grande número de professores de matemática não consegue estabelecer conexões entre os conceitos teóricos da disciplina e sua prática em sala de aula, ao trabalhar tais conceitos. Por exemplo, ao desenvolver um conceito matemático na sala de aula, o professor não consegue explorá-lo variando contextos matemáticos que tenham sentido para seus alunos, por falta de conhecimento da teoria;
- b) a qualidade da preparação para reagir (vivenciar) a prática pedagógica vem se tornando cada vez mais deficiente. No desempenho da função de educador, nota-se, por exemplo, a presença do engenheiro substituindo o professor de

matemática, mas com uma formação inadequada para a função de ensino, o que acarreta uma didática antiquada, provavelmente nos moldes que a recebeu, em geral, representada pelo movimento unilateral: o professor explica (conduz) e o aluno ouve (executa).

Preocupada com essas questões relacionadas ao ensino da matemática, iniciei meus estudos de pós-graduação na PUC-SP, onde tive a oportunidade de ler o projeto “Proposal to Teacher Training Agency”, realizado por pesquisadores do Instituto de Educação (Universidade de Londres). Esse projeto tinha como foco o ensino das “estruturas multiplicativas” para o curso primário.

A partir de então, procurei prestar mais atenção no desenvolvimento e avaliação do programa educativo do professor. Minhas indagações voltavam-se para a concepção e eficiência deste programa dentro do campo conceitual das estruturas multiplicativas.

A expressão, “estruturas multiplicativas” vem sendo amplamente utilizada por pesquisadores na Educação Matemática. Ela foi inicialmente usada por Vergnaud (1983, 1988, 1994), servindo, juntamente com as “estruturas aditivas”, de base para a formulação da sua Teoria dos Campos Conceituais. Segundo Vergnaud, campo conceitual é o espaço de problemas e situações, cujo tratamento envolve os conceitos, bem como procedimentos relacionados a eles e, por fim, diferentes tipos de representações psico-semióticas que se relacionam aos mesmos.

Neste trabalho escolhi, como objeto de estudo, o campo conceitual das estruturas multiplicativas ou campo conceitual multiplicativo. Esse campo é, ao

mesmo tempo, o conjunto das situações, cujo tratamento envolve uma ou várias divisões ou multiplicações, e o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações como tarefas matemáticas. Assim, fazem parte desse campo os seguintes conceitos:

- *as operações de multiplicação e divisão;*
- *formas lineares e bilineares;*
- *análise dimensional;*
- *o conjunto dos números racionais e os conceitos de razão e fração;*
- *as combinações lineares e as transformações lineares de magnitudes.*

As principais características desse campo são: (a) a interconexão entre os conceitos envolvidos, por exemplo, a relação de inversão que existe entre as operações de divisão e multiplicação deve ser utilizada em fenômenos de outras áreas; (b) as situações e os problemas envolvidos não são puramente matemáticos, por exemplo, situações que envolvem o conceito físico de velocidade, principalmente no nível elementar; (c) a identificação da maior parte dos conceitos envolvidos nesse campo, a serem analisados, depende da maior parte de situações que forem exploradas dentro desse campo, por exemplo, o arredondamento no caso da divisão; e (d) as regras de linguagem e símbolos que aparecem no desenvolvimento do pensamento matemático, por exemplo, dividir fração por fração.

De posse dos trabalhos que vêm sendo realizados pelo grupo de pesquisadores do Instituto de Educação da Universidade de Londres, formamos um grupo de estudos na PUC-SP, o qual tinha por interesse a formação

profissional do professor de matemática. Nosso grupo realizou uma pesquisa diagnóstica com vista a obter informações a respeito do desempenho de 40 professores de primeiro grau (Magina, Campos, Cunha e Canôas, no prelo). Para tanto, aplicamos 2 testes, constando de 5 questões cada, os quais abrangeram vários aspectos relacionados às operações de multiplicação e divisão (divisão de fração, algoritmo da divisão, proporção, entre outros). Os testes foram elaborados com base nas tarefas propostas nos artigos: “Building and understanding multiplicative relationships: A study of prospective elementary teachers” (Simon, M. & Blume, G. 1994), “Prospective elementary teachers knowledge of division” (Simon, M. A. 1993) e “Talking about rates conceptually, Part I: A teachers struggle” (Thompson, P.W., & Thompson, A. G. 1994).

Nosso estudo preliminar apenas detectou a existência de deficiências na formação do professor frente às relações conceituais, tais como dificuldade na formulação e interpretação de situações-problema, preocupações dos professores em decorar os algoritmos e não de entendê-los, problemas com o conceito de área, entre outros.

Os resultados de nosso estudo indicaram ainda que professores licenciados em Matemática, saíram-se razoavelmente melhor que os professores que haviam cursado somente o Magistério, em questões que envolviam competência e formulação de situações-problema. Esta pequena diferença, na resolução das questões, a nosso ver, deve-se a uma lacuna por parte dos professores no campo multiplicativo. Além disso, também representou um fator motivador para esta dissertação, a grande quantidade de protocolos com questões em branco, por parte dos professores que haviam cursado apenas o

magistério. Chamo de fator motivador, pois nos desperta para um outro fato importante: o que levou esses professores a não responderem as questões propostas? Será a falta de conteúdo em matemática? Será que a formação profissional desses professores está inadequada? Ou serão ambas as hipóteses? Em outras palavras, o que estaria por trás daquela grande quantidade de respostas em branco? Acreditamos ser importante observar esse fato com mais atenção.

2. OBJETIVO:

A partir desse estudo procuramos um maior aprofundamento nas questões levantadas anteriormente. Centramos nossa atenção, na busca de uma ampliação do campo conceitual multiplicativo para professores de 1^a à 4^a séries.

A nosso ver, o professor termina por tomar decisões o tempo todo em sua sala de aula e, nem sempre, se dá conta disso. A partir daí, as seguintes questões se impõem: Quais as concepções que o professor de matemática, com formação de magistério, tem do campo conceitual multiplicativo? Quais as representações simbólicas desses professores no campo conceitual das estruturas multiplicativas?

Com vistas a encontrar uma resposta para estas questões, buscaremos entender suas concepções e representações sob três aspectos: do ponto de vista psicológico, que se refere ao processo de formação do conceito do professor; do

ponto de vista matemático, analisando a forma na qual o professor lida com o conteúdo e o expõe para o seu aluno; e do ponto de vista profissional, analisando a postura profissional do professor em sala de aula.

Acreditamos que quando o professor detecta alguma dificuldade no seu aluno, em determinado assunto, isso pode estar refletindo sua própria dificuldade nesse mesmo assunto. Por exemplo, quando o professor afirma que seu aluno não sabe fazer uma conta que envolva a operação de divisão, isso pode estar refletindo uma deficiência do próprio professor no seu entendimento do algoritmo da divisão.

Para isso, pretendemos concentrar nosso estudo em alguns elementos que pertencem ao campo conceitual das estruturas multiplicativas: a divisão quotitiva, a divisão partitiva, a elaboração de situações-problema que envolvam divisão com resto diferente de zero e que provoquem o arredondamento da resposta, tanto para cima quanto para baixo, e o entendimento da operação de multiplicação, levando em conta as continuidades e descontinuidades das grandezas envolvidas. Por fim, pretendemos ainda classificar e analisar com os professores as situações acima e os procedimentos que os estudantes poderiam usar quando lidam com elas.

3. RELEVÂNCIA

A importância de apontar quais são as representações do professor das séries iniciais, no que tange ao Campo Conceitual Multiplicativo, reside em

identificar as dificuldades deles e trazer uma reflexão crítica sobre como isso influi no sistema educativo. A partir daí, poderemos levantar propostas na direção de contribuir e, quem sabe, reverter o quadro atual. A busca de significados para os conceitos matemáticos, por parte do professor, ajudam-no a aprofundar as relações que o formam e transformam.

Acreditamos que é na identificação dos vários conceitos do campo multiplicativo que podemos explorar a maior parte de situações multiplicativas. Simultaneamente, os diferentes aspectos que envolvem um mesmo conceito, podem levar-nos a operar em diferentes situações.

Em geral, é na representação simbólica de um conceito que utilizamos regras de linguagem e símbolos, as quais ajudam no desenvolvimento da dinâmica do pensamento (Sinha, 1988; Gruber & Vonèche, 1977). São essas regras de linguagem e os símbolos utilizados para representação, que nos permite classificar e analisar os significados usados quando nos comunicamos e pensamos no campo conceitual multiplicativo (Vergnaud, 1994).

Além disso, a responsabilidade desses professores é muito grande, porque é nas séries iniciais (1ª a 4ª séries) que a criança constrói suas primeiras concepções matemáticas. Muitas vezes, a não apreensão de um conceito pode constituir-se em um bloqueio com relação a matemática, os conceitos se formam e se desenvolvem nas crianças, interligados a outros conceitos e situações.

Por exemplo, o não entendimento do raciocínio combinatório que envolve a operação de multiplicação, muito provavelmente bloqueará o aluno no estudo de funções, no qual ele encontrará dificuldade para o entendimento do conceito de

relação (uma relação **R** é um subconjunto do **A x B**) entre dois conjuntos. Do exposto até então, encontramos a importância deste estudo, ressaltando que um maior entendimento das matemáticas formais, permite-nos caracterizar melhor as competências do mundo real.

4. RESUMO DA DISSERTAÇÃO

No capítulo I o leitor encontrará os principais motivos para a realização desta dissertação, a problemática a respeito da formação profissional do professor, além do objetivo e da relevância de nosso estudo.

No capítulo II, procuraremos traçar um panorama de como o ensino das operações de multiplicação e divisão é proposto para o professor. Para tanto, analisaremos a proposta curricular de matemática de 1º grau, a proposta curricular de matemática para o CEFAM e a habilitação para o magistério vigentes. Analisaremos, ainda, alguns livros didáticos disponíveis ou mais frequentemente adotados pelas escolas com o intuito de compreender melhor o nosso objeto matemático de estudo.

No capítulo III apresentaremos nosso referencial teórico. Para tanto, iniciaremos nossa discussão com o que chamamos de “pré-requisitos”, que nos ajudaram a compreender melhor a Teoria dos Campos Conceituais. Estes, baseiam-se nas teorias dos seguintes autores: Piaget (com o entendimento da função simbólica), Brousseau (com as situações didática/a-didáticas), Vygotsky

(com suas considerações a respeito da formação dos conceitos) e Nunes (com a socialização da Matemática).

Piaget, Brousseau e Vygotsky tiveram grande influência nos fundamentos da teoria de Vergnaud, e nos forneceram subsídios para um melhor entendimento do Campo Conceitual Multiplicativo. Já Nunes, complementa algumas idéias levantadas com este trabalho.

No capítulo IV, descreveremos a metodologia utilizada no experimento, composta por dois estudos: o estudo I e o estudo II, que se complementam. O estudo I consistiu de duas etapas: teste inicial e oficina. Já o estudo II consistiu de uma única etapa, complementando as informações obtidas no estudo I.

No detalhamento de cada etapa do estudo I e do estudo II, descreveremos o seu respectivo desenho experimental, caracterizaremos nossa amostra, relataremos o material utilizado, mostraremos o procedimento utilizado e, por fim, analisaremos os resultados obtidos.

Assim sendo, na primeira etapa (teste inicial) do estudo I faremos inicialmente uma análise quantitativa dos dados, relacionada ao desempenho de nossos sujeitos quanto às suas competências na resolução das questões propostas. Na segunda etapa (Oficina) do estudo I daremos um tratamento qualitativo aos dados, relacionado às concepções, representações e tipos de raciocínios utilizados pelos professores da nossa amostra ao responderem os testes. No estudo II, também faremos a análise quantitativa dos dados, relacionada às competências dos nossos sujeitos na resolução das questões propostas, e daremos um tratamento qualitativo aos dados, relacionado às

concepções, representações e tipos de raciocínios utilizados pelos professores, procurando obter informações que complementam as do estudo I.

No capítulo V apresentaremos as nossas conclusões buscando estabelecer um elo entre nossos resultados e o referencial teórico no qual nos apoiamos. Por fim, apontaremos novas perspectivas de estudo na área de formação de professores.

No capítulo VI apresentaremos a bibliografia utilizada.

Capítulo II:

A Matemática, o Professor e a Escola

A MATEMÁTICA, O PROFESSOR E A ESCOLA

1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo, procuraremos entender o ponto de vista do professor, no que diz respeito à sua prática profissional, à forma na qual ele lida com o conteúdo e o expõe para o seu aluno. Ou seja, buscaremos um traçado do seu perfil profissional, através de três instrumentos amplamente utilizados: a proposta curricular de matemática da Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas-CENP (1991), direcionada para o ensino do primeiro grau; a proposta curricular de matemática para a Habilitação Específica para o Magistério-HEM (1990), utilizada na formação dos professores, e os livros didáticos disponíveis no mercado.

A idéia central, é conhecer o tipo de material que esses futuros professores têm em disponibilidade para sua prática em sala de aula, e quais subsídios esses professores adquiriram na sua formação para a implantação desses recursos. Parece-nos de grande valia essa pesquisa, já que esta nos possibilitou o reconhecimento da prática profissional desses professores.

2. A MATEMÁTICA E A ESCOLA

Ao iniciarmos nossa análise, é importante ressaltar que a elaboração da proposta curricular de matemática para o primeiro grau, pela Equipe técnica da

Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (1991), está diretamente ligada à discussão sobre a qualidade do ensino oferecido pelas escolas públicas.

O que motivou a elaboração desta proposta foram os problemas relativos ao ensino de matemática, há muito diagnosticados por essa equipe de professores. Dentre eles destacamos:

- a preocupação excessiva com o treino de habilidades e mecanização de algoritmos, com a memorização de regras e esquemas de resolução de problemas, com a repetição e a imitação;
- ausência de estímulo para a compreensão de conceitos e de propriedades, através da exploração de situações-problema, nas quais o aluno fosse levado a exercitar sua criatividade e sua intuição;
- a priorização dos temas algébricos e a redução ou, muitas vezes, eliminação de um trabalho envolvendo tópicos de geometria;
- a tentativa de se exigir do aluno uma formalização precoce e um nível de abstração em desacordo com seu desenvolvimento cognitivo.

Esses professores, insatisfeitos com tal situação e questionando o conteúdo dos livros didáticos, reuniram-se para discutir novas possibilidades para o ensino de matemática e elaboraram a presente proposta que passarei a analisar.

2.1 O Lugar da Matemática no Currículo

Verifica-se a existência, nesse documento, de duas vertentes que justificam a inclusão da matemática no currículo enquanto ferramenta-objeto no processo de ensino-aprendizagem: ela está presente em atividades práticas, relacionadas aos aspectos quantitativos da realidade, por exemplo, as que se utilizam de grandezas, medidas, técnicas de cálculo; e também no desenvolvimento do raciocínio lógico, na capacidade de abstrair, generalizar, projetar.

A proposta ainda acrescenta:

“Para a compreensão da real função desempenhada pela matemática no currículo, as aplicações práticas e o desenvolvimento do raciocínio, ..., devem ser considerados elementos inseparáveis na composição que se estuda; de outra forma, desaparecem as propriedades do composto.

Conseguir uma situação de equilíbrio nesta permanente tensão entre a pressão das necessidades práticas e a ultrapassagem da experiência concreta, tanto no nível das ferramentas conceituais como no das concepções, é a maior e a mais difícil tarefa do professor de matemática.” (pág. 9)

É bastante interessante a postura desse documento, com relação à matemática, já que ele propõe, no processo de aquisição do conhecimento, tanto a contextualização do saber como a descontextualização do mesmo, pensando no saber a ser institucionalizado.

É sugerido ainda, que o professor utilize esta proposta nas séries iniciais. Elas são subdivididas em três frentes: o ciclo básico (que compreende as 1ª e 2ª séries), a 3ª série e a 4ª série.

Os objetos matemáticos em estudo nesta dissertação são as operações de multiplicação e divisão, portanto concentraremos nossa atenção apenas no desenvolvimento dessas operações no primeiro grau menor.

Ciclo Básico (1ª e 2ª séries)

No ciclo básico, podemos relacionar os seguintes conteúdos com relação às operações de multiplicação e divisão:

- Multiplicação de números naturais: conceito, construção progressiva dos fatos fundamentais, multiplicação de mais de dois fatores menores que 10 e a multiplicação de um número menor que 100 por outro menor que 10.
- Divisão de números naturais: conceito, construção dos fatos fundamentais e técnica operatória.

A seguir, vejamos qual a abordagem dada a esses conteúdos sugeridos pela proposta, visando a sala de aula:

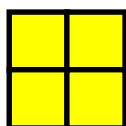
- Multiplicação:

É sugerido ao professor que associe a operação de multiplicação à situações de repetidas adições de parcelas iguais, como por exemplo:

$$2 + 2 + 2 + 2 = 4 \times 2$$

Sugere-se o trabalho com jogos envolvendo grupos de quantidades iguais (por exemplo, pessoas), ou agrupamento de materiais (por exemplo: fichas, livros, sementes, etc.).

Estimula-se o uso de papel quadriculado não só para trabalhar o conceito de multiplicação, mas também para preparar o aluno para mais tarde compreender o conceito de área de figuras planas. A utilização do papel quadriculado é recomendada, ainda, porque ele se mostra muito útil para que as crianças consigam distinguir escritas aditivas das multiplicativas, por exemplo:



$$2 + 2 \text{ ou } 2 \times 2 \text{ ou } 1 + 1 + 1 + 1$$

Nesta fase, propõe-se que os alunos trabalhem com materiais variados, para que eles possam, aos poucos, construir os “fatos fundamentais” da multiplicação, registrando-os através da criação de sentenças matemáticas simples. O termo “fatos fundamentais” vem sendo amplamente utilizado entre professores de magistério. Este, se refere às primeiras idéias associadas as quatro operações fundamentais (soma, subtração, multiplicação e divisão) que a criança constói na escola.

Verifica-se algumas propriedades da multiplicação através do cálculo mental, sem fazer menção aos nomes das mesmas. Com a familiarização do

aluno com a escrita multiplicativa, os estudantes estarão aptos a dar continuidade à construção de fatos fundamentais relacionados a operação de multiplicação.

Preocupados em motivar o aluno no desenvolvimento de técnicas próprias de cálculo mental e de estimativas, os professores devem incentivar o uso de material concreto (sempre que necessário) em atividades multiplicativas. No decorrer dessas atividades, os alunos poderão observar as propriedades da multiplicação, sem a necessidade de se enfatizar o nome das mesmas.

Antes de se introduzir o algoritmo da multiplicação são necessários alguns pré-requisitos:

- O produto de dois números, sendo um deles uma potência de 10

Exemplo: $8 \times 10 = 80$ ou
$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 10 \\ \hline 80 \end{array}$$

- O produto de dois números, sendo um deles múltiplo de 10 (recorrendo-se à composição de operadores)

Exemplo: $5 \times 30 = 5 \times 3 \times 10 = 15 \times 10 = 150$

- Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, utilizando materiais variados.

Exemplo: fichas ou papel quadriculado

- o algoritmo em si poderá ser trabalhado pelos estudantes em diversas configurações até que se chegue ao modo mais comum (que é o encontrado nos livros didáticos).

Exemplo:

$$\begin{array}{r} 50 + 3 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 + 12 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 212 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 + 3 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 200 \\ \hline 212 \end{array}$$

ou ainda, usando a propriedade distributiva decompondo o número nas diferentes ordens:

Exemplo:

$$\begin{aligned} 4 \times 53 &= 4 \times (5 \text{ dezenas} + 3 \text{ unidades}) = 20 \text{ dezenas} + 12 \text{ unidades} = \\ &= 2 \text{ centenas} + 1 \text{ dezena} + 2 \text{ unidades.} \end{aligned}$$

A partir daí, deve-se oferecer ao estudante oportunidades de aplicação destas técnicas operatórias através de situações-problema.

Acredito que a abordagem sugerida pela proposta à operação de multiplicação seja interessante, mas não propõe um trabalho com as descontinuidades de raciocínio.

No ciclo básico, a criança deve construir suas primeiras idéias relacionadas à operação de multiplicação, segundo a proposta. Mas deve-se subentender que na construção dessas primeiras idéias, o aluno seja capaz de diferenciar a idéia aditiva da idéia multiplicativa. Isso só é possível, se além de trabalharmos a operação de multiplicação como soma de parcelas iguais, explorarmos esta operação como uma correspondência entre quantidades (Nunes, 1997). Ou seja, a proposta só enfatiza a introdução da operação de multiplicação como soma de parcelas iguais (o que é uma continuidade de raciocínio), mas não dá igual prioridade, por exemplo, à questão das correspondências uma-para-muitas, associada a esta operação (o que representaria uma descontinuidade de raciocínio), que permite ao estudante o entendimento da passagem do Campo aditivo para o Campo Multiplicativo. Assim, este tipo de abordagem sugerida pela proposta, pode estar reforçando para o professor, a necessidade apenas de se trabalhar essa passagem com a utilização das continuidades de raciocínio.

- Divisão:

Segundo a proposta, a formação do conceito relacionado à operação de divisão deve ser encaminhada a partir de duas idéias básicas:

“Repartição Eqüitativa (ou divisão em partes iguais): significa distribuir um certo número de objetos em partes iguais entre um determinado número de pessoas, devendo-se descobrir quantos objetos tem cada pessoa e quantos ainda sobram.

Medida (ou divisão em cotas): significa distribuir uma certa quantidade de objetos em grupos, sendo esta quantidade fixa para cada grupo, devendo-se descobrir quantos grupos serão formados e quantos sobrarão.”

Em qualquer uma das idéias acima está presente o conjunto mais geral de divisão, a saber, separar um certo número de objetos em subgrupos com a mesma quantidade de elementos (algoritmo de Euclides).

Nesta fase, a proposta sugere que o professor proponha ao aluno a formação de grupos com a mesma quantidade de elementos (distribuição de material escolar, por exemplo).

No caso da divisão euclidiana ter resto zero, é sugerido que se apresente aos alunos atividades que associem a multiplicação e a divisão. Por exemplo:

$$3 \times 7 = 21 \quad \text{então} \quad 21 \div 3 = 7 \quad \text{e} \quad 21 \div 7 = 3$$

É sugerido ainda que se trabalhe os fatos fundamentais relacionados à operação de divisão somente para as divisões exatas, usando material concreto. Além disso, estimula-se o trabalho com cálculos, para que o estudante perceba que a operação de divisão não possui a propriedade comutativa.

A seguir, o professor deve introduzir o processo americano (associando a divisão à subtrações sucessivas) que permite aos estudantes a determinação

do quociente e do resto de uma divisão, que são considerados de fácil compreensão para o estudante.

Exemplo: Repartir 23 folhas de sulfite, igualmente para 5 alunos.

Apresentaremos a seguir dois tipos de solução:

1) Dando uma folha a cada aluno em cada rodada (serão gastas 5 folhas);

$$\begin{array}{r|l}
 23 & 5 \\
 \hline
 -5 & 1 \\
 \hline
 18 & + \\
 -5 & 1 \\
 \hline
 13 & + \\
 -5 & 1 \\
 \hline
 8 & + \\
 -5 & 1 \\
 \hline
 3 & 4
 \end{array}$$

Cada aluno receberá 4 folhas e sobrarão 3

Aos poucos, os estudantes percebem que não há necessidade de se fazer a distribuição de uma em uma folha, e começam a economizar passagens.

2) Dando três folhas a cada aluno, serão gastas 15 folhas

$$\begin{array}{r|l}
 23 & 5 \\
 \hline
 -15 & 3 \\
 \hline
 8 & + \\
 -5 & 1 \\
 \hline
 3 & 4
 \end{array}$$

Cada aluno receberá 4 folhas e sobrarão 3

Tanto na formação do conceito operacional de divisão, como na formação do conceito operacional de multiplicação, é sugerido ao professor a

utilização de situações-problema após uma abordagem teórica. Isso nos parece positivo, já que ajuda o professor na sua tomada de consciência do processo de aprendizagem, no qual ele está inserido, pois reforça a utilização de situações-problema cuja solução envolvem os conceitos que ele deve ter analisado previamente.

3ª Série

Na terceira série, os conteúdos prioritários da proposta podem ser resumidos como a seguir:

- 1) Utilização da multiplicação na resolução de situações-problema, observação e utilização das propriedades desta operação. Ampliação das técnicas operatórias em que os dois fatores superam 10. O princípio multiplicativo.
- 2) Utilização da divisão em situações-problema. Construção de diferentes algoritmos para registro de uma divisão. Validade ou não de propriedades.

Aqui, observamos a utilização da multiplicação em situações-problema envolvendo o princípio multiplicativo, cujos resultados finais dependam de duas ou mais etapas de escolha e cuja resolução possa ser visualizada através da representação em diagrama de árvore.

Temos também a ampliação das técnicas operatórias quando dois fatores a serem multiplicados superam 10. Neste momento se faz necessário trabalhar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, em sua forma desdobrada, por exemplo:

$$(7 + 3) \times (2 + 3) = 7 \times 2 + 7 \times 3 + 3 \times 2 + 3 \times 3$$

Para isso, sugere-se o uso do papel quadriculado, onde os alunos poderão estabelecer uma forma para dispor os termos do algoritmo da multiplicação, conforme sua compreensão.

Exemplo: $15 \times 13 = (10 + 5) \times (10 + 3) = 10 \times 10 + 10 \times 3 + 5 \times 10 + 5 \times 3$

A partir daí, sugere-se que se apresente situações onde as propriedades das operações constituam ferramentas facilitadoras importantes para o cálculo mental.

4ª Série

Na 4ª série serão introduzidos os conceitos de múltiplos e divisores, números racionais absolutos, multiplicação de um número natural por fração, forma decimal de um número, e ainda, que se misture as quatro operações.

Novamente, propõe-se o uso de material concreto, jogos, etc., como explicitado anteriormente.

A proposta ainda acrescenta a importância de se introduzir conceitos novos (como por exemplo, múltiplos), focados nas quantidades. Isto é, apesar da introdução de conceitos novos, a proposta centra-se na extensão das quantidades, por exemplo, utilização de números altos quando se efetuam cálculos. Esse aspecto parece-nos bastante interessante, já que a criança amplia sua noção de quantidade.

Por fim, gostaríamos de levantar a questão da utilização do material concreto, amplamente difundida ao longo desta proposta no 1º grau menor (1ª a 4ª séries).

Parece-nos, que não fica claro para o professor que lê e utiliza a proposta, se o material concreto é um “fim” ou um “meio”, quando utilizado na sala de aula. Será que ele ajuda no processo da formação do conceito (meio), ou será que ele próprio já garante o sucesso desse processo (fim)?

Acreditamos que o material concreto ajude nesse processo, desde que seja discutido em sua especificidade. Qual seja, se ele for visto apenas como um material manipulável (como na proposta), deve-se deixar claro para o professor que o estudante, ao articular suas ações com ele, pode sugerir ações mentais diferentes daquelas que o professor deseja (Thompson & Thompson, 1990). Por exemplo, quando for pedido ao aluno que selecione o material dourado que represente o número **3,41**, um estudante da 4ª série pode selecionar três placas, quatro barras e um cubinho, e em seguida ler o decimal como **trezentos e quarenta e um**. O professor deve estar prevenido com relação ao fato de que materiais manipuláveis não são suficientes para dar significado a aprendizagem, eles não carregam o significado da idéia matemática que se quer ensinar.

Os estudantes necessitam do material concreto para construir o significado inicialmente, mas é necessário que eles reflitam sobre suas ações com o material. Assim, a proposta devia ser mais incisiva em colocar o material

concreto como uma ferramenta (meio) para ser utilizada na aprendizagem ao invés do próprio objeto (fim) da aprendizagem.

2.2 A Proposta de Formação para o Professor

O documento de capacitação profissional para futuros professores, nasceu da experiência de um grupo de professores do curso de Habilitação Específica para o Magistério (HEM), e tem como objetivo caracterizar a matemática que deve estar presente na formação desses futuros professores. Ou seja, volta-se essencialmente para o desenvolvimento do raciocínio crítico do futuro professor, sua capacitação e ainda tem a intensão de conectar a matemática à realidade desse profissional.

Com essa postura, o HEM sugere que a formação desse profissional, que é feita no nível do segundo grau, respeite a seguinte distribuição dos conteúdos de matemática abordados:

1º ano	2º ano	3º ano	4º ano
Números	Números Campos Numéricos	Problemas de Contagem	Projetos de Resolução de Problemas e de História da Matemática
Geometria	Geometria	Geometria	Sistematização da Geometria
Estudo Informal de Estatística e Funções	Estatística Funções	Funções	

QUADRO I: CONTEÚDO MATEMÁTICO DESENVOLVIDO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES COM NÍVEL DE MAGISTÉRIO

Destacamos por fim a grande ênfase dada à resolução de problemas e à história da matemática como recursos pedagógicos importantes. A meu ver, este destaque dado à questão da resolução de problemas bem como à História da Matemática permitem ao estudante uma visão bastante interessante da matemática, explorando-a de forma bastante abrangente.

A seguir comentaremos as duas propostas conjuntamente.

2.3 Comentário Geral

Esses dois documentos, tanto a proposta da HEM quanto a proposta da CENP, são amplamente utilizados na formação do professor e, conseqüentemente, bastante utilizados por este nas escolas públicas. Isso nos parece de grande valia já que os documentos encontram-se organizados de maneira clara e objetiva.

Embora a intenção desses documentos seja clara, parece-nos que existem problemas na implantação dos mesmos. Nossa afirmativa baseia-se nos resultados de uma pesquisa realizada pelo Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB,1993). Tal pesquisa constou da aplicação de um teste de rendimento de Matemática em alunos das séries iniciais, cujo conteúdo concentrou-se em três grupos: números, medidas e geometria. Encontramos no ensino público o seguinte panorama:

- na 1ª série, as questões onde os alunos se saíram melhor foram as que referiam-se a processos elementares de: contagem, percepção de formas, somas com pequenos números e comparação de quantias em dinheiro;
- as maiores dificuldades encontradas pelos alunos foram as questões que envolveram divisão, adição com reserva, terminologia geométrica, comparação de números em situação indireta, decomposição e valor numérico (na 1ª série, 67,7% dos alunos acertaram entre 50% e 100% das questões do teste de matemática);
- na 3ª série demonstraram maior facilidade na resolução de questões que se referem à metade e à adição com reserva;
- as maiores dificuldades dos alunos foram as questões que solicitavam comparação indireta de números, adição em situação-problema, percepção visual de comunicação gráfica, subtração em situação-problema, sistema de numeração decimal, frações, geometria, além de subtração, multiplicação e divisão por dois algarismos (17,9% dos alunos da 3ª série, acertaram entre 50% e 100% das questões do teste de Matemática).

Até aqui, procuramos entender três aspectos do processo ensino/aprendizagem: o saber que o professor tem (adquirido na sua formação); o saber a ser ensinado por ele (para o seu aluno); e o rendimento escolar do seu aluno (consequência da prática desse profissional). É justamente, do ponto de vista do professor, que o resultado desse conflito entre teoria-prática nos leva a pensar: qual será o perfil desse profissional do ensino?

A resposta a esta questão não nos parece simples, já que não podemos resumir as dificuldades que aparecem no processo de ensino/aprendizagem, proclamando ora o professor como causador, ora seu aluno. O que podemos fazer é analisar o processo de ensino/aprendizagem, explorando o ponto de vista do professor como mão-de-obra responsável pela manifestação de si mesmo. Ou seja, um professor consciente de sua prática e que saiba utilizar ferramentas, como por exemplo a proposta curricular (estas à sua disposição), com uma visão crítica das mesmas.

Os tempos mudaram, a tecnologia está mais avançada e as relações entre o professor e sua prática devem acompanhar a evolução do mundo, bem como as mudanças provocadas por essa evolução.

Quando pensamos na capacitação de professores, não podemos somente discutir “novas formas” interessantes de abordagem do conteúdo a ser ensinado, é preciso que ele próprio experimente estas “novas formas” de abordagem. Por exemplo, não basta que o professor se convença que é interessante a criação de situações-problema no ensino das quatro (4) operações, mas sim, que ele as crie, explore as dificuldades e facilidades que este comportamento venha provocar, e analise as implicações dessa abordagem no seu aluno.

Não podemos deixar que aspectos tais como baixos salários, escolas mal equipadas, etc. (SAEB,1993), sirvam de justificativa para um mal desempenho do professor. É preciso que ele reavalie este ponto de vista, tente se conscientizar de sua profissionalização, buscando maior qualidade em sua

prática. Acredito que esta busca passa por uma volta ao conteúdo que se quer ensinar, transformando crenças em atitudes pedagógicas.

Além do que já comentamos, faz-se importante ainda uma discussão detalhada no que diz respeito à utilização dos livros didáticos. Pesquisas mostram que 63,2% dos professores adotam o livro didático em sua disciplina (SAEB,1993). No caso do professor de Matemática, essa escolha pode interferir diretamente no processo ensino/aprendizagem, já que o livro pode vir a ser utilizado como um fim e não um meio, isto é, o professor pode limitar sua função à abordagem do conteúdo que o livro contém.

No próximo item comentaremos como os objetos matemáticos, mais especificamente os das estruturas multiplicativas, presentes nesta dissertação, aparecem nos livros didáticos.

3. OS LIVROS DIDÁTICOS

Pesquisaremos, neste item, somente os livros mais utilizados pelos professores que atuam no primeiro grau menor, em disponibilidade no mercado editorial. Foram observadas as seguintes obras de 1^a a 4^a séries:

1. Eu Gosto de Matemática

Editora Nacional - SP (1995)

2. Matemática no Planeta Azul

Editora Contexto - SP (1995)

3. Matemática ao Vivo

Editora Scipione - SP (1993)

4. Alegria do Saber: Matemática

Editora Scipione - SP (1992)

5. Mundo Mágico: Matemática

Editora Ática - SP (1992)

6. A Conquista da Matemática: teoria e aplicação

Editora F.T.D. - SP (1992)

7. Como é Fácil! _ Matemática

Editora Scipione - SP (1991)

Nossa pesquisa dos livros didáticos tem por finalidade levantar apenas os aspectos relacionados à prática do professor, qual seja, aqueles que de alguma forma o influenciam na preparação de sua aula.

Como já explicitado anteriormente, sabemos que faz parte da prática do professor, a utilização do livro didático (63,2% dos professores o adotam em sua disciplina, SAEB, 1993). No caso do professor de Matemática, essa escolha pode interferir diretamente no processo ensino/aprendizagem, já que o livro pode vir a ser utilizado como um fim e não um meio, isto é, o professor pode limitar sua função à abordagem do conteúdo que o livro contém.

Sendo assim, procuramos criar categorias, nas quais as obras analisadas se incluem, na procura de invariantes relacionados à forma na qual o professor lida com o conteúdo e o expõe para o aluno em sala de aula.

1) CONTINUIDADE SIM, DESCONTINUIDADE NÃO!

Cinco das sete coleções de livros analisadas se incluem nessa categoria. Aqui, classificamos as coleções que ao abordarem a operação de multiplicação tanto nos números naturais quanto nos racionais, concentram-se apenas nas continuidades de raciocínio e não trabalham as descontinuidades. Ou seja, limitam-se apenas a trabalhar a operação de multiplicação como soma de parcelas iguais, desde a 1ª série até a 4ª série, trabalhando a passagem do campo aditivo para o multiplicativo sem mencionar as descontinuidades de raciocínio presentes nesta passagem. A seguir exemplificaremos este fato:

Seu João está ladrilhando uma parede.
Ele ladrilhou 0,2 de manhã, 0,2 à tarde e 0,2 à noite.
Que parte da parede Seu João já ladrilhou?

$$\frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10} = \frac{6}{10} \quad \text{ou} \quad 0,2 + 0,2 + 0,2 = 0,6$$

ou

$$3 \times 0,2 = 0,6$$

fator	→	0,2	uma casa decimal
fator	→	$\times 3$	
produto	→	0,6	uma casa decimal

Para multiplicarmos números decimais, efetuamos a multiplicação como se eles fossem inteiros. Em seguida, contamos as casas decimais dos fatores e colocamos a vírgula no produto, contando da direita para a esquerda o mesmo número de casas.

Alegria de Saber, Vol. 4, página 128.

Multi significa **muitos** ou **muitas vezes**.

A palavra **multiplicar** significa **adicionar muitas vezes** a mesma quantidade.

Em Matemática, quando queremos **adicionar muitas vezes** a mesma quantidade usamos a operação da **multiplicação**, conforme veremos nas situações seguintes:

• Você está vendo um prédio de apartamentos. Esse prédio tem 5 andares e em cada andar há 3 janelas. Quantas janelas há nesse prédio de apartamentos?



Resolução:

São 5 andares e em cada andar temos 3 janelas.

Então, temos:

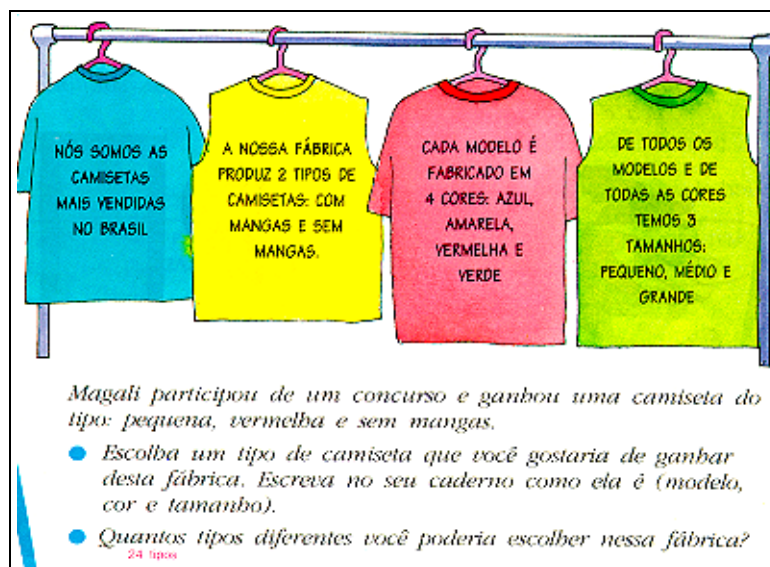
$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15 \text{ janelas}$$

5 vezes

A conquista da Matemática: teoria e aplicação, Vol. 1, página 80.

Este tipo de abordagem também é encontrada, com facilidade, na 2ª e 3ª séries do primeiro grau. Com isso, o professor pode ser induzido a pensar que a única idéia associada à operação de multiplicação é a soma de parcelas iguais, levando-o a não explorar, por exemplo, o raciocínio combinatório.

As demais coleções (as duas restantes), mostraram uma abordagem mais completa, com relação às idéias associadas à operação de multiplicação, como por exemplo:

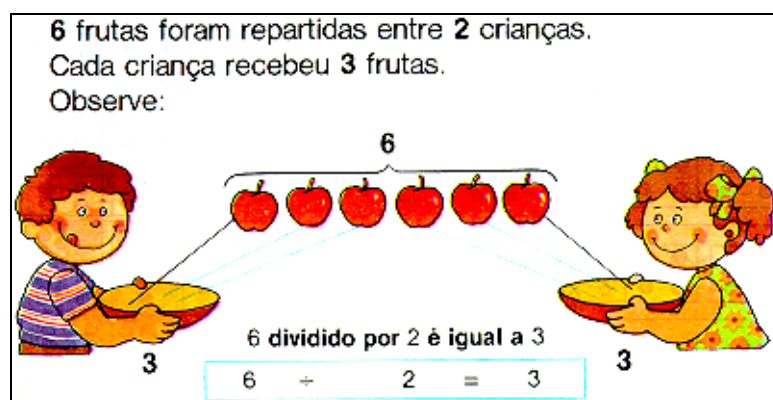


Planeta Azul, Vol.3, páginas 101.

2) SE DIVIDO, REPARTO EM PARTES IGUAIS!

Nesta categoria procuramos incluir as coleções de livros didáticos que associam a divisão de números naturais, apenas a idéia equitativa, ou seja, reforçam para o professor que dividir significa apenas repartir uma dada quantidade em partes iguais, não dando a mesma ênfase para a outra idéia associada a esta operação, a idéia de medida (ou contar o números de cotas).

Fazem parte desta categoria quatro das sete coleções analisadas. Por exemplo, podemos considerar:



Mundo Mágico, Vol. 1, página 125.

Na divisão, separamos uma quantidade em conjuntos iguais.

Divisão exata $\begin{array}{r} 16 \overline{) 2} \\ 0 \end{array}$ Na divisão exata o resto é zero.	Divisão inexata ou aproximada $\begin{array}{r} 17 \overline{) 2} \\ 1 \end{array}$ Na divisão inexata ou aproximada, o resto é diferente de zero e sempre menor que o divisor.
---	--

Alegria de Saber, Vol. 4, página 59.

Este tipo de ênfase dada somente à divisão equitativa, pode estar afetando diretamente o professor na sua sala de aula, já que ele não aborda a idéia de medida, pois o livro não a sugere.

As demais coleções (as três restantes), abordam inicialmente a operação de divisão como uma simples distribuição, e em seguida, destacam os dois raciocínios associados à operação de divisão, tanto o partitivo, como o quotitivo. Por exemplo:

A operação da divisão também é usada quando queremos **determinar quantas vezes** uma quantidade **cabe** em outra quantidade.

Veja os exemplos:

- Quantos grupos de 5 pessoas podemos formar com 20 pessoas?

Resolução:

Vamos inicialmente desenhar as 20 pessoas:



Vamos, agora, formar grupos de 5 pessoas, fazendo um contorno em cada grupo formado:



Assim, podemos formar 4 grupos.

A Conquista da Matemática: teoria e aplicações, Vol.2, página 95.

3) MULTIPLICAR NÚMEROS RACIONAIS, O QUE SIGNIFICA?

Procuramos incluir nesta categoria cinco das sete coleções analisadas. Aqui, observamos a dificuldade que o professor pode encontrar ao optar pela adoção desses livros na sua prática diária.

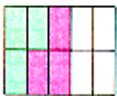
Encontramos dois exemplos de introdução da operação de multiplicação no domínio dos números racionais:

Multiplicação envolvendo décimos

Na multiplicação que envolve décimos, efetuamos a operação normalmente e, no resultado, separamos uma casa decimal com uma vírgula, a partir da direita para a esquerda.

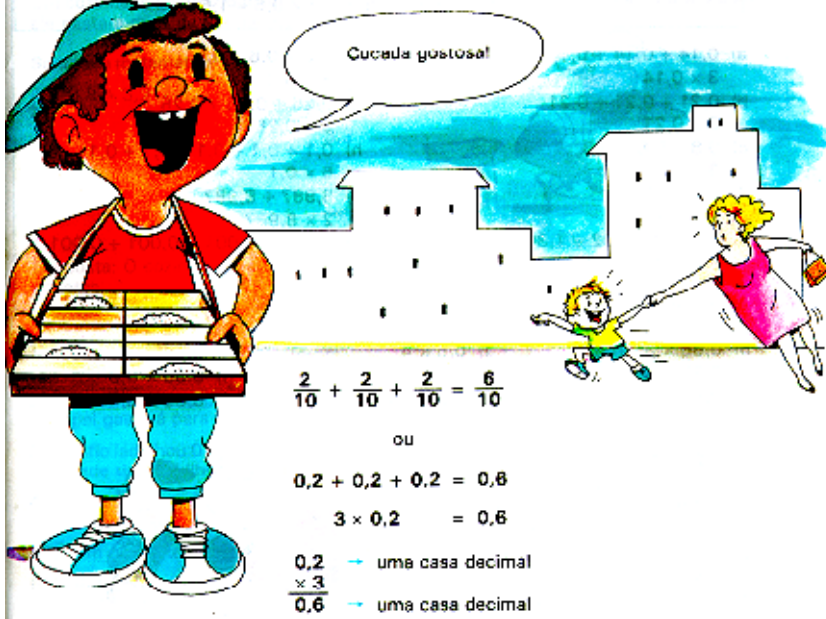
Observe as adições de parcelas iguais e as multiplicações correspondentes:

Exemplo 1


$$\begin{array}{r} 0,3 \\ + 0,3 \\ \hline 0,6 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 0,3 \\ \times 2 \\ \hline 0,6 \end{array}$$
$$\begin{array}{l} 0,3 + 0,3 = 0,6 \\ 2 \times 0,3 = 0,6 \end{array}$$

Como é Fácil! _ Matemática, Vol. 3, página 91.

Zico vendeu 0,2 do tabuleiro de cocadas pela manhã, 0,2 à tarde e 0,2 à noite. Vamos saber a porção do tabuleiro que Zico já vendeu:


$$\frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10} = \frac{6}{10}$$

ou

$$0,2 + 0,2 + 0,2 = 0,6$$
$$3 \times 0,2 = 0,6$$
$$\begin{array}{r} 0,2 \\ \times 3 \\ \hline 0,6 \end{array}$$

→ uma casa decimal

→ uma casa decimal

Alegria de Saber, Vol. 3, página 133.

Observemos que nas abordagens exemplificadas anteriormente, encontramos pelo menos dois aspectos a serem considerados: no primeiro exemplo, a tentativa de se introduzir a multiplicação de números decimais, por meio da utilização de uma regra; e no segundo, a utilização de uma situação-problema sem significado algum, para introduzir a mesma regra.

Acreditamos que os dois aspectos dificultem, tanto para o professor como para o aluno, a compreensão da multiplicação de números decimais, já que o aprendizado por regras impede qualquer reflexão a respeito do conteúdo matemático exposto. Além disso, a quantidade “0,2 de um tabuleiro de cocadas” não sugere uma quantidade adjetiva, ou seja, o que ela significa? Como associar uma quantidade ao número 0,2?

Acrescentamos ainda, que estes tipos de abordagens podem reforçar no professor, como reforçam no aluno (Cunha, 1997), a questão da multiplicação só aumentar. Ou seja, um professor hipotético ao frizar para o seu aluno que a multiplicação com os números decimais é a mesma coisa que a multiplicação dos números naturais, pode estar reforçando para o aluno a idéia de que a multiplicação aumenta sempre, fato este que só é verdadeiro no domínio dos números naturais.

4) DIVISÃO DE NÚMEROS RACIONAIS, O QUE SIGNIFICA?

No caso da operação de divisão no domínio dos números racionais, a questão é mais séria. Fala-se, por exemplo, do número racional enquanto decimal e sugere-se uma regra para dividi-lo:

DIVIDINDO POR 10, POR 100, POR 1 000

Consideremos as seguintes situações:

① $20 : 10 = 2$
 $20 \times 0,1 = 2$ } $\rightarrow 20 : 10 = 20 \times 0,1$

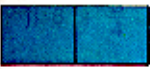
$360 : 10 = 36$
 $360 \times 0,1 = 36$ } $\rightarrow 360 : 10 = 360 \times 0,1$

Para dividir um número por 10, basta multiplicar esse número por 0,1.

A Conquista da Matemática: teoria e aplicações, Vol.4, página 170.

Num outro momento, considera-se um número racional na sua forma fracionária, e em seguida, associa-se uma nova regra para a divisão, como por exemplo:

Observe as figuras e leia com muita atenção:

 Esta figura foi dividida em 2 partes. Cada uma das partes pode ser representada pela fração $\frac{1}{2}$.

 Nesta figura cada metade ainda foi dividida em 2 partes. Agora, cada uma das partes pode ser representada pela fração $\frac{1}{4}$.

Logo: $\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}$ $\times$ $\frac{1}{2}$ $=$ $\frac{1}{4}$ $\rightarrow$ **inverso de 2**

Portanto, para dividir uma fração por outra, multiplique a primeira pelo inverso da segunda.

Exemplo: $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{15}$

$\frac{3}{4}$ $\rightarrow$ **inverso** $\frac{4}{3}$

Mundo Mágico, Vol. 4, página 117.

Este tipo de abordagem pode levar o professor a um entendimento fragmentado dos números racionais e, conseqüentemente, seu aluno não entenderá o conjunto dos números racionais na sua totalidade. Mais para frente, o aluno não entenderá, por exemplo, a densidade da reta.

Uma das coisas mais difíceis para o aluno do primeiro grau menor (Nunes, 1996) é o entendimento desse novo tipo de número, o número racional. Além disso, considerá-lo nas suas várias representações, que sugerem procedimentos diferentes, constitui-se numa tarefa difícil para o aluno. Assim, acredito que os livros deveriam dedicar pelo menos um capítulo para as várias representações dos números racionais, e somente após este destaque, associar à cada representação o seu procedimento.

Fazem parte desta categoria cinco das sete coleções analisadas. As demais coleções, dedicam um capítulo para chamar a atenção do leitor para a questão das várias representações do número racional e, posteriormente, procuram estabelecer relações entre essas representações e as quatro operações aritméticas. Em particular, nos casos da multiplicação e divisão:

$875 : \boxed{?} = 8,75$	$8,75 \times \boxed{?} = 875$	100
$93 : 1\,000 = \boxed{?}$	$0,093 \times 1\,000 = \boxed{?}$	93
$\boxed{?} : 100 = 8,75$	$\boxed{?} \times 100 = 5$	0,05
$1 : 10 = \boxed{?}$	$0,1 \times \boxed{?} = 1$	10
$1 : \boxed{?} = 0,01$	$0,01 \times 100 = \boxed{?}$	1
$\boxed{?} : 1\,000 = 0,001$	$\boxed{?} \times 1\,000 = 1$	0,001

Planeta Azul, Vol. 4, página 140.

Assim, podemos observar no exemplo anterior, que ao indicar para o professor a interconexão entre os conceitos, este poderá abordar a idéia de que a divisão ora aumenta e ora diminui, no domínio dos números racionais.

5) PROBLEMAS COM PROBLEMAS

De todas as coleções analisadas, três delas apresentaram uma abordagem duvidosa com relação aos exercícios propostos. Destacamos aqui, dois exemplos:

“Uma caixa de uvas pesa 4 quilos. Quantos quilos pesam 3 caixas de uvas?”

Como é fácil! - Matemática, Vol. 1, página 97.

e ainda,

Divisão de centenas com um algarismo no divisor	
Observe:	
$\begin{array}{r} 246 \overline{) 2} \\ 04 \quad 123 \\ 06 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 184 \overline{) 2} \\ 04 \quad 92 \\ 0 \end{array}$
$2 : 2 = 1$ $1 \times 2 = 2$ $2 \text{ para } 2 = 0$ $4 : 2 = 2$ $2 \times 2 = 4$ $4 \text{ para } 4 = 0$ $6 : 2 = 3$ $3 \times 2 = 6$ $6 \text{ para } 6 = 0$	$1 : 2 = \text{impossível}$ $18 : 2 = 9$ $9 \times 2 = 18$ $18 \text{ para } 18 = 0$ $4 : 2 = 2$ $2 \times 2 = 4$ $4 \text{ para } 4 = 0$

Eu Gosto de Matemática, Vol.2, página 169.

Os dois exemplos anteriores nos levam a questionar sua validade na matemática. No primeiro, observamos a falta de indicação na situação de uma referência ao tamanho das caixas de uva. No nosso entender, isso pode provocar pelo menos duas interpretações diferentes por parte do professor: ele pode achar que na 1ª série o aluno está tendo um primeiro contato com o conceito de multiplicação e, portanto, a situação proposta está boa; ou ele pode não perceber tal fato, e mais adiante (nas séries seguintes) elaborar problemas tão imprecisos quanto este.

No segundo exemplo, quando o livro sugere que $1 \div 2$ é uma operação impossível, o professor também poderia ter pelo menos duas reações diferentes: ele poderia passar desatento por este fato, e quando ele fosse explicar na 3ª série, por exemplo, a divisão no domínio dos racionais, o aluno poderia embarçá-lo, dizendo - “Esta operação não é impossível?”; ou ele poderia analisar a divisão dos números naturais de forma estanque, ou seja, diria ao aluno que - “para os números naturais é de um jeito e para os números racionais é de outro jeito”, impedindo que o aluno estabeleça conexões no campo multiplicativo.

Nas demais coleções, não foram encontrados problemas desse tipo.

3.1 Comentário Geral:

De maneira geral, os livros analisados somente enfatizam as continuidades de raciocínio, não dando destaque às discontinuidades de

raciocínio, fato este, muito importante para o aluno nas construções das idéias multiplicativas.

Acredito que na passagem do campo conceitual aditivo, para o campo multiplicativo, se enfatizarmos também as descontinuidades de raciocínio, estaremos ajudando nosso aluno a entender as situações multiplicativas com mais clareza. Se focamos a passagem de um campo para o outro somente no que diz respeito às continuidades de raciocínio e levamos o aluno a criar a concepção de que a multiplicação sempre aumenta (Cunha, 1997), será que o professor, ao adotar cegamente o livro didático não contribui para isso? Talvez sim.

Um outro fator a ser considerado, é o tipo de abordagem dada às operações de multiplicação e divisão. No caso da operação de multiplicação, a não exploração do raciocínio combinatório, pode levar o aluno à não compreensão, por exemplo, da potenciação. Na operação de divisão, se não dermos a mesma ênfase ao raciocínio de medida, como encontramos no raciocínio partitivo, podemos estar reforçando a separação entre a atividade matemática desenvolvida na escola e o dia-a-dia do aluno.

Destacamos ainda, a dificuldade que aluno encontra na 3ª série, pois foi encontrada em todas as coleções analisadas, uma “algoritmização” muito forte. Ou seja, apesar das coleções apresentarem exercícios com a utilização de situações-problema, a quantidade de procedimentos sem nenhuma conexão, que é sugerida ao aluno, torna-se massante.

Por fim, gostaria de ressaltar que todos os aspectos levantados no item 3, que dizem respeito aos livros didáticos, poderiam ser facilmente diagnosticados pelo professor, se este além de tê-los disponíveis em sua escola, também pudesse utilizá-los somente nos seus aspectos interessantes.

Os livros, às vezes, podem carregar no seu conteúdo algumas falhas, um ou outro erro, estar melhor aqui ou acolá. O importante é a leitura que o professor faz desses livros, isto é, se o professor os utiliza em sua prática diária, ele deve ter uma postura crítica dos mesmos. Além disso, essa postura crítica não deve se resumir apenas a um juízo de valores do tipo: - “este é bom, pois eu conheço o autor; ou este é ruim, pois tem muitos desenhos”; mas deve passar também por uma minuciosa interpretação e reflexão dos conteúdos que os livros contêm.

Capítulo III:

Fundamentação Teórica

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1. INTRODUÇÃO

Nesta etapa, estamos interessados em levantar quais as concepções e representações dos professores no campo conceitual multiplicativo. Enfocaremos mais especificamente a formação do conceito do professor com relação às operações de multiplicação e divisão.

Nessa direção, buscamos entender suas concepções e representações sob três aspectos: a) do ponto de vista psicológico, que se refere ao processo de formação do conceito do professor; b) do ponto de vista matemático, analisando a forma na qual o professor lida com o conteúdo e o expõe para o seu aluno; e c) do ponto de vista profissional, analisando a postura profissional do professor em sala de aula.

O presente capítulo abordará o primeiro dos três aspectos levantados acima, ou seja, o processo de formação do conceito do professor, sendo que os outros dois aspectos (matemático e profissional) já foram discutidos no capítulo II.

Encontramos em alguns aspectos que envolvem as correntes construtivistas, a questão da formação do conceito do professor, isto é, em alguns aspectos que envolvem as correntes psicológicas ditas construtivistas, encontramos apoio para nossa discussão e, dentro delas, a Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Gérard Vergnaud, sob a qual se apoia todo o nosso trabalho, tanto teórico quanto prático.

Para uma melhor apresentação e discussão dessa teoria, se faz necessário desenvolvermos inicialmente algumas considerações mais amplas sobre a psicologia, seguida de uma explanação sobre outras teorias de autores psicológicos, as quais nortearam Gérard Vergnaud na elaboração de sua Teoria dos Campos Conceituais, e das quais também tomaremos emprestados certos fundamentos.

Por fim, faremos uma revisão da literatura, com o intuito de conhecermos estudos sobre a formação de professores que têm sido desenvolvidos por pesquisadores na área de Educação Matemática.

2. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Como salientamos, escolhemos a corrente construtivista para ser o alicerce psicológico de nosso estudo. Esta corrente encontra-se inserida no âmbito da Psicologia Cognitiva, responsável pelo estudo da cognição, do pensamento Humano. Assim sendo, é da competência da Psicologia Cognitiva investigar como se dá a organização do conhecimento, o processamento de informações, as várias formas de pensamento, os comportamentos relativos à tomada de decisões, entre outras.

A partir desta abordagem é possível considerar a forma pela qual o indivíduo lida com os estímulos do ambiente, organiza dados, sente e resolve problemas, adquire conceitos e emprega símbolos verbais.

Foi na Psicologia Cognitiva que encontramos subsídios para o nosso estudo, pois nesse ramo da psicologia existem várias teorias que se concentram na discussão da formação dos conceitos. Essas teorias se preocupam com o processo de apropriação do conceito pelo indivíduo. Aqui discutiremos apenas a abordagem construtivista, sob a qual nosso estudo se baseia.

De um modo geral, a interpretação construtivista do conhecimento, privilegia dois pontos sobrepostos principais: a) é um processo evolutivo que passa por níveis de complexidade - as diferentes organizações do pensamento se fazem na inter-relação do sujeito com o ambiente e com ele próprio; b) é a busca de significado para cada ação intelectual que problematiza algo, natural ou propiciado.

Aqui, admitiremos que o conhecimento deve ser construído pelo sujeito enquanto interage com o meio onde vive. Dentro desta concepção incluiremos a descrição e a explicação de como se constrói as operações intelectuais e as estruturas do conhecimento que, mesmo não determinadas por ocasião do nascimento, são gradativamente elaboradas pela própria vivência do indivíduo.

A maneira como o sujeito interage com o meio é que leva à construção de um conjunto de significados que são, portanto, resultantes da herança, isto é, a maneira de interagir com o meio é que precipita a organização destes significados em estruturas cognitivas.

3. PRÉ-REQUISITOS PARA UM ESTUDO DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

3.1 Piaget e a Função Simbólica

A teoria de Piaget é talvez aquela que maior influência tem sobre a teoria de Vergnaud. Vários conceitos e terminologias (tais como teorema-em-ação e esquemas) que nasceram dentro do corpo teórico da epistemologia genética de Piaget, ganharam mais profundidade a partir da Teoria dos Campos Conceituais. Uma explicação para isso pode estar no fato de que, enquanto Piaget centrava sua atenção para o problema da gênese do conhecimento, isto é, com a formação do conceito como um todo, Vergnaud focava seu estudo para a formação e desenvolvimento do conceito matemático.

Piaget concentrou grande parte do seu estudo procurando descrever modelos lógicos que correspondessem ao pensamento das crianças, bem como o raciocínio lógico utilizado por elas, nos seus diferentes estágios de desenvolvimento. Esses aspectos ligados ao início do desenvolvimento psicológico e das estruturas lógicas, evidenciam o problema da representação mental.

Para Piaget (Gruber, 1987), o conhecimento é construído pelo sujeito a partir das interações deste com o objeto. Nessas interações o sujeito se desenvolve dentro de um sistema de estruturas fechadas e o objeto é apreendido por ele por meio de uma série de sucessivas aproximações construídas nas suas várias atividades.

No construtivismo de Piaget (Furth, 1969), devemos considerar dois aspectos fundamentais na relação sujeito/objeto: a organização e a adaptação. O processo de organização faz parte do desenvolvimento da noção de objeto que o sujeito constrói por meio de reflexos, esquemas, combinações mentais, entre outros. No processo de adaptação devemos considerar a assimilação e a acomodação como conceitos distintos e complementares. As formas de lidar com o objeto representariam a assimilação no processo adaptativo, enquanto a incorporação e a transformação destas formas de assimilação representam a acomodação. A adaptação intelectual do sujeito, caracteriza-se pela construção de um equilíbrio progressivo entre os mecanismos assimilador e acomodador que se complementam. Nas palavras de Piaget:

*“..... a organização é inseparável da adaptação: são dois processos complementares de um único mecanismo; o primeiro é o aspecto interno do ciclo do qual a adaptação constitui o aspecto externo.....
(Piaget: 1952, p. 7)”*

Segundo Piaget, a apropriação do real deve ser gradual e é possibilitada pelo já conhecido (estruturado), onde o novo conhecimento é transformado em velho como resultado da acomodação. O destino ou horizonte do desenvolvimento do conhecimento é definido como evento de um processo contínuo de equilibração. Esse processo é que gera diferentes estados de desequilíbrio e refere-se sempre à forma como se coordenam a assimilação e acomodação, dentro da relação entre o sujeito e o objeto.

Piaget, ainda, caracteriza o desenvolvimento cognitivo da criança por meio dos seguintes estágios de desenvolvimento: sensório-motor (aproximadamente 0 a 2 anos), o pré-operacional (aproximadamente 2 a 7 anos), o operacional concreto (aproximadamente 7 a 12 anos) e o operacional formal (aproximadamente 12 a 16 anos).

É na passagem do período sensório motor para o período pré-operacional, em que o sujeito começa a desenvolver a noção de objeto (significante), tornando-se capaz de criar esquemas de pensamento (significados), que surge a função simbólica (ou psico-semiótica). Para que possamos entender essa função precisamos antes entender como Piaget define “objeto” e “esquemas”. Piaget, chama de esquemas as organizações de ações, no nível do pensamento, que podem ser transferidas ou generalizadas para situações análogas. Por exemplo, quando uma criança ao ver um objeto quer tocá-lo, este objeto não existe para ela na qualidade de objeto conhecido, o que existe é uma assimilação recíproca dos esquemas de visão e apreensão. Já os objetos, caracterizam-se pelas significações simbólicas, isto é, pelo perceptual.

Assim, é a partir do surgimento da função simbólica que o sujeito torna-se capaz de formar um quadro completo de uma situação, graças à evolução de sua capacidade de representar. Aqui, representação significa a apresentação, no nível do pensamento, de algo que está perceptualmente ausente. Essa capacidade de representar atinge níveis cada vez mais complexos de evolução, possibilitando ao sujeito fazer uma diferenciação entre significante e significado, bem como fazer a união entre linguagem verbal, oral, gestual ou escrita e a sua imagem mental correspondente.

A capacidade de representação do sujeito, evolui em níveis crescentes de complexidade e pode ser percebida através de 5 (cinco) padrões de comportamentos: imitação, jogo, desenho, imagem mental e evocação verbal. A evolução da representação, através desses mecanismos de comportamento, caracteriza-se pela simultaneidade.

Nos estágios seguintes, pré-operacional e operacional concreto, Piaget destaca a formação do conceito. Para que isso fique claro, precisamos salientar que para ele, a representação, chamada representação simbólica, está ligada à aquisição do conhecimento e, portanto à formação do conceito.

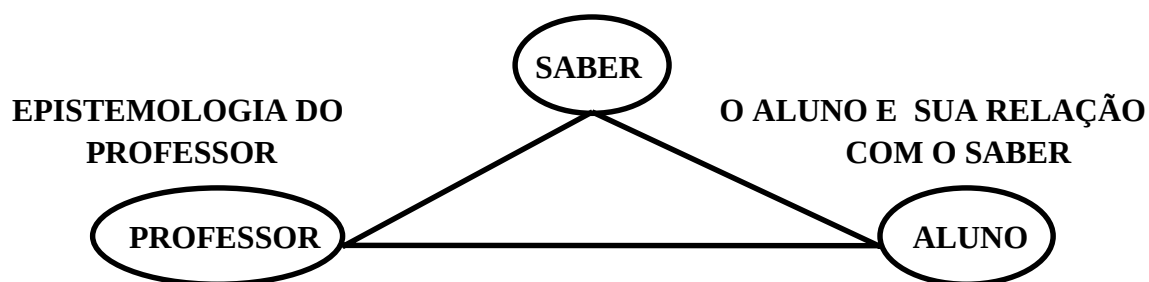
No processo de representação simbólica, Piaget salienta (Gruber, 1987), ainda, dois aspectos ligados à aquisição do conhecimento: o aspecto figurativo e o aspecto operativo. O aspecto figurativo, envolve mais que uma simples descrição do objeto percebido pelo sujeito, ele está presente em qualquer percepção que o sujeito tem do objeto. Tal aspecto pode ser evidenciado a partir da imitação.

Já o conhecimento operativo relaciona-se na forma como o sujeito opera com o objeto percebido, isto é, envolve a transformação da realidade (pensamento lógico). Esse aspecto passa a existir no sujeito a partir do momento em que o objeto percebido torna-se internalizado por este (imagem mental).

Dentro desta perspectiva piagetiana observamos o surgimento de uma nova teoria, mais relacionada à Educação, e a qual vale a pena apresentarmos, não só pelo seu alinhamento com a teoria de Piaget, mas principalmente por sua influência na Teoria dos Campos Conceituais.

3.2 Brousseau e a Teoria das Situações

Brousseau (1981) propôs uma teoria chamada teoria das situações, a qual serve de referência para Vergnaud, quando este se refere às situações presentes nos campos conceituais. De maneira geral, o foco dessa teoria, concentra-se na caracterização e organização do ambiente sócio-cultural no qual o aluno está inserido, permitindo a aprendizagem de um dado saber matemático. Sendo assim, Brousseau analisa os fenômenos ligados à atividade do ensino, enfatizando o que eles têm de específico em relação ao conhecimento a ser ensinado, um sistema didático mínimo, ou seja, analisa as iterações entre professor e aluno relativas ao saber nas situações de ensino:



QUADRO I: RELAÇÃO DIDÁTICA

Essa teoria apoia-se em três hipóteses:

- 1) o saber é apreendido pelo aluno quando ele se adapta a um meio, enfrentando dificuldades, contradições. Esse saber, fruto do processo adaptativo, manifesta-se pelas novas respostas do aluno, que curva-se frente a aprendizagem;

- 2) o professor deve criar e organizar o ambiente sócio-cultural do aluno, por meio de situações que encaminhem a aprendizagem dele, visando a aquisição do saber matemático;
- 3) um novo conhecimento é construído a partir de conhecimentos antigos ou na adaptação desses mesmos conhecimentos antigos.

Brousseau (1986), diferencia dois tipos de situações em sala de aula: a situação didática e a situação a-didática. Elas não devem ser entendidas separadamente, já que a situação a-didática faz parte da situação didática, ou seja, na situação a-didática o aluno reage frente a um problema, sem a intervenção direta do professor, este, responsável pela situação didática criada. Por exemplo, quando o professor propõe uma atividade de aprendizagem em sala de aula, o aluno deve agir, fazer, falar, refletir, evoluir, por sua própria iniciativa. O professor, num primeiro momento, não interfere propondo conhecimentos. O aluno adquire novos conhecimentos inteiramente justificados pela lógica interna da situação, sem interferência direta do professor.

Já a situação didática, caracteriza-se pelo jogo de interações do professor com o problema que ele propõe ao aluno. O professor procura “devolver” ao aluno a situação proposta. “Devolver”, significa a retro-ação da situação, ou seja, o professor deve fazer com que o aluno aceite a responsabilidade de uma situação de aprendizagem (a-didática) ou de um problema; e ainda, o professor deve aceitar as consequências dessa devolução.

Brousseau compara as situações a-didáticas a um jogo: uma situação que pode provocar aprendizagem será aquela onde o aluno conhece a estratégia básica para começar o jogo, aquela que permite compreender o problema, as regras do jogo, e onde as interações com o meio vão lhe permitir saber se essa estratégia é boa ou não. Uma boa estratégia, por exemplo, poderia ser criada pelo próprio conhecimento em questão.

Uma situação, em seus dois aspectos, a-didático/didático, é caracterizada pelas variáveis didáticas. Variáveis didáticas são aquelas em que escolhas diferentes podem provocar mudanças nas estratégias escolhidas pelo aluno. Por exemplo, ao propor para o aluno que resolva uma equação de segundo grau, o professor deve estar atento para a escolha dos coeficientes da equação e não simplesmente para a determinação do valor da variável. A variável didática, nesse caso, é a escolha que o professor faz dos coeficientes da equação, pois eles é que vão tornar a equação mais ou menos difícil de resolver para o aluno.

A Teoria das Situações classifica, ainda, as interações que o sujeito faz com o meio, são as chamadas dialéticas, as quais determinam as diferentes relações com o saber a ser ensinado, são elas: a dialética da ação, a dialética de formulação, a dialética de validação e a dialética da institucionalização.

A dialética da ação ocorre quando o sujeito, na busca de uma solução para um problema, nas condições propostas, escolhe o caminho que leva ao conhecimento a ser ensinado. O sujeito passa a agir na situação e esta lhe retorna informação sobre sua ação. Esquematicamente, temos:



QUADRO II: DIALÉTICA DA AÇÃO

Uma situação de ação não se resume a uma situação de manipulação livre, ou simplesmente seguir instruções; ela deve permitir ao sujeito um julgamento do resultado de sua própria ação, um ajustamento desse resultado, sem a intervenção de outro sujeito, graças à retroação da situação. Assim, o sujeito abandona ou melhora seu modelo para criar um outro. Essa situação provoca uma aprendizagem por adaptação. A importância dessa (fase de ação) reside no fato do sujeito expressar suas escolhas e decisões por intermédio de ações sobre o meio.

A dialética de formulação caracteriza-se pela troca de informações entre uma ou várias pessoas. Os interlocutores são emissores e receptores e trocam mensagens escritas ou orais, segundo as possibilidades de cada emissor, na língua natural ou se utilizando da linguagem matemática. Por exemplo, é na sala de aula que o aluno (ou grupos de alunos) expressa por escrito ou oralmente, as ferramentas que utilizou na solução encontrada para um problema proposto.

O objetivo da dialética de formulação é a troca de informações, embora, eventualmente, durante essa troca, possa haver debates de validade, o que não caracteriza esta dialética.

Na etapa de validação (ou dialética da validação), o professor deve mostrar porque o modelo criado na dialética de formulação é válido. Enquanto o objetivo principal da situação de formulação é a comunicação linguística, na dialética da validação enfatiza-se o debate sobre a certeza das soluções formuladas pelos alunos. O objetivo é discutir a veracidade dessas soluções que foram formuladas no momento da ação e da formulação.

Já na dialética da institucionalização, o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber. Uma vez construído e validado, um novo conhecimento vai ser assimilado e adaptado pelo aluno. Por exemplo, depois da institucionalização de um saber feita pelo professor, esse saber torna-se oficial, permitindo aos alunos a retenção e utilização desse saber na resolução de problemas matemáticos.

A Teoria das Situações permitem-nos entender o nível de complexidade com que Brousseau emprega a palavra “situação” amplamente utilizada por Vergnaud, na Teoria dos Campos Conceituais. Faz-se necessário agora discutir a última das três teorias que mais claramente influenciaram as idéias de Vergnaud, e que aparecem explicitamente em sua teoria, qual seja, a teoria sócio-construtivista de Vygotsky. Entretanto, como aconteceu nas teorias discutidas anteriormente, só vamos apresentar da teoria de Vygotsky aqueles constructos que Vergnaud tomou emprestado na construção de suas próprias idéias.

3.3 Vygotsky e a Formação dos Conceitos

Segundo L. S. Vygotsky (1993), o conhecimento está sendo construído pelo sujeito na relação com aspectos sócio-culturais que o envolvem - as condições em que se dão o conhecimento estão inseridas num contexto social. Vygotsky defende que o processo de aquisição do conhecimento caracteriza-se pela participação ativa do sujeito no meio sócio-cultural onde vive - o sujeito apreende um conhecimento para que, por meio dele, possa se desenvolver.

Um aspecto central para a compreensão das concepções vygotskianas sobre o funcionamento psicológico é o conceito de mediação. Mediação, em termos gerais, é o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação, onde esta deixa de ser direta e passa a acontecer por intermédio de um agente mediador. Por exemplo, quando uma pessoa aproxima sua mão do fogo e a retira rapidamente, está estabelecida uma relação direta entre o calor da chama e a retirada da mão. Contudo, se numa outra ocasião essa pessoa retirar a mão quando apenas sentir o calor e lembrar-se da dor sentida anteriormente, a relação entre a chama e a retirada da mão estará mediada pela lembrança da experiência anterior. Se, em outro caso, essa pessoa resolve não aproximar sua mão do fogo quando alguém lhe disser que pode se queimar, a relação estará mediada pela intervenção dessa outra pessoa. Sendo assim, Vygotsky sustenta que a relação do Homem com o Meio em que vive não é uma relação direta, mas sim uma relação mediada.

Vygotsky concentrou grande parte de seu estudo, tentando levantar quais os elementos de mediação presentes na relação de ensino/aprendizagem. Mais

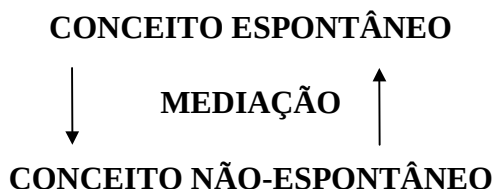
precisamente, buscou um entendimento da formação do conceito. Para ele, um conceito deve pressupor o desenvolvimento de várias funções intelectuais: atenção deliberada, memória lógica, abstração, entre outras. É no aprendizado, que encontramos as principais fontes da formação dos conceitos que nos levam a um desenvolvimento cognitivo. Um conceito não deve ser visto somente como uma soma de conexões associativas formadas pela memória, nem tão pouco como um hábito mental que pode ser adquirido por treinamento (por exemplo). Assim, para Vygotsky os conceitos não são puros, ele os considera sob dois pontos de vista: o conceito espontâneo e o conceito científico (não espontâneo).

Os conceitos espontâneos são aqueles que o sujeito desenvolve a partir de sua realidade com esforços próprios, isto é, sua atenção está voltada para o objeto ao qual o conceito se refere, nunca no próprio pensamento. A aquisição do conhecimento espontâneo se dá através de uma situação de confronto com uma situação concreta. Dizemos que é um conceito ascendente, uma vez que ocorre de baixo para cima (do concreto para o abstrato).

Já nos conceitos científicos, a relação entre o sujeito e o objeto é mediada desde o início por um outro conceito. Esses conceitos (científicos), são apreendidos de forma descendente, uma vez que eles ocorrem de cima para baixo (do abstrato para o concreto). Nas palavras de Vygotsky:

“... a concepção da evolução dos conceitos científicos não nega a existência de um processo de desenvolvimento na mente da criança em idade escolar; no entanto, segundo tal concepção esse processo não difere, em nenhum aspecto, do desenvolvimento dos conceitos formados pela criança em sua experiência cotidiana, e é inútil considerar os dois processos isoladamente. (Vygotsky: 1993, p. 72)”

Assim, podemos perceber que esses dois conceitos, tanto o espontâneo como o científico, se desenvolvem no sujeito em direções opostas, como representado no esquema abaixo:



Porém, juntos eles formam os dois lados de uma mesma moeda. Com isso queremos dizer que o sujeito só forma e desenvolve determinado conceito, quando ele estabelecer relações entre os conceitos espontâneo e científico. Vygotsky ainda acrescenta:

“...-o desenvolvimento dos conceitos espontâneos e dos conceitos não-espontâneos se relacionam e se influenciam constantemente. Fazem parte de um único processo: o desenvolvimento da formação de conceitos, que é afetado por diferentes condições externas e internas, mas que é essencialmente um processo unitário, e não um conflito entre formas de inteligência antagônicas e mutuamente exclusivas. O aprendizado é uma das principais fontes de conceitos da criança em idade escolar, e é também uma poderosa força que direciona o seu desenvolvimento, determinando o destino de todo o seu desenvolvimento mental. (Vygotsky: 1993, p.74)”

É possível interpretar que para Vygotsky esses dois tipos de conceitos devem funcionar como uma rua de mão dupla, na qual o sujeito durante seu processo de aprendizagem precisa caminhar nos dois sentidos.

4. VERGNAUD E A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Gerard Vergnaud (1987), defende, como Vygotski, que o desenvolvimento do processo de aprendizagem no sujeito requer definições que nos permitam lidar com situações nas quais um conceito seja significativo. Com isso, Vergnaud deixa claro que para ele o ensino depende, fundamentalmente, do conteúdo do conhecimento. Assim, cada fragmento do conhecimento refere-se a situações que o sujeito precisa dominar, e esse domínio acontece através da resolução de problemas.

Vergnaud, contudo, deixa claro que não devemos considerar somente os relacionamentos entre os aspectos sociais, no processo da formação do conceito, embora devamos reconhecer sua importância e interesse nesse processo. O conhecimento conceitual deve emergir das situações-problema, isto é, devemos estabelecer referências que relacionem conceitos a situações e vice-versa. Um conceito não aparece isoladamente numa situação-problema, ele faz parte do processo de formação do conceito. Nas palavras de Vergnaud:

“..... o conhecimento está organizado em “Campos Conceituais”, que se desenvolvem no sujeito, num certo período de tempo, por meio do pensamento, experiência, maturação e aprendizagem. Campo Conceitual é um conjunto informal e heterogêneo, de problemas, situações, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros, que devem sofrer intervenções ao longo do processo de aquisição. (Vergnaud: 1987, p. 40)”

Dentro dessa visão, Vergnaud gera uma discussão bastante pertinente e interessante sobre os contrastes entre competência e concepção. As competências se desenvolvem a partir das primeiras ações do sujeito inserido numa dada situação (situação-problema), enquanto que as concepções estão presentes nas expressões simbólicas do sujeito (por exemplo, expressões verbais).

As competências do sujeito estão ligadas aos conhecimentos implícitos (teoremas-em-ação) que ele tem das relações estritas com a formação de esquemas. Essas relações permitem que o sujeito expresse suas concepções, de forma explícita, por meio de um relacionamento estrito com a formação do conceito (percebendo o objeto a ser apreendido, bem como as propriedades e relações dele). Por exemplo, para que o professor possa perceber quais os conhecimentos que o aluno traz consigo, frente a um dado objeto a ser ensinado, é preciso que ele busque um entendimento **do que** o aluno realiza e de **como** realiza, relacionando esses dois aspectos. Aqui Vergnaud empresta de Piaget as definições de “teorema-em-ação”, “esquema” e “função simbólica”, levando-as mais além do que fez Piaget.

Teorema-em-ação é definido em termos de relações matemáticas, das quais o sujeito se apropria quando escolhe uma operação ou sequências de operações para resolver um problema. Essas relações não são expressas pelo sujeito de forma explícita, o que leva a supor que elas não são nem mesmo conscientes para o sujeito.

Um Teorema-em-ação pode ser considerado como tendo aplicação apenas num conjunto de problemas. Para que possamos estudar o comportamento matemático do sujeito, é necessário que expressemos os teoremas-em-ação em termos matemáticos. São os esquemas que estabelecem as ligações entre as situações do Campo Multiplicativo. O esquema é entendido por Vergnaud como uma totalidade dinâmica que surge a partir do teorema-em-ação, estando ambos ligados a competência do sujeito nas resoluções de problemas.

É nesse conjunto de situações, no domínio progressivo desse campo conceitual, que encontramos uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas, em estreita conexão, que permitem ao sujeito compreender esse conjunto de situações. Nesse sentido, Vergnaud (1987) explicitamente afirma que:

“... na sala de aula, isso significa escolher situações didáticas (Brousseau, 1981) significantes para o estudante, provocar debates, explanações, representações e formulações; ajudando o estudante no desenvolvimento da formação do conceito. (Vergnaud: 1982,p.04)”

ou seja, Vergnaud ressalta, ainda, que o entendimento das situações, procedimentos e representações do aluno em sala de aula, permitem a ele um domínio progressivo desse campo, a partir do momento que a situação didática criada pelo professor, permitir ao aluno o estabelecimento de conexões.

5. O CAMPO CONCEITUAL DAS ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS

Genericamente, Vergnaud define um campo conceitual como um conjunto de situações, cujo processo de apropriação do conhecimento, pelo sujeito, requer um domínio de vários conceitos de naturezas diferentes, representado pela terna $C = (s, I, S)$, onde:

- (a) s é um conjunto de situações que tornam um conceito significativo;
- (b) I é o conjunto de invariantes (objetos matemáticos, propriedades, situações, etc.) que podem ser reconhecidos e utilizados pelo sujeito para análise e domínio das situações, ou seja, organização de um conceito por meio dos invariantes operatórios;
- (c) S é o conjunto das representações simbólicas utilizadas pelo sujeito para identificação e representação desses invariantes (representa as situações e os procedimentos para que o sujeito possa lidar com esses invariantes).

Essa estruturalização do conhecimento justifica-se por, pelo menos, três motivos:

- (a) não podemos estudar um conceito de forma estanque. No caso das estruturas multiplicativas, como vamos ver neste capítulo, seria um erro estudarmos separadamente as operações de multiplicação e divisão (por exemplo) pois eles não são conceitos matematicamente independentes um do outro e estão presentes nas primeiras situações que o sujeito experimenta;

- (b) delinear tão amplo domínio do conhecimento, cobrindo uma grande diversidade de situações e diferentes procedimentos, permite-no estudar o desenvolvimento dessas estruturas na mente do sujeito;
- (c) nessa estruturação, estão envolvidos diferentes procedimentos e concepções, além de diferentes representações simbólicas quando o sujeito se apropria de uma mesma classe de problemas. Embora algumas dessas concepções e representações sejam fracas ou parcialmente errôneas, elas podem ser valiosas para a solução de subclasses de problemas elementares e para o aparecimento posterior de soluções mais fortes e próximas da universal.

Vergnaud (1981, 1982, 1983, 1987, 1994), enquanto pesquisador, apesar de considerar que todo e qualquer conceito deve ser estudado dentro de campos conceituais, tem concentrado sua atenção principalmente em dois deles, o das estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas, vendo-os como um conjunto de problemas que envolvem operações aritméticas e noções do tipo aditiva ou do tipo multiplicativa.

Assim, escolhemos como objeto de estudo, o campo conceitual das estruturas multiplicativas ou campo conceitual multiplicativo. Certamente as estruturas multiplicativas se apoiam, em parte, nas estruturas aditivas, mas elas também têm sua própria organização intrínseca, a qual não se resume aos aspectos aditivos.

Esse campo é, ao mesmo tempo, o conjunto das situações (tarefas), cujo tratamento envolve uma ou várias divisões ou multiplicações, e o conjunto de

conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações como tarefas matemáticas. Assim, fazem parte desse campo os seguintes conceitos:

- *as operações de multiplicação e divisão;*
- *formas lineares e bilineares;*
- *análise dimensional;*
- *o conjunto dos números racionais e os conceitos de razão e fração;*
- *as combinações lineares e as transformações lineares de magnitudes.*

Até aqui, poderíamos nos perguntar: por que nos preocuparemos com a formação do conceito do professor? A resposta é imediata: é no processo cognitivo do professor que encontramos a organização do conteúdo matemático, que posteriormente será representado para o aluno por meio de competências e concepções em torno de um objeto matemático na sala de aula.

É o professor quem processa as informações para os alunos, por meio de representações. A ele cabe, além da ação, a comunicação da ação em sala de aula. A competência individual do professor não é só uma competência pessoal, mas depende de uma rede de recursos disponíveis na sala de aula. Por exemplo, na resolução de um problema em sala de aula, o professor deve estar atento em saber resolvê-lo, saber escolher o método pertinente, e escolher, entre diferentes soluções, qual é a melhor. Em todos esses momentos ele estará sempre pensando no seu aluno, embora essa tomada de decisões possa não ser consciente.

As representações do professor são responsáveis pelas referências do aluno em relação a um conceito, ao tipo de finalidade associada a esse conceito,

a situação onde o conceito se insere, as estratégias utilizadas pelo aluno, o contrato-didático⁽¹⁾ estabelecido na sala de aula e o papel de mediador do professor. Ou seja, a representação do professor envolve necessariamente uma escolha seletiva da informação que se quer transmitir para o aluno.

Para entendermos essa escolha seletiva da informação, consideremos uma situação de sala de aula onde se pretenda introduzir o conceito de volume. O professor será responsável pelas várias leituras que podem ser dadas à fórmula que calcula o volume de um sólido ($V = L \times C \times H$, onde L é a largura, C é o comprimento e H representa a altura). Ele pode enfatizar o cálculo do volume pelo uso da fórmula, ou utilizar a fórmula para calcular uma das três dimensões, L , C ou H . Ele pode ainda explorar a fórmula como uma proporcionalidade tripla, isto é, $V = k \cdot L$ quando $C = H = k$. Por fim, ele poderia utilizar, alternativamente, o raciocínio sobre uma mudança de variáveis.

Essas várias formas de se explorar um mesmo conceito, é que farão o estudante criar esquemas para a compreensão do conceito de volume.

Para entendermos melhor a idéia de representação proposta por Vergnaud, precisamos nos libertar da trilogia: objeto (escolha pedagógica), significante (símbolo) e significado (função do símbolo), pois as situações, nas quais o conceito está imerso, não estão explícitas nesse modelo. Para Vergnaud, a representação não pode ser entendida somente em termos de símbolos, ela deriva de um conjunto de categorias e teoremas (teoremas-em-ação) que devem

(1) Guy Brousseau (1982) define Contrato Didático como o conjunto de comportamentos do professor, os quais são de conhecimento dos alunos e vice-versa, isto é, é o conjunto de regras estabelecidas explicitamente, para alguns, e implicitamente para outros, onde a cada parceiro da relação didática cabe um gerenciamento do que foi contratado frente ao outro.

ser entendidos em todos os níveis. Existe uma equivalência entre uma classe de situações e a organização de atividades (esquemas) que geram diferentes possibilidades a serem exploradas em várias situações. Dessas diferentes possibilidades de exploração da situação, surgem os invariantes operacionais que englobam o objeto, bem como suas propriedades.

Segundo Vergnaud, é do mundo real que emergem as representações, por meio de situações que se inter-relacionam com esquemas e algoritmos. Os objetos matemáticos que podem ser apreendidos por meio dessas situações, se manifestam através dos invariantes operatórios que estão ligados à relação significante/significado .

Vergnaud define ainda as estruturas multiplicativas como um conjunto de problemas que envolvem: (1) isomorfismo de medidas; (2) produto de medidas e (3) proporção múltipla.

O isomorfismo de medidas é uma estrutura que consiste da exploração de problemas que estabelecem relações proporcionais entre conjuntos de mesma cardinalidade.

Nessa classe de problemas, Vergnaud descreve um grande número de situações da vida quotidiana e algorítmica. Estão incluídas, nessas situações, os conjuntos de mesma cardinalidade (objetos do mundo real), preço constante (mercadorias e relações comerciais das mesmas), velocidade média constante (duração e distância), entre outros, distribuídas em quatro subclasses de problemas: (a) multiplicação, (b) divisão partitiva, (c) divisão quotitiva e (d) problemas de regra de três simples.

O produto de medidas, é uma estrutura que consiste de uma composição cartesiana de duas medidas espaciais, dentro de uma terceira. Ele descreve os problemas referentes a área, volume, produto cartesiano, trabalho e muitos outros conceitos da Física.

A proporção múltipla é uma estrutura muito parecida com a anterior do ponto de vista das relações aritméticas. Uma medida espacial é proporcional a outras duas medidas espaciais, diferentes e independentes. Por exemplo, a produção de leite de uma fazenda pode ser (sob certas condições) proporcional ao número de vacas e ao número de dias do período considerado.

Nosso interesse está centrado principalmente no isomorfismo de medidas, já que pretendemos estudar a formação do conceito de professores que atuam nas séries iniciais (1^a a 4^a séries). Para resolver os problemas pertencentes a essa classe devemos utilizar diferentes procedimentos, os quais requerem o emprego de diferentes propriedades encontradas nas relações entre quatro termos (a , b , c e x), o que diferencia o campo aditivo do multiplicativo. Na estrutura multiplicativa, as relações entre os termos não são ternárias, mas sim, quaternárias, visto que os mais simples problemas que envolvem as operações de multiplicação e divisão implicam na proporção simples de duas variáveis, uma em relação à outra. Esta relação, na verdade, permite a geração de quatro tipos de representações simbólicas:

MULTIPLICAÇÃO

$$\begin{array}{r|l} 1 & a \\ b & \square \end{array}$$

DIVISÃO PARTITIVA

$$\begin{array}{r|l} 1 & \square \\ b & c \end{array}$$

PROPORÇÃO SIMPLES

$$\begin{array}{r|l} a & c \\ b & \square \end{array}$$

DIVISÃO QUOTITIVA

$$\begin{array}{r|l} 1 & a \\ \square & c \end{array}$$

Estes esquemas apresentam problemas diferentes, tanto no que concerne aos valores numéricos utilizados, como ao domínio da experiência de quem os está utilizando.

Nessa abordagem, os problemas de multiplicação e divisão são casos particulares de uma classe de problemas mais geral, que é a regra de três (proporção simples). Aqui quatro termos estão envolvidos, sendo que um deles é igual a 1. Já no isomorfismo de medidas, os problemas são resolvidos com a utilização das propriedades isomórficas das funções lineares:

$$f(x + y) = f(x) + f(y)$$

$$f(x - y) = f(x) - f(y)$$

$$f(\lambda \cdot x) = \lambda \cdot f(x)$$

$$f(\lambda \cdot x + \eta \cdot y) = \lambda \cdot f(x) + \eta \cdot f(y)$$

Essas propriedades são mais naturais para o sujeito do que as propriedades relacionadas ao coeficiente de proporção ($f(x) = ax$ e $x = 1/a f(x)$), pois elas permitem que o sujeito se utilize de conhecimentos já adquiridos anteriormente no estudo das estruturas aditivas.

O estudo do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas é essencial. O mundo em que vivemos e as atividades que desempenhamos no nosso dia-a-dia estão cheios de oportunidades para que possamos utilizar as estruturas de proporção simples, por exemplo. Além disso, a ciência requer um extensivo entendimento dessas estruturas.

Por exemplo, pode parecer estranho para um matemático entender o porquê de Vergnaud tomar emprestado conceitos da teoria dos Espaços Vetoriais e da Análise Dimensional para analisar o que os estudantes fazem no nível elementar. Existem duas razões para esse empréstimo: primeiramente foi o modo que Vergnaud julgou ser apropriado para caracterizar um teorema-em-ação, usado pelo estudante, embora eles os usem implicitamente e num conjunto limitado de contextos e de valores numéricos. Em segundo lugar, porque é nesse campo que o estudante se prepara para o entendimento de um outro campo, o Campo Conceitual das funções. O ensino bem sucedido requer o uso de uma grande variedade de problemas e composições (questões escritas, uso de tabelas, explicações orais e escritas, fórmulas e todo o tipo de comentários).

A seguir, discutiremos alguns aspectos levantados por Terezinha Nunes, que dizem respeito a preocupação com a apropriação da linguagem matemática. Essa discussão faz-se necessária, já que Vergnaud não explora a situação no sentido do ambiente físico que ela ocorre, ou seja, ele não discute a atividade matemática enquanto ferramenta social na modelagem do nosso cotidiano.

É importante que frizemos que os aspectos levantados por Nunes, não são pré-requisitos para um entendimento da Teoria dos Campos Conceituais, mas sim, complementam as idéias que levantamos com o presente trabalho.

5. Terezinha Nunes e a Socialização da Matemática

Nunes (1996), parte da hipótese de que a atividade matemática é uma prática cultural, e que para a aquisição do conhecimento, devemos levar em consideração as particularidades existentes no ambiente sócio-cultural, no qual a criança está inserida. Ela ainda acrescenta:

“..... isso quer dizer, primeiramente que as matemáticas não devem ser recuperadas em seu novo ceticismo: se as idéias matemáticas não vêm do nada, mas sim da atividade do pensamento; e se o pensamento é influenciado pela cultura, isso apenas significa que existem relações entre idéias, não-necessárias e inalteradas. (Nunes: 1996, p. 183)”

Ela afirma que as operações do pensamento na criança, quando esta se insere em determinado ambiente sócio-cultural, não estão definidas num mesmo sistema de signos e não precisam derivar da intuição. O pensamento deriva das operações que preparam a mente da criança para a ação.

Nessa direção, a visão da matemática, segundo Nunes, não deve ser vista com relativismo. Tal qual Vergnaud, ela destaca a importância dos invariantes na matemática, estes fundamentais no estabelecimento da visão de que a

matemática não é relativista. Por exemplo, para que a criança acomode a noção das várias geometrias na matemática, ela deve tentar começar essa busca a partir de significados contidos no entendimento das pluralidades dos axiomas (invariantes) da geometria euclidiana.

Dentro dessa perspectiva, Nunes ainda faz uma crítica bastante pertinente à teoria de Piaget. Ele afirma que os esquemas e a ação do sujeito, são formados a partir do momento em que a criança adquire a capacidade de estabelecer relações.

Entretanto, Nunes afirma que ele esqueceu-se de um elemento importante: quando a criança vai à escola, o processo de socialização do pensamento, dos significados matemáticos, está se iniciando num sistema coletivo de signos. Por exemplo, antes de entrar na escola, a criança já começou a aprender a contar. Na sala de aula quando ela for aprender a contar com as outras crianças, ela aprenderá a contar num sistema coletivo de signos.

Nunes acrescenta ainda que, a criança, nesse sistema coletivo de signos, passa por uma “redescrição” de significados, envolvendo diferentes esquemas em ação. Esses esquemas estão inseridos num sistema simplificado de representação, com poucas opções para ela. Ou seja, por exemplo, os diferentes esquemas em ação explicitados por Vergnaud nas estruturas aditivas ($a + b = c$ implica nas formas $c - a = b$ e $c - b = a$).

O termo redescrição, segundo Nunes, significa desenvolver novamente os esquemas em ação, ou seja, quando a criança consegue estabelecer conexão entre um antigo significado e o novo sistema coletivo de signos, apreendido em

sala de aula. Portanto, a aprendizagem matemática é um processo de socialização que pressupõe a mudança de velhos significados, caracterizada pela formação de novos conceitos adquiridos em sala de aula.

Nessa direção, as escolhas feitas pelo professor no sentido de guiar este processo de socialização na sala de aula, tem grande impacto na criança, a qual realiza sua redecisão individualmente (num tempo só seu), durante o processo de aprendizagem. Ou seja, o professor, ao ensinar matemática, estabelece inicialmente conexões entre conceitos na sala de aula, que vão ser redescritas pela criança, quando esta substituir um velho significado.

Por fim, Nunes ressalta a importância na prática do professor, quanto a estar sempre atento aos aspectos multi-culturais, nos quais seus alunos participam fora da escola. Ou seja, os alunos de diferentes grupos sociais, trazem diferentes conhecimentos baseados nos ensinamentos que receberam fora da escola e participam de diferentes práticas culturais na comunidade onde vivem, aspectos esses, que devem ser levados em consideração na sala de aula.

6. REVISÃO DA LITERATURA

Nesta sessão faremos um levantamento apenas das pesquisas recentes que estejam envolvidas diretamente tanto com a Teoria dos Campos Conceituais quanto com a formação do professor.

Na literatura, encontramos com facilidade pesquisas que apontam na direção de uma ampliação do campo conceitual multiplicativo, mais especificamente na perspectiva do professor. Por exemplo, os trabalhos de Salvador Linhares, 1996, (*“Conocimiento Profesional del Profesor de Matemáticas: Conocimiento, Creencias y Contexto en Relación a la Noción de Función”*) e de Helena Noronha Cury, 1994, (*“As concepções de Matemática dos Professores e suas formas de considerar os erros dos alunos”*).

O próprio Vegnaud cita os trabalhos de Piaget e Brosseau como tendo contribuído para o entendimento do Campo Conceitual Multiplicativo. Além desses autores, ainda encontramos renomados pesquisadores, tais como Nunes & Bryant (1997), que dedicam um capítulo inteiro do livro *“Crianças Fazendo Matemática”*, às Estruturas Multiplicativas, e os famosos artigos de Thompson, 1996, (*“The relationship of teachers’ Conceptions of Mathematics and Mathematics Teaching to instructional practice”*), e de Schwartz, 1988, (*“Intensive quantity and referent transforming arithmetic operations”*), que são considerados como referências na área.

Todos esses autores comprovam e avançam na investigação do entendimento do raciocínio multiplicativo. Entretanto, gostaríamos de nos deter especificamente em dois estudos em particular: *“Uma investigação sobre Multiplicação e Divisão com alunos de 5ª e 7ª séries”* de Cunha (1997), e o artigo *“Two Problems under one title: the case of division by zero”* de Tsamir (1996). Esses dois trabalhos, nem sempre se direcionam ao professor, mas se referem às estruturas multiplicativas e se alinham com o tipo de pesquisa que desenvolvemos neste estudo.

Cunha (1997), elaborou e aplicou uma sequência de atividades com alunos de 5ª e 7ª séries da rede particular de ensino, com a finalidade de investigar as concepções dos alunos de que a “multiplicação sempre aumenta” e “a divisão sempre diminui” na busca de uma expansão do Campo Conceitual Multiplicativo desses alunos.

Na sequência de atividades, Cunha trabalhou com os alunos situações multiplicativas e problemas, no domínio dos inteiros positivos e dos racionais, colocando-os em situações onde eles pudessem refletir sobre as descontinuidades entre o raciocínio aditivo e o multiplicativo, podendo ainda, estabelecer relações entre as operações de multiplicação e divisão, levando os alunos além do que é transmitido nos manuais didáticos. Além disso, ela entrevistou os alunos, explorando situações diversas que envolvem essas operações (multiplicação e divisão). A entrevista teve a finalidade de perceber se os alunos conseguiram expandir seus conhecimentos no que se refere as estruturas multiplicativas.

Dentre os principais resultados encontrados por Cunha, destacamos:

- os alunos apresentaram dificuldades em entender o surgimento dos números racionais;
- as justificativas dos alunos, nas entrevistas, foram do tipo: *“qualquer número multiplicado por zero dá zero”*; *“qualquer número multiplicado por 1 dá ele mesmo”*; *“qualquer número dividido por ele mesmo dá 1”*;

- os alunos apresentaram as seguintes concepções com relação as operações de multiplicação e divisão: “*multiplicação sempre aumenta*” e “*divisão sempre diminui*”.

Cunha afirma que sua sequência de atividades ainda não possibilitou totalmente que os alunos mudassem suas concepções sobre essas operações, mas acredita que houve uma ampliação dos conhecimentos locais desses alunos para o domínio dos racionais. Ela atribue este fato ao modo como esse saber vem sendo abordado durante toda a vida escolar dos alunos.

Cunha acrescenta que se a multiplicação e a divisão fossem introduzidas e trabalhadas, desde as séries iniciais, por meio de diversas abordagens, como por exemplo, medida de área ou por meio do raciocínio combinatório, talvez os alunos não criassem as concepções de que “multiplicação sempre aumenta” e “divisão sempre diminui”.

Neste estudo, replicaremos uma das questões propostas por Cunha, mais especificamente, aquela que se refere as possíveis relações entre dividendo, divisor e resto na divisão euclidiana. Nosso intuito é estabelecer uma comparação entre os nossos resultados e os obtidos por Cunha.

Já Tsamir (1996), investigou as respostas dos professores do 2º grau, com respeito ao entendimento que eles têm da divisão por zero. Ela afirma que as experiências matemáticas dos estudantes, os leva a acreditar que todo problema tem uma solução numérica, ou seja, um problema insolúvel é consequência da má interpretação do estudante ou de sua falta de habilidade em lidar com o mesmo.

Os principais resultados apresentados por Tsamir na questão da divisão por zero são: os estudantes têm a tendência de determinar valores numéricos (finitos ou infinitos) para a expressão $a \div 0$ ($a \neq 0$ e $a = 0$); os professores que aceitam o fato de que $a \div 0$ é indefinido, baseiam suas justificativas em regras memorizadas; os estudantes acreditam que a divisão por zero pode ser interpretada de duas maneiras distintas: $a \div 0$, com $a \neq 0$ e $0 \div 0$, o que pode estar significando, que os professores têm uma tendência em aceitar a divisão por zero.

Nessa direção, Tsamir acrescenta que os estudantes tem a tendência de apresentar conexões válidas de pensamento, como contraditórias e, além disso, enriquecem essas contradições com conexões inválidas de pensamento envolvendo tanto a operação de multiplicação como a operação de divisão.

A grande contribuição do trabalho de Tsamir para o nosso estudo, reside na questão da divisão por zero, fato este, que também exploraremos no estudo II.

Capítulo IV:

Metodología

METODOLOGIA

1. INTRODUÇÃO

Este capítulo tem por finalidade descrever, em detalhes, toda parte prática de nosso estudo, tanto no que diz respeito ao seu planejamento, quanto à sua implementação (desenho e método do experimento), respectivamente. Subdividimos o capítulo em quatro seções: a presente introdução, o desenho geral do nosso trabalho de campo, e os desenhos de cada um dos estudos I e II do experimento, acompanhado de seus respectivos métodos e análises. Visando facilitar a leitura das seções três e quatro, apresentaremos no final de cada uma delas, um resumo dos resultados mais significativos dos estudos.

2. DESENHO GERAL

A pesquisa se desenvolveu em dois momentos que se complementam: o **estudo I** e o **estudo II**, objetivando um levantamento das concepções e competências dos professores com relação às operações de multiplicação e divisão.

O **estudo I**, por sua vez, se desenvolveu em duas etapas: aplicação de um teste inicial (1ª etapa) e desenvolvimento de uma oficina (2ª etapa). Após análise dos dados obtidos no estudo I, levantamos nossas hipóteses para a aplicação do

estudo II, com a finalidade de observar se os invariantes que persistiram ao longo do **estudo I** se consolidariam no **estudo II**.

O **estudo II** refere-se a aplicação de um teste de três partes: a parte I voltada para a interpretação de uma situação-problema pré-estabelecida; a parte II, centrada na questão da elaboração de situações-problema; e a parte III focando a competência algorítmica.

A seguir, detalharemos cada um dos instrumentos utilizados nessa pesquisa: o **estudo I** e o **estudo II**.

3. O ESTUDO I

Elaboramos um teste inicial composto de duas questões, onde foram criadas situações visando levar o professor a refletir sobre sua prática profissional.

Em seguida, elaboramos uma oficina com a duração de quatro horas, distribuídas em duas sessões. Nessa oficina, centramos nossa atenção na formulação e resolução de problemas. Após a oficina, procedemos nosso levantamento das hipóteses que foram consideradas no estudo II.

3.1 Primeira Etapa do Estudo I: Teste Inicial

Começaremos esta seção traçando as variáveis de instrumento que usaremos na operacionalização de nosso estudo. O objetivo da aplicação do teste inicial foi o de servir de diagnóstico na identificação de aspectos gerais, tais como, (a) a interpretação que o professor faz de problemas que, muitas vezes, estão presentes nos livros didáticos; (b) a valorização dada pelo professor para a formulação de problemas, analisando também sua capacidade de formulação dos mesmos;

O teste inicial foi composto de duas questões, assim distribuídas:

- Uma questão que envolvia a classificação de problemas quanto à operação proposta, precisão do enunciado, contextualização matemática da situação criada no problema, análise dos dados envolvidos e a representação simbólica que o professor utiliza em sala de aula.
- Uma questão requerendo do professor a elaboração de situações-problema - usando apenas a operação de divisão - onde o professor deveria analisar a questão do arredondamento.

A seguir, descrevemos as questões do teste inicial, bem como seus respectivos objetivos:

3.1.1 Desenho do Teste Inicial

Questão A

A) Imagine que você esteja fazendo uma seleção de problemas para usá-los em sua sala de aula. Sua aula será sobre as operações de divisão e multiplicação. Analise os problemas abaixo:

Na questão A apresentamos uma situação composta por quatro problemas (dois envolvendo a operação de multiplicação, um envolvendo a operação de divisão e um envolvendo uma proporção simples), onde as professoras os analisaram um a um.

Estamos interessados em fazer com que as professoras demonstrem quais são suas escolhas pedagógicas quando estão preparando uma aula. O objetivo é perceber se, através de um problema proposto, elas discutem como representá-lo para o aluno. Essa seleção foi feita, baseada nos tipos de problemas que em geral fazem parte dos livros didáticos. Nosso intuito aqui é o de traçar um perfil da leitura que as professoras fazem dos problemas que geralmente estão presentes nos livros.

Para a identificação dessa leitura, procuramos destacar quatro aspectos diferentes que se fazem presentes no enunciado de cada um dos problemas: (a) qual a operação proposta; (b) qual sua opinião a respeito da formulação do problema e a respeito dos dados envolvidos; (c) qual sua opinião com relação ao contexto matemático da situação criada no problema; e (d) como ele representaria a solução do problema para o seu aluno. Essas perguntas se apresentam no teste da seguinte forma:

(a) Qual(is) a(s) operação(ões) proposta(s)?

☐ Divisão ☐ Multiplicação ☐ Soma ☐ Subtração

(b) Você considera este problema:

☐ Bem formulado e com dados precisos ☐ Bem formulado e com dados pouco precisos

☐ Bem formulado e com dados imprecisos ☐ Mal formulado e com dados precisos

☐ Mal formulado e com dados pouco precisos ☐ Mal formulado e com dados imprecisos

Explique:

(c) Em relação ao conteúdo (a estória do problema), você considera:

☐ Dentro do alcance da criança e fácil de resolver

☐ Dentro do alcance da criança e difícil de resolver

☐ Fora do alcance da criança e fácil de resolver

☐ Fora do alcance da criança e difícil de resolver

Explique:

(d) Como você resolveria esse exercício para o seu aluno?

É esperado que o professor, ao responder essas perguntas, revele sua dificuldade na leitura e interpretação de um problema. Dificuldade aqui, no sentido da identificação de cada um dos elementos que compõem um problema.

Vejamos os problemas apresentados no teste:

Problema 1

1) Um barco precisa carregar 76 pessoas de uma margem a outra de um rio. As pessoas estão com pressa de atravessar o rio, mas o barco pode carregar apenas 12 pessoas de cada vez. Qual o número mínimo de viagens que esse barco terá que fazer para transportar todas essas pessoas?

O problema 1 envolve o raciocínio “quotitivo” (ou medida) que é um dos modelos primitivos de raciocínio que envolve a operação de divisão. Esse raciocínio indica quantas vezes uma dada quantidade está contida numa quantidade maior, ou seja, quantas viagens com 12 pessoas serão necessárias para que o barco transporte todas as 76 pessoas. Esquemáticamente, temos:

$$N^{\circ} \text{ DE PESSOAS} / N^{\circ} \text{ DE PESSOAS POR VIAGEM} = N^{\circ} \text{ DE VIAGENS}$$

A partir daí, pretendo saber quais conexões os professores estabelecem entre o procedimento, o conhecimento conceitual e as unidades envolvidas. Nesse sentido, procuro analisar dois aspectos: qual o conhecimento do conteúdo matemático que o professor tem e como é que ele entende as unidades do problema.

É fundamental que o professor entenda e enfatize o raciocínio quotitivo na sua prática profissional. Tal comportamento reflete imediatamente no aluno, no desenvolvimento da formação do seu conceito.

O não reconhecimento desse raciocínio, pelo professor, pode interferir diretamente nas decisões que seu aluno venha a tomar frente à análise de uma situação-problema. Em outras palavras, esta conta de dividir, com resto, leva a um arredondamento da resposta para cima, isto é, 76 dividido por 12 é igual a 6,333..., mas na situação criada no problema a resposta correta será “7 viagens”.

Problema 2

2) Quanto custam 4 sacos de bala, se um saco de bala custa 3 reais?

Neste problema, quero diagnosticar qual o significado dado à operação de multiplicação. O professor resolve geralmente este tipo de problema usando somente a definição algébrica da operação de multiplicação (definição de operação binária). É provável que para o aluno esta definição seja muito sofisticada, o que pode levá-lo a se utilizar de outros esquemas de pensamento.

Tenho como hipótese que o professor está preso à idéia de que “multiplicar” significa adicionar parcelas iguais, ou seja, $4 \times 3 = 4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12$, o que, embora verdadeiro, limita a formação do conceito do aluno com relação à operação de multiplicação.

A situação proposta no problema 2, por exemplo, é uma situação que não deve ser entendida como adição de parcelas iguais, pois envolve quatro termos e não apenas três ($a \times b = c$), isto é, temos uma unidade, um preço por unidade, quatro unidades e o preço dessas quatro unidades .

Em geral, o professor resolve esse problema apenas multiplicando 3 por 4 e não fica claro para o aluno o porquê disso, ou seja, não fica claro que as unidades envolvidas para resolução do problema são: “1 saco de bala”, o “custo de 1 saco de bala”, “4 sacos de bala” e o “custo de 4 sacos de bala”.

Outra característica importante no problema 2 foi a inversão do enunciado. Geralmente esse problema é formulado da seguinte forma: “Se 1 saco de bala custa 3 Reais, quanto custam 4 sacos de bala?”. A percepção do professor, deste fato (a inversão) é importante porque esse tipo de inversão interfere no entendimento do problema por parte do aluno, pois encontra-se na ordem inversa da nossa língua natural.

Problema 3

3) Tenho 31 bolos, e quero dividi-los entre 5 crianças. Quanto cada criança vai receber?

No problema 3 pretendo explorar o raciocínio partitivo ou divisão em partes iguais por meio da operação de divisão. Nesse problema a coleção de objetos a serem divididos são os “pedaços de bolo” e o divisor é o número 5, que representa o número de partes a serem divididas igualmente. Esquemáticamente, temos:

$$\text{TOTAL DE PEDAÇOS DE BOLO} / \text{N}^{\circ} \text{ DE CRIANÇAS} = \text{N}^{\circ} \text{ DE PEDAÇOS DE BOLO} \\ \text{POR CRIANÇA}$$

Aqui, ao analisar a situação criada no problema, o professor deverá arredondar a resposta para baixo, ou seja, “31 pedaços de bolo”, divididos entre “5 crianças” é igual a “6 pedaços de bolo para cada criança”. No modelo partitivo (ou equitativo) de divisão, quando o aluno divide 31 por 5 e obtém como resposta 6.2, o professor deve discutir qual o significado do “resto” da divisão, isto é, se dividirmos igualmente os “pedaços de bolo”, é preciso que fique claro que cada um receberá “6 pedaços de bolo” **iguais**, pois dificilmente conseguiríamos distribuir exatamente “0,2 pedaços de bolo” para cada criança.

Para o aluno a análise do resultado obtido pela divisão de 31 por 5, que está presa a uma situação-problema, é muito importante, pois ajuda-o a dar significado ao resto da divisão, que parece tão artificial se pensarmos no algoritmo da divisão como um processo mecânico.

Problema 4

4) Meu carro consome 6,5 litros de gasolina a cada 100km. Quantos litros de gasolina são necessários para uma viagem de 7.028 km?

Nesse problema, as duas operações (multiplicação e divisão) estão envolvidas. Aqui, o objetivo será o de explorar o raciocínio multiplicativo que envolve a operação de multiplicação como uma regra de três simples (uma proporção simples).

O que devemos notar, é que estamos numa situação diferente da proposta no problema 2, isto é, este problema também pode ser resolvido por diferentes procedimentos, usando diferentes relações entre quatro termos, só que os termos são independentes, ou seja, “distância inicial”, “distância final”, “consumo inicial” e “consumo final”, onde o que acontece no final depende do que aconteceu inicialmente (a idéia de convenção e causa).

Novamente, o problema foi enunciado fugindo da nossa língua natural, ou seja, no Brasil costumamos dizer: “Meu carro faz 20 km com 1 litro de gasolina” e não nos referimos ao consumo de gasolina em 100 km.

Na próxima questão, demos ênfase a operação de divisão, que nos parece de difícil entendimento para o professor.

Questão B:

B) Elabore dois (2) problemas em forma de estória, com contexto, que envolva a divisão de 38 por 5 e chegue **OBRIGATORIAMENTE** nas seguintes respostas:

- **RESP = 8 (Problema 1)**
 - **RESP = 7 (Problema 2)**
-

Essa questão, permite ao professor um exercício de formulação de problema, ou seja, através de uma dada expressão numérica (divisão de 38 por 5), ele deverá formular uma estória para dois problemas, voltando-se para a

contextualização matemática do mundo real. Além disso, o professor deverá indentificar os dois modelos primitivos de raciocínio que envolvem a operação de divisão: o modelo partitivo (problema 2) e o modelo quotitivo (problema 1).

Essa questão permite-nos diagnosticar o entendimento do professor quanto às possíveis conexões que devem ser estabelecidas entre o contexto do mundo real e a interpretação do resto da divisão ou parte fracionária do quociente.

É importante que ressaltemos duas questões: 1) Até que ponto o professor se preocupa com a formulação de problemas? e, 2) se o professor os formula, será que ele discute com seus alunos o significado que pode ser dado ao resto da divisão, quando este está preso a uma situação-problema? Buscar respostas para essas questões, é de grande relevância, já que estamos preocupados com a formação profissional do professor. O entendimento das operações aritméticas através do estudo de problemas, é um exercício importante para o professor, pois traz reflexos positivos imediatos para seus alunos.

Novamente, aqui, encontramos a questão do arredondamento da resposta do problema, ou seja, 38 dividido por 5, é igual a 7,6; mas dependendo da formulação do problema (situação matematizada criada), arredondamos para cima, resposta 8 (raciocínio quotitivo); ou para baixo, resposta 7 (raciocínio partitivo).

3.1.2 Método

3.1.2.1 Sujeitos

Os sujeitos que participaram desta primeira fase do experimento somavam um total de 28 professores, divididos em dois grupos: o primeiro composto de 24 estudantes do último ano do curso magistério, e já atuando em sala de aula, enquanto que o segundo grupo foi composto de quatro professoras de 1^a a 4^a séries. Todas de escolas públicas.

3.1.2.2 Material

O material utilizado na aplicação da primeira fase do experimento foi:

- Teste escrito, composto de quatro questões, subdivididos em dez itens, distribuídas ao longo de cinco páginas (para uma melhor visualização do teste, ver anexo 1);
- 5 gravadores portáteis;
- 5 fitas cassete;
- papel e lápis, para as anotações dos observadores;
- 1 pacote de folhas de papel sulfite.

3.1.2.3 Procedimento

Inicialmente a examinadora foi introduzida aos sujeitos pela coordenadora de estágio da escola. A examinadora então, apresentou-se para o grupo e chamou a atenção dos seus componentes para a necessidade de se saber o quê

e como o professor pensa, não só para colocar suas competências em discussão mas, principalmente, para poder ajudar o professor a melhorar sua prática.

Em seguida, a examinadora sugeriu que o grupo se dividisse em duplas e só então os seis auxiliares de pesquisa distribuíram o teste inicial.

Nesse momento, esses mesmos auxiliares se sentaram, cada um, junto de uma dupla e iniciamos a aplicação do teste. Os auxiliares estavam munidos de gravador com a finalidade de registrar o trabalho na dupla. Ao todo foram gravadas, e simultaneamente observadas, sete das 14 duplas consideradas, enquanto as mesmas estavam resolvendo as questões propostas no teste. Esses observadores estavam munidos de papel e lápis, o que lhes permitia tomar nota de informações que considerassem pertinentes sobre a conduta das duplas

O teste inicial foi, portanto, aplicado coletivamente, e resolvido em dupla. Sua duração foi de aproximadamente uma hora e meia.

Após essa etapa do experimento houve um intervalo de um mês em relação à próxima etapa: a oficina. Durante este intervalo, procuramos analisar as respostas obtidas no teste inicial, para que pudéssemos elaborar as atividades da oficina em concordância com o teste inicial, isto é, nosso interesse foi o de nos aprofundar nas respostas que obtivemos no teste inicial.

3.1.3 Análise da Primeira Etapa do Estudo I:

A **questão A** envolvia 4 problemas que deveriam ser analisados quanto a: operação proposta, precisão dos dados, formulação do problema, contexto matemático da situação criada no problema e resolução do mesmo. Para uma análise quantitativa desta questão, consideramos apenas o item (d), que sugeria

às professoras que resolvessem a questão para o seu aluno. O quadro a seguir, Quadro I, relembra os 4 problemas selecionados para a **questão A**.

Problema 1: Um Barco precisa carregar 76 pessoas de uma margem à outra de um rio. As pessoas estão com pressa de atravessar o rio, mas o barco pode carregar apenas 12 pessoas de cada vez. Qual o número mínimo de viagens que esse barco terá que fazer para transportar todas essas pessoas?

Problema 2: Quanto custam 4 sacos de bala, se um saco de bala custa 3 reais?

Problema 3: Tenho 31 bolos, e quero dividi-los entre 5 crianças. Quanto cada criança vai receber?

Problema 4: Meu carro consome 6,5 litros de gasolina a cada 100 km. Quantos litros de gasolina são necessários para uma viagem de 7.028 km?

Quadro I: Problemas apresentados aos professores na questão A do teste inicial.

Consideramos como **certo**, o problema que foi resolvido corretamente, **errado**, o problema que foi resolvido incorretamente e **irrelevante** quando obtivemos ao invés da resolução do problema, um outro tipo de resposta.

Na tabela 1 é possível observar as frequências das respostas das duplas em relação aos 4 problemas propostos:

Tipo de Resp.	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4
Certo	7	11	1	0
Errado	4	0	11	6
Irrelevante	3	3	2	8
Total	14	14	14	14

Tabela 1: Frequência das respostas das duplas na questão A.

No problema 1 notamos que 11 duplas tentaram resolvê-lo; dessas, 4 obtiveram insucessos. Um exemplo de resolução errada foi o seguinte:

“Lendo junto com ele o problema fazendo com que visualize a cena.

$$\begin{array}{r} 76 \overline{) 12} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 04 \quad 6 \end{array}$$

R = no mínimo 6 viagens”

É interessante notar que a dupla em questão, não deu importância ao resto da divisão. Tal comportamento pode ser um indicador de que em sua sala de aula essas professoras não estão explorando situações-problema que permitam aos alunos darem sentido ao resto obtido na divisão. Além disso, um exemplo de resposta irrelevante neste item é dada por:

“Mostrando todas as possibilidades possíveis de resolvê-lo e usando para isso objetos (concretos) que permitissem a visualização.”

Este tipo de resposta (resposta irrelevante), encontrada facilmente no decorrer do teste, pode estar demonstrando a dificuldade que o professor tem de trazer para sua prática os ensinamentos didáticos-metodológicos que vem recebendo em sua educação profissional.

O problema 2 nos pareceu trivial para os professores (11 duplas das 14 duplas acertaram o problema), embora algumas duplas (3 das 14) se utilizassem de respostas que foram consideradas como irrelevantes, tais como:

“Através do material-concreto e todas as possibilidades possíveis de se chegar ao mesmo resultado.”

Novamente encontramos (como no problema 1) respostas “genéricas” para um problema específico. Destacamos, ainda, a presença do material-concreto como “fim” e não como “meio” para a aprendizagem.

Já no problema 3, o qual foi enunciado propositadamente de forma imprecisa (não faz parte do enunciado do problema uma indicação de que a divisão possa ser interpretada como uma divisão equitativa), verificamos um grande número de respostas erradas (11 das 14 duplas). Esse fato pode estar refletindo uma crença do professor, de que toda vez que aparece a palavra “dividir” relacionada a algum objeto (ou coisa), dentro de uma situação pré-estabelecida, fica implícito que a divisão deve ser feita, “obrigatoriamente” de forma equitativa, não permitindo uma interpretação livre da situação. Como consequência desse fato, o professor estaria reforçando para o aluno seu próprio juízo de valores, ou seja, dividir equitativamente é uma questão de justiça e não uma das idéias associadas à operação de divisão.

Podemos observar ainda, que menos da metade das duplas (seis das 14 duplas) tentou resolver o problema 4, o qual consistia de uma regra de três simples. E mais, nenhuma dupla obteve sucesso. Esse comportamento foi considerado surpreendente, já que deveria fazer parte das competências dos nossos sujeitos a resolução de problemas envolvendo o raciocínio de proporção simples. Um exemplo de erro na resolução desse problema foi:

“ 6,5 litros _____ 100 km

$$\begin{array}{r} 6,50 \overline{) 100} \\ 050 \\ \underline{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7.028 \\ \times 0,65 \\ \hline 35140 \\ 42160+ \\ \hline \end{array}$$

R: Serão necessários 4567,40 litros”

As oito duplas restantes, nem tentaram resolver o problema 4, mas deram respostas consideradas irrelevantes, tais como:

“Resolveria através da conta, mas passo a passo até que todas as dúvidas fossem sanadas.”

Por fim, um dado que complementa as informações acima é o fato de que nenhuma dupla acertou a **questão A** inteira, o que reflete a dificuldade dessas professoras em fazer sua própria interpretação de um problema.

Também na **questão B**, que envolveu a elaboração de dois problemas, nenhuma dupla a acertou integralmente, já que os sujeitos que acertaram o **problema 1** e o **problema 2** não foram os mesmos (ver tabela 2 abaixo). A tabela a seguir descreve as frequências obtidas na **questão B**. Classificamos como **certo**, o problema que foi enunciado corretamente, **errado**, o problema que foi enunciado incorretamente, **branco** o problema que não foi formulado e **irrelevante** quando obtivemos outro tipo de resposta.

Tipo de Resp.	Problema 1	Problema 2
Certo	1	1
Errado	7	13
Branco	3	0
Irrelevante	3	0
Total	14	14

Tabela 2: Frequências de respostas na questão B do Teste Inicial.

Foi pedido nesta questão que as duplas formulassem dois problemas envolvendo a divisão de 38 por 5, no problema 1, resposta 8 (modelo quotitivo) e o outro, problema 2, obtendo a resposta 7 (modelo partitivo).

Fica claro que essas professoras têm dificuldade no reconhecimento desses dois modelos primitivos de divisão (partitivo e quotitivo), não estabelecendo conexões entre o contexto do mundo real e o resto da divisão. Um

fato curioso a se notar, é a falta de atenção dos nossos sujeitos. Durante o teste, as duplas não foram capazes de estabelecer ligações entre o problema 1 da questão A (que poderia servir de inspiração, por exemplo) e a formulação do problema 1 na questão B.

A quantidade de erros associado ao problema 2, não foi prevista, pois era esperado que as duplas não encontrassem dificuldade em formular um problema que levasse a resposta 7. É muito comum nos exemplos e exercícios dos livros direcionados para as séries iniciais, que a divisão se encerre na parte inteira do resultado (no caso 7), desprezando a parte decimal da resposta.

Como exemplo do problema 2 (questão B), enunciado incorretamente podemos considerar:

*“Paulo tinha 38 bolinhas de gude e queria dividir entre os seus 5 irmãos.
Com quantas bolinhas ficaram cada um de seus irmãos?”*

Podemos verificar que a dupla em questão elaborou uma situação interessante, mas não menciona de que forma Paulo efetuou a divisão das “38 bolinhas entre seus 5 irmãos”, ou seja, não existe nenhuma indicação de que a divisão proposta na situação seja equitativa. Além disso, caso a divisão de Paulo fosse considerada equitativa, o resto é igual a “3 bolinhas de gude”, e fica difícil para o aluno voltar-se para a situação, já que “3 bolinhas de gude” representariam “0.6 da quantidade de bolinhas de gude por irmão”.

No caso do problema 1, apesar do erro ser menor que no problema 2, obtivemos respostas consideradas irrelevantes. Um exemplo de resposta considerada irrelevante nesse problema é dada a seguir:

“A conta só poderia dar 8 se acrescentasse alguma coisa no problema que envolveria o número 0,4”.

Aqui, a dupla em questão fica em dúvida quanto à possibilidade de elaboração da situação-problema e, além disso, revela sua própria dificuldade com o entendimento do conteúdo matemático com o qual trabalha, pois além de demonstrar dificuldade com o próprio algoritmo, ainda “arruma um jeito” de fazer a conta chegar ao resultado esperado (resposta 8).

Um exemplo de formulação errada no problema 1, é dado a seguir:

“ Fomos ao parque de diversões. Durante o passeio Suzana decidiu comprar 38 balões rosas mais 5 roxos. Quando fomos ao carrossel tivemos que dividir os balões para 5 meninas. Quantos balões cada menina recebeu?”

Embora o problema formulado leve a resposta desejada (resposta 8), a sua elaboração propõe mais de uma operação, ou seja, primeiramente para resolvê-lo, devemos somar 38 com 5 e em seguida dividir os 43 por 5, e fica subentendido que no resultado dessa conta (43 por 5) devemos desprezar o resto. Novamente, este tipo de formulação demonstra a dificuldade dessas professoras em lidar com o conteúdo da matemática elementar com o qual trabalham. Além disso, o fato delas mudarem os números propostos na atividade, deixa claro que elas não admitem a possibilidade da elaboração de uma situação-problema envolvendo a operação 38 dividido por 5, chegando ao resultado 8, depois do arredondamento da resposta.

3.2 A Segunda Etapa do Estudo I: Oficina

Após a análise das respostas obtidas no teste inicial, nossa meta para a próxima etapa foi a de aprofundamento de nossas reflexões com as professoras para a nossa pesquisa (estudo II). Dois aspectos foram considerados de relevância: a formulação de problemas e a resolução de problemas, aspectos esses que se mostraram problemáticos para os nossos sujeitos.

Nesse sentido, elaboramos três atividades para a oficina, colocando as professoras que participaram da primeira etapa frente à formulação e resolução de problemas. Nessas atividades, buscamos ampliar o conceito e competência dessas professoras, no campo conceitual multiplicativo e verificar, se possível, onde é que estava a “chave” para o nosso entendimento da dificuldade dessas professoras em lidar com essa matemática elementar.

3.2.1 Desenho da Oficina

A oficina foi realizada em duas sessões de uma hora e meia cada, onde, os professores participaram, em grupo, de atividades previamente programadas por nós. A seguir descreveremos as atividades que foram propostas no curso da oficina.

Atividade 1

Elabore 3(Três) problemas em forma de estória, que envolva a divisão de 46 por 4 e chegue **OBRIGATORIAMENTE** nas seguintes respostas:

a) Resposta 11

b) Resposta 12

c) Resposta 11,5

Através de uma operação proposta ($46 \div 4$), o professor deveria elaborar três problemas, que o levassem às respostas 11, 12 e 11,5.

Procuramos nos aprofundar, aqui, na questão da elaboração de situações-problema já abordada no teste inicial (questão B), para verificar como o professor exercita sua criatividade e até que ponto ele se preocupa com: o tipo de operação, os dados escolhidos (quantidades), a estória e o conhecimento matemático que posteriormente será passado para o aluno.

Aqui, além das considerações anteriores, enfatizaremos o fato de que a resposta de um problema está necessariamente presa à situação a qual o problema se refere e, ainda, é essa relação situação-problema que oferece um significado para o resto da divisão que envolva uma mesma operação aritmética.

Em resumo, os três problemas a serem formulados, propõem que se divida o número 46 pelo número 4, mas as respostas não estão vinculadas somente à operação aritmética dos problemas; eles tratam de três contextos matemáticos distintos, possibilitando uma interpretação do resto da divisão.

Para formularmos cada um dos problemas acima, devemos criar uma situação-problema contextualizada (a partir de uma operação proposta), pensar nas quantidades (pessoas, balas, litros, etc.) e determinar quais são os procedimentos associados à cada situação-problema criada (representação do problema). Além disso, esses diferentes procedimentos, nos levam a diferentes esquemas de resolução do problema.

Aqui, estamos querendo discutir com os professores o fato de que na primeira etapa do estudo I eles demonstraram uma grande ênfase nos procedimentos, ou seja, resolveram os problemas propostos na questão A com sucesso; já na questão B, onde elas deveriam formular os problemas, o fracasso foi grande.

Atividade 2

A) Elabore um problema em forma de estória, que envolva a multiplicação de 7 por 4.

B) Elabore um problema em forma de estória, que envolva a multiplicação de 8 por 0.25.

A atividade 2 leva em consideração os mesmos aspectos levantados na atividade I, salvo o fato de estarmos lidando com a operação de multiplicação.

A relevância desses aspectos (tanto na atividade I como na atividade II), consiste no fato de ajudar o professor a estabelecer conexões entre conceitos nesse campo, tais como as diferenças (ou semelhanças) entre a formulação de situações-problema que envolvem as operações de multiplicação e divisão, e a pertinência (ou não) na escolha das quantidades a serem utilizadas na elaboração dessas situações.

Por exemplo, poderíamos ter o seguinte problema:

“1 kg de carne custa 7 reais. Quanto custam 4 kg ?”

A situação acima exemplifica a atividade 2, onde podemos notar a presença de uma co-variação entre duas variáveis, “peso” e “preço”. Chamamos de co-variação (Nunes, 1996) entre duas variáveis, pois produz uma terceira que conecta as duas variáveis a partir de uma convenção. As variáveis “preço” e “peso” co-variam com a variável “preço por kg” através de uma convenção.

No segundo caso, quando é sugerido ao professor que elabore uma situação-problema que envolva o produto de 8 por 0.25, objetivamos discutir quais tipos de escolhas o professor faz quando usa fração como um dos elementos da operação de multiplicação. Nesse sentido, queremos saber: qual a seleção de coisas ou objetos que o professor deve fazer quando vai elaborar um

problema? Que objeto ou coisa ele deve escolher para caracterizar a quantidade “0.25”?

Atividade 3

Resolva os problemas abaixo:

Problema 1: Preciso comprar 0,37 quilos de açúcar a 2 Reais o quilo. Quanto gastarei?

- Qual a opinião do grupo a respeito desse problema?

Problema 2: Podendo utilizar APENAS uma única vez os números 1, 4, 8 e 5, forme dois números de 2 algarismos, cujo produto seja o maior possível.

- Qual a opinião do grupo a respeito desse problema?
-

Na atividade 3, procuramos colocar o professor frente à questão da competência, ou seja, pedimos para que o professor explicita sua escrita matemática dos dois problemas acima. Estes foram selecionados de livros didáticos disponíveis no mercado para a utilização do professor.

No problema 1, fizemos uma alteração no enunciado, mudando a quantidade que era de “37 quilos”, no problema que retiramos do livro Planeta Azul (1995), para “0.37 quilos de açúcar “. Essa mudança, na quantidade de açúcar, no enunciado, é proposital, já que o objetivo é saber se o professor percebe os efeitos dessa “pequena” mudança, ou simplesmente resolve o problema proposto ignorando que “0.37 de 1 quilo” é bem menor que “37 quilos”.

Já através do problema 2, poderemos observar e discutir dois pontos importantes: o que o professor pensa a respeito de um problema “sem contexto”? Como ele entende o raciocínio combinatório? Quanto à nossa designação de um problema “sem contexto”, na verdade nosso interesse é gerar uma discussão sobre o que significa contexto de um problema de forma mais abrangente. O problema proposto tem um bom contexto do ponto de vista do raciocínio

combinatório da matemática, além de se apresentar em forma de desafio, porém não tem uma estorinha que relaciona os dados que aparecem no enunciado com o cotidiano da criança; além disso, o problema é bastante interessante para ser explorado em sala de aula, pois enfatiza o raciocínio combinatório, ligado ao Princípio Multiplicativo, de grande importância para a formação do conceito de multiplicação na criança.

Em resumo, ao elaborarmos as atividades propostas na oficina, procuramos nos aprofundar nas questões levantadas na etapa anterior do estudo I (teste inicial) numa perspectiva de ampliação do Campo Conceitual Multiplicativo dos nossos sujeitos. Nessa linha, elaboramos 3 (três) atividades que nos permitiram perceber alguns invariantes de uma etapa (teste inicial) para a outra (oficina).

Nosso intuito foi, então, o de discutir com nossos sujeitos as equivalências matemáticas entre as atividades I, II e III da oficina e as questões A e B do teste inicial.

3.2.2 Método

3.2.2.1 Sujeitos

Os sujeitos que participaram desta fase do experimento se constituíram em um total de 44 (quarenta e quatro) professoras assim distribuídos: os 28 (vinte e oito) sujeitos que participaram da primeira fase (teste inicial) mais 16 (dezesesseis) professoras de 1^a a 4^a séries. O aumento do número de sujeitos que participaram dessa fase, que provocou essa diferença no tamanho dos grupos, deveu-se a um interesse da direção da escola, em motivar seus professores na participação da oficina.

As atividades da oficina foram desenvolvidas com a seguinte distribuição: cinco grupos com cinco integrantes cada, formado pelas estudantes do último ano do curso magistério e três grupos, dois com seis integrantes e um com sete integrantes, formado pelas professoras de 1ª a 4ª séries. A oficina, realizada separadamente para os dois grupos, contou com um total de oito grupos.

3.2.2.2 Material

Detalharemos, a seguir, o material utilizado na segunda fase do experimento:

- | | |
|--------------------------------------|--|
| - Cartolina branca (10 folhas); | - 3 (três) atividades por escrito (uma |
| - 1 rolo de fita crepe; | em cada folha de papel A4); |
| - 1 pacote de 100 folhas de sulfite; | - pincel atômico (1 caixa); |

3.2.2.3 Procedimento

A oficina se iniciou com a examinadora relatando a necessidade de se aprofundar nas reflexões provocadas nos professores após a realização do teste inicial. Durante esse relato, a examinadora explicou para o grupo a presença de seus dois auxiliares de pesquisa que a auxiliarão, tanto no desenvolver das atividades da oficina, quanto em observações por escrito da mesma.

A seguir, descreveremos a dinâmica empregada nas atividades que foram propostas no curso da oficina.

Na primeira sessão, enquanto a examinadora propunha a atividade, os auxiliares de pesquisa distribuíram cartolinas para as professoras transcreverem a atividade. Aqui, foram propostas duas atividades aos professores, relacionadas à operação de divisão. A atividade 1 foi introduzida pela examinadora através da seguinte comparação: "... eu estou pedindo para vocês que elaborem três situações-problemas, mas as respostas são distintas, e a conta 46 dividido por 4 dá 11,5. O que vocês acham disso?"; Cada um dos grupos elaborou as três situações-problema, transcrevendo-as em seguida para uma cartolina pautada (utilizando o pincel atômico). Essas cartolinas foram afixadas na parede da sala de aula, com fita crepe, para que os problemas elaborados fossem debatidos coletivamente, logo após o término do trabalho dos grupos. Nesse debate, a examinadora corrigiu os problemas elaborados pelos professores, oralmente, chamando atenção para os seguintes aspectos: contexto da situação-problema, tipo de quantidade escolhida na elaboração da mesma e o arredondamento das respostas quando utilizamos a operação de divisão dentro de uma situação.

Dando prosseguimento à oficina, passamos para a atividade que foi entregue para as professoras ao final da primeira sessão. Por se tratar de uma atividade de elaboração de situação-problema, como a atividade 1, foi sugerido às professoras que trouxessem a atividade pronta para o próximo encontro.

O tempo disponível para esse primeiro encontro foi estimado e realizado em duas horas.

Houve um intervalo de uma semana entre a primeira e a segunda sessão.

Na segunda sessão, foram propostas atividades relacionadas à operação de multiplicação (atividades 2 e 3), sendo que a primeira delas utilizou a atividade 2 que as professoras haviam trazido de casa.

As professoras, de posse da atividade feita em casa, deram prosseguimento a seus trabalhos dentro dos mesmos grupos que já haviam sido formados na sessão anterior.

A examinadora propôs que dentro de cada grupo seus membros escolhessem, entre aqueles problemas formulados por elas em casa, qual seria o melhor na opinião do grupo. Ainda nessa atividade, foi pedido às professoras que explicassem o porquê dessa escolha, estabelecendo pelo menos três critérios diferentes. À medida em que os grupos iam concluindo a atividade, a examinadora sentava-se junto de cada grupo e entrevistava-o separadamente, questionando os critérios estabelecidos, de acordo com os aspectos levantados na primeira sessão. Ainda nessa entrevista, a examinadora perguntava às professoras a respeito da dificuldade de elaboração da situação-problema, tanto na utilização da operação de multiplicação, quanto na utilização da operação de divisão. Ao término da entrevista, os auxiliares de pesquisa distribuíram a próxima atividade, a saber, atividade 3.

A atividade 3 teve um desenvolvimento parecido com o da atividade anterior. Primeiramente os auxiliares distribuíram a proposta de atividade, em seguida, a pesquisadora explicou o que se desejava, depois as professoras resolveram os problemas propostos e, por fim, a examinadora entrevistou cada um dos grupos. Só que aqui, as professoras deveriam elaborar uma crítica, por escrito, aos problemas propostos. Durante a entrevista, a examinadora verificava na resposta apresentada pelo grupo, se as críticas apresentadas continham (ou não) a identificação dos aspectos previstos no desenho da oficina (falha das quantidades e a utilização do raciocínio combinatório).

O tempo gasto nessa sessão foi de aproximadamente duas horas:

As duas sessões que compõem a oficina foram observadas por um dos auxiliares de pesquisa, com o intuito de fornecer maior informação para a análise qualitativa desta fase.

3.2.3 Análise da Oficina

A análise da oficina procurou investigar qual a natureza dos sucessos/insucessos da nossa amostra no estudo I. Para isso, buscamos os invariantes entre as atividades desenvolvidas na oficina e as questões do teste inicial.

Assim, procuramos criar categorias que complementam a análise feita anteriormente ao teste inicial (item 3.1.3). A seguir detalhamos a análise dos resultados obtidos nesta etapa para cada uma das atividades desenvolvidas.

Ao longo dessa análise, poderemos perceber que houve uma pequena melhora (quantitativa) por parte das professoras, do teste inicial para a oficina, que pode ter sido provocada pela metodologia utilizada, trabalho em grupo. Entretanto, consideramos essa melhora aparente, já que o trabalho em grupo pressupõe uma liderança, que muitas vezes pode inibir os outros integrantes com a imposição de seu ponto de vista.

3.2.3.1 Atividade I

Na atividade I, nossos sujeitos deveriam elaborar três situações-problema que envolvessem a divisão de 46 por 4. A tabela a seguir ilustra a competência dos oito grupos que participaram da oficina na resolução dessa atividade:

	Resp. 11	Resp. 12	Resp. 11,5
Certo	4	1	2
Errado	4	6	6
Branco	0	1	0
Total	8	8	8

Tabela 3: Frequência das respostas da atividade I da Oficina.

A atividade I é equivalente a questão B do teste inicial, com a inclusão de mais um caso (item c) 11,5). Ambas tratam do fato de uma mesma operação aritmética ($46 \div 4$) levar a respostas distintas, quando presa a uma situação matematizada, abordando a questão do arredondamento das respostas, tanto para cima (idéia de medida), quanto para baixo (idéia de divisão em partes iguais).

Na tentativa de ir além de dados meramente quantitativos, buscamos classificar as respostas das professoras dentro de categorias que visam entender os tipos de procedimentos utilizados por elas. Assim sendo, embora tivéssemos apenas oito grupos de professoras, foi possível classificar 24 procedimentos, já que um mesmo grupo podia usar um procedimento distinto para cada um dos problemas.

Adotamos a seguinte classificação para os resultados obtidos nessa atividade:

A) INDUÇÃO DA RESPOSTA, MENCIONANDO O RESTO.

Nesta categoria, classificamos os problemas formulados pelas professoras da nossa amostra que, de certa forma, “forçam a barra” para se chegar ao resultado pedido. Dizemos que “forçam a barra” porque seus enunciados não

permitiriam a um aluno hipotético, se este fosse analisá-lo, uma volta à situação-problema enunciada. Ou seja, não permitem ao aluno uma interpretação livre da situação. Além disso, para sua resolução, talvez os alunos recorressem apenas a uma solução algorítmica pura e simples.

Fizeram parte desta categoria 6 (seis) dos 24 (vinte e quatro) problemas formulados que mencionavam o resto da divisão de forma explícita na elaboração da situação-problema. Para ilustrar essa categoria, consideremos o seguinte exemplo:

“ Marcelo tem 46 bolinhas de gude, quer colocá-las em 4 potes. Quantas bolinhas caberá em cada pote? Quantas sobrarão?”

Podemos notar no exemplo acima que a pergunta “Quantas sobrarão?”, não permite que se analise a situação livremente, isto é, o resto que aparece na situação é apenas um número (ao invés de “2 bolinhas de gude”) e não deixa outra opção, senão a resposta 11. Essa indução, nos parece negativa já que não ajuda o aluno na busca de significado para o resto da divisão, ao contrário coloca toda a ênfase no algoritmo.

B) AJUSTE DA OPERAÇÃO PROPOSTA.

Incluimos nessa categoria os problemas que, ao serem elaborados, sofreram alterações na operação proposta, ou seja, além de proporem a divisão de 46 por 4, as professoras ainda incluíram uma outra operação no enunciado para garantir a resposta pedida.

Fizeram parte dessa categoria 5 (cinco) dos 24 (vinte e quatro) problemas elaborados que demonstravam a utilização de uma outra operação, além da divisão de 46 por 4. Um exemplo dessa categoria é o seguinte problema:

“ Mamãe fez 46 salgadinhos para seus 4 filhos, colocando-os em quantidades iguais. Joãozinho, não satisfeito, pegou um salgadinho da quantidade reservada ao seu irmão mais velho. Quantos salgadinhos Joãozinho comeu?”

Nesse exemplo, observamos que o grupo, primeiramente propôs a operação pedida (46 dividido por 4), com raciocínio partitivo, e em seguida pede que se some 11 com 1, obtendo a resposta 12.

Esse tipo de procedimento adotado, ao nosso ver, indica a dificuldade dessas professoras em utilizar o raciocínio quotitivo (medida de cotas).

C) ÊNFASE NA CONTA E DESPREZO AO RESTO.

Fazem parte dessa categoria, 7 (sete) dos 24 (vinte e quatro) problemas formulados nessa atividade.

Destacamos, aqui, os problemas cuja formulação apresentava contextos interessantes mas, que se utilizados em sala de aula, impedem que o aluno realize as operações de transformação de referente (Schwartz, 1988).

Para exemplificar essa categoria, consideremos o seguinte problema formulado:

“46 pessoas precisam ser distribuídas em 4 salas. Sabendo-se que cada sala deverá ter o mesmo número de pessoas. Então quantas pessoas ficarão em cada sala?”

Este problema leva à resposta 11, já que 46 pessoas precisam ser distribuídas em 4 salas e, além disso, em cada sala devemos ter o mesmo número de pessoas. Assim, na situação anterior, ao invés de auxiliar o aluno na busca de significado para o resto da divisão na própria situação criada, este é

ignorado, mas o resto na situação representa “2 pessoas”. Ou seja, caso um aluno hipotético o tentasse resolver, não entenderia o significado da resposta, isto é, 11 pessoas por sala, sobrando 2 pessoas (o que fazer com as pessoas restantes?). Portanto, se um aluno hipotético analisasse a situação-problema anterior, poderia ficar em dúvida quanto à resposta obtida.

Procuramos ilustrar nessa categoria a dificuldade do próprio professor no entendimento das operações de transformação de referente (Magina, Canôas, Campos, Cunha, 1996), que com problemas elaborados desse jeito, impede o desenvolvimento do seu aluno, não permitindo que este realize as transformações de referente, tão indispensáveis na divisão.

D) SITUAÇÕES-PROBLEMA ELABORADAS DE FORMA IMPRECISA.

Nessa categoria, incluímos os problemas que foram elaborados de forma imprecisa, não dando nenhuma indicação ao leitor de como chegar à resposta pedida (no caso 11): Como exemplo, temos:

“ Papai deu 46 bolas de gude para 4 filhos. Responda aproximadamente quantas bolas de gude recebeu cada filho?”

A situação acima, propõe a resposta 11, também poderia propor a resposta 12, ou cinco ou 10, já que é pedida uma “aproximação” da resposta, não dando nenhuma indicação de como isso deve ser feito, isto é, qual o critério que o aluno deve utilizar para estimar quantas bolas de gude recebeu cada filho.

Fizeram parte dessa categoria, três dos 24 problemas formulados na atividade I, pelos oito grupos que participaram da oficina.

As demais situações-problema elaboradas (duas que levavam à resposta 11,5 e uma que levava à resposta 12) foram consideradas bem formuladas, como no seguinte exemplo:

“Comprei um liquidificador por R\$ 46, 00. Vou pagar em 4 prestações iguais. Quanto pagarei em cada prestação?

Resposta: R\$ 11, 50.” .

3.2.3.2 Atividade II

Nessa atividade, foi sugerido aos grupos que participaram da oficina, que elaborassem duas situações-problema: uma envolvendo o produto de sete por quatro, e a outra, o produto de oito por 0,25.

Lembremos que, ao início dessa atividade, as professoras já tinham em mãos os problemas formulados e deveriam, portanto, selecionar o “melhor” problema e estabelecer um critério que justificasse a escolha do grupo.

A seguinte tabela exhibe informações a respeito da competência dos oito grupos nessa atividade:

	7 x 8	8 x 0,25
Certo	7	7
Errado	1	1
Total	8	8

Tabela 4: Frequência das respostas da atividade II da oficina

Essa atividade está diretamente relacionada com o problema 2 do teste inicial, pois propõe a mesma operação aritmética. Além disso, complementa a

atividade de elaboração de situação-problema proposta na questão B do teste inicial, pois permitiu às professoras que comparassem a dificuldade de se elaborar situações-problema usando a operação de divisão, com as que envolvem a operação de multiplicação. É importante ressaltar que acrescentamos a multiplicação de um número natural por um número decimal, colocando as professoras frente a uma nova situação: elaborar uma situação-problema onde a multiplicação diminui.

Nessa atividade, primeiramente faremos uma classificação para os problemas elaborados e, em sequência, classificaremos os critérios de avaliação desses problemas.

- Com relação às situações-problema elaboradas:

A) UTILIZAÇÃO DA MOEDA CORRENTE NO PAÍS.

Cinco dos 16 problemas elaborados pelos oito grupos que participaram dessa atividade fazem parte dessa categoria.

Nessa categoria, incluímos os problemas que, na sua elaboração, as professoras utilizaram a idéia de co-variação entre variáveis. A seguinte situação ilustra essa categoria:

“Eduardo comprou sete caixas de bombons. Vendeu cada caixa a quatro reais. Quanto Eduardo ganhou na venda?”

Assim, na situação acima, podemos verificar que a variável “nº de caixas” e a variável “preço” co-variam, produzindo uma terceira variável “preço por caixa”, através do preço de cada caixa pré-fixado. As situações de co-variação entre variáveis, em geral, pressupõe a utilização de quantidades extensivas, no caso, a

moeda corrente no País. Além disso, elas são quantidades adjetivas simples de fácil interpretação para o aluno (Schwartz, 1988).

Este procedimento adotado pelos grupos que participaram desta atividade, nos parece positivo, já que para as crianças, o tipo de situação criada é familiar (Nunes, 1997), ou seja, elas tendem a usar este cálculo proposto na situação-problema em suas vidas cotidianas. Assim, com este tipo de problema, as professoras podem amparar seus alunos no estabelecimento de relações entre a matemática e o mundo em que vivem.

B) CONTEXTO COM TEXTO.

Nesta categoria, incluímos os problemas que, ao serem elaborados pelas professoras, apresentaram um texto muito extenso, ou seja, na tentativa de criar um contexto interessante para a elaboração da estória do problema, elas confundiram contexto com o texto (Roth, 1996).

Este tipo de “significado” dado ao contexto de uma situação-problema não nos surpreendeu, já que na formação dessas professoras sempre foi dito que se deve elaborar situações com contexto, mas não é deixado claro o que vem a ser o contexto de uma situação. Ressaltamos, ainda, que com essa interpretação do contexto (com texto) as situações elaboradas para as crianças tendem a ficar extensas, de difícil interpretação, bloqueando o entendimento das crianças da matemática, acarretando uma não-compreensão da pertinência dos dados de cada problema proposto.

Fazem parte desta categoria cinco dos 16 problemas elaborados pelas professoras. Por exemplo, temos:

“Clarinha é uma menina que adora estudar matemática. Tudo para ela é motivo para raciocinar e brincar com os números. Certa vez, pensou em descobrir quantas horas estudava por dia e, chegou a conclusão que todos os dias estudava durante 4 horas. Então, resolveu pensar quantas horas estudava por semana. Qual a conclusão que Clarinha chegou?”

C) PROBLEMAS EM QUANTIFICAR O NÚMERO 0,25.

Fizeram parte desta categoria três dos 16 problemas elaborados pelos grupos que participaram da atividade 2 na oficina. Aqui, estamos interessados em agrupar as situações-problema que apresentaram problema na quantificação do número 0,25, ou seja, a quantidade escolhida para representar este número nos pareceu inadequada para a situação criada. Um exemplo de situação-problema que ilustra essa categoria é o seguinte:

“Fizemos 8 enfeites para a festa do sorvete. Em cada enfeite foi utilizado **0,25 cm de fita**. Quantos centímetros de fita foram usados ao todo?”

No problema acima, não consideramos pertinente a escolha de “0,25 cm de fita” na situação elaborada. Acreditamos que o grupo em questão não entende a magnitude da quantidade escolhida para a elaboração da situação-problema, pois “0,25 cm de fita” corresponde a “2,5 mm de fita”, que é uma quantidade muito pequena. Além disso, se pensarmos numa régua, fica quase impossível marcar essa magnitude.

A questão da escolha das quantidades que estarão envolvidas na situação-problema elaborada, nos parece de fundamental importância na elaboração de um problema em sala de aula. Pois fica difícil para a criança uma interpretação da situação criada (0,25 de 1 cm), ou seja, se um aluno hipotético fosse resolver esse problema, provavelmente ele estranharia o fato de fazer enfeites para uma

festa de tamanho tão pequeno, ficando implicitamente claro para ele que a professora não está, de fato, querendo que ele resolva um problema, mas sim que ele faça a conta.

Acreditamos que, são justamente esses problemas irrealis, irrelevantes e/ou com magnitudes absurdas, que fazem com que a matemática não faça sentido para o aluno.

Finalmente, as demais situações-problema elaboradas foram consideradas bem formuladas, como por exemplo:

“A professora aplicou uma prova onde cada questão valia 0,25 pontos. Um aluno da classe acertou 8 questões. Quantos pontos ele fez na prova?”

- Quanto aos critérios utilizados pelas professoras na seleção dos problemas:

A) DISCURSO VAZIO

Esta categoria, volta-se para a formação das professoras que compuseram nossa amostra, já que elas mostraram um discurso impregnado de “chavões”, o qual não tem sentido algum em sua prática profissional.

Nessa categoria, incluímos os critérios que ao serem estabelecidos pelas professoras, mostram a dificuldade de interpretação e utilização dos mesmos. Fizeram parte dessa categoria, as seis das oito respostas obtidas dos oito grupos que participaram dos trabalhos da oficina. Além disso, estes grupos (seis) estabeleceram três critérios genéricos, que serviam para os dois problemas. Como exemplo de resposta incluída nessa categoria, temos:

- “1) Tem uma linguagem acessível para a criança;
- 2) Está dentro da realidade do aluno;
- 3) Vivência do aluno em classe.”

É importante notar que a examinadora entrevistou os grupos nessa atividade. Assim, quando as professoras foram questionadas com relação ao critério estabelecido por elas, não conseguiam explicar o critério, um exemplo de diálogo que apareceu durante as entrevistas foi:

Examinadora: - Como assim, está dentro da realidade do aluno?

Professora: - Ah!, é de fácil visualização para ele.

Examinadora: - Ainda não está claro para mim, dê um exemplo no problema escolhido.

Professora: - Achamos bom porque foi resultado de uma vivência em classe. Foi vivido, dramatizado, (quando se referia ao problema dos enfeites construídos com 0,25 cm de fita).

No diálogo acima, podemos perceber a dificuldade da professora de expressar seu entendimento do que vem a ser contexto de uma situação-problema. Ou seja, um bom contexto para o aluno é somente aquele onde o aluno tem que experimentar (vivenciar) ou será que basta considerarmos um fato do dia-a-dia?

Os dois grupos restantes, apresentaram três critérios para cada um dos problemas, como por exemplo:

“Problema 1 (7 x 4)

Clarinha é uma menina que adora estudar matemática. Tudo para ela é motivo para raciocinar e brincar com os números. Certa vez, pensou em descobrir quantas horas estudava por dia e, chegou a conclusão que todos os dias estudava durante 4 horas. Então, resolveu pensar quantas horas estudava por semana a qual conclusão Clarinha chegou?

- a criança poderá associar o ato de estudar apenas aos dias letivos, multiplicando assim: 4 horas por 5 dias;
- o problema apresenta duas idéias para sua realização: 4 horas x 7 dias, como a soma de parcelas iguais 4 +4 +4 +4 +4 +4 +4 (horas) em 7 dias;
- envolve a idéia de tempo e espaço.

Problema 2 (8 x 0,25)

Pedrinho é um menino que gosta muito de chicletes. Um dia, convidou seus amiguinhos: Clarinha, Rodrigo, Dida, Fernando, Aninha, Paulinho e Flávia para irem à doceria. Pedrinho comprou chicletes para todos. Sendo que cada criança recebeu um chiclete, o qual custava R\$ 0,25, quanto Pedrinho gastou?

- Associação da quantidade de crianças com o numeral, o qual deverá multiplicar por 0,25.
- Abrange aspectos de sua realidade, desenvolvendo o raciocínio lógico;
- abrange o sistema monetário.”

Podemos perceber no exemplo anterior, que as respostas têm consistência, embora não estejam de acordo com a opinião da examinadora.

3.2.3.3 Atividade III

Na atividade III, foi proposto às professoras que resolvessem dois problemas, os quais relembramos a seguir:

Problema 1: Preciso comprar 0,37 quilos de açúcar a 2 Reais o quilo. Quanto gastarei?

Problema 2: Podendo utilizar APENAS uma única vez os números 1, 4, 8 e 5, forme dois números de 2 algarismos, cujo produto seja o maior possível.

A tabela seguinte ilustra a competência dos oito grupos que participaram da oficina nessa atividade:

	Problema 1	Problema 2
Certo	4	5
Errado	4	3
Total	8	8

Tabela 5: Frequência das respostas na atividade III da oficina.

Aqui, além da resolução dos dois problemas, cada grupo deveria externar uma (ou mais) crítica ao problema, ou seja, os participantes deveriam discutir intra-grupo, os seguintes aspectos com relação aos problemas resolvidos: a coerência (ou não) dos dados apresentados, o tipo de pensamento multiplicativo envolvido em cada um dos problemas e avaliação do contexto proposto na situação.

Essa atividade procura apurar as informações obtidas por nós no teste inicial, pois quando da análise dessa etapa do estudo I, percebemos um grande número de respostas irrelevantes (16 num total de 56 respostas) na questão A, na qual não se enfatizava a resolução do problema proposto. Assim, com a atividade III, nossa expectativa foi a de buscar um entendimento mais profundo do que realmente representaram essas respostas “irrelevantes”.

Na análise qualitativa dessa atividade, primeiramente faremos uma classificação para os tipos de resolução dos problemas apresentados pelas

professoras e, em sequência, classificaremos as críticas, elaborada por elas, a esses problemas.

- Quanto ao tipo de resolução apresentada:

Problema 1

A) OPERAÇÃO TROCADA

Quatro dos oito grupos que participaram da atividade III, se encaixam nessa categoria, isto é, os quatro grupos que erraram a questão. Aqui, estão classificados os problemas que ao serem resolvidos, apresentaram um procedimento errado, isto é, a utilização da operação de divisão ao invés da multiplicação, como era esperado. Como exemplo dessa categoria, destacamos:

$$\begin{array}{r} 0,37 \overline{) 2} \\ \underline{02} \\ 17 \\ \underline{16} \\ 01 \end{array}$$

Resp. R\$ 0,18."

Podemos perceber que a resolução acima, revela a própria dificuldade do professor no entendimento do enunciado do problema, fato este, que ele só aponta no seu aluno. Além disso, coloca-nos frente ao problema da não aceitação do professor dos números racionais. Ou seja, a dificuldade do professor em lidar com a comparação dos números racionais na sua representação decimal, isto é, "0,37 quilos" está mais próximo de "meio quilo", logo elas deveriam suspeitar que a resposta estaria em torno de "1 real" (0,74 reais).

B) “37 QUILOS” OU “0,37 QUILO”.?

Nessa categoria incluímos os grupos que ao resolverem o problema proposto, perceberam a alteração no enunciado do mesmo. O curioso aqui, é que as professoras perceberem nossa alteração no enunciado e expressaram sua “indignação” com as mais variadas justificativas. Porém, ao invés de apontarem a quantidade “0,37 de 1 quilo de açúcar” como muito pequena, suas respostas giraram em torno de outros fatores, tais como:

“O preço do açúcar está fora da realidade do aluno.”

“A elaboração não está indicando a operação que o aluno precisa fazer.”

Fizeram parte desta categoria quatro dos oito grupos que participaram da resolução do problema 1, ou seja, os quatro grupos que acertaram a resolução do problema.

C) EQUACIONAMENTO DO PROBLEMA PROPOSTO.

Dois dos quatro grupos que acertaram a questão, se incluem nessa categoria. Aqui, classificamos os problemas que, ao serem resolvidos, as professoras partiram para o uso de uma proporção simples, demonstrando um interesse mais apurado nas quantidades envolvidas. Como exemplo dessa categoria, temos:

“K	R\$		
1	2,00		$X = 0,37 \times 2,00 = 0,74$
0,37 K	X	_____	1

R - R\$ 0,74.”

Este tipo de solução, nos dá uma indicação positiva de que as professoras buscaram soluções mais sofisticadas para resolver o problema. O que nos dá a indicação de que as professoras sabem utilizar a proporção simples, o que elas não tinham deixado claro para nós no teste inicial.

Nesse teste, tínhamos um problema equivalente matematicamente a este (problema 2, questão A), porém, elas utilizaram procedimentos mais simples, do tipo 3×4 . Isto nos reforça a possibilidade dessas professoras não compreenderem a passagem dos números inteiros para os números racionais, já que o aparecimento do número racional, levou-as a um equacionamento problema, isto é, para resolver um problema tão simples, elas utilizaram um procedimento mais sofisticado.

Os demais grupos, ou não explicitaram suas respostas (2 grupos) ou limitaram-se somente a apresentar a conta.

Problema 2

A) “*CONTA PELA CONTA*”

Nesse problema, não foi possível fazer uma classificação muito apurada, das respostas das professoras quanto à resolução apresentada. Nesta categoria incluímos as resoluções puramente algorítmicas, ou seja, na resolução, as professoras apresentaram somente a conta “ $81 \times 54 = 4374$ ”. Três dos cinco grupos que acertaram esta questão apresentaram este tipo de procedimento, os outros dois, apenas indicaram os números 81 e 54.

É interessante notar que o fato do problema apresentar um contexto puramente matemático pode ter provocado o tipo de procedimento adotado pelos grupos, “a conta pela conta”.

Os três grupos restantes, erraram a questão apresentando uma conta errada ou simplesmente indicando números errados.

- Quanto à crítica apresentada aos problemas

As críticas feitas aos problemas, foram as mais variadas possíveis, não permitindo uma classificação. Para ilustrar ao leitor o tipo de crítica que obtivemos, temos:

Problema 1

“Existe clareza, praticidade e objetividade no problema, fatos que facilitam sua resolução.”

“É muito difícil para a criança resolver.”

Problema 2

“Não tem muito significado para a criança, apesar de ser fácil.”

“Foi ótimo, maravilhoso, desenvolve o raciocínio lógico.”

3.3 Resumo do Estudo I

Ao final do estudo I, pudemos observar alguns avanços na pesquisa, na busca de traçar o perfil desse professor que tem sua formação profissional voltada para as séries iniciais do Ensino Fundamental.

Nesta seção, procuraremos sumarizar os principais resultados obtidos no estudo I, bem como justificar o estudo II. Sendo assim, procuraremos discutir os resultados obtidos no estudo I, que respondem parcialmente às nossas questões de pesquisa: *“Quais as concepções que o professor de matemática, com formação de magistério, tem do Campo Conceitual Multiplicativo; e quais as representações simbólicas desses professores nesse Campo?”*. E como exposto em nosso objetivo (seção 2 do capítulo I), essas serão discutidas à luz de três perspectivas: o ponto de vista psicológico, do ponto de vista matemático e do ponto de vista profissional.

Do **ponto de vista psicológico**, destacaremos os resultados relacionados ao processo de formação do conceito do professor. Pudemos perceber que as dificuldades da nossa amostra não se concentraram apenas na maneira de lidar com o conteúdo matemático a ser ensinado, mas principalmente, na formação dos conceitos associados a estes conteúdos. Por exemplo, ao longo da oficina, nossa amostra mostrou-se competente na utilização do algoritmo associado à operação de divisão, mas a busca de significado para o resto da divisão euclidiana através da resolução de situações-problema constituiu-se num “bloqueio”. “Bloqueio” aqui, tem o sentido de interrupção do desenvolvimento da formação do conceito dessas professoras.

Nessa direção, destacamos que, na formação dessas professoras, é priorizado o “como fazer” ao invés do “o que fazer”. O “como fazer” relaciona-se ao tipo de escolhas que o professor faz, ou seja, os tipos de estratégias

pedagógicas que serão utilizadas por ele na sua sala de aula (situação a-didática). Já, “o que fazer” está relacionado à forma na qual o professor vai implementar as estratégias pedagógicas previamente selecionadas por ele, ou seja, de que forma ele utilizará, na sua prática profissional, o que ele tem em mente (situação didática).

No teste inicial e ao longo da oficina, quando confrontamos as professoras com a questão da elaboração de situação-problema, elas não souberam: a) dar significado ao resto da divisão euclidiana, b) contextualizar a estória do problema, c) quantificar um número racional na sua escrita decimal, d) identificar o “tamanho” de um número racional na sua escrita decimal, aspectos esses, que estão relacionados ao “o que fazer”. Entretanto, nossa amostra manteve um discurso muito claro, que afirma, por exemplo, que ensinar matemática com a utilização das situações-problema, ajuda o aluno na compreensão dos conceitos matemáticos, ou seja, estavam discutindo no âmbito do “como fazer”.

Acreditamos que no processo de formação do conceito do professor, devemos enfatizar tanto “o que fazer” quanto “como fazer”. Se priorizamos apenas um desses aspectos, ficaria muito difícil discutir o papel do professor como mediador entre o conhecimento que se quer ensinar (conhecimento científico) e a bagagem que seu aluno já traz consigo de conhecimento (conhecimento espontâneo).

Do **ponto de vista matemático**, procuramos analisar de que forma o professor lidava com o conteúdo que ele precisava ensinar. A análise do estudo I, apontou para alguns resultados interessantes, são eles: a) utilização incorreta da operação aritmética (atividade I da oficina, problema 1); b) utilização de uma outra operação aritmética, na tentativa de se obter uma conta com resto zero; c) imprecisão matemática da situação-problema elaborada; d) equacionamento do problema proposto na resolução.

A partir desse ponto de vista apontamos para a “insuficiência” dos dados obtidos no estudo I. Digo “insuficiência” porque ao analisarmos esses dados verificamos que eles não foram conclusivos, apenas apontaram a dificuldade que essas professoras tiveram em lidar com o conteúdo matemático abordado. Atribuímos essa “insuficiência”, principalmente, a dois fatores.

Em primeiro lugar, gostaríamos de destacar que os dados mostram que houve uma certa melhora desde a aplicação do teste inicial até o término da oficina, mas que qualitativamente não foi “substancial”. Digo “não substancial” pois, existem conhecimentos locais tão arraigados nessas professoras, que uma oficina de apenas quatro horas não foi suficiente para superá-los. Por exemplo, na atividade I da oficina, as professoras demonstraram dificuldade em diferenciar e identificar uma conta exata de uma conta inexata.

Um segundo fator que dificultou nossa análise qualitativa, foi o tipo de abordagem dada às operações de multiplicação e divisão no campo multiplicativo. Por exemplo, na oficina, quando propuzemos na atividade I que as professoras elaborassem situações-problema que envolvia somente a operação de divisão e na atividade II, apenas a multiplicação, reforçamos a idéia que elas já tinham, de que as operações de multiplicação e divisão são vistas separadamente, de forma estanque. Isto é, dificultamos a identificação e o estabelecimento das possíveis conexões que as professoras poderiam estabelecer no Campo Conceitual Multiplicativo. Como consequência deste fato, não conseguimos obter informações a respeito dos invariantes que procurávamos, relacionados às operações de divisão e multiplicação.

Do **ponto de vista profissional**, percebemos ao longo do estudo I, que a nossa amostra tem muita dificuldade em trazer para sua prática os ensinamentos didático-metodológicos que recebe na sua educação profissional. Ou seja, destacamos aqui, a grande quantidade de respostas irrelevantes obtidas no teste

inicial e a categoria do discurso vazio, na oficina. Lembremos, ainda, que os pontos de vista levantados anteriormente - psicológico, matemático e profissional - estão intimamente relacionados, ou seja, a representação que o professor tem de determinado conteúdo da matemática claramente interfere na sua prática profissional.

Em resumo, no estudo I, analisamos o professor enquanto professor, ou seja, o professor enquanto transmissor de conhecimento (conteúdo e didática). Para que possamos, de fato, traçar o perfil desse professor através de suas concepções e representações simbólicas, precisamos, agora, investigar como ele se comporta enquanto aprendiz, ou seja, o que realmente ele conhece do campo multiplicativo? Foi então, que surgiram as seguintes hipóteses:

- *Como o professor entende as continuidades e descontinuidades de raciocínio dentro do Campo Conceitual Multiplicativo?*
- *Será que o professor percebe que as relações entre termos dentro do campo multiplicativo são quaternárias e não ternárias?*

Buscando respostas a estas novas perguntas e aprofundando nossas reflexões em torno das idéias de Vergnaud, elaboramos o estudo II, “mais sistemático”. Mais sistemático aqui significa concentrar nossa exploração, de acordo com o estudo I, em três aspectos: 1) a interpretação de uma situação-problema; 2) a elaboração de situação-problema e 3) as relações entre dividendo, divisor e resto.

No estudo II, com a expectativa de completar o estudo I, mantivemos a interpretação e elaboração de situação-problema, só que agora, utilizando os conceitos de razão e proporção. A escolha desses conceitos foi motivada, principalmente, por três fatores:

1. esses conceitos, além de estarem presentes no Campo Multiplicativo, permitem a adoção de situações e procedimentos que envolvem tanto a operação de divisão, quanto a operação de multiplicação, pois as tarefas poderiam ser analisadas de acordo com as regras que seriam colocadas pelo contexto. Ou seja, o professor deveria analisar as duas operações desse campo conjuntamente;
2. a utilização desses conceitos, permitir-nos-ão explorar situações novas nesse campo, que ainda não foram abordadas no estudo I, complementando-o;
3. com esses elementos do campo multiplicativo, razão e proporção, poderemos colocar o professor frente a questão da comparação de quantidades, fato este, que poderia auxiliá-lo na interpretação de situação-problema, já que o estudo I não levou isto em conta.

Por fim, ao explorarmos as relações entre dividendo, divisor e resto, esperamos identificar quais são os conhecimentos locais que o professor tem nesse campo, que constituem-se num obstáculo para o entendimento do mesmo. Ou seja, qual será a competência que o professor com formação de magistério carrega de sua vida escolar (consequência da sua própria formação enquanto aluno).

4. O ESTUDO II

Assim, no estudo II, elaboramos um teste subdividido em três partes: a) **parte I**, dedicada à interpretação de uma situação-problema; b) **parte II**, que

envolveu a elaboração de situação-problema; e c) **parte III**, explorando as relações possíveis entre dividendo, divisor e quociente.

4.1 Desenho do Teste

Inicialmente, traçaremos as variáveis de instrumento que usaremos na operacionalização de nosso estudo.

O objetivo da aplicação desse teste foi o de aprofundamento das nossas reflexões em torno da representação do professor, buscando responder as seguintes questões:

- Como o professor entende as continuidades e descontinuidades de raciocínio dentro do Campo Conceitual Multiplicativo?
- Será que o professor percebe que as relações entre termos dentro do Campo Conceitual Multiplicativo são quaternárias, e não somente ternárias?

Para tanto, desenhamos o teste do estudo II em três partes, assim distribuídas:

- na parte I, colocamos o professor frente a uma tarefa de comparação, onde eles deveriam quantificar duas razões, R e S, fazendo comparações do tipo $R > S$ ou $R = S$ ou $R \neq S$ ou $R < S$.
- na parte II, requerendo do professor a elaboração de situação-problema, usando a razão entre dois números, onde ele deveria explorar as relações quaternárias entre termos;

- a parte III, onde o professor deveria explorar as relações possíveis entre três termos, ou seja, dividendo, divisor e quociente.

A seguir detalharemos o desenho de cada parte do teste, bem como seus respectivos objetivos:

4.1.1 Desenho da Parte I

A parte I do teste foi composta de três grupos de questões: “A”, “B” e “C”.

Os três itens (A, B e C) dessa parte concentraram sua problemática na identificação das possíveis relações entre quatro termos (relações quaternárias entre termos). Assim sendo, foi dado inicialmente uma razão entre duas unidades de medida “copos de água” e “colheres de concentrado” (essa é a razão entre dois termos). Se variarmos a quantidade de “copos de água” (essa variação é o terceiro termo), conseqüentemente obteremos uma nova quantidade de “colheres de concentrado” (essa nova quantidade é o quarto termo). Essa estrutura de pensamento constitui-se numa importante ferramenta do conteúdo matemático, pois gera uma propriedade muito forte que reúne tanto a operação de divisão, quanto a multiplicação.

É muito importante que o professor perceba e estabeleça as relações quaternárias no Campo Conceitual Multiplicativo, pois o mundo em que vivemos e as atividades que desempenhamos no nosso dia-a-dia, estão cheios de oportunidades para que possamos utilizar as estruturas de proporção simples.

No item A), as professoras deveriam analisar a seguinte situação-problema:

A) Analise a situação abaixo:

Convidei para a festinha de aniversário do meu filho mais ou menos umas 30 crianças. Comprei algumas embalagens de suco concentrado para servir na festa. Calculando por cima a quantidade de suco que as crianças iriam consumir, misturei 15 copos de água com 45 colheres de concentrado e o suco ficou delicioso.

Com base nessa situação, elas deveriam responder a cinco questões, sendo que o nosso objetivo foi fazer com que as professoras estabelecessem relações de comparação entre as quantidades “15 copos de água” e “45 colheres de concentrado”. Com isso, elas deveriam quantificar duas razões.

A seguir, apresentamos as cinco questões, bem como o tipo de resposta esperada:

-
- 1) 15 copos de água misturados com 45 colheres de concentrado têm o mesmo sabor que 20 copos de água misturados com 50 colheres de concentrado?
() sim () não
• Você usou alguma operação matemática?
() sim. Qual? _____ () não. Por quê? _____
• Descreva o método que você usou para encontrar sua resposta:
-

Na primeira questão, quando perguntamos se “15 copos de água” misturados com “45 colheres de concentrado” (razão R) têm o mesmo sabor que “20 copos de água” misturados com “50 colheres de concentrado” (razão S), esperamos que as professoras ao compararem R e S, percebam que as frações não são equivalentes, logo a proporção de uma razão para a outra não se manteve ($R \neq S$) e assim, o suco não deve ter o mesmo sabor.

-
- 2) Qual a quantidade de suco concentrado que deveríamos usar para um copo de água se quisermos obter o mesmo sabor delicioso?
-

Na segunda questão é esperado que as professoras, utilizando-se da proporção simples para analisar a situação, descubram que a razão usada para obter o suco foi de 1 para 3, ou seja, “3 colheres de concentrado para 1 copo de água”.

3) Comparando essa quantidade de concentrado para 1 copo de água, com a quantidade de concentrado usada na festa, podemos dizer que:

- () Existe uma correspondência entre as quantidades.
- () Não existe uma correspondência entre as quantidades
- () Não posso afirmar se existe uma correspondência entre as quantidades.

Porque?

Na questão três, estamos interessados em saber se as professoras identificam que a razão entre as quantidades dadas (copos e colheres) é algo constante, devendo ser usada em qualquer quantidade de suco, qual seja $1/3$.

4) Se durante a festa faltar suco e eu precisar fazer mais metade da quantidade de suco que eu tinha feito antes, que mistura devo fazer para continuar obtendo um suco delicioso?

5) E se eu quiser fazer somente um terço da quantidade de suco que eu tinha feito antes, que mistura devo fazer?

As questões “4” e “5” seguem na busca de possibilitar que as professoras percebam a razão constante de 1 para 3. É esperado que elas trabalhem com a razão $1/3$, obtendo corretamente as seguintes misturas: “7,5 copos de água para 22,5 colheres de concentrado” (questão 4) e “5 copos de água para 15 colheres de concentrado” (questão 5).

B) Baseado na situação anterior e nos problemas que você resolveu, responda:

1) Qual(ais) variável(eis) abaixo devem ser levadas em consideração:

- () nº de colheres de concentrado por nº de embalagens;
 - () nº de copos de água por nº de embalagens;
 - () nº de crianças por nº de embalagens;
 - () nº de crianças por nº de copos de água;
 - () nº de crianças por nº de colheres de concentrado;
 - () nº de colheres de concentrado;
 - () nº de embalagens;
 - () nº de colheres de concentrado por nº de crianças;
 - () nº de copos de água por nº de crianças;
 - () nº de copos de água por nº de colheres de concentrado;
 - () nº de colheres de concentrado por nº de copos de água;
 - () nº de copos de água;
 - () nº de crianças;
 - () outras. Qual? _____
-

Na parte I, item “B”, estamos interessados em saber se as professoras identificam corretamente as variáveis da situação proposta, ou seja, as variáveis que devem ser levadas em consideração na situação. Por exemplo, a variável “nº de crianças” não deve ser levada em consideração na situação, já que estamos interessados nas possíveis misturas de água com concentrado para obtermos um suco delicioso.

Além disso, foi sugerido às professoras que preenchessem a seguinte tabela:

2) Complete a tabela abaixo, baseada na situação que você analisou anteriormente:

VARIÁVEL I	VARIÁVEL II
NOME:	NOME:
1	
3	
5	
7	

No preenchimento dessa tabela, estamos interessados em saber qual o procedimento adotado pelas professoras, ou seja, se o preenchimento da tabela for feito horizontalmente, o procedimento adotado foi o procedimento funcional. Caso contrário, se o preenchimento for vertical, isto significa que o procedimento adotado foi o escalar.

É esperado que as professoras adotem o procedimento escalar (1 copo de água equivale a 3 colheres de concentrado), pois este está de acordo com o pensamento aditivo, ou seja, as professoras geralmente só trabalham com as

continuidades de raciocínio, isto é, a soma de parcela iguais, assim, a situação exposta no item “A” sugere esta ordem de raciocínio.

C) Como você representaria **GRAFICAMENTE a situação descrita pela tabela acima?**

Por fim, no item “C”, parte I, pedimos que as professoras “representem” a situação descrita pela tabela, graficamente. Aqui, nosso objetivo foi o de identificar o tipo de representação gráfica mais adequado na opinião das professoras. Ou seja, qual a representação gráfica que elas utilizariam na sua sala de aula. Por exemplo, é esperado que as professoras construam um gráfico de barras ou representem uma função linear no diagrama coordenado.

4.1.2 Desenho da Parte II

Na parte II, como na parte I, estamos interessados que o professor trabalhe com as relações quaternárias entre termos. Só que aqui, utilizando-se do exercício de formulação de problema. Essa parte, como já dissemos anteriormente, relaciona-se diretamente com o estudo I, propondo a elaboração de duas situações-problema, com a utilização de uma mesma operação (a razão de 2 para 4).

A parte II aparece no teste da seguinte forma:

D) Elabore duas (2) situações-problema diferentes (em forma de estória) as quais, para serem resolvidas, o aluno tenha que utilizar a **RAZÃO DE 2 PARA 4** e chegue **OBRIGATORIAMENTE** nas seguintes respostas:

• **RESP. 18**

• **RESP. 1,5**

Nessa parte, através de uma dada razão entre dois termos (a razão 2 para 4), o professor deverá formular uma estória para dois problemas, voltando-se para a contextualização matemática do mundo real.

Essa questão tem por objetivo diagnosticar o entendimento do professor quanto às possíveis conexões que devem ser estabelecidas entre o contexto do mundo real e a interpretação da proporção simples.

Além disso, é importante ressaltar a questão da continuidade e descontinuidade de raciocínios entre o campo aditivo e o campo multiplicativo. Quando pedimos que o professor elabore uma situação-problema utilizando a razão 2 para 4 ($2/4$) e chegando à resposta 18, poderíamos obter a seguinte resposta, por exemplo:

“ Comprei 4 maçãs a 2 reais. Quantas maçãs eu compraria com 9 reais?”

MAÇÃS	PREÇO
4	2
X	9

Aqui, encontramos um problema mais complexo do que simplesmente calcular quantidades. É preciso que o professor entenda um conjunto novo de sentidos de números (a correspondência 2 para 4) e um novo conjunto de invariantes (maçãs e preço), que se relacionam à multiplicação e à divisão, mas não à adição e à subtração. Ou seja, os raciocínios que não variam do campo aditivo para o multiplicativo (continuidades) e os raciocínios que variam do campo aditivo para o multiplicativo (as descontinuidades). Assim, estamos interessados em saber se o professor percebe as descontinuidades de um campo para o outro.

No nosso exemplo, temos uma situação que envolve além da correspondência 2 para 4, situações que relacionam as duas variáveis, “maças” e “preço” (Nunes, 1997). Assim, verificamos a descontinuidade de raciocínio, pois não podemos pensar na resolução desse problema utilizando a soma de parcelas iguais que é uma continuidade de raciocínio de um campo para o outro. Portanto, a situação exemplificada acima é uma situação exclusivamente multiplicativa.

Tudo que foi exposto até aqui, também se aplica para o caso da elaboração de situação-problema que leva à resposta 1,5. Entretanto, precisamos chamar a atenção para o fato da passagem dos números inteiros para os números racionais. Para quantificar o número racional 1,5 procuramos investigar qual é o entendimento do professor no que se refere a essa passagem de um conjunto numérico para o outro. Ou seja, desejamos saber se ele percebe que no caso dos números inteiros 15 e 2, por exemplo, a comparação se dá da seguinte forma $15 > 2$, mas ao compararmos os números 1,5 e 2, obtemos que $1,5 < 2$. Este entendimento é fundamental para o aluno que está buscando compreender os conjuntos numéricos.

4.1.3 Desenho da Parte III

A parte III do estudo II, foi composta de 12 itens (de “a” à “m”), todos trabalhando a questão da descoberta do valor desconhecido. Aqui, as professoras deverão decidir à respeito da possibilidade, ou não, de se descobrir tal valor, justificando sua resposta. No teste, a questão foi exposta da seguinte forma:

E) Observe as operações abaixo e responda:

O objetivo desta questão é o de verificar se os professores, ao serem colocados frente a diferentes situações envolvendo as operações de multiplicação e divisão, são capazes de estabelecer as relações possíveis entre dividendo, divisor e quociente (três termos).

Para melhor entendimento do desenho desta questão, separamos os 12 itens em 4 níveis de acordo com sua complexidade. A seguir, prosseguiremos com o desenho de cada um dos níveis:

4.1.3.1 Nível I

Neste nível, consideramos os itens “a”, “c”, “f”, “h” e “j”, que aparecem no teste da seguinte forma:

a) [] ÷ 45 = 100	€€ É uma operação possível Qual a resp?	É uma operação impossível Porque?
c) 98 ÷ [] = 1	€ É uma operação possível Qual a resp?	€ É uma operação impossível Porque?
f) 27 × [] = 108	€€ É uma operação possível Qual a resp?	€€ É uma operação impossível Porque?
h) [] × 576 = 576	€€ É uma operação possível Qual a resp?	€€ É uma operação impossível Porque?
j) [] × 1 = 387	€€ É uma operação possível Qual a resp?	€ É uma operação impossível Porque?

Estes cinco itens deveriam ser resolvidos pela utilização imediata da operação inversa, obtendo como resposta 4.500, 98, 4, 1 e 387 respectivamente. Nossa expectativa é a de que as professoras, ao responderem tais itens, percebam que é possível efetuar estas contas e cheguem à resposta correta.

Aqui, é esperado um grande número de acertos, por parte dos professores, pois uma pesquisa recente (Cunha, 1997), aponta para o fato de que os alunos memorizam em sala de aula, pelo menos três regras relacionadas ao nível I:

- “QUALQUER NÚMERO VEZES 1 DÁ O PRÓPRIO NÚMERO”;
- “QUALQUER NÚMERO DIVIDIDO POR ELE MESMO DÁ 1”;
- “O INVERSO DE MULTIPLICAR É DIVIDIR E VICE-VERSA”.

Se os alunos memorizam essas regras em sala de aula, é bastante provável que os seus professores as reforcem em suas aulas.

4.1.3.2 Nível II

Neste nível, colocamos os itens “e”, “i” e “l”, os quais se referiram às possíveis multiplicações e divisões que envolvem o número zero. No teste:

e) $0 \div [\quad] = 0$	€€ É uma operação possível Qual a resp?	€€ É uma operação impossível Porque?
i) $0 \times [\quad] = 0$	€€ É uma operação possível Qual a resp?	€€ É uma operação impossível Porque?
l) $618 \times [\quad] = 0$	€ É uma operação possível Qual a resp?	€ É uma operação impossível Porque?

É esperado que as professoras não encontrem dificuldade nestes três itens, já que temos duas justificativas muito usadas :

- “TODO NÚMERO MULTIPLICADO POR ZERO É ZERO”;
- “ZERO DIVIDIDO POR QUALQUER NÚMERO É ZERO”.

Estas duas concepções são muito fortes nos professores (Tasmir,1996). Entretanto, o professor as utiliza em sala de aula, mas não as justifica corretamente. Isto é, em geral o professor as reforça em sua aula, mas não as entende. Como consequência deste fato, o aluno também as usa indistintamente sem entendê-las.

4.1.3.3 Nível III

Neste nível, incluímos os itens “b” e “g”, que aparecem no teste da seguinte forma:

b) $62 \div [\quad] = 248$	€€ É uma operação possível Qual a resp?	€ É uma operação impossível Porque?
g) $32 \times [\quad] = 16$	€€ É uma operação possível Qual a resp?	€€ É uma operação impossível Porque?

Aqui, colocamos os professores frente a questão da descontinuidade de raciocínio, ou seja, o fato da multiplicação só aumentar e o fato da divisão sempre diminuir. Ou seja, no item “b” temos uma divisão que aumenta e no item “g”, uma multiplicação que diminui.

Assim, no nível II, gostaríamos de saber se as professoras, a exemplo dos alunos (Cunha, 1997), estão presas às concepções de que “a multiplicação só aumenta” e “a divisão sempre diminui”. É esperado que as professoras considerem os dois itens supra citados como impossíveis e, além disso, justifiquem suas respostas por meio dessas duas concepções.

4.1.3.4 Nível IV

Neste último nível, colocamos os itens d) e m), que se apresentam no teste da seguinte forma:

d) [] $\div 0 = 0$	€€ É uma operação possível Qual a resp?	€€ É uma operação impossível Porque?
m) [] $\times 0 = 171$	€€ É uma operação possível Qual a resp?	€€ É uma operação impossível Porque?

É esperado que as professoras respondam que a operação é impossível para os dois itens, e que suas justificativas se apresentem como regras memorizadas do tipo: “não existe divisão por zero”, para o item “d”; e, “todo número multiplicado por zero é zero”, para o item “m”.

4.2 Método

4.2.1 Sujeitos

Os sujeitos que participaram do teste aplicado no estudo II, somaram um total de 18 professoras de 1ª a 4ª séries. Todas elas de escolas públicas.

4.2.2 Material

O material utilizado na aplicação do teste no estudo II foi:

- Teste escrito composto de três partes: a parte I, composta de oito questões ao longo de duas páginas, a parte II, composta de duas questões distribuídas em uma página e a parte III, composta de 12 questões distribuídas em uma página;
- Protocolos de observação subdivididos em três partes: a parte I, composta de 10 itens em uma página, a parte II também com 10 itens distribuídos em uma página e a parte III, composta de 36 itens ao longo de duas páginas.

4.2.3 Procedimento

Foram reunidas numa mesma sala, as 18 professoras e a examinadora. A examinadora se apresentou para o grupo, chamando a atenção deste para a necessidade de se saber o que o professor pensa, não só para colocar suas competências em discussão mas, também, para poder ajudar o professor a melhorar sua prática.

Em seguida, a examinadora distribuiu a parte I do teste individualmente e só então os nove auxiliares de pesquisa, munidos dos protocolos de observação (partel), distribuíram-se aleatoriamente na sala.

Nesse momento, esses auxiliares se sentaram, cada um, junto de uma professora e iniciamos a aplicação do teste. Ao todo foram observadas 10 das 18 professoras.

Conforme cada uma das professoras terminava uma das partes do teste, a ela era entregue a outra parte, ou seja, ao fim da resolução da parte I, o professor recebia a parte II e o observador trocava o protocolo de observação parte I com o protocolo de observação parte II, e assim por diante.

O teste foi, portanto, aplicado coletivamente, mas resolvido individualmente. Ao término da aplicação foi feita uma dinâmica com as professoras, com a finalidade de se trabalhar as descontinuidades adição-multiplicação, além das crenças “multiplicação sempre aumenta” e “divisão sempre diminui”. Após essa dinâmica, a examinadora marcou um novo encontro com o grupo, com a duração de duas horas, trabalhando o Campo Conceitual Multiplicativo.

Tanto a dinâmica feita após a aplicação do estudo II, quanto a realização posterior de um novo encontro, tiveram a função de retribuir a valiosa participação voluntária que nosso estudo recebeu desse grupo de professoras.

4.3 Análise do Estudo II

O **estudo II** está subdividido em três partes: **parte I**, **parte II** e a **parte III**. Para sua análise, procuraremos manter o mesmo desenvolvimento anterior, levantando tanto seus aspectos no nível quantitativo como no nível qualitativo.

A cada uma das partes, procuraremos dar um tratamento quantitativo, seguido do tratamento qualitativo, visando facilitar ao leitor uma melhor compreensão dos resultados obtidos. Assim, na **seção 4.3.1** analisaremos a **parte I** do estudo II quantitativamente, e, em seguida, analisaremos a mesma parte qualitativamente; a **parte II** na **seção 4.3.2** e a **parte III** na **seção 4.3.3**. Por fim, na **seção 4.4**, faremos um resumo dos principais resultados obtidos com a análise dos dados no estudo II, assim como foi feito para o estudo I.

O gráfico a seguir, nos dá um panorama geral do estudo II, no que diz respeito ao total de acertos, erros, questões em branco e respostas irrelevantes:

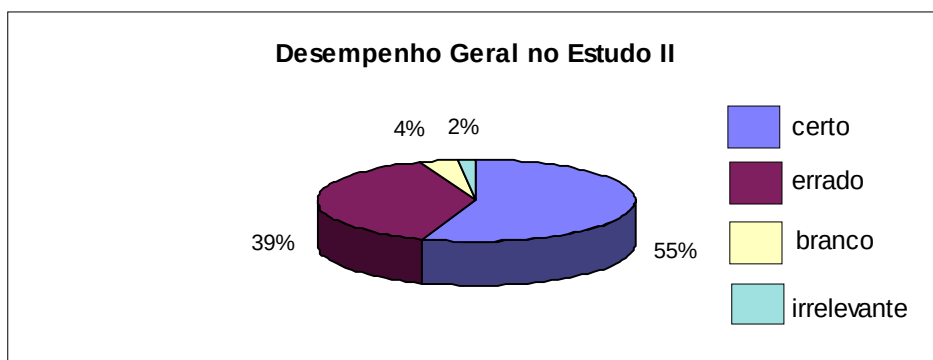


Gráfico 1: Desempenho Geral No Estudo II

Num total de 378 possibilidades de acertos no estudo II, obtivemos 216 respostas corretas, computando um acerto de mais de 50% do teste como um todo (partes I, II e III). Acreditamos que este resultado é satisfatório, já que nossa amostra mostrou competência na resolução de pelo menos metade do teste, ao contrário do estudo I, no qual o acerto total ficou abaixo deste índice.

Destacamos ainda, a pequena quantidade de questões em branco, o que nos dá uma indicação de que a amostra se empenhou para resolver o teste. Por fim, achamos curioso a presença de respostas irrelevantes, tal qual o estudo I, só que aqui, elas só aparecem na parte II do estudo II, fato este que será discutido mais adiante (seção 4.3.2).

4.3.1 Análise da parte I

A parte I do estudo II foi composta de três grupos de questões: “A”, “B” e “C”. Essas três questões concentraram sua problemática na identificação das possíveis relações entre quatro termos, ou seja, através de uma situação-problema, na **questão A**, as professoras deveriam trabalhar com a razão entre duas quantidades explicitadas na situação: “15 copos de água” por “45 colheres de concentrado”, fazendo comparações com outras duas quantidades, conforme

fosse pedido ao longo dos cinco itens que a compunham; na **questão B**, as professoras deveriam identificar as variáveis pertinentes na situação proposta, bem como preencher uma tabela com a variação das mesmas; e na **questão C**, elas deveriam sugerir uma representação gráfica para a situação descrita na tabela.

O gráfico a seguir nos dá informações a respeito do desempenho das 18 professoras que compuseram a nossa amostra, mostrando a quantidade de acertos obtidos nas questões da parte I:

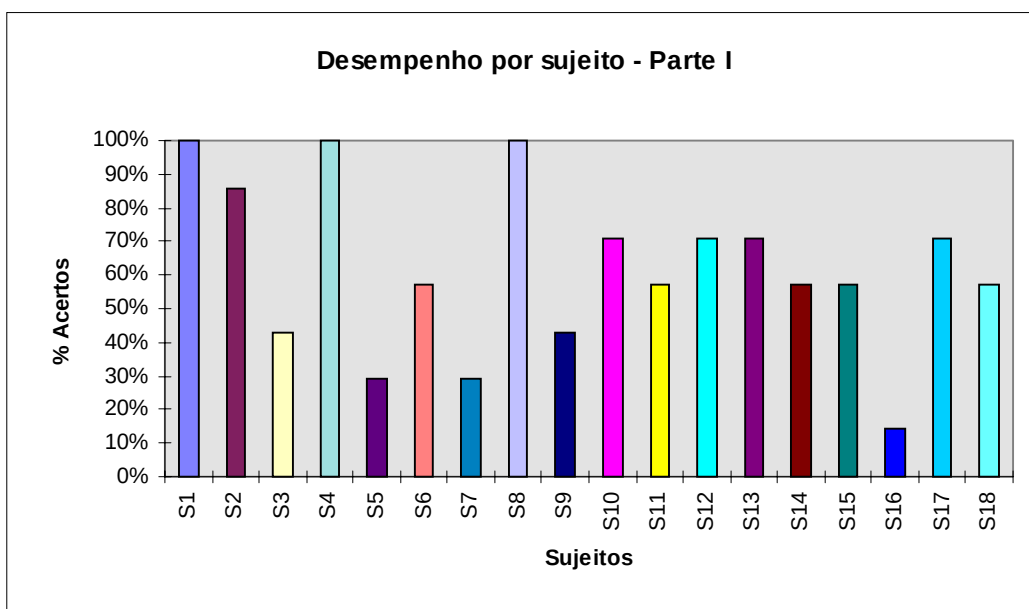


Gráfico 2: Desempenho dos sujeitos - Parte I

Observamos pelo gráfico que 13 das 18 professoras tiveram um desempenho acima de 50% nesta parte. Este desempenho nos dá uma indicação positiva de que as professoras que participaram do estudo II, se saíram melhores que as professoras que participaram do estudo I, na interpretação de situação-problema. Entretanto, essa melhora pode ser apenas aparente, pois a informação é bastante genérica, ou seja, o desempenho dessas professoras na parte I demonstra apenas um certo equilíbrio entre acertos e erros. A seguir, detalharemos a parte I, analisando cada questão que a compunha.

Na questão A, como mostra o gráfico a seguir, o **item 1** se mostrou mais problemático para essas professoras, 10 das 18 professoras erraram este item. Aqui elas deveriam perceber, por comparação, que as razões não são equivalentes e assim responderem que o suco não poderia ter o mesmo sabor elucidado na situação.

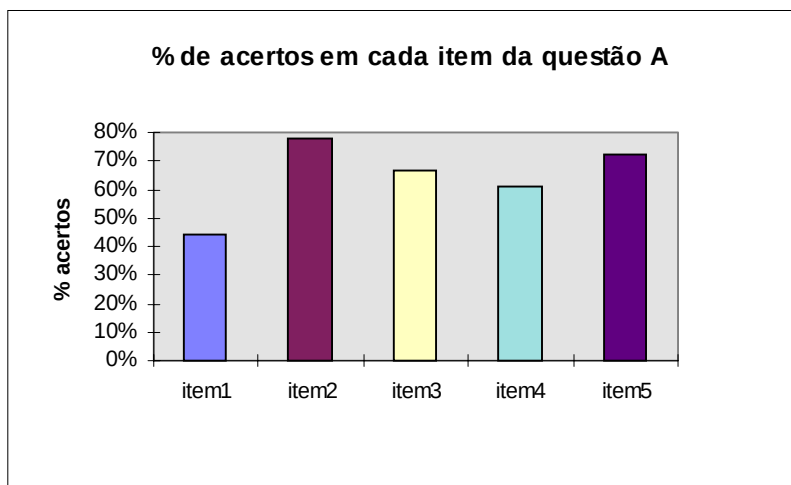


Gráfico 3: Percentual de acerto na questão A

Das 10 professoras que erraram este item, sete justificaram sua resposta somando 5 à quantidade inicial, como por exemplo:

$$“ 15 + 5 = 20 \rightarrow 45 + 5 = 50 ”$$

Aqui, as professoras avaliaram o item “1”, buscando apenas a operação que justificava a razão 20 para 50, não levando em consideração a razão 15 para 45 proposta na situação. Tal comportamento, pode ter ocorrido pelo fato dessa questão ter sido a primeira do teste e portanto, as professoras não haviam compreendido a situação-problema ainda. Mesmo assim, analisaremos este fato com mais cuidado na análise qualitativa da parte I.

No **item 2**, obtivemos um alto índice de acertos, ou seja, 14 das 18 professoras calcularam corretamente o número de colheres de concentrado que

deveríamos obter para um copo de água. Embora o número de respostas certas tenha sido elevado, há uma queda significativa de respostas corretas nos dois itens seguintes (itens “3” e “4”), nos quais elas deveriam utilizar a razão 1 para 3 (6 no item 3 e 7 no item “4”. Aqui, nos parece que as professoras apesar de conseguirem calcular a quantidade “3 colheres de concentrado” (item 2), não identificaram a razão $1/3$.

Das professoras que erraram tanto o item “3” como o item “4”, 3 erraram os dois itens, e suas justificativas giraram em torno de respostas do tipo:

“ Não existe correspondência entre as quantidades, por que em cada copo usarei 3 colheres de concentrado e já a quantidade usada na festa é maior”

O curioso aqui, é que essas 3 professoras acertaram o item “2”, mas não compreenderam que 15 copos de água por 45 colheres de concentrado é a mesma porção de 1 copo de água por 3 colheres de concentrado, isto é, não identificaram a razão proposta na situação.

No item “5”, somente 4 das 18 professoras erraram este item. Este resultado nos surpreende porque as professoras deveriam, tal como nos itens 3 e 4, utilizar a razão $1/3$. Assim sendo, não nos foi possível fazer interpretações sobre os resultados deste item, baseados apenas nos dados quantitativos.

Em resumo, na questão A as professoras acertaram mais os itens “2” e “5” e erraram mais os itens “1”, “3” e “4”. Tal comportamento pode estar revelando a dificuldade que as professoras tiveram em determinar o fator funcional 3. Este tipo de dificuldade está associada à percepção das descontinuidades entre os raciocínios aditivos e multiplicativos, raciocínio este costumeiramente pouco abordado em sala de aula.

Na **questão B**, as professoras deveriam identificar somente as variáveis pertinentes na situação-problema dada inicialmente, e, em seguida, deveriam preencher a tabela com essas variáveis. O gráfico seguinte ilustra o desempenho dessas professoras nessa questão:

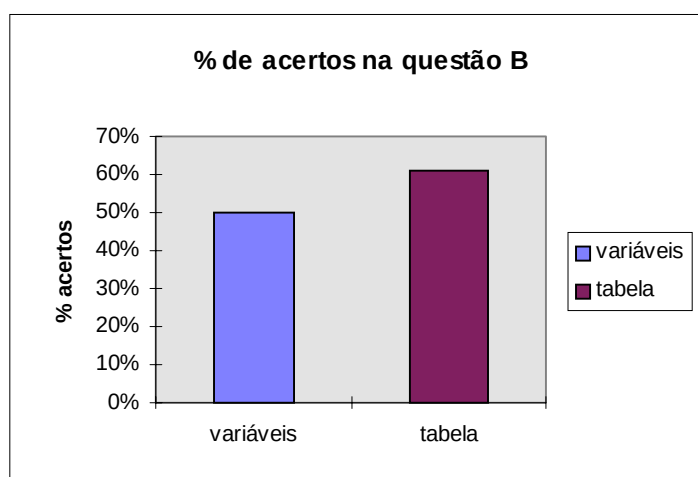


Gráfico 4: Percentual de acertos na Questão B

Metade das professoras erraram a identificação das variáveis, e ainda, todas elas indicaram a variável “nº de crianças” como relevante na situação. Dessas 9 respostas erradas, 5 indicaram também as variáveis corretas (água e concentrado) e as 4 restantes incluíram ainda a variável “nº de embalagens”. Além disso, essas mesmas 5 que indicaram a variável “nº de crianças” como pertinente também preencheram a tabela com essa variável.

Tal comportamento nos surpreendeu, já que a variável “nº de crianças” não interfere na mistura do suco, e o tempo todo, procuramos nos referir claramente à mistura e não ao número de pessoas presentes na festa. Além disso, as 4 professoras que indicaram também o “nº de embalagens”, entre outras, como variável pertinente, acertaram o preenchimento da tabela, indicando as variáveis corretamente. Tal comportamento, pode ser um indicador de que essas professoras interpretaram no item anterior que deveriam identificar todas as variáveis presentes na situação-problema, mas perceberam, ao preencher a

tabela, que as variáveis pertinentes eram apenas “nº de copos de água” por “nº de colheres de concentrado”.

Por fim, **na questão C**, era pedido às professoras que representassem graficamente a situação descrita na tabela. O gráfico a seguir mostra os tipos de representações gráficas que surgiram nessa questão:

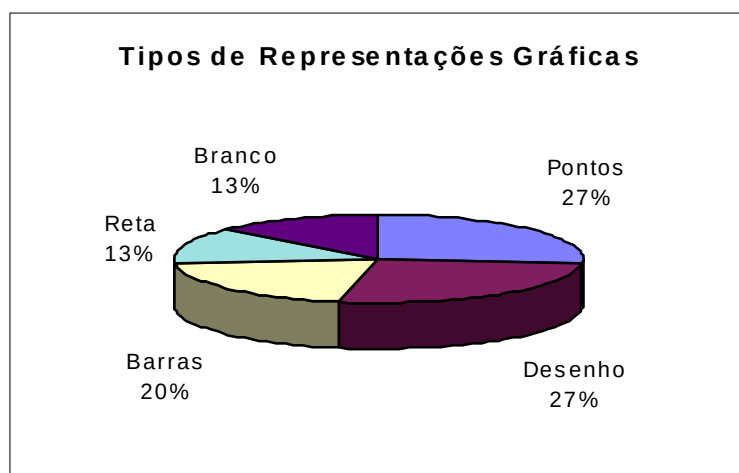


Gráfico 5: Tipos de Representações Gráficas

As representações gráficas mais utilizadas pelas professoras foram os pontos no eixo cartesiano (4 professoras) e desenhos (4 professoras) do tipo:

VARIÁVEL I	VARIÁVEL II
NOME:	NOME:
1 nº de colheres de concentrado	nº de copos de água nº de colheres de concentrado 1/3 colheres
3	nº de colheres de concentrado para 1 copo
5	1 copo e 1/3
7	2 copos e 1/3

C) Como você representaria GRAFICAMENTE a situação descrita pela tabela acima?

1 -

3 -

5 -

7 -

Um fato a ser observado é que das 40% que optaram pela representação da situação no eixo OXY (no gráfico acima reta e ponto), apenas 13% ligaram os pontos. Era esperado que elas utilizassem mais a representação de uma função linear no eixo cartesiano, já que as quantidades a serem representadas eram contínuas e não discretas. Este fato demonstra que a nossa amostra não está familiarizada com a confecção de gráficos para este tipo de situação.

Além do exposto, observamos a seguinte categoria de resposta na parte I:

A) ADIÇÃO AO INVÉS DE COMPARAÇÃO

Classificamos nessa categoria as respostas dadas na **questão A**, item “1” onde as professoras ao invés de compararem as quantidades “colheres de concentrado” e “copos de água”, apenas identificaram a operação de soma, ou seja, além do fato da não identificação do fator funcional 3, apenas somaram 5 às quantidades dadas na situação-problema, afirmando que o suco tinha o mesmo sabor.

Fizeram parte dessa categoria, 8 das 10 respostas erradas que obtivemos neste item. Como exemplos dessa categoria, temos:

Um fato a ser observado é que das 40% que optaram pela representação da situação no eixo OXY (no gráfico acima reta e ponto), apenas 13% ligaram os pontos. Era esperado que elas utilizassem mais a representação de uma função linear no eixo cartesiano, já que as quantidades a serem representadas eram contínuas e não discretas. Este fato demonstra que a nossa amostra não está familiarizada com a confecção de gráficos para este tipo de situação.

Aqui é importante ressaltarmos que cada um dos resultados acima descritos, diz respeito exclusivamente a competência da nossa amostra. Como tal, podem ser entendidos como consequência de todo um processo de formação que estas professoras vem recebendo, ao longo de uma vida escolar.

“Foi proporcional à adição, verifiquei que quando adicionar + suco também + açúcar”

É interessante notar que ao adotar tal procedimento, as professoras estão comparando, mas não estão estabelecendo a relação entre os quatro termos que elas deveriam analisar. Tal fato pode estar demonstrando a dificuldade que as professoras têm em determinar o fator funcional 3, o qual representa uma descontinuidade de raciocínio, ou seja, a comparação que elas deveriam ter feito, exigia um conhecimento do que vem a ser uma situação multiplicativa. As demais respostas erradas, as duas restantes, não justificaram a resposta.

4.3.2 Análise da parte II

Na parte II, foi pedido às professoras que elaborassem duas situações-problema, envolvendo a razão 2 para 4 e que chegassem à resposta 18 e à resposta 1,5 respectivamente. Foi considerada **certa** a situação-problema em que, ao ser elaborada, as professoras utilizaram tanto a razão 2 para 4 como a razão 1 para 2 que são equivalentes. Consideramos **errada** a situação que ao ser elaborada não propunha a resposta desejada, ou levava à utilização de

outra operação; e **irrelevante**, algum tipo de justificativa utilizada pelas professoras quando estas não elaboraram a situação.

Nessa parte, encontramos um grande número de respostas erradas, ou seja, 19 erros em 36 possibilidades de respostas certas. Onde 14 desses erros estão associados à resposta 18 e os outros à resposta 1,5. Entretanto, apesar do erro ser maior na resposta 18, a resposta 1,5 se mostrou mais problemática para as professoras, já que obtivemos 5 respostas em branco e 6 respostas consideradas irrelevantes. Os gráficos a seguir, mostram o desempenho das professoras nesta parte:

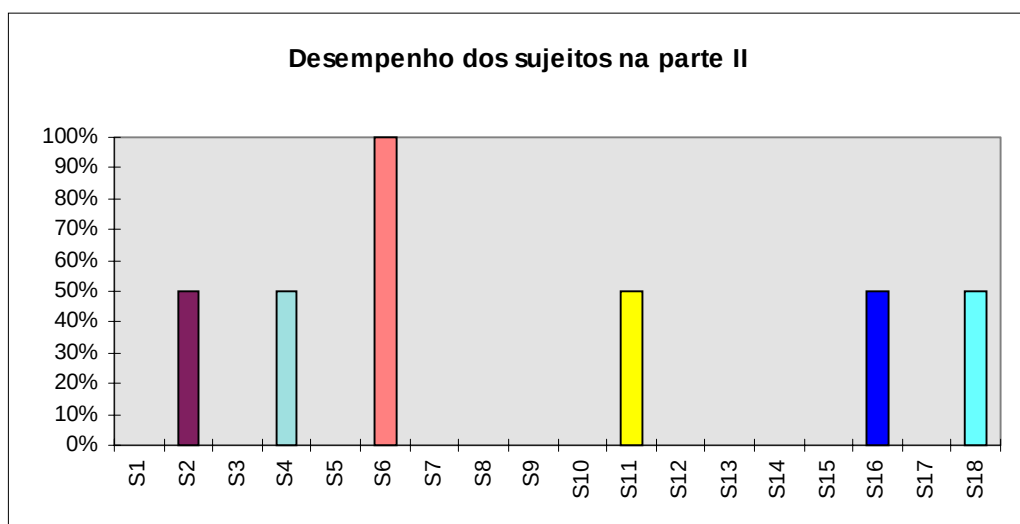


Gráfico 6: desempenho dos Sujeitos - Parte II

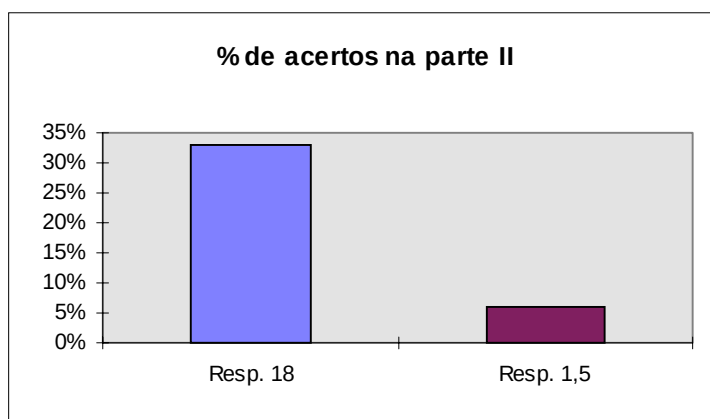


Gráfico 7: Percentual de acertos - Parte II

Parece-nos que as professoras, apesar do erro, tentaram elaborar mais as situações-problema que levavam a resposta **18** do que **1,5**, já que a primeira envolvia somente números inteiros e na segunda a presença do número racional na sua representação decimal pode tê-las desencorajado. Além disso, este fato pode estar revelando a dificuldade dessas professoras em lidar com a descontinuidade de raciocínio na passagem do conjunto dos números inteiros para os números racionais, fato este, que será explorado qualitativamente mais adiante.

Um exemplo de resposta considerada irrelevante na parte II, foi:

“Na 2ª resposta, pode ser possível um problema no qual a resposta dê 1,5, mas no momento eu não consigo resolver.”

Na justificativa acima, a professora expressa sua própria dificuldade em trabalhar com a razão 2 para 4. É possível que esta dificuldade tenha se tornado ainda maior por causa do número racional 1,5.

A partir das respostas das professoras, criamos duas categorias (relacionadas às respostas 18 e 1,5) qualitativas a respeito do raciocínio utilizado por nossa amostra.

- **Para a resposta 18:**

- A) OUTRA OPERAÇÃO**

Incluímos nessa categoria os problemas que ao serem elaborados propuseram uma outra operação nos seus enunciados, ao invés de utilizar a razão 2 para 4, em desacordo com o que foi pedido.

Fizeram parte dessa categoria sete das 18 situações-problema elaboradas que deveriam levar a resposta 18. Um exemplo dessa categoria encontra-se ilustrado no problema abaixo:

“Pedro tem 32 tazos, jogando com Luiz perdeu 14, com quantos tazos Pedro ficou?”

Neste exemplo, observamos que a professora utilizou a operação de subtração, $32 - 14 = 18$, ao invés de utilizar a razão 2 para 4. Fica claro que sua preocupação era a de chegar a resposta 18, e não o entendimento da razão proposta.

Este tipo de procedimento, ao nosso ver, demonstra a dificuldade que as professoras tiveram de lidar com a razão 2 para 4, isto é, ao invés de buscarem uma relação entre quatro termos e trabalharem com o raciocínio multiplicativo, optaram pela continuidade de raciocínio, propondo uma operação completamente diferente da solicitada.

B) “O QUE É MESMO QUE ESTAMOS CALCULANDO?”

Nesta categoria incluímos os problemas em que, ao serem elaborados, as professoras utilizaram a razão 2 para 4, descobriram o terceiro termo 9, mas se atrapalharam com a estória que elas próprias criaram. Um exemplo dessa categoria é o seguinte problema:

“Para fazer gelatina eu uso 2 litros de água e 4 colheres de gelatina em pó. Dessa maneira eu tenho 8 taças grandes. Agora vou usar 2 litros para colocar em 9 taças pequenas. Qual a medida que usarei de gelatina em pó?”

Observamos nesse exemplo, que a professora identificou os quatro termos no problema, mas no meio da estória, inseriu uma nova variável (termo) “nº de taças” que não interferia na confecção da gelatina. Aqui, é interessante notar que a professora realiza as operações de transformação de referente corretamente, isto é, mantendo o referente, mas não consegue avaliar os termos de forma pertinente na situação. Fizeram parte desta categoria cinco dos 18 problemas elaborados que deveriam propor a resposta 18.

Os seis problemas restantes foram considerados bem elaborados, e o exemplo ilustra um deles:

“Um garoto encontrou um trabalho de carregar blocos. A cada 2 viagens ele carregava 4 blocos. Ele fez 9 viagens. Quantos blocos ele carregou?”

• **Para a resposta 1,5:**

C) “É POSSÍVEL, MAS NÃO CONSIGO!”

Fizeram parte desta categoria seis dos 18 problemas que para serem elaborados deveriam propor a resposta 1,5. Um exemplo dessa categoria é a seguinte justificativa:

“Na 2ª resposta, pode ser possível um problema onde a resposta dê 1,5 mais no momento eu não consigo.”

Nessa justificativa, podemos observar que a professora admite a possibilidade de elaboração da situação-problema, mas expressa claramente sua dificuldade em elaborá-lo. Tal comportamento, demonstra a dificuldade de

nossa amostra em trabalhar com a proporção simples. Consequentemente elas estão expressando sua dificuldade em trabalhar tanto com a operação de divisão, como com a operação de multiplicação, principalmente na utilização destas para caracterizar uma descontinuidade de raciocínio.

D) OPERAÇÃO TROCADA

Nesta categoria estão classificados os problemas em que, ao serem elaborados, as professoras confundiram razão com produto. Um exemplo dessa categoria é o seguinte problema:

“Mamãe tem 4,5 m de tecido para confeccionar 2 toalhas de mesa.
Quantos metros usará em cada toalha?
1,5 para 3 = $3 \times 1,5 = 4,5$ ”

Observamos pelo exemplo acima que a professora interpretou a razão 1,5 para 3 como um produto. Tal fato, reforça a nossa hipótese de que as professoras não percebem as relações entre quatro termos, característica esta do raciocínio multiplicativo. Além disso, talvez o problema seja mais grave, ou seja, será que o fato do número racional 1,5 se apresentar na sua representação decimal não dificultou o entendimento dessas professoras? E se tivéssemos colocado $15/10$? Talvez o tipo de representação que adotamos ao elaborar a questão tenha influenciado este tipo de resposta dado pelas professoras.

Tivemos ainda 3 situações-problema elaboradas de forma incorreta, já que a situação criada não levava à resposta, como ilustra o exemplo abaixo:

“Um doente toma dois comprimidos a cada quatro horas. Quantos comprimidos este doente tomará dentro de três horas?”

Observemos que nesse exemplo, apesar do contexto ser bastante interessante, a resposta 1,5 seria absurda, já que se um doente toma 2 comprimidos a cada 4 horas, com certeza ele não tomaria nada antes das 4 horas.

As seis situações-problema restantes, não foram elaboradas.

4.3.3 Análise da parte III

A parte III, foi composta de 12 itens, todos trabalhando a questão da descoberta do valor desconhecido. Foi considerado **certo**, o item no qual a professora apresentou a resposta numérica corretamente; **errada** quando o valor desconhecido apresentado estava errado e **branco** quando não havia nenhuma resposta para a questão.

Os gráficos apresentam um panorama geral dos sucessos da nossa amostra nessa questão. O primeiro retrata o desempenho por níveis de complexidade (do mais fácil para o mais difícil) e o segundo o desempenho por sujeitos:

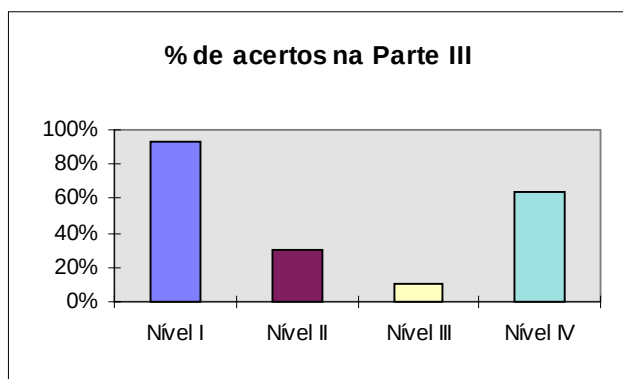


Gráfico 8: Percentual de acerto na Parte III

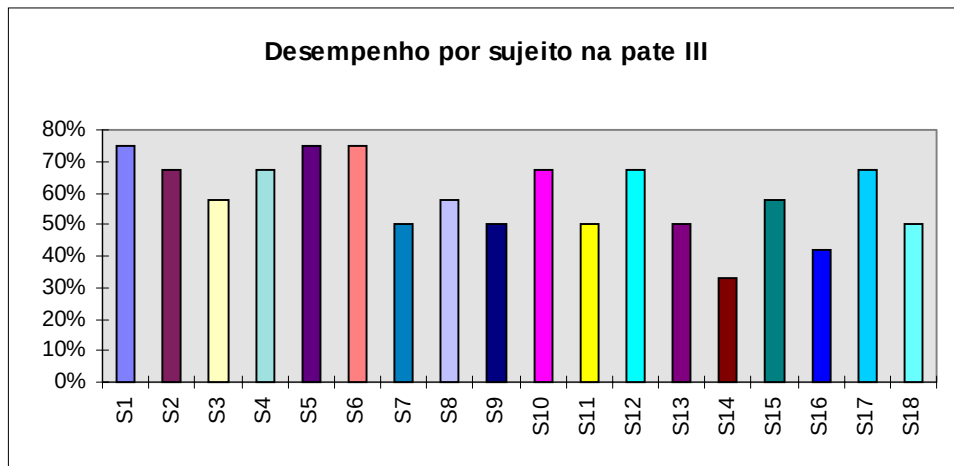


Gráfico 9: Desempenho por Sujeito - Parte III

Analisando estes resultados, observamos que das 216 possíveis respostas corretas, obtivemos um total de 127 respostas corretas. Isso pode estar demonstrando um bom desempenho de nossa amostra na parte III como um todo.

Embora este resultado se apresente satisfatório, ele não nos dá muita informação com respeito ao desempenho dos nossos sujeitos. Para um melhor detalhamento desses resultados, analisaremos o desempenho da nossa amostra por níveis, conforme o desenho do experimento.

De maneira geral, o nível I não foi problemático para as professoras conforme previsto por nós. Porém, o nível IV, que nos parecia mais difícil, não apresentou-se problemático para nossa amostra. Tal comportamento nos parece positivo, já que as professoras demonstraram facilidade em perceber a impossibilidade dos itens “d” e “m”, e com isso não mostraram dificuldade em generalizar os resultados.

Os níveis II e III mostraram-se mais problemáticos para nossa amostra. Tal fato fica evidenciado pela quantidade de erros associados tanto ao item “b”, como ao item “e”, nos quais obtivemos 100% de erro. A seguir, discutiremos essa parte do estudo II, conforme os 4 níveis desenhados no método:

- **Nível I**

% de acertos - Nível I

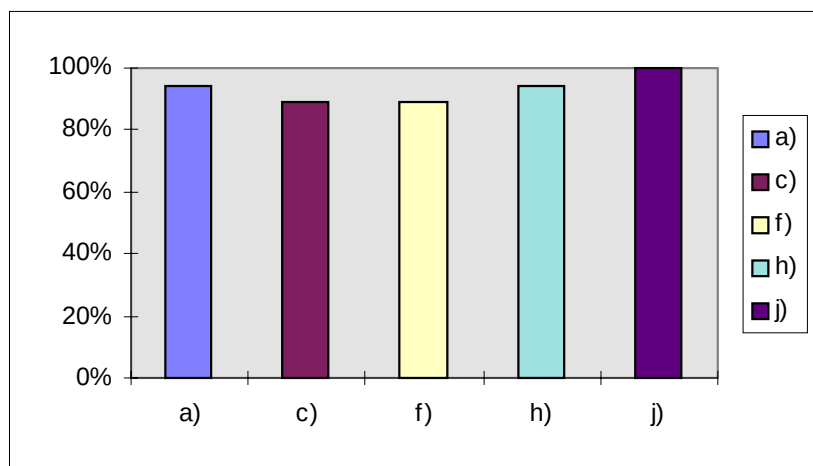


Gráfico 10: Percentual de acertos - Nível I

Fizeram parte deste nível os itens “a”, “c”, “f”, “h”, e “j”, e em todos obtivemos um alto índice de sucessos (acima de 80%) Para resolver os itens “a” e “f”, as professoras tinham que aplicar apenas a operação inversa ou então utilizar o cálculo mental, o qual estava facilitado pelo tipo de número que escolhemos nesses itens (somente números inteiros positivos). Já os itens, “c”, “h” e “j”, envolveram tanto a divisão como a multiplicação por 1, e poderia ser resolvidos através da percepção de que o número 1 é o elemento neutro da multiplicação.

Esses fatos, podem ter sido as principais causas para o alto índice de sucessos obtidos na questão. Acreditamos que, tal qual os alunos (Cunha, 1997), as professoras estejam presas à regras memorizadas do tipo: “QUALQUER NÚMERO VEZES 1 DA ELE MESMO”.

- **Nível II**

% de acertos - Nível II

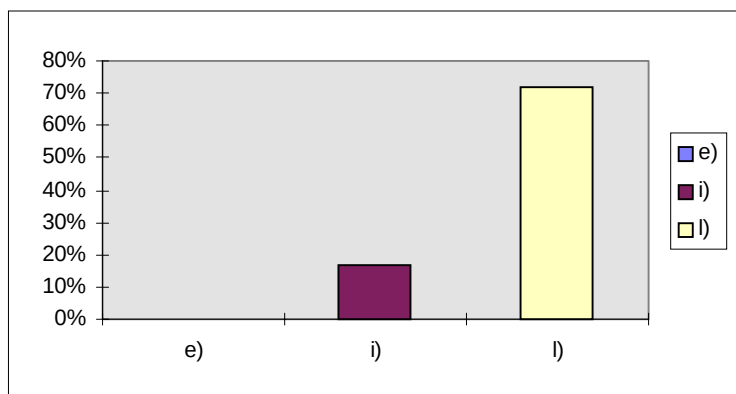


Gráfico 11: Percentual de acertos - Nível II

Este nível foi composto pelos itens “e”, “i” e “l”, os quais envolviam a divisão e a multiplicação por zero. Os itens “e” e “i”, mostraram-se mais problemáticos para as professoras, já que obtivemos 0% de acertos no item e) e menos de 20% de acertos no item i).

A maior concentração de justificativas erradas apresentadas pelas professoras no item “e”, reside em considerarem como único valor desconhecido possível para a operação $0 \div [\quad] = 0$, o número zero.

Este fato, ao nosso ver, é preocupante, pois este era o único valor que a matemática não aceita como resposta. Já no item “i”, as justificativas erradas diziam que o único número, que multiplicado por zero dá zero, é o próprio zero. Uma vez que a divisão é a operação inversa da multiplicação, esse tipo de justificativa parece que se encontra apoiada no raciocínio incorreto de que, se $0 \times 0 = 0$, então $0 \div 0$ também será igual a zero. Essa justificativa ainda denota um total desconhecimento dessas professoras com relação aos conceitos de múltiplos e divisores. Como consequência deste fato, podemos supor que as professoras da nossa amostra têm uma tendência a aceitar a divisão por zero (Tsamir, 1996).

- **Nível III**

% de acertos - Nível III

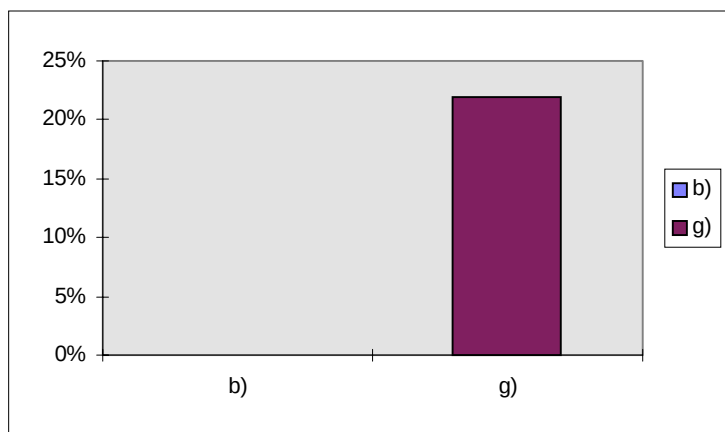


Gráfico 12: Percentual de acertos - Nível III

Este nível foi composto pelos itens “b” e “g”, nos quais abordamos as questões da “divisão aumentar” e da “multiplicação diminuir”, respectivamente.

Destacamos aqui, 0% de acertos no item “b” e menos de 25% de acertos no item “g”. O item “b” mostrou-se ainda mais problemático para nossa amostra que o item “g”. Um exemplo de justificativa para a impossibilidade de resolução foi:

“O quociente não pode ser maior que o dividendo”

É interessante destacarmos que dos 18 erros obtidos no item “b”, apenas uma professora admitiu que a divisão pode diminuir, ou seja, justificou que no domínio dos números inteiros, a questão era impossível. As demais respostas foram categóricas como a exemplificada anteriormente, afirmando a impossibilidade da divisão aumentar.

Tal comportamento, demonstra a dificuldade das professoras em entender o surgimento dos números racionais. Além disso, parece que elas reforçam isso em seus alunos, como mostra a pesquisa de Cunha (1997).

Já no item “g”, as justificativas erradas foram do tipo:

“O produto não pode ser menor que um dos fatores”

Observamos nesse exemplo, que a professora repete uma regra que ela deve ter memorizado ao longo de sua própria vida escolar, mas não consegue ampliar essa idéia para o domínio dos números racionais, ou seja, não percebe as descontinuidades de raciocínio que o surgimento deste novo tipo de número (os racionais) traz consigo. Este comportamento é tão forte na nossa amostra que, das 12 justificativas erradas, todas apresentaram a mesma regra enunciada do mesmo jeito. Aqui, é importante notar que o uso do livro didático como fim é que reforça essas regras nas professoras.

• Nível IV

% de acertos - Nível IV

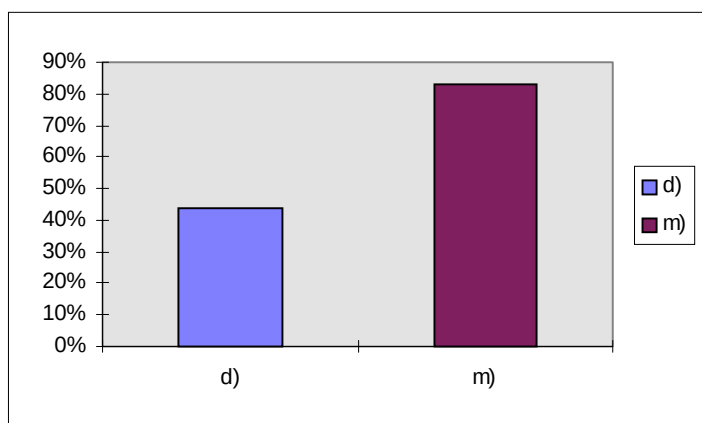


Gráfico 13: Percentual de acertos - Nível IV

O nível IV foi composto pelos itens “d” e “m”. Aqui, as professoras precisavam admitir que as operações propostas eram impossíveis de se resolver.

No item “d”, no qual elas deveriam justificar que não existe divisão por zero, das oito respostas certas, obtivemos justificativas do tipo:

“se eu não tenho nada, não posso dividir”

Observemos, que as professoras, tal qual os alunos (Cunha, 1997), associam palavras como “nada”, “nenhum”, entre outras, ao número zero. Aqui, é importante ressaltar que um dos objetos de estudo presente no Campo Conceitual Multiplicativo, é o tipo de número. Ora, quando nossa amostra afirma que o número zero é nada, ela pode estar explicitando sua própria dificuldade em quantificar este número.

No item “m”, tal qual os alunos (Cunha, 1997), as professoras concentraram suas justificativas em regras memorizadas do tipo:

“Qualquer número multiplicado por zero dá zero.”

Com este tipo de justificativa, novamente aqui, percebemos que as professoras memorizam as regras dos livros e as usam sem reflexão, já que as 15 professoras que acertaram essa questão usaram a mesma justificativa.

4.4 Resumo do Estudo II

Como explicitado anteriormente (seção 3.3), o estudo II teve por objetivo complementar os resultados obtidos no estudo I, principalmente do ponto de vista matemático, no qual procuramos analisar de que forma o professor lida

com o conteúdo que ele precisa ensinar. Assim, no estudo II, procuramos analisar o professor enquanto aprendiz, que juntamente com os resultados obtidos no estudo I, nos auxiliaram no traçado das representações deste professor de 1^a a 4^a séries.

Nessa direção, os dados obtidos com o estudo II, ajudam-nos a responder as duas perguntas, mais específicas, apresentadas na seção 3.3:

- 1) Como o professor entende as continuidades e descontinuidades de raciocínio dentro do Campo Conceitual Multiplicativo?*
- 2) Será que o professor percebe que as relações entre termos dentro do campo multiplicativo são quaternárias e não ternárias?*

Essas duas questões têm uma ligação bastante forte no processo de formação do conceito do professor, já que o entendimento da descontinuidade de raciocínio presente na passagem do Campo Aditivo para o Multiplicativo, engloba as relações quaternárias entre termos, estas presentes nas situações puramente multiplicativas. A seguir, procuraremos levantar quais os principais conhecimentos locais encontrados nas professoras que compuseram a nossa amostra ao longo do estudo II, com relação a: 1) interpretação de uma situação-problema; 2) elaboração da mesma e 3) possíveis relações entre dividendo, divisor e resto.

Com relação à interpretação de uma situação-problema por comparação, obtivemos os seguintes resultados:

- a)** falta de compreensão destas professoras sobre o conceito de razão (questão A, parte I), relacionada, principalmente, à determinação do fator funcional;
- b)** não identificação da pertinência das variáveis de uma situação;
- c)** dificuldade de se representar a situação graficamente (questão B e C, parte I).

Acreditamos que estes resultados não possam ser vistos como um fenômeno isolado, isto é, a dificuldade apresentada pelas professoras em lidar com o conceito de razão, bem como representá-lo, parece-nos um indicador de que o não entendimento da operação de divisão, por exemplo, constatado no estudo I, realmente impede o entendimento desse conceito, já que ele aborda as operações de divisão e multiplicação em estreita conexão.

No que se refere às tarefas de elaboração de situação-problema, os resultados obtidos foram:

- a)** a utilização incorreta da operação aritmética proposta (parte II, resposta 1,5);
- b)** a utilização de uma outra operação, fora a proposta na situação (parte II, resposta 18);
- c)** a dificuldade de se trabalhar com os quatro termos de uma situação multiplicativa.

Neste sentido, um fato a ser observado na elaboração de situação-problema, é a persistência dos resultados “a” e “b”, já discutidos no estudo I. Do ponto de vista do contrato didático estabelecido em sala de aula, tal comportamento nos dá uma forte indicação de que, a elaboração de situação-

problema não faz parte da prática profissional do professor. Isso nos parece negativo, já que o professor, ao se utilizar do exercício de elaboração de situação-problema compreende melhor os conceitos que ele pretende ensinar.

Por fim, no que concerne as questões relativas ao entendimento das professoras das possíveis relações entre dividendo divisor e resto, podemos resumir os principais resultados da seguinte forma:

- a)** as professoras demonstraram facilidade em trabalhar com a operação de divisão como inversa da multiplicação no domínio dos números inteiros (nível I, parte III);
- b)** boa parte da nossa amostra tem uma tendência a aceitar a divisão por zero (nível II, parte III);
- c)** a não aceitação dos números racionais (nível III, parte III); e i) repetição de regras memorizadas, sem reflexão das mesmas (nível IV, parte III).

Aqui é importante ressaltarmos que cada um dos resultados acima descritos, diz respeito exclusivamente a competência da nossa amostra. Como tal, podem ser entendidos como consequência de todo um processo de formação que estas professoras vem recebendo, ao longo de uma vida escolar.

Capítulo V:

Conclusão

CONCLUSÕES

1. INTRODUÇÃO

Nossa pesquisa centrou sua atenção na busca de uma ampliação do Campo Conceitual Multiplicativo dos professores de 1^a a 4^a séries do ensino fundamental. Para isso, partimos da seguinte hipótese: o professor toma decisões, frequentemente, em sala de aula e, nem sempre, se dá conta disso.

A partir daí, surgiram as seguintes questões:

1) Quais as concepções que esse professor, com formação de magistério, tem do Campo Conceitual Multiplicativo? 2) Quais suas representações simbólicas nesse campo? E mais especificamente, 3) Como o professor entende as continuidades e descontinuidades de raciocínio dentro do Campo Conceitual Multiplicativo? 4) Será que o professor percebe que as relações entre termos dentro do campo multiplicativo são quaternárias e não ternárias?

Na tentativa de encontrar uma resposta para estas questões, procuramos entender as concepções e representações dos professores sob três aspectos: do ponto de vista psicológico, que se refere ao processo de formação do conceito; do ponto de vista matemático, analisando a forma na qual o professor lida com o conteúdo e o expõe para o seu aluno; e do ponto de vista profissional, analisando a postura profissional desse professor na sala de aula.

2. O CAMINHO PERCORRIDO

Nosso estudo fundamentou-se na Teoria dos Campos Conceituais de Gèrard Vergnaud, mais especificamente no Campo Conceitual Multiplicativo. Para Vergnaud um campo conceitual consiste de um aglomerado de situações, cujo processo de apropriação do conhecimento, pelo sujeito, requer um domínio de vários outros conceitos de naturezas diferentes. No caso do Campo Conceitual Multiplicativo isso pode ser entendido como o conjunto de situações, cujo tratamento envolve uma ou várias divisões e multiplicações, e o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações como tarefas matemáticas.

Enfocar a Matemática em termos da Teoria dos Campos Conceituais trouxe-nos a valiosa contribuição na busca do entendimento de como se dava o processo de formação de conceito do professor. Tal entendimento permitiu que compreendessemos como ele organizava esses conteúdos da Matemática, os quais são representados para o aluno por meio de competências e concepções em torno de um objeto matemático na sala de aula.

Acreditamos que as representações simbólicas do professor são responsáveis pelas referências do aluno com relação ao seu processo de formação de conceito, ao tipo de finalidade associada a esse conceito e a situação onde ele se insere, às estratégias que o aluno utilizará, ao contrato-didático que se estabelece em sala de aula e ao papel de mediador do professor. Complementando essas idéias, acrescentamos ainda, a importância de se estabelecer relações entre os conceitos espontâneos e não-espontâneos, como proposto por Vygotsky; e a necessidade da socialização da matemática - atividade matemática como prática cultural - como defende Nunes.

Tendo este referencial teórico em mente, partimos para nosso estudo de campo, o qual se desenvolveu em dois momentos que se complementaram: o **estudo I** e o **estudo II**, objetivando um levantamento das concepções e competências dos professores com relação as operações de multiplicação e divisão.

O **estudo I**, por sua vez, se desenvolveu em duas etapas: aplicação de um teste inicial (1ª etapa) e desenvolvimento de uma oficina (2ª etapa). Após análise dos dados obtidos no estudo I, levantamos nossas hipóteses para a aplicação do **estudo II**, com a finalidade de observar se os invariantes que persistiram ao longo do **estudo I** se consolidariam no **estudo II**.

O **estudo II** referiu-se a aplicação de um teste composto de três partes: a parte I voltada para a interpretação de uma situação-problema pré-estabelecida; a parte II centrada na questão da elaboração de situações-problema; e a parte III focando a competência algorítmica.

3. DISCUSSÕES E CONCLUSÕES

As conclusões de nosso trabalho, as quais serão apresentadas nesta seção, são frutos da análise que procedemos a partir dos dados obtidos nos estudos I e II. Essas conclusões virão sempre acompanhadas de uma discussão de forma a permitir que tracemos um perfil do professor das séries iniciais do ensino fundamental. Esse perfil, por sua vez, terá como elemento

norteador a Teoria dos Campos Conceituais e será construído à partir dos três pontos de vista anteriormente explicitado. Inicialmente, faremos um sumário dos principais resultados.

Do ponto de vista psicológico:

- **Estudo I:**

- a) os professores não conseguem dar significado para o resto da divisão euclidiana;
- b) nossa amostra mostrou-se impregnada por um discurso relacionado a forma com a qual elas deveriam ensinar, não conseguindo lidar com o que se quer ensinar;
- c) a dificuldade de nossa amostra em contextualizar a história de um problema;
- d) a dificuldade delas em identificar o tamanho do número quando este se apresenta na sua escrita decimal.

- **Estudo II:**

- e) as professoras da nossa amostra estão presas as idéias aditivas, ou seja não compreendem a passagem do campo aditivo para o multiplicativo;
- f) o não entendimento do conceito de razão; que complementa o isomorfismo de medidas, abordando as operações de divisão e multiplicação conjuntamente.

Do ponto de vista matemático:

- **Estudo I:**

- a) utilização de uma outra operação, na tentativa de se obter uma conta com resto zero;
- b) a imprecisão das situações-problema elaboradas;

- **Estudo II:**

- c) a persistência na utilização incorreta da operação aritmética;
- d) utilização de uma outra operação, agravada pelo conceito de razão.
- e) uma tendência a aceitar a divisão por zero;
- f) a não percepção do que vem a ser uma situação multiplicativa, expressada na dificuldade em lidar com as possíveis relações entre quatro termos;
- g) a não aceitação de um novo tipo de número: os números racionais.

Do ponto de vista profissional:

- **Estudo I:**

- a) o professor enquanto professor, concentra suas escolhas pedagógicas no juízo de valores bom ou ruim. Mais precisamente, sua avaliação quanto aos recursos pedagógicos à sua disposição, não se na elaboração de suas atividades.

- **Estudo II:**

b) a repetição, sem reflexão, de regras que aparecem nos livros didáticos.

Essas professoras não se preocupam se as regras que elas memorizaram num domínio de validade, são verdadeiras ou falsas em outros domínios.

Podemos observar pelos resultados explicitados anteriormente, que encontramos nas dificuldades apresentadas pelas professoras (principalmente no tratamento dado aos objetos matemáticos do Campo Multiplicativo), aspectos relacionados ao mesmo tipo de dificuldade que o aluno demonstra em sala de aula. Por exemplo, a dificuldade de dar significado ao resto da divisão euclidiana. Esse aspecto, também influenciou nossas conclusões.

A seguir, mostraremos as conclusões dessa pesquisa, a luz dos resultados obtidos em cada um dos pontos de vista sobre os quais nos apoiamos para responder as nossas questões de pesquisa (seção 1, deste capítulo). Salientamos ainda que nossas conclusões não têm a pretensão de ir além da amostra estudada, ou seja, elas só podem se referir aos grupos de professores que participaram do estudo I e estudo II, respectivamente. E com relação a esses grupos, concluimos:

◆ as professoras têm uma visão estreita do campo conceitual multiplicativo, principalmente no que diz respeito a exploração das situações presentes nesse campo. Elas acreditam que a operação de divisão se resume a distribuição em partes iguais e a operação de multiplicação, a soma de parcelas iguais. A comparação entre quantidades (razão), são associadas principalmente às operações do Campo Aditivo.

Podemos dizer que para nossa amostra o campo conceitual multiplicativo resume-se às seguintes concepções: “*multiplicação sempre aumenta*”, “*divisão sempre diminui*”, “*dividir significa distribuir em partes iguais*”, e “*multiplicar significa somar parcelas iguais*”. Esta conclusão responde a nossa **questão 1** de pesquisa, qual seja, a que indagava sobre as concepções do Campo Conceitual Multiplicativo dessas professoras. Como não podemos separar concepção de competência, esta conclusão nos esclarece como essas professoras entendem as continuidades e descontinuidades de raciocínios na passagem do Campo Aditivo para o Multiplicativo (**questão 3** de pesquisa). E por fim, como elas lidam e entendem as relações entre termos no Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas (**questão 4** de pesquisa).

Esta conclusão pode ser justificada por: a) o comportamento de nossa amostra retrata uma consequência das escolhas pedagógicas que as professoras fazem; ou b) é possível que as professoras desconheçam as várias situações presentes nos campos conceituais e por isso não as usem, ou c) pode ocorrer simultaneamente a) e b).

Com relação as escolhas que elas fazem, acredito que a utilização do livro didático, como fim e não como meio, reforce esse comportamento. O professor deve estar atento e escolher um bom livro de Matemática para ser adotado no decorrer do ano letivo, mas isso não garante que seus alunos vão aprender mais porque o livro foi de boa qualidade.

Como pontuamos no capítulo II, pelo fato de um livro trazer idéias interessantes e bem trabalhadas em um capítulo, não implica que o faça da mesma maneira no capítulo seguinte. É importante, portanto, que o professor tenha sempre em mente que o que vai contribuir para o processo de ensino-aprendizagem em sala de aula é a sua própria visão crítica desse material. Em

outras palavras, a principal ferramenta do professor é a forma como ele lida com o conteúdo e como o trabalha com seu aluno; o livro não passa de uma ferramenta secundária, que em momento algum deve ser mais valiosa do que a abordagem e estratégia adotadas pelo professor em determinado assunto.

Com relação a segunda justificativa, devemos considerar que se o professor desconhece o conteúdo que pretende trabalhar em sua aula, ou ainda, se sente dificuldade em abordá-lo de forma diversificada, é preciso que pensemos no que vem a ser o processo de atualização da carreira do magistério.

Hoje em dia, todas as carreiras estão passando por este processo de atualização. E o que vem a ser ele no magistério? Acreditamos que esse processo aconteça por meio de programas de capacitação profissional, onde devemos levar em consideração a Matemática como uma prática social. Nesses programas é possível ampliar a visão do professor sobre questões do seu ambiente sócio-cultural, fazendo com que ele se conscientize e entenda os vários sistemas de signos presentes na sociedade, na escola, na sala de aula e também na matemática. Acreditamos ainda que esse processo de atualização passe pela redescritção dos conteúdos matemáticos com os quais esse professor lida, ou seja, o desenvolvimento de novos esquemas de ação onde o professor consiga estabelecer conexões entre um antigo significado e o sistema coletivo de signos presente na escola.

◆ As professoras tendem a utilizar conceitos e procedimentos dentro de um domínio de validade que não são verdadeiros em outros domínios, sem contudo ter um entendimento claro do que é possível e do que não é possível ser conectado nesses domínios.

Esta nossa conclusão retrata a representação simbólica que essas professoras têm desse Campo (**questão 2** de pesquisa), a qual permite que elas usem propriedades exclusivas de um domínio de validade dentro de outro. Estas representações aparecem no tipo de tratamento matemático que elas apresentaram nesse Campo, bem como na falta de competência demonstrada na elaboração e resolução de problemas.

Novamente é importante que procedamos a discussão desta conclusão abordando pelo menos dois pontos: a utilização e elaboração de situação-problema na prática desse professor e a relação entre os conceitos presentes no campo multiplicativo.

Quanto à elaboração e utilização de situação-problema, acreditamos que essas professoras não as pratiquem, provavelmente por não estarem acostumadas a buscar as possíveis conexões entre conceitos, e este tipo de atividade é fundamental para a busca dessas conexões. Contudo esta prática poderia auxiliá-las também no estabelecimento das possíveis relações entre conceitos presentes no Campo Multiplicativo. É importante que fique claro a minha própria crença no papel do professor enquanto mediador não só dos conceitos que ele quer ensinar, mas também das situações que serão abordadas na sua sala de aula.

No que diz respeito as possíveis relações entre conceitos, gostaríamos de discutir um aspecto mais específico, o qual se refere ao entendimento que essas professoras têm dos números racionais.

Nossa pesquisa não investigou a questão das várias representações dos números racionais (pois não explorou situações nesse sentido), mas ela detectou a dificuldade dessas professoras em admitir a existência desse novo

conjunto numérico. Porém tivemos evidências de que as professoras não conseguem organizar este conteúdo matemático, ou seja, apesar das várias escritas dos números racionais (porcentagem, fração, nº decimal), eles pertencem a um único conjunto numérico, $\mathbb{Q}$. Tal fato, provavelmente interfere, de forma negativa, nas referências dos alunos.

Por fim, uma articulação dessas duas conclusões nos permite discutir um aspecto mais geral, relacionado a postura profissional dessas professoras.

Ficou claro que as professoras mostravam-se acomodadas dentro do atual quadro vigente na Educação. Ou seja, baixos salários, má condição das escolas, excesso de trabalho, entre outros fatores. Porém é necessário que essas professoras tenham a consciencia profissional de que esse panorama não deve ser usado como desculpa para uma má prática pedagógica. Embora estes fatores influenciem diretamente em sua prática, eles não devem justificá-la, isto é, a prática de cada professora revela principalmente a característica individual de cada uma delas, logo não se resume a problemas presentes numa determinada instância.

O Homem hoje em dia passa por um processo de valorização do tempo que gasta com suas atividades diárias. O professor dentro desse quadro também deve redescutir e repensar suas próprias relações com o trabalho.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No nosso entender, o presente estudo trouxe contribuições para Educação Matemática, tanto no que diz respeito ao perfil do professor

própriamente dito, quanto com relação as perspectivas desse professor na Matemática.

Traçar essas representações do professor do ensino fundamental (1ª a 4ª séries) contribui fornecendo subsídios para eventual elaboração e implementação de programas de capacitação profissional. Por exemplo, atualmente, a Pontifícia Universidade Católica (PUC-SP) vem desenvolvendo um programa de capacitação para professores do Polo-4 no Estado de São Paulo. Acreditamos que o perfil das representações do professor aqui traçado poderá ajudar no entendimento da realidade profissional dos professores envolvidos nesta capacitação. Ou seja, levantar os problemas relativos a prática desses professores, facilita o trabalho de capacitação deles, a partir do momento que apontamos exatamente quais suas necessidades.

Assim, é nossa meta dar continuidade a esta pesquisa não só no que diz respeito ao seu caráter acadêmico, como também participando desses programas de capacitação profissional, na busca de ajudar o professor, através dos conhecimentos que adquirimos ao longo desta pesquisa.

Nosso trabalho, definitivamente não tem a intenção de esgotar todos os aspectos relativos a este tema. Ele, na realidade, nos dá uma indicação de como prosseguir a partir dos conhecimentos adquiridos.

Para tanto, gostaríamos de discutir a questão da informatização das escolas, fato este que também atinge diretamente o professor na sua prática profissional.

A realidade educacional brasileira, pelo menos no que diz respeito a rede pública, está longe de ter se apropriado do uso de computadores nas

escolas e, muito menos de transformá-los num instrumento poderos, capaz de servir como mediador entre o saber cultural e o saber universalmente aceito.

Precisamos que se intensifiquem as pesquisas na área de Informática voltadas para a Educação Matemática. Nessa direção, poderíamos pensar: como utilizar o computador, enquanto ferramenta mediadora, que pode auxiliar o professor no entendimento das conexões entre conceitos do Campo Conceitual Multiplicativo? e, admitindo o seu uso, será que esta proposta de ensino-aprendizagem deva ser adotada no ensino fundamental (1^a a 4^a séries)?

Acredito que um projeto de ensino-aprendizagem que permita ao aluno dar sentido e, conseqüentemente contribuir para apropriação e ampliação do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, levando em consideração a informática, seja um próximo passo para pesquisas futuras na área de Educação Matemática.

CAPÍTULO VI:

Referências

Bibliográficas

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Andrade, M., Moraes, L. M. (1992). *Mundo Mágico: Matemática*. São Paulo: Ática.
- Bell, A., Swan, M., Taylor, G. (1981). "Choice Of Operations In Verbal Problems With Decimal Numbers". *Educational Studies In Mathematics*, **12**, Pp. 399-420.
- Bell, A., Fischbein, E., Greer, B. (1984). "Choice Of Operation In Verbal Arithmetic Problems: The Effect Of Number Size, Problem Structure And Context". *Educational Studies In Mathematics* **15**, Pp. 129-147.
- Boyer, C. (1974). *História Da Matemática*. Tradução Elza F. Gomide, São Paulo, Edgard Blücher.
- Brousseau, G. (1981). "Problèmes De Didactique Des Decimaux" *Recherches En Didactique Des Mathématiques* **2**, Vol. 4.
- Correa, M. & Galhardi, M. (1991). *Como É Fácil ! - Matemática*. São Paulo: Scipione.
- Cunha, M. Carolina . (1997). "*Uma Investigação sobre Multiplicação e Divisão com alunos de 5ª e 7ª séries*". Tese de Mestrado, PUC, São Paulo.
- Cury, Helena Noronha. (1994). "*As concepções de Matemática dos Professores e suas formas de considerar os erros dos alunos*". Tese de doutorado. UFRGS, Porto Alegre.

- Fischbein, E., Deri, M., Nello, M., Marino, M. (1985). "The Role Of Implicit Models In Solving Verbal Problems In Multiplication And Division". *Journal For Research In Mathematics Education* **16**, Pp. 3-17.
- Giovanni, J. & Giovanni, J. (1992). *A Conquista Da Matemática: Teoria E Aplicação*. São Paulo: F.T.D..
- Graeber, A. & Tirosh, D. (1990). "Insights Fourth And Fifth Graders Bring To Multiplication And Division With Decimals". *Educational Studies In Mathematics* **21**, Pp. 565-588.
- Greer, B. (1988). "Nonconservation Of Multiplication And Division: Analysis Of A Sympton". *Journal Of Mathematical Behavior* **7**, Pp. 281-298.
- Gruber, H & Vonèche, J. (1977) *The Essencial Piaget*, London: Routhdge & Kegan
- Harel, G.; Behr, M., Post, T., Lesh, R. (1994). "The Impact Of Number Type On The Solution Of Multiplication And Division Problems: Further Considerations", Em Harel, G. & Confrey, J. (Eds.), *The Development Of Multiplicative Reasoning In The Learning Of Mathematics*. State University Of New York Press.
- Hart, K. (1981). *Children's Understanding Of Mathematics*, J. Murray, London.
- _____ (1984). *Ratio: Children's Strategies And Errors In Secondary Mathematics Project*. Windson, Berkshire: NFER-NELSON.

- Imenes, L., Jakubovic,J.; Lellis, M. (1993). *Matemática Ao Vivo*. São Paulo: Scipione.
- Levain, J. P. (1992). "La Resolution De Problemes Multiplicatifs A La Fin Du Cycle Primaire". *Educational Studies In Mathematics* **2**, Vol. 23, Pp. 139-161.
- Magina, S. (1994). *Investigating The Factors Wich Influence The Child's Conception Of Angle*. Tese De Doutorado, Instituto De Educação Da Universidade De Londres, Londres.
- Magina, S.; Campos, T.; Cunha, M.; Canôas, S. (No Prelo)"Operações De Transformação De Referente: Resoluções dos Professores"
- Manacorda, M. (1992). "Marx e a Pedagogia Moderna". São Paulo: Editora Cortez Autores Associados
- Nehring, C. (1996). *A Multiplicação E Seus Registros De Representação Nas Séries Iniciais*. Tese De Mestrado, UFSC, Florianópolis.
- Nesher, P. (1988). "Multiplicative School Word Problems: Theoretical Approaches And Empirical Findings" em Hiebert ,J. & Behr, M. (Eds.), *Number Concepts And Operations In Middle Grades*. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, Pp. 19-40.
- Nunes, T., Bryant, P. (1996). *Children Doing Mathematics*. Blackwell- Publishers, London.
- Oliveira, M. (1995). "Vygotsky" . São Paulo: Scipione.

Passos, L., Fonseca, A., Chaves, M. (1992). *Alegria De Saber: Matemática*. São Paulo: Scipione.

Palumbo, W. D. (1988). *Matemática Moderna*. São Paulo: Lisa.

Piaget, J.(1978). “A Formação do Símbolo na Criança”. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan.

Pires, C. M. C., Nunes, M., Toledo, M. B. A. (1995). *Matemática No Planeta Azul*. São Paulo: Contexto.

____SAEB - 1993: Sistema Nacional De Avaliação Da Educação Básica (1995)/ Mariza Polens, Jane Hudson De Abranches, Maria Cândida L. Muniz Trigo Et Al.. Brasília: Secretaria De Desenvolvimento Inovação E Avaliação Educacional: Instituto Nacional De Estudos E Pesquisas Educacionais

São Paulo (Estado) Secretaria Da Educação. Coordenadoria De Estudos E Normas Pedagógicas (1992). *Proposta Curricular Para O Ensino De Matemática : 1^o Grau*. 5^a Edição. São Paulo: SE/CENP.

São Paulo (Estado) Secretaria Da Educação. Coordenadoria De Estudos E Normas Pedagógicas (1992). *Atividades Matemáticas, Volume 1*. São Paulo:SE/CENP.

São Paulo (Estado) Secretaria Da Educação. Coordenadoria De Estudos E Normas Pedagógicas (1992). *Atividades Matemáticas, Volume 2*. São Paulo: SE/CENP.

- São Paulo (Estado) Secretaria Da Educação. Coordenadoria De Estudos E Normas Pedagógicas (1990). *Proposta Curricular De Matemática Para O CEFAM E Habilitação Específica Para O Magistério*. São Paulo: SE/CENP.
- Schwartz, J. (1988). "Intensive Quantity And Referent Transforming Arithmetic Operations". In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number Concepts And Operations In Middle Grades*. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, Pp. 41-52
- Simon, M. A. (1993). "Prospective Elementary Teachers' Knowledge Of Division". *Journal For Research In Mathematics Education* **24**, Pp. 223-254.
- Simon, M. A., & Blume, G. (1994). "Building And Understanding Multiplicative Relationships: A Study Of Prospective Elementary Teachers". *Journal For Research In Mathematics Education* **25**, Pp. 472-493.
- Sinha, C. (1988) *Language and Representation*, London: Havester-Wheatsheaf
- Thompson, P. W., & Thompson, A. G. (1994). "Talking About Rates Conceptually, Part I: A Teachers Struggle". *Journal For Research In Mathematics Education* **25**, Pp. 279-303.
- Thompson, A. G. (1996). "The Relationship of Teachers' Conceptions of Mathematics and Mathematics Teaching to Instrutlional Practice". *Journal For Research In Mathematics Education* **25**, pp. 279-303.
- Tsamir, Pessia. (1996). "Two Problems Under one Title: the case of division by zero". PME-20, pp.347-.353.

- Vergnaud, G. (1982) “ A Classification Of Cognitive Tasks And Operations Of Thought Involved In Addition And Subtraction Problems”. Em Carpenter, T.; Moser, J.; Romberg, T. (Eds.) *Addition And Subtraction: A Cognitive Perspective*, New Jersey, Lawrence Erlbaum. Pp. 60-67
- Vergnaud, G. (1983). “Multiplicative Structures”. Em R. Lesh & Landau (Eds.), *Aquisitions Of Mathematics Concepts And Procedures*. New York: Academic Press, Pp. 127-174.
- _____ (1987). “Problem Solving And Concept Development In Learning Of Mathematics”. *E.A.R.L.I., Second Meeting*, Tübingen, September.
- _____ (1988). “Multiplicative Structures”, Em Hilbert, J. E Behr, M. (Eds.), *Number Concepts And Operations In Middle Grades*, Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, Pp. 141-161.
- _____ (1990) “ La Théorie Des Champs Conceptuels”. *Recherches En Didactique Des Mathématiques* **23**, Vol. 10, Pp. 133-170.
- _____. (1994). “Multiplicative Conceptual Field: What And Why?” Em Harel, G. & Confrey, J. (Eds.), *The Development Of Multiplicative Reasoning In The Learning Of Mathematics*. State University Of New York Press.
- _____. (1991). “El niño, las Matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria - México: Trillas, 275p.
- Vygotsky, L. (1995) *Pensamento e Linguagem*, São Paulo: Martins Fontes.

Anexos

Estudo I

Nomes: _____ Tels.: _____

Dupla _____

CONCEPÇÕES DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

A) Imagine que você esteja fazendo uma seleção de problemas para usá-los em sua sala de aula. Sua aula será sobre as operações de divisão e multiplicação. Analise os problemas abaixo:

1) Um barco precisa carregar 76 pessoas de uma margem a outra de um rio. As pessoas estão com pressa de atravessar o rio, mas o barco pode carregar apenas 12 pessoas de cada vez. Qual o número mínimo de viagens que esse barco terá que fazer para transportar todas essas pessoas?

(a) Qual(is) a(s) operação(ões) proposta(s)?
(....) Divisão (....) Multiplicação (....) Soma (....) Subtração

(b) Você considera este problema:

(....) Bem formulado e com dados precisos (....) Bem formulado e com dados pouco precisos
(....) Bem formulado e com dados imprecisos (....) Mal formulado e com dados precisos
(....) Mal formulado e com dados pouco precisos (....) Mal formulado e com dados imprecisos

Explique: _____

(c) Em relação ao conteúdo (a história do problema), você considera:

(....) Dentro do alcance da criança e fácil de resolver
(....) Dentro do alcance da criança e difícil de resolver
(....) Fora do alcance da criança e fácil de resolver
(....) Fora do alcance da criança e difícil de resolver

Explique: _____

(d) Como você resolveria esse exercício para o seu aluno?

2) Quanto custam 4 sacos de bala, se um saco de bala custa 3 reais?

(a) Qual(is) a(s) operação(ões) proposta(s)?
(....) Divisão (....) Multiplicação (....) Soma (....) Subtração

(b) Você considera este problema:

(....) Bem formulado e com dados precisos (....) Bem formulado e com dados pouco precisos
(....) Bem formulado e com dados imprecisos (....) Mal formulado e com dados precisos
(....) Mal formulado e com dados pouco precisos (....) Mal formulado e com dados imprecisos

Explique: _____

(c) Em relação ao conteúdo (a história do problema), você considera:

(....) Dentro do alcance da criança e fácil de resolver
(....) Dentro do alcance da criança e difícil de resolver
(....) Fora do alcance da criança e fácil de resolver
(....) Fora do alcance da criança e difícil de resolver

Explique: _____

(d) Como você resolveria esse exercício para o seu aluno?

3) Tenho 31 bolos, e quero dividi-los entre 5 crianças. Quanto cada criança vai receber?

(a) Qual(is) a(s) operação(ões) proposta(s)?

(....) Divisão (....) Multiplicação (....) Soma (....) Subtração

(b) Você considera este problema:

(....) Bem formulado e com dados precisos (....) Bem formulado e com dados pouco precisos

(....) Bem formulado e com dados imprecisos (....) Mal formulado e com dados precisos

(....) Mal formulado e com dados pouco precisos (....) Mal formulado e com dados imprecisos

Explique: _____

(c) Em relação ao conteúdo (a história do problema), você considera:

(....) Dentro do alcance da criança e fácil de resolver

(....) Dentro do alcance da criança e difícil de resolver

(....) Fora do alcance da criança e fácil de resolver

(....) Fora do alcance da criança e difícil de resolver

Explique: _____

(d) Como você resolveria esse exercício para o seu aluno?

4) Meu carro consome 6,5 litros de gasolina a cada 100km. Quantos litros de gasolina são necessários para uma viagem de 7.028 km?

(a) Qual(is) a(s) operação(ões) proposta(s)?

(....) Divisão (....) Multiplicação (....) Soma (....) Subtração

(b) Você considera este problema:

(....) Bem formulado e com dados precisos (....) Bem formulado e com dados pouco precisos

(....) Bem formulado e com dados imprecisos (....) Mal formulado e com dados precisos

(....) Mal formulado e com dados pouco precisos (....) Mal formulado e com dados imprecisos

Explique: _____

(c) Em relação ao conteúdo (a história do problema), você considera:

(....) Dentro do alcance da criança e fácil de resolver

(....) Dentro do alcance da criança e difícil de resolver

(....) Fora do alcance da criança e fácil de resolver

(....) Fora do alcance da criança e difícil de resolver

Explique: _____

(d) Como você resolveria esse exercício para o seu aluno?

B) Elabore dois (2) problemas em forma de estória, com contexto, que envolva a divisão de 38 por 5 e chegue **OBRIGATORIAMENTE** nas seguintes respostas:

• **RESP = 8**

• **RESP = 7**

Rascunho:

Estudo II

Nome _____ Tel. _____
Escola em que ensina/estageia: _____ Série: _____

PROTOCÓLO DA COMPARAÇÃO - PARTE I

A) Analise a situação abaixo:

Convidei para a festinha de aniversário do meu filho mais ou menos umas 30 crianças. Comprei algumas embalagens de suco concentrado para servir na festa. Calculando por cima a quantidade de suco que as crianças iriam consumir, misturei 15 copos de água com 45 colheres de concentrado e o suco ficou delicioso.

Com base na situação acima, resolva:

1) 15 copos de água misturados com 45 colheres de concentrado têm o mesmo sabor que 20 copos de água misturados com 50 colheres de concentrado?

() sim () não

• Você usou alguma operação matemática?

() sim. Qual? _____ () não. Por

quê? _____

• Descreva o método que você usou para encontrar sua resposta:

2) Qual a quantidade de suco concentrado que deveríamos usar para um copo de água se quisermos obter o mesmo sabor delicioso?

Resp. _____

3) Comparando essa quantidade de concentrado para 1 copo de água, com a quantidade de concentrado usada na festa, podemos dizer que:

() Existe uma correspondência entre as quantidades.

() Não existe uma correspondência entre as quantidades

() Não posso afirmar se existe uma correspondência entre as quantidades.

Porque? _____

4) Se durante a festa faltar suco e eu precisar fazer mais metade da quantidade de suco que eu tinha feito antes, que mistura devo fazer para continuar obtendo um suco delicioso?

Resp. _____

5) E se eu quiser fazer somente um terço da quantidade de suco que eu tinha feito antes, que mistura devo fazer?

Resp. _____

B) Baseado na situação anterior e nos problemas que você resolveu, responda:

1) Qual(ais) variável(eis) abaixo devem ser levadas em consideração:

- ☐ n° de colheres de concentrado por n° de embalagens;
- ☐ n° copos de água por n° de embalagens;
- ☐ n° de crianças por n° de embalagens;
- ☐ n° de crianças por n° de copos de água;
- ☐ n° de crianças por n° de colheres de concentrado;
- ☐ n° de colheres de concentrado;
- ☐ n° de embalagens;
- ☐ n° de colheres de concentrado por n° de crianças;
- ☐ n° de copos de água por n° de crianças;
- ☐ n° de copos de água por n° de colheres de concentrado;
- ☐ n° de colheres de concentrado por n° de copos de água;
- ☐ n° de copos de água;
- ☐ n° de crianças;
- ☐ outras. Qual? _____

2) Complete a tabela abaixo, baseada na situação que você analisou anteriormente:

VARIÁVEL I	VARIÁVEL II
NOME:	NOME:
1	
3	
5	
7	

C) Como você representaria **GRAFICAMENTE** a situação descrita pela tabela acima?

Nome sujeito _____ Nome Observador _____

PROTÓCOLO DA COMPARAÇÃO - PARTE I

A) Complementar as informações dos itens abaixo o mais detalhado possível:

- 1) _____

- 2) _____

- 3) _____

- 4) _____

- 5) _____

B)

1) Identificou as variáveis corretamente:

() sim () não

Comentário: _____

2) Completou a tabela:

() Horizontalmente () Verticalmente

Comentário: _____

3) Qual (ais) operação (ões) utilizou para preencher a tabela:

() divisão () multiplicação () soma () subtração

Comentário: _____

C)

1) A representação escolhida retrata a tabela acima:

() sim () não

Comentário: _____

2) A representação escolhida é adequada para a sala de aula:

() sim . Qual série? _____ () não.

(Escrever a justificativa do sujeito seja em SIM ou em NÃO) _____

Nome _____ Tel. _____
Escola em que ensina/estageia: _____ Série: _____

PROTOCÓLO DA COMPARAÇÃO - PARTE II

D) Elabore **duas (2) situações-problema** diferentes (em forma de estória) que para serem resolvidas o aluno tenha que utilizar a **RAZÃO DE 2 PARA 4** e chegue **OBRIGATORIAMENTE** nas seguintes respostas:

RESP. 18

RESP. 1,5

RASCUNHO:

Nome sujeito _____

Nome Observador _____

PROTÓCOLO DA COMPARAÇÃO - PARTE II

• RESP. 18

1) CONSIDERA: () possível de formular

() Impossível de formular

Comentário: _____

2) QUANTO AO USO DA RAZÃO:

() usou a razão 2 p/ 4 () usou a razão 1 p/ 2 () usou outra razão, Qual

Comentário: _____

3) MONTOU UMA REGRA DE TRÊS: () Sim, qual _____ () Não

Comentário: _____

4) USOU ALGO RELACIONADO A:

() Cozinha/alimento (farinha, suco, água, leite, ovo, etc) () Dinheiro

() Doces (bala, chocolate, chiclete, etc.) () Transporte (carro, bicicleta, ônibus, etc)

() Outros

Qual? _____

5) USOU ALGUMA UNIDADE DE MEDIDA (copo, colher, etc.):

() sim. Qual? _____ () não.

Comentário: _____

• RESP. 1,5

1) CONSIDERA: () Possível de formular

() Impossível de formular

Comentário: _____

2) QUANTO AO USO DA RAZÃO:

() usou a razão 2 p/ 4 () usou a razão 1 p/ 2 () usou outra razão, Qual

Comentário: _____

3) MONTOU UMA REGRA DE TRÊS: () Sim, qual _____ () Não

Comentário: _____

4) USOU ALGO RELACIONADO A:

() Cozinha/alimento (farinha, suco, água, leite, ovo, etc) () Dinheiro

() Doces (bala, chocolate, chiclete, etc.) () Transporte (carro, bicicleta, ônibus, etc)

() Outros

Qual? _____

5) USOU ALGUMA UNIDADE DE MEDIDA (copo, colher, etc.):

() sim. Qual? _____ () não.

Comentário: _____

Nome _____ Tel. _____
Escola em que ensina/estageia: _____ Série: _____

PROTOCÓLO DA COMPARAÇÃO - PARTE III

E) Observe as operações abaixo e responda:

a) [] $\div 45 = 100$	É uma operação possível Qual a resp: _____	É uma operação impossível Por que: _____ _____
b) $62 \div [] = 248$	É uma operação possível Qual a resp: _____	É uma operação impossível Por que: _____ _____
c) $98 \div [] = 1$	É uma operação possível Qual a resp: _____	É uma operação impossível Por que: _____ _____
d) [] $\div 0 = 0$	É uma operação possível Qual a resp: _____	É uma operação impossível Por que: _____ _____
e) $0 \div [] = 0$	É uma operação possível Qual a resp: _____	É uma operação impossível Por que: _____ _____
f) $27 \times [] = 108$	É uma operação possível Qual a resp: _____	É uma operação impossível Por que: _____ _____
g) $32 \times [] = 16$	É uma operação possível Qual a resp: _____	É uma operação impossível Por que: _____ _____
h) [] $\times 576 = 576$	É uma operação possível Qual a resp: _____	É uma operação impossível Por que: _____ _____
i) $0 \times [] = 0$	É uma operação possível Qual a resp: _____	É uma operação impossível Por que: _____ _____
j) [] $\times 1 = 387$	É uma operação possível Qual a resp: _____	É uma operação impossível Por que: _____ _____
l) $618 \times [] = 0$	É uma operação possível Qual a resp: _____	É uma operação impossível Por que: _____ _____
m) [] $\times 0 = 171$	É uma operação possível Qual a resp: _____	É uma operação impossível Por que: _____ _____

Nome sujeito _____

Nome Observador _____

PROTÓCOLO DA COMPARAÇÃO - PARTE III

(a) [] $\div 45 = 100$

• **Quanto ao uso da operação inversa:**

() Usou a operação inversa

() Não usou a operação inversa. Outras _____

() Usou a comutatividade

() Não usou a comutatividade

• **Justificativa:**

() x só aumenta

() $\div$ só diminui

() x pode diminuir ou aumentar

() $\div$ pode diminuir ou aumentar

Comentário: _____

(b) $62 \div [] = 248$

• **Quanto ao uso da operação inversa:**

() Usou a operação inversa

() Não usou a operação inversa. Outras _____

() Usou a comutatividade

() Não usou a comutatividade

• **Justificativa:**

() x só aumenta

() $\div$ só diminui

() x pode diminuir ou aumentar

() $\div$ pode diminuir ou aumentar

Comentário: _____

(c) $98 \div [] = 1$

• **Quanto ao uso da operação inversa:**

() Usou a operação inversa

() Não usou a operação inversa. Outras _____

() Usou a comutatividade

() Não usou a comutatividade

• **Justificativa:**

() x só aumenta

() $\div$ só diminui

() x pode diminuir ou aumentar

() $\div$ pode diminuir ou aumentar

Comentário: _____

(d) [] $\div 0 = 0$

• **Quanto ao uso da operação inversa:**

• **Quanto ao uso da operação inversa:**

() Usou a operação inversa

() Não usou a operação inversa. Outras _____

() Usou a comutatividade

() Não usou a comutatividade

• **Justificativa:**

() x só aumenta

() $\div$ só diminui

() x pode diminuir ou aumentar

() $\div$ pode diminuir ou aumentar

Comentário: _____

(e) $0 \div [] = 0$

• **Quanto ao uso da operação inversa:**

() Usou a operação inversa

() Não usou a operação inversa. Outras _____

() Usou a comutatividade

() Não usou a comutatividade

• **Justificativa:**

() x só aumenta

() $\div$ só diminui

() x pode diminuir ou aumentar

() $\div$ pode diminuir ou aumentar

Comentário: _____

(f) $27 \times [] = 108$

• **Quanto ao uso da operação inversa:**

() Usou a operação inversa

() Não usou a operação inversa. Outras _____

() Usou a comutatividade

() Não usou a comutatividade

• **Justificativa:**

() x só aumenta

() $\div$ só diminui

() x pode diminuir ou aumentar

() ÷ pode diminuir ou aumentar

Comentário: _____

(g) $32 \times [] = 16$

• **Quanto ao uso da operação inversa:**

() Usou a operação inversa

() Não usou a operação inversa. Outras _____

() Usou a comutatividade

() Não usou a comutatividade

• **Justificativa:**

() x só aumenta

() ÷ só diminui

() x pode diminuir ou aumentar

() ÷ pode diminuir ou aumentar

Comentário: _____

(h) $[] \times 576 = 576$

• **Quanto ao uso da operação inversa:**

() Usou a operação inversa

() Não usou a operação inversa. Outras _____

() Usou a comutatividade

() Não usou a comutatividade

• **Justificativa:**

() x só aumenta

() ÷ só diminui

() x pode diminuir ou aumentar

() ÷ pode diminuir ou aumentar

Comentário: _____

(i) $0 \times [] = 0$

• **Quanto ao uso da operação inversa:**

() Usou a operação inversa

() Não usou a operação inversa. Outras _____

() Usou a comutatividade

() Não usou a comutatividade

• **Justificativa:**

() x só aumenta

() ÷ só diminui

() x pode diminuir ou aumentar

() ÷ pode diminuir ou aumentar

Comentário: _____

(j) $[] \times 1 = 387$

• **Quanto ao uso da operação inversa:**

() Usou a operação inversa

() Não usou a operação inversa. Outras _____

() Usou a comutatividade

() Não usou a comutatividade

• **Justificativa:**

() x só aumenta

() ÷ só diminui

() x pode diminuir ou aumentar

() ÷ pode diminuir ou aumentar

Comentário: _____

(l) $618 \times [] = 0$

• **Quanto ao uso da operação inversa:**

() Usou a operação inversa

() Não usou a operação inversa. Outras _____

() Usou a comutatividade

() Não usou a comutatividade

• **Justificativa:**

() x só aumenta

() ÷ só diminui

() x pode diminuir ou aumentar

() ÷ pode diminuir ou aumentar

Comentário: _____

(m) $[] \times 0 = 171$

• **Quanto ao uso da operação inversa:**

() Usou a operação inversa

() Não usou a operação inversa. Outras _____

() Usou a comutatividade

() Não usou a comutatividade

• **Justificativa:**

() x só aumenta

() ÷ só diminui

() x pode diminuir ou aumentar

() ÷ pode diminuir ou aumentar

Comentário: _____
