

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC – SP

LUCAS REIS SANTOS

**LEON BATTISTA ALBERTI (1404 – 1472) E A
MEDIDA DO TEMPO EM SUA OBRA *MATEMÁTICA
LÚDICA***

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

SÃO PAULO
2014

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC – SP

LUCAS REIS SANTOS

**LEON BATTISTA ALBERTI (1404 – 1472) E A
MEDIDA DO TEMPO EM SUA OBRA *MATEMÁTICA
LÚDICA***

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

*Dissertação apresentada a Banca Examinadora da
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo,
como exigência parcial para a obtenção do título de
MESTRE em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, sob a
orientação do Prof.º Dr. Fumikazu Saito.*

SÃO PAULO
2014

Banca Examinadora:

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ *São Paulo, ____ / ____ / ____*

*Dedico esse trabalho a minha mãe
Carolina Reis dos Santos, exemplo de
dedicação e amor, agradecendo por toda
dedicação e atenção a mim, e por todos
seus ensinamentos e conselhos.*

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar quero agradecer a Deus, por me dar força e condições de poder realizar esse trabalho.

À minha família, em especial, aos meus pais, José e Carolina, e as minhas irmãs Luciana e Mary por tudo que tem feito e já fizeram por mim.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Fumikazu Saito, que tem me ensinado muito, com paciência em orientar os caminhos da pesquisa, com disponibilidade nos atendimentos que foram necessários e pela dedicação durante a realização desse trabalho.

Quero também agradecer aos professores do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP, que proporcionaram excelentes momentos de aprendizado.

Aos colegas de turma que estavam sempre presentes, auxiliando nos estudos durante a jornada da pesquisa, compartilhando os momentos felizes e apreensivos.

Santos, Lucas Reis. Leon Battista Alberti (1404 – 1472) e a medida do tempo. 2014. Dissertação (Mestrado). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PUCSP.

Dispomos atualmente de muitos instrumentos para nos auxiliar a mensurar diversas grandezas (distâncias, alturas, pesos, tempo, entre outras). Entretanto, ao utilizá-los, não nos damos conta do que significa medir. Em outros termos, tais instrumentos, em sua maioria, não nos permite refletir sobre algumas questões ligadas às concepções do que é uma medida. Entendemos que o processo de medir faz parte da atividade humana e sua abordagem é de grande importância. Embora o conteúdo de grandezas e medidas seja amplamente abordado nos anos iniciais e nos anos finais do ensino fundamental II, nem sempre permite ao professor refletir sobre o que seja medir, visto que tal conteúdo apresenta a medida apenas em seu caráter matemático e aritmético. Partindo do pressuposto de que é importante explorar as medidas e as grandezas em seu significado, buscamos discorrer neste trabalho sobre a medida do tempo por meio de uma análise dos procedimentos descritos na obra *Matemática Lúdica*, produzida por Leon Battista Alberti (1404 – 1472) em meados do século XV. De forma modesta, buscamos aqui oferecer ao professor de matemática uma história da matemática do século XV, pautada em tendências historiográficas atuais, apontando para questões que estão em pauta no fazer da história da Matemática, apresentando uma história que não se baseia em grandes narrativas.

Palavras chaves: Educação Matemática, História da Matemática, Medida, Tempo, Alberti.

Santos, Lucas Reis. Leon Battista Alberti (1404 - 1472) and the measurement of time. 2014. Thesis (Master).Postgraduate Studies Program in Mathematics Education. Pontifical Catholic University of São Paulo. PUCSP.

Currently we have many tools to help us measure various quantities (distances, heights, weights, time, etc.). However, to use them, we do not realize what it means to measure. In other terms, such instruments, mostly, does not allow us to reflect on some questions related to the concepts of what is a measure. We understand that the process of measuring a part of human activity and its approach is of great importance. Although the context of quantities and measures will be widely discussed in the early years and in the final years of primary school II, does not always allow the teacher to reflect on what is measured, since this measure has content only in their mathematical and arithmetical character. Assuming that it is important to explore the measures and quantities in their meaning, we seek to discuss this work on the measurement of time by means of an analysis of the procedures described in the work Ludic Mathematics, produced by Leon Battista Alberti (1404 - 1472) in mid-fifteenth century. Modestly, we seek here to provide math teacher a history of mathematics of the fifteenth century, based on current historiographical trends, pointing to issues that are at stake in making the history of mathematics, presenting a story that is not based on grand narratives.

Keywords: Education Mathematics, History of Mathematics, Measure, Time, Alberti.

*O tempo é muito lento para os que
esperam...
Muito rápido para os que têm medo...
Muito longo para os que lamentam...
Muito curto para os que festejam...
Mas, para os que amam, o tempo é...
Eterno!*

William Shakespeare

ÍNDICE DAS FIGURAS

Figura 1 - Primeiro procedimento para medir a altura de uma torre.	29
Figura 2- Representação geométrica do primeiro procedimento para medir a altura de uma torre.....	31
Figura 3 - Segundo procedimento para medir a altura de uma torre	32
Figura 4 - Geometrização do segundo procedimento para medir a altura de uma torre	33
Figura 5 - Terceiro procedimento para medir a altura de uma torre.	34
Figura 6 - Geometrização do terceiro procedimento para medir a altura de uma torre	35
Figura 7 - <i>Equilibra</i>	36
Figura 8 - Procedimento para medir a largura de um rio utilizando a vista.....	39
Figura 9 - Geometrização do procedimento adotado por Alberti para medir a largura do rio com a vista	40
Figura 10 - Ilustração do procedimento adotado para medir a profundidade de uma cisterna.....	41
Figura 11 - Relógio Mecânico de haste e folha	44
Figura 12 - Relógio de água	47
Figura 13 - Relógio de água mais avançado.	48
Figura 14 - Relógio de Sol	49
Figura 15 - Relógio de areia	50
Figura 16 - Relógio de Ar ou fonte pneumática.....	52
Figura 17 - Astrolábio do século XV	55

Figura 18 - Movimento da Terra em torno do Sol	56
Figura 19 - Procedimento para determina a direção Sul	58
Figura 20 - Visualização da linha meridional	58
Figura 21 - Movimentação de uma estrela em torno da estrela Polar	60

SUMÁRIO

Introdução	13
Capítulo I.....	19
Leon Battista Alberti (1404 – 1472): Vida e Obra.....	19
1.1.Alberti e a <i>Matemática Lúdica</i>	24
1.2 Medindo o Espaço	28
Capítulo II.....	43
Procedimentos e Instrumentos para Medir o Tempo.....	43
2.1 A Medida do Tempo	43
2.2.Refletindo sobre a Medida do Tempo	60
Considerações Finais	67
Referências	69

INTRODUÇÃO

Dispomos atualmente de muitos instrumentos para nos auxiliar a mensurar diversas grandezas (distâncias, alturas, pesos, tempo, entre outras). Entretanto, ao utilizá-los, não nos damos conta do que significa medir. Em outros termos, tais instrumentos, em sua maioria, não nos permite refletir sobre algumas questões ligadas às concepções do que é uma medida.

Para Roque (2012, p. 101):

“A medida é um procedimento que permite reduzir grandezas a números. Dado um segmento, podemos medir seu comprimento. Dada uma superfície bidimensional no plano, podemos obter a medida de sua área. Para medir, o primeiro passo é escolher uma unidade de medida. Duas medidas da mesma natureza devem possuir uma unidade de medida comum. Cada grandeza é identificada, assim, ao número inteiro de unidades de medida que a compõem. A medida torna possível, portanto, a correspondência entre qualquer grandeza e um número inteiro, ou uma relação entre inteiros.”

Embora faça parte do ensino de matemática nos anos iniciais e da formação inicial de professores, o tema "grandezas e medidas" é abordado de forma que não possibilita ao docente refletir sobre o significado de medir uma grandeza.

O estudo de grandeza e medidas é amplamente abordado nos anos iniciais e até mesmo nos anos finais do ensino fundamental II. Segundo o Guia de livros didáticos PNLD 2008 (BRASIL, 2008), a importância desse tema está relacionada à atividade humana, na qual os processos que envolvem grandezas e medidas estão presentes desde as atividades mais corriqueiras até as mais complexas, tendo um importante papel no desenvolvimento da tecnologia e das ciências. Além disso, o estudo das grandezas e medidas

possibilita a articulação entre as diversas áreas da matemática, como por exemplo, a aritmética, a geometria, a estatística e a probabilidade.

Com relação aos livros didáticos, os conteúdos de medidas e grandezas são abordados em todos os anos do ensino fundamental I e em boa parte do ensino fundamental II (principalmente no 7º ano). Os livros apresentam as medições de comprimento, tempo, massa e capacidade, seguindo a seguinte sequência: primeiro a medida de comprimento, depois tempo e por fim massa e capacidade (volume). Em alguns casos, é possível verificar que esses tópicos estão separados em dois capítulos: (1) medidas de comprimento e tempo; e (2) medida de massa e capacidade.

Ao abordar as medidas de comprimento, os autores apresentam as unidades de medidas mais comuns, ensinam a converter uma unidade de medida em outra e a utilizar a unidade de medida mais apropriada para realização de medições (por exemplo, qual a melhor unidade de medida para medir a distância entre a Terra e o Sol? Qual a melhor unidade de medida para medir o comprimento de um parafuso?).

Com relação à medida do tempo, os autores apresentam imagens de diversos aparelhos para medir o tempo (o relógio analógico, o relógio digital, o relógio de sol, a ampulheta, entre outros), porém, abordam somente as unidades mais comuns de medir o tempo: ano, mês, dia, hora, minuto e segundo e não apresentam definições do que seja medir o tempo. Assim, como na unidade de comprimento, os livros didáticos apresentam, na maioria dos casos, as conversões de unidades.

Todavia, a forma como o tema é abordado nem sempre permite ao aluno refletir sobre o que é medir. Ao se referir sobre a concepção da medida do tempo, Longo (2013, p. 134) afirma que o ensino sobre o tempo é:

“[...] um dos mais importantes, intrigantes e interdisciplinares. Os livros didáticos analisados [...] não abordam esse conceito. Ao nos depararmos com a

necessidade de uma discussão sobre o conceito de tempo, constatamos que os livros enfatizam apenas o seu caráter matemático, aritmético.”

Partindo desse pressuposto, ou seja, da importância de explorar o conceito do tempo, além do seu caráter matemático e aritmético, propomos neste trabalho discorrer a seu respeito por meio da análise dos procedimentos para medir o tempo descritos na *Matemática Lúdica*, publicada por Leon Battista Alberti (1404 – 1472) em meados do século XV.

Nessa obra, Alberti utiliza a matemática para resolver diversas situações práticas, utilizando métodos e instrumentos simples para realizar medições. A leitura e análise de alguns desses procedimentos conduziram-nos a repensar não só sobre o significado de "medida", mas também de "grandeza". Ao mesmo tempo, revelaram-nos algumas potencialidades pedagógicas da história da matemática, que poderiam ser exploradas na formação inicial de professores de matemática. (MIGUEL, 1993; DIAS & SAITO, 2009; SAITO, 2012; NUNES, ALMOULOU E GUERRA, 2010; BELTRAN, 2009; BRITO, 2007; FURINGHETTI, 2007).

Diferentemente de propostas que procuram "sobrepôr" ou "pinçar" conteúdos matemáticos antigos para serem articulados no ensino e na aprendizagem de matemática, este trabalho pretende mostrar que a história da matemática tem papel importante na formação do futuro professor na medida em que o faz refletir sobre as diferentes concepções da atividade matemática.

A esse respeito, Miguel e Brito (1996, p. 49) observam que:

“[...] a participação orgânica da história na formação do professor de matemática poderia vir a contribuir para uma adequada compreensão de tópicos de crucial importância para a sua ação pedagógica, tais como: a concepção da natureza dos objetos da matemática, a função da abstração e da generalização, a noção de rigor e o papel da axiomatização, a

maneira de se entender a organização do saber, os modos de se compreender a dimensão estética da matemática e a valorização da dimensão ético-política da atividade matemática.”

Embora a história seja positivamente valorizada, como observa Brito (2007), existem algumas dificuldades que precisam ser consideradas. Dentre elas, o desconhecimento de história por parte dos formadores dos professores, a fragmentação excessiva entre as áreas de conhecimento existentes nos cursos de formação, dificuldades no acesso a fontes históricas e a ausência de bibliografias que apontem caminhos para a elaboração de atividades que explorem os conteúdos matemáticos a partir da história da matemática.

De fato, devemos concordar com Brito (2007) de que a falta de conhecimentos de história por parte do professor é algo que deve ser levado em consideração. Para que o professor de matemática possa articular história e ensino, visando promover o aprendizado da matemática de forma coerente e satisfatória, o professor deve, em sua formação inicial ou continuada, não só ter acesso à história da matemática, bem como aprender a explorar suas potencialidades pedagógicas. Entretanto, como observa Brito (2007, p. 14), é importante estarmos conscientes:

“[...] das dificuldades da utilização pedagógica de tais histórias, como falta de bibliografia específica, dificuldade de acesso a fontes primárias, o pouco tempo disponível para o desenvolvimento do conteúdo em sala de aula e para a preparação de atividades e materiais.”

Dentre essas dificuldades, ressaltamos aqui, a falta de material bibliográfico adequado. Embora haja muito material em história da matemática à disposição dos professores brasileiros, grande parte, entretanto, encontra-se desatualizado, tanto do ponto de vista pedagógico (MIGUEL, 1997) quanto historiográfico (SAITO, 2013; SAITO e DIAS, 2013). Foi considerando esses dois aspectos que desenvolvemos este trabalho. De forma modesta, buscamos

aqui oferecer ao professor de matemática uma história da matemática do século XV, pautada em atuais tendências historiográficas atuais. (ALFONSO-GOLDFARB, 2008; SAITO, 2012).

Este trabalho tem por objetivo explorar uma das práticas matemáticas descritas numa obra publicada no século XV. Assim, partindo do pressuposto de que a história da matemática pode contribuir para a reflexão do professor na medida em que por ela é possível compreender o processo de construção dos conceitos matemáticos, apresentamos aspectos do processo de mensuração que podem conduzir o educador a um aprofundamento dos conhecimentos não só matemáticos, como também histórico.

Cabe aqui observar, entretanto, que ao aproximarmos o professor da história da matemática, não procuramos afirmar que a pesquisa histórica deva ser desenvolvida pelo professor. Como observam Saito e Dias (2013, p. 95):

“Queremos apenas ressaltar que o educador, ao levar para a sala de aula as histórias que estão nos livros, atualmente baseadas em uma vertente historiográfica tradicional, tende a reforçar a linearidade do desenvolvimento do conceito.”

O objetivo deste trabalho é fornecer ao professor não só material atualizado, apontando para questões que estão em pauta no fazer da história da matemática, mas também apresentar uma história que não se baseia em grandes narrativas. Como observa Saito (2013), as grandes narrativas têm sido abandonadas em favor de uma narrativa mais localizada para que questões de natureza epistemológica, mais relevantes para o ensino e a aprendizagem de matemática, sejam levantadas.

Seguimos assim as orientações de Dias e Saito (2009), que propõem construir uma interface entre história da matemática e a educação matemática considerando dois aspectos: (1) o contexto do desenvolvimento dos conceitos matemáticos; e (2) o movimento do pensamento na formação destes mesmos conceitos (DIAS e SAITO, 2009).

Desta forma, no primeiro capítulo apresentamos Alberti e a obra *Matemática Lúdica*, visando abordá-los levando em consideração o contexto em que estão inseridos. Procuraremos ainda nesse capítulo, apresentar alguns dos procedimentos descritos pelo autor para medir distâncias (ou seja, comprimento, largura, altura, e profundidade). No segundo capítulo, apresentamos os procedimentos descritos por Alberti para medir o tempo, além de apresentarmos os principais instrumentos utilizados para a medição do tempo constantes de sua obra.

Por meio desses dois capítulos, procuramos discutir o significado da medida, principalmente no que se refere à medida do tempo, destacando dessa forma, as diferenças nos procedimentos de medir distâncias e tempo.

CAPÍTULO I

LEON BATTISTA ALBERTI (1404 – 1472): VIDA E OBRA

Leon Battista Alberti (1404-1472), filho ilegítimo de Lorenzo di Benedetto Alberti e de Bianca Fieschi, nasceu na cidade de Gênova, Itália. Os antepassados de Leon Battista eram senhores feudais que, em decorrência do desenvolvimento do comércio, engajaram-se em empreendimentos comerciais e bancários, expandindo-se para outras regiões da Europa (GILLISPIE, 2007; SOUFFRIN, 2006; GRAYSON, 2009;).

Podemos dizer que os Albertis constituíam uma família nobre de Florença, contribuindo de forma significativa para o enriquecimento da cidade. Entretanto disputas políticas fizeram com que eles fossem exilados de Florença e tivessem que se mudar para Veneza, seguindo mais tarde, aproximadamente em 1416, para Pádua (GILLISPIE, 2007; SOUFFRIN, 2006; GRAYSON, 2009).

Convém observar que Florença era uma das cidades-Estados de grande destaque na península Itálica naquela época, especialmente em relação às artes, pois estava voltada para a produção artesã-industrial. (GILLISPIE, 2007; SOUFFRIN, 2006; CAMELO, 2005; GRAYSON, 2009; BURKE, 1999). A posição privilegiada de Florença, no que diz respeito a sua economia, deve-se também ao monopólio da distribuição das especiarias importadas da Ásia, alcançando assim um alto nível de desenvolvimento econômico. Foi este desenvolvimento econômico que conduziu a transformação cultural, comercial e financeira da cidade. (ROSA, 2010).

Sobre a formação inicial de Alberti, pouco se sabe, porém, alguns historiadores afirmam que possivelmente ele tenha iniciado sua formação superior na universidade de Pádua onde teve uma formação retórica clássica em latim e provavelmente em grego. (GILLISPIE, 2007; SOUFFRIN, 2006; GRAYSON, 2009)

Naquela época, os estudantes, ao ingressarem na universidade, iniciavam seus estudos pelas artes liberais, que eram divididas em dois grupos: o *trivium*

que consistia nos estudos de lógica, gramática e retórica; e o *quadrivium* que estava voltado para os estudos de aritmética, astronomia, geometria e música. Concluído seus estudos nessas sete artes liberais, os estudantes optavam por um dos três níveis mais altos de formação, que seriam: teologia, lei ou medicina. (BURKE, 1999).

O que se sabe é que Alberti teria optado pela formação em direito na universidade de Bolonha. Entretanto, por motivos de saúde, excesso de trabalho e a morte prematura do pai, teve que interromper seus estudos. Durante o período em que esteve afastado da universidade, Alberti passou a dedicar-se ao estudo da Matemática, Ciências Naturais e Física, voltando a frequentar a universidade posteriormente, recebendo por volta de 1428 o diploma de doutor em direito canônico em Bolonha. (GILLISPIE, 2007; GRAYSON, 2009; SOUFFRIN, 2006)

Embora seja apenas uma suposição, alguns historiadores (GILLISPIE, 2007; GRAYSON, 2009, SOUFFRIN, 2006), entretanto, afirmam que, com o término do exílio dos Albertis, Leon Battista voltou a Florença. Lá ele teria tido contato com diversas pessoas importantes, sendo uma delas, o arquiteto e escultor, Filippo Brunelleschi (1377 – 1466)¹, por quem tinha grande admiração. Além disso, provavelmente por motivos financeiros, Alberti prestou serviços à corte papal, época em que teve a possibilidade de realizar diversas viagens e, conseqüentemente, ter contato com as realizações da Antiguidade, que posteriormente viria a influenciar suas obras e possibilitar a diversidade de áreas de domínio, sendo elas a pintura, a escultura e a arquitetura. (BURKE, 1999; GRAYSON, 2009; GILLISPIE, 2007; SOUFFRIN, 2006).

Podemos dizer que Alberti dedicou-se aos estudos de ciências e das técnicas sendo uma personalidade notável em sua época. Além disso, era versado nas humanidades, ou seja, como afirmam diversos autores, ele pode

¹ A relação entre Alberti e Brunelleschi parece ter sido próxima e marcada por uma admiração entre as partes, sendo destacada pelo próprio Alberti na dedicatória da obra *De pictura* a Brunelleschi. (GILLISPIE, 2007; GRAYSON, 2009, SOUFFRIN, 2006)

ser considerado um humanista renascentista. A esse respeito, Souffrin (2006, p. 12) destaca que tanto Alberti quanto Leonardo da Vinci eram :

“[...] eminentes representações do humanismo, curiosos por tudo e ávidos por intervir em tudo, profundamente otimistas quanto à capacidade de conhecer a natureza e colocá-la a serviço do homem.”

Quanto ao movimento humanista, sua origem remonta ao desenvolvimento intelectual e cultural entre os séculos XI ao XV. Tal desenvolvimento ocorreu não apenas em virtude do surgimento das universidades, mas também pelas atividades da economia que eram baseadas no dinheiro e concentrada nas cidades (ROQUE, 2012). Esse movimento, entretanto, como observa Kristeller (1995), tinha por característica essencial a valorização da retórica medieval, o estudo da poesia e da literatura latina clássica no século XII, e o estudo da literatura clássica grega.

Em linhas gerais, o movimento humanista² consistia em um “pacote acadêmico”, que enfatizava a necessidade dos estudos de cinco matérias referentes à linguagem e à moral, sendo elas: a gramática, a retórica, a poesia, a história e a ética, pautadas nas leituras e interpretação dos escritores antigos. O termo humanista, possivelmente surgiu na Itália, por meio de uma atribuição que os alunos faziam aos professores que ministravam as disciplinas de humanidades, que eram chamados de *humanistas*. (BURKE, 1999; KRISTELLER, 1995).

Segundo Kristeller (1995), ao contrário do que muitos supõem, a ideia de que o movimento humanista teria nascido fora da universidade não pode ser confirmado. Segundo o historiador, os humanistas estavam executando diversas funções, muitos deles acumulando duas profissões, entre as quais o ensino, tanto em escolas secundárias quanto nas universidades, ministrando as disciplinas humanísticas; ou, ainda, prestando serviços a príncipes e a Igreja, devido às habilidades com a retórica.

² Era denominado na época de “estudos de humanidades” (*studia humanitatis*). (BURKE, 1999, p. 25)

Ainda segundo Kristeller (1995), os humanistas não criaram novas profissões, apenas incorporaram novas ideias, entre elas, e talvez a principal, os estudos dos clássicos gregos, que já eram estudados no Oriente.

Segundo Debus (1996, p. 18), alguns humanistas:

“[...] desconfiavam profundamente da importância que tradicionalmente era dado à escolástica, à filosofia e às ciências. A preferência destes homens pela retórica e pela história era uma reação consciente contra os estudos "aristotélicos", de caráter mais técnico, que por muito tempo era a pedra angular da universidade medieval. Os humanistas perseguiram o aperfeiçoamento moral do homem e proporcionavam disputas lógicas escolásticas que caracterizavam os estudos superiores tradicionais.”

O movimento humanista estava fortemente relacionado a um importante período que, posteriormente, foi denominado de Renascimento³, período em que houve uma grande mudança, especialmente no que se refere à filosofia e às ciências.

O Renascimento é visto por alguns historiadores como um período marcado pela ruptura de uma tradição mais recente, no caso Medieval, em nome de uma tradição mais antiga. Como afirma o historiador Burke (1999), a admiração dos renascentistas pela “*Antiguidade clássica permitiu-lhes atacar a tradição medieval como se fosse ela própria um rompimento com a tradição*” (p. 26). Rompimento este que não foi total, pois os artistas desse período não abandonaram totalmente as influências medievais. (BURKE, 1999)

Para Rosa (2010) o Renascimento deve ser entendido como “*expressão de um rompimento com certos valores da Idade Média*” (p. 346), sendo dessa forma uma etapa de transição para uma era moderna. Assim, mesmo com a continuidade de algumas tradições e do caráter gradual das mudanças, o homem renascentista tornou-se “*consciente de sua capacidade, de sua*

³ BURCKHARDT (2009), SEVCENKO (1986).

competência e de sua criatividade” (ROSA, 2010, p. 346). Ou seja, como afirma Eugênio Garin (1991), os renascentistas centraram-se no homem, visando descrevê-lo, exaltá-lo e colocá-lo no centro do universo, desenvolvendo, desta maneira, uma filosofia do homem, que proporcionaria num futuro próximo, mudanças na sua educação.

Desse modo, embora Alberti tenha vivido numa época próxima à Idade Média e sofrido influências desse período, é notório também em suas obras a mudança de pensamentos proveniente de um novo marco na história.

A esse respeito, Argan (2003) observa que o artista medieval era responsável apenas pela execução, uma vez que as condições da obra solicitadas já eram impostas. No entanto, a partir do Renascimento, o artista passou a buscar e encontrar os conteúdos e temas para suas próprias obras. Para o autor, o artista:

“[...] não opera mais segundo diretrizes ideológicas impostas por uma autoridade superior ou por uma tradição consagrada, mas determina de modo autônomo a orientação ideológica e cultural do próprio trabalho. A arte não é mais uma atividade manual ou *mechanica*, seja até mesmo de alto nível, mas intelectual ou *liberalis*” (ARGAN, 2003, p. 129)

Nesse sentido, é notório em Alberti as características presente em diversos artistas da cultura italiana. Cristoforo Landino (1424 – 1498) procurou descrevê-lo da seguinte forma:

“Onde situar Alberti, em que categoria de eruditos colocá-lo? Entre os físicos, talvez? Seguramente estava destinado a sondar os segredos da natureza. Mas havia um único ramo da matemática que ignorasse? Foi geômetra, aritmético, astrônomo, músico e o mais extraordinário especialista em perspectiva em muitos séculos. Seu brilho em todas essas disciplinas pode ser visto claramente nos nove livros sobre arquitetura que divinamente escreveu, que abrangem todo o

tipo de ensinamentos e reluzem de uma eloquência suprema. Ele escreveu sobre pintura, e também uma obra sobre escultura intitulada *De statua*. Não se contentou em escrever sobre essas artes, ele próprio as praticou com as mãos.” (LANDINO, apud SOUFFRIN, 2006, p. 10)

Alberti, homem da prática, como podemos observar na descrição de Landino, trabalhou como arquiteto na construção de diversas obras e preocupou-se por questões que iam além de “*medir, delinear e projetar o espaço*”. (ARGAN, 2003). Seus trabalhos despertaram interesse de diversas personalidades importantes de sua época, inclusive de um jovem príncipe, marquês d’Este, que lhe encomendou uma obra, que analisamos nesta pesquisa.

A encomenda do Marquês, bem como o conteúdo da obra, indicam que Alberti era um homem de seu tempo, preocupado com questões ligadas à prática e à erudição. Como veremos a seguir, embora ele fosse humanista, dedicado às letras, à retórica e à história, ele era também um homem que se ocupava das questões de seu tempo, nutrindo interesse pelas matemáticas.

1.1. ALBERTI E A MATEMÁTICA LÚDICA

Alberti é conhecido pelos seus diversos trabalhos na área da perspectiva, arquitetura e pintura devido a dois tratados: *De Pictura* (1435) e *De re aedificatoria* (1452).

Fruto de suas experiências em Roma e de sua admiração pela renovação artística de Florença (GRAYSON, 2009, p. 48), Alberti teria escrito a obra *De Pictura*, em duas versões, em latim e em vernáculo, por volta de 1435.

Segundo Florenzano (1966, p. 25), *De Pictura*, “*iria servir como uma espécie de manifesto, de programa, da arte renascentista*”. Nessa obra, Alberti desejava apresentar aos artistas da época a necessidade de estudarem as

artes liberais, em especial a geometria, e também as disciplinas dos estudos de humanidades, principalmente a retórica, a poesia e a história. (BURKE, 1999, p.74).

Alberti, acreditava, que a matemática poderia ser de grande auxílio às artes. Segundo Burke (1999, p. 94):

“Em seu tratado sobre pintura, Alberti desenvolve vários outros argumentos que são recorrentes nesse período, tais como o de que os pintores precisam estudar diversas artes liberais, como a retórica e a matemática [...]”.

Podemos dizer que diversos autores do século XV, entre eles Alberti, passaram a valorizar as artes mecânicas, dando-lhe a mesma dignidade tanto quanto tinham as artes liberais. Uma das razões para isso, como observa Rossi (2001), foi o interesse renovado de articular o conhecimento teórico com o conhecimento prático.

Segundo Rossi (2001, p. 44), a defesa das artes mecânicas:

“[...] contra a acusação de indignidade, bem como a recusa de fazer coincidir o horizonte da cultura com o horizonte das artes liberais e as operações práticas com o trabalho servil implicavam na realidade o abandono de uma imagem milenar da ciência, isto é, implicavam o fim de uma distinção de essência entre o conhecer e fazer.”

É nesse contexto que devemos situar os trabalhos de Alberti. O seu tratado sobre a pintura era, na verdade, um dos muitos exemplos de obras que valorizavam as artes manuais, notoriamente, a arte do pintor, dando-lhe assim estatuto de arte liberal. (CAMELO, 2005).

Convém observar que, desde a antiguidade, as artes mecânicas eram desvalorizadas, pois estavam ligadas ao trabalho manual, enquanto que as

artes liberais, dignas do homem livre, eram geralmente relacionadas ao trabalho de abstração (ROSSI, 2001). Entretanto, na Idade Média, aos poucos algumas dessas convicções foram se perdendo e algumas artes, antes consideradas servís, passaram a compor o quadro das artes liberais.

Outra obra de destaque escrita por Alberti é o tratado intitulado *De re aedificatoria*, publicada em 1452. Segundo Grayson (2009, p.41), este tratado parece ter sido fruto de “muitos anos de leitura” sobre os estudos de arquitetura e baseado nas obras de Vitrúvio ([?]-15 d.C). Composta por nove livros, nesta obra Alberti parece ter se preocupado pouco com a arquitetura em si e com suas técnicas, visto que a ela parece mais voltada para o planejamento urbano. Isso, entretanto, era parte do ofício do arquiteto daquela época que eram requisitados para resolver tais problemas. Assim como a pintura, a arquitetura era também considerada por Alberti uma área digna de conhecimento como as outras artes liberais. Para ele, a pintura, a escultura e a arquitetura deviam ter um lugar nas artes liberais, em igualdade com a retórica, a poesia e a matemática⁴. (SOUFFRIN, 2006, p.9).

Mas Alberti não se dedicou apenas à pintura e à arquitetura. Além dessas obras, Alberti escreveu outras tantas dedicadas a diversos temas e foi bastante reconhecido por seus diversos trabalhos literários e técnicos, dentre os quais podemos citar: *Della famiglia* (1437), *Descriptio urbis Romae*, *De statua* (por volta de 1464), *Dei pondi, lieve e tirari*⁵, *Ludi rerum mathematicarum* (*Matemática Lúdica*) (1450-2), e *De motibus ponderis*. (CAMELO, 2005, GRAYSON, 2009; GILLISPIE, 2007; SOUFFRIN, 2006).

Neste trabalho procuramos analisar apenas uma pequena parte de seu tratado de matemática intitulado *Ludi rerum mathematicarum* (*Matemática Lúdica*) que foi publicado por volta de 1452. Este tratado foi dedicado ao príncipe Meliaduse, marquês d’Este:

⁴ Alberti defende essa ideia principalmente na sua obra *De Pictura*, conforme destaca Souffrin (2006).

⁵ Tratado que antes era atribuído a Leonardo da Vinci. (SOUFFRIN, 2006, p. 12)

“De Leon Battista Alberti ao ilustríssimo príncipe Meliaduse, marquês d’Este, estas páginas de entretenimentos matemáticos.

Devo admitir que respondo bastante tardiamente⁶, com esta pequena obra, aos anseios que Vossa Senhoria exprimiu. Poderia invocar muitas desculpas e razões, mas prefiro confiar-me a vossa indulgência e bondade, e pedir que me perdoeis. Vossa paciência talvez tenha sido compensada pelo prazer que espero sintais ai conhecer as coisas bastante lúdicas que encontrareis reunidas, ou até mesmo ao pô-las em prática e delas se servir”. (ALBERTI, 2006, p. 27)

O marquês Meliaduse d’Este, por questões familiares, ocupou o cargo de abade de Pomposa e posteriormente foi promovido pelo papa Eugênio IV, em 1431, a notário apostólico. Segundo Souffrin (2006), o marquês era uma pessoa muito entusiasmada pelo estudo de ciências. Entretanto as funções desempenhadas pelo marquês:

“[...] não lhe permitiam saciar o pronunciado gosto pelas ciências, e, tendo se tornado amigo de Alberti, convidou-lhe a redigir, em sua intenção, estes entretenimentos matemáticos, provavelmente por ocasião do concílio de Ferrara, em 1438.” (SOUFFRIN, 2006, p.73)

No que diz respeito à obra *Matemática Lúdica*, esta é composta por 20 resoluções de problemas práticos referentes à arquitetura, construção civil ou militar, topografia ou navegação, utilizando procedimentos matemáticos, divididos em duas partes. A primeira parte é composta por resoluções de problemas que exploram a medição no espaço (comprimento, largura, altura, e profundidade). A segunda parte é dedicada às resoluções de problemas mais variados. Nessa parte, Alberti descreve diferentes procedimentos para medir profundidade de um lago ou rio, tempo, distância entre cidades, além de abordar alguns aspectos ligados à agrimensura, ao nivelamento de solo, e à

⁶ Cerca de 15 anos após o pedido do príncipe. (SOUFFRIN, 2006)

elaboração de mapas. Apresentamos a seguir alguns procedimentos descritos por Alberti na primeira parte do livro.

1.2 MEDINDO O ESPAÇO

Na primeira parte da *Matemática Lúdica*, Alberti apresenta diferentes procedimentos para realizar a medição da altura de uma torre, da largura de um rio, da profundidade de uma cisterna e da altura de uma torre da qual é possível apenas avistar seu topo, etc. Esses procedimentos são apresentados em forma de problemas (casos) e em alguns deles, Alberti apresenta mais de uma forma de proceder. Vamos aqui analisar, a título de ilustração, três desses problemas que ilustram as técnicas de medida empregadas por Alberti.

No problema 1, da página 29, Alberti apresenta o seguinte caso:

[Como proceder se podemos conhecer sua distância e medir diretamente uma parte dela]

“Se quiser medir a altura de uma torre situada numa praça apenas olhando-a da outra extremidade, proceda da seguinte maneira. Finque uma flecha no chão bem verticalmente, distancie-se um pouco, seis ou oito pés, e dali vise o topo da torre tomando a flecha como mira; coloque uma marca com um pouco de cera no lugar preciso em que seu olhar encontra a flecha, e chamemos A essa marca de cera. Depois, do mesmo lugar em que tinha mirado o topo da torre, mire sua base e, novamente, ali onde seu olhar encontra a flecha, coloque uma marca de cera, e chamemos essa segunda marca de B, Finalmente, aponte o olhar para algum lugar da torre que conheça e do qual possa facilmente medir a posição até a base da torre com sua flecha, como por exemplo o pórtico de entrada, ou algum buraco, ou algo parecido situado bem embaixo. Assim como fez mirando o topo e depois a base da torre, faça enfim uma terceira marca de cera no lugar em que seu olhar encontra a flecha. Feito isso, chamemos C essa terceira marca [...]” (ALBERTI, 2006, p.29)

Figura 1 - Primeiro procedimento para medir a altura de uma torre.

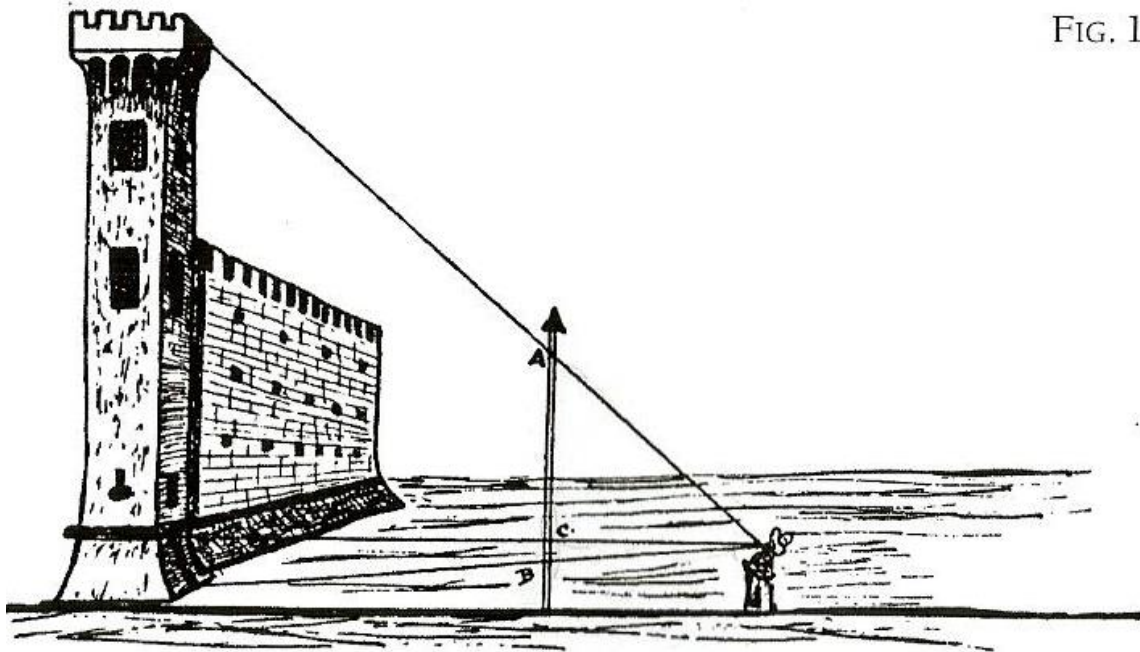


FIG. 1

Fonte: (ALBERTI, 2006, p.30)

Nesse primeiro procedimento, Alberti destaca que é necessário conhecer a distância entre a torre e o observador além de conseguir medir diretamente alguma parte dela. Nesse procedimento, a medição da altura da torre é obtida por meio de uma proporção estabelecida com os lados dos triângulos formados pelas linhas imaginárias vistas pelo observador.

Traduzindo para a nossa linguagem matemática moderna, o procedimento consiste (vide figura 2) em observar que o triângulo OBC é semelhante ao triângulo OED (por meio do caso de semelhança AA (ângulo-ângulo)), assim como o triângulo OBA é semelhante ao triângulo ODT (também pelo caso de semelhança AA).

Sendo assim, o segmento $\overline{AB}$ é proporcional à altura da torre e o segmento $\overline{BC}$ é proporcional à altura medida diretamente pelo observador (a

altura conhecida). Dessa forma, para calcular a altura da torre, Alberti utiliza uma igualdade de razões ou proporção. Sendo assim, temos que a medida da altura conhecida cabe n vezes na altura da torre, obtendo assim uma razão. Da mesma forma podemos medir quantas vezes o segmento $\overline{BC}$ cabe no segmento $\overline{AB}$. Porém, visto que o segmento $\overline{BC}$ é proporcional à altura medida diretamente e o segmento $\overline{AB}$ é proporcional a altura da torre, temos que as duas razões são iguais. Sabendo então a medida de uma parte da torre, e medindo os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ obtemos então a altura da torre.

Utilizando uma notação atual podemos escrever da seguinte forma:

$$\frac{\overline{DE}}{\overline{DT}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BA}}$$

Figura 3 - Segundo procedimento para medir a altura de uma torre

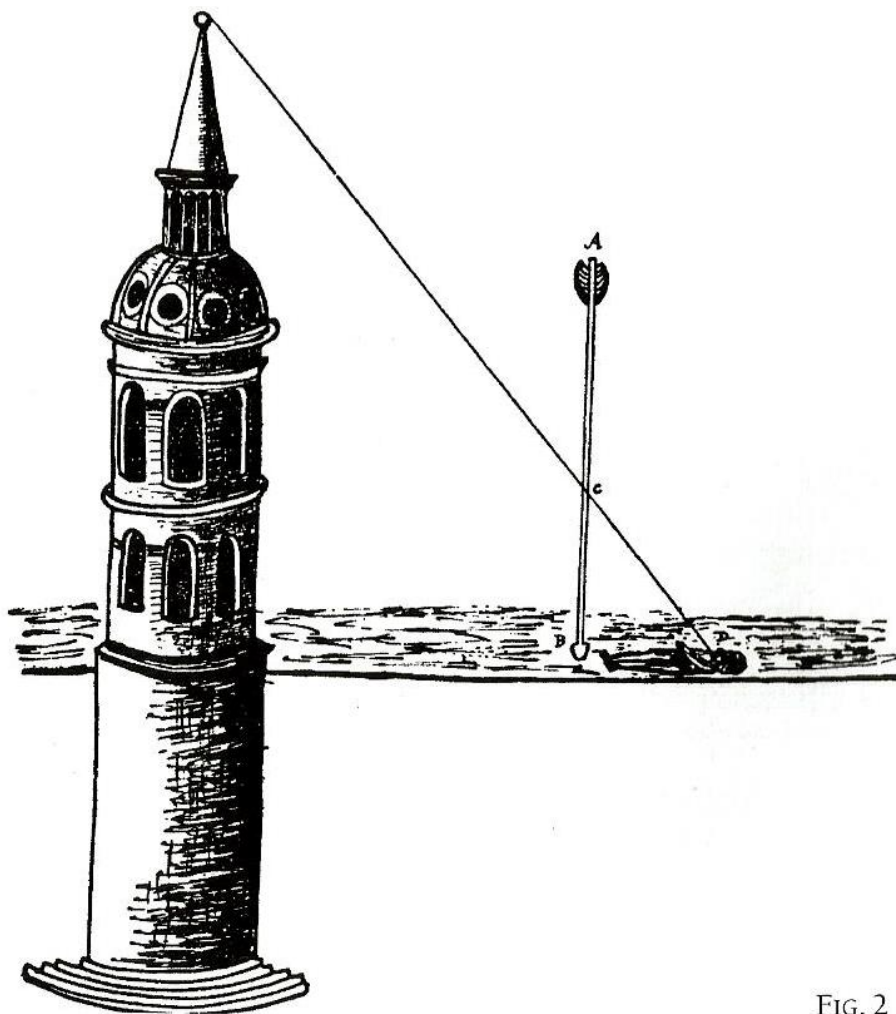


FIG. 2

Fonte: ALBERTI, 2006, p.31

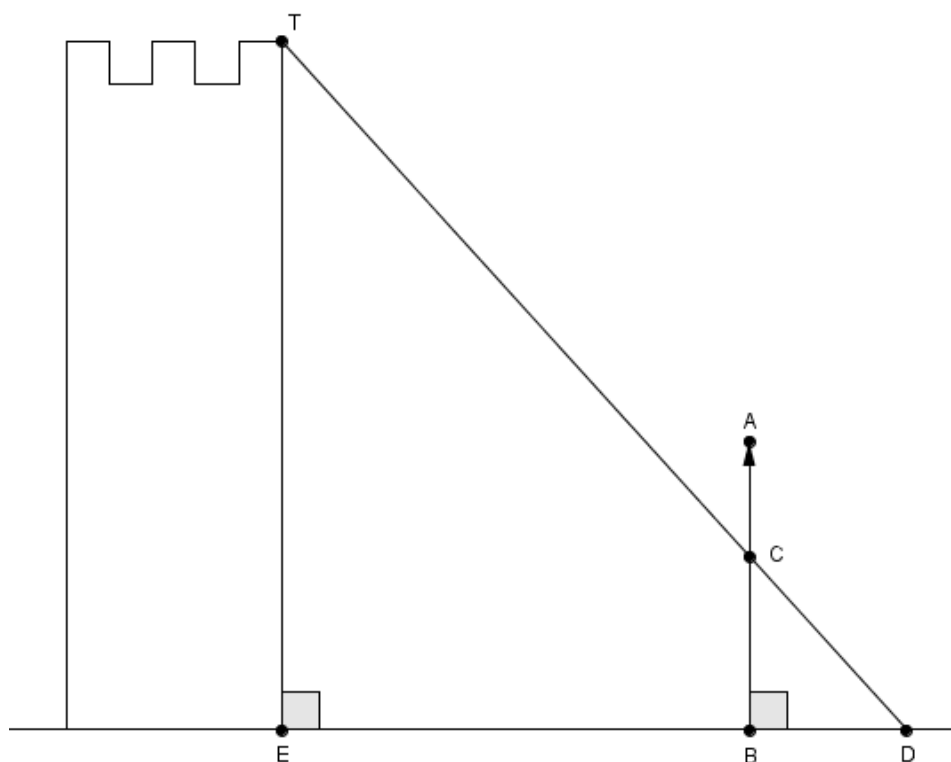
Nesse segundo caso, Alberti observa que é necessário conhecer: a distância entre a base da torre e da flecha ($\overline{BE}$); a distância da base da flecha até o nível dos olhos do observador ($\overline{BD}$); e medir diretamente o segmento $\overline{BC}$. Assim, a medida da altura da torre ($\overline{ET}$) pode ser determinada, novamente, por meio de semelhança de triângulos (vide figura 4).

Cabe destacar que existiam diversos equipamentos para a medida de longas distâncias, o que viabiliza o segundo procedimento, além disso Alberti propõe na sua obra alguns procedimentos para medir longa distâncias.

É interessante notar, que Alberti não se preocupa em demonstrar que os dois triângulos formados são de fato semelhantes (a semelhança poderia ser facilmente demonstrada, visto que em ambos os triângulos (EDT e BDC) as medidas dos ângulos respectivos são congruentes). Sendo assim, em notação matemática moderna temos que:

$$\frac{\overline{ET}}{\overline{EB}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BD}}$$

Figura 4 - Geometrização do segundo procedimento para medir a altura de uma torre



Fonte: Figura nossa

Cabe observar que a ausência de demonstração não implica o desconhecimento dela por Alberti. Isso, na verdade, está relacionado ao propósito que tem a obra. Como não se trata de uma obra de geometria teórica, mas de apresentar técnicas de medição, Alberti não se preocupou em incluir nela demonstrações geométricas.

Um terceiro caso foi proposto por Alberti da seguinte forma:

[Outras formas bem diretas de proceder]

“Alguns acham mais direito aproximar-se da torre de maneira que, caso esteja-se deitado no solo com os pés tocando a flecha fincada no chão como disse, a mirada na direção do topo da torre caia na flecha precisamente numa altura igual à distância de seu olho até seus pés. Dizem com razão que haverá tanto da base da torre até seu olho quanto da base ao topo.

Outros apresentam formas de proceder bastantes exatas e úteis. Dizem: pega-se um espelho, ou mais simplesmente uma gamela cheia d'água, e pousa-se no chão. Vai se afastando, sempre voltando para a torre e para a gamela, até perceber o topo da torre refletir-se na superfície da água; descobre-se que a distância do olho ao espelho tantas vezes quanto a torre cabe na distância do espelho à base da torre” (ALBERTI, 2006, p.32)

Figura 5 - Terceiro procedimento para medir a altura de uma torre.

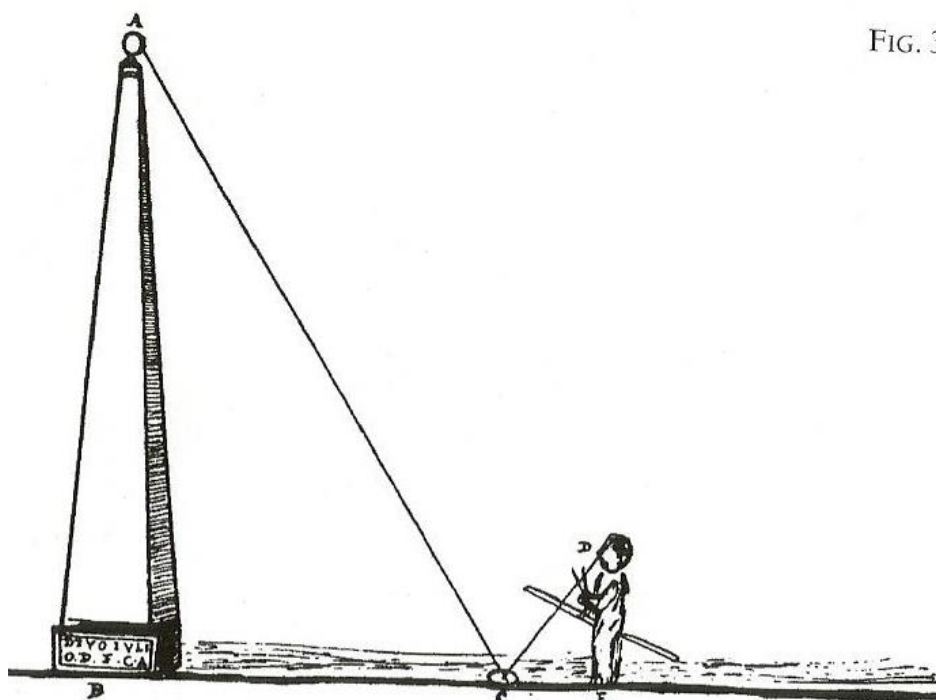


FIG. 3

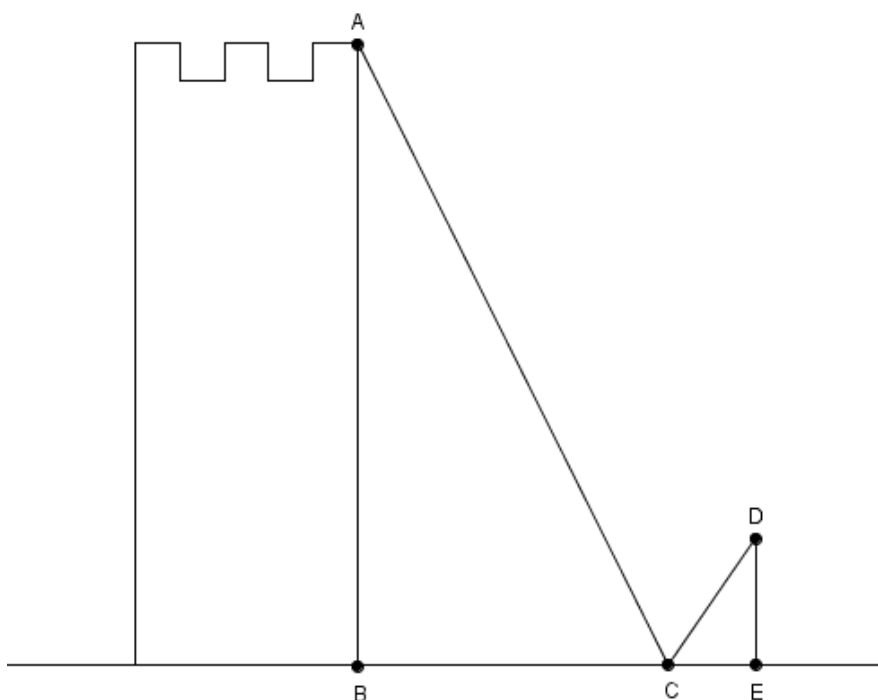
Fonte: ALBERTI, 2006, p.33

Nesse caso, Alberti propõe realizar a medição da altura da torre com o auxílio de um espelho ou gamela⁷ de água. A resolução desse problema é semelhante ao segundo caso, exceto pelo fato dos equipamentos que são utilizados, uma vez que Alberti dá ênfase na necessidade de conhecer a distância da base da torre até o ponto C , a distância do observador até o ponto C e a altura do observador até a altura dos olhos.

Nesse procedimento, Alberti novamente utiliza-se da semelhança de triângulos para determinar a altura da torre ($\overline{AB}$). Sendo assim, temos que:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{CE}}$$

Figura 6 - Geometrização do terceiro procedimento para medir a altura de uma torre



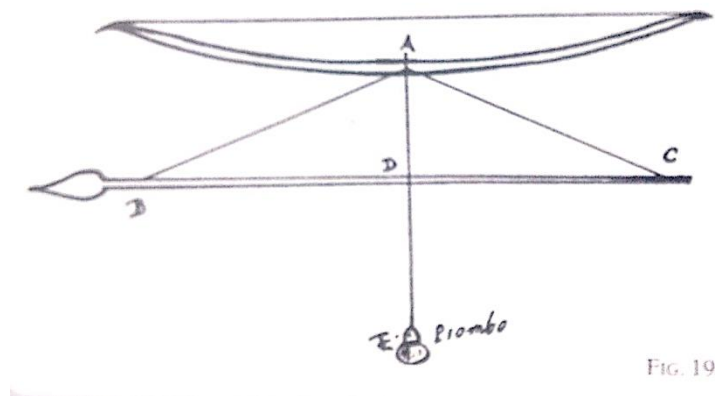
Fonte: Figura nossa

⁷ Um pote ou vaso.

Note que esses três casos são bem particulares, considerando, por exemplo a inclinação do terreno. Os três casos são idealizados numa superfície plana. Aqui encontramos um caso interessante para refletirmos. Como proceder no caso de um terreno inclinado? Nesse caso, qual dos três procedimentos poderia ser mais interessante? Embora Alberti não discorra a esse respeito, podemos repensar esses casos. Em outros termos, os procedimentos de medida requerem muito mais do que apenas conhecer as relações matemáticas. É importante também considerar o contexto em que essas relações são mobilizadas.

Com relação à inclinação de um terreno, podemos destacar o equipamento apresentado por Alberti, denominado de “*equilibra*” (vide figura 7). Segundo o autor, esse equipamento “*pode servir para medir todo tipo de coisas*” (ALBERTI, 2006, p. 55), sendo uma das principais a medição da inclinação de um terreno.

Figura 7 -Equilibra



Fonte: ALBERTI, 2006, p.55

Podemos dizer que Alberti teve contato com diversos tratados de geometria daquela época. Além disso, por ter estudado na universidade, ele era versado em geometria de modo que, provavelmente, tinha bons conhecimentos para demonstrar diferentes teoremas. Contudo, neste tratado, o objetivo de Alberti era apresentar para o marquês apenas algumas das aplicações da geometria. Como mencionado anteriormente, a primeira parte da obra apresenta basicamente procedimentos para medir comprimentos

(distâncias e alturas). Porém, na segunda parte da obra, as resoluções dos problemas são mais variadas, contemplando procedimentos para medir a profundidade de um rio ou lago, o peso de cargas grandes, distâncias e etc.

Em linhas gerais, a obra não apresenta nenhuma inovação do ponto de vista matemático, visto que trata apenas de elementos de uma geometria elementar. Todavia, o tratado traz evidências da prática matemática daquela época, apontando para as motivações e as necessidades de tais procedimentos matemáticos. A esse respeito, Gillispie (2007, p. 46) afirma que:

“A matemática de Alberti é exatamente a daqueles tempos. [...] compartilhou o ponto de vista de grande número de intelectuais do século XV, considerando a matemática mais como uma ferramenta do que como uma ciência independente.”

Ao se referir ao uso da matemática mais como ferramenta do que como uma “ciência independente”, Gillispie quer dizer que a matemática não era vista como uma ciência em si mesma, mas como conhecimento que auxiliava as pessoas nos seus diversos afazeres da vida prática. A matemática, que tinha um caráter mais prático, era verificada em diversas práticas comuns da época, como por exemplo, na confecção de um pote ou vaso de barro (devido às formas geométricas), na prática dos agrimensores, no comércio, devido às relações de troca de mercadorias, na pintura, na escultura, na arquitetura e entre diversas outras áreas.

É interessante destacarmos aqui os recursos utilizados por Alberti na resolução desses problemas. Ao invés de instrumentos de medida sofisticados, ele utiliza flechas, cordas, cera, pedras e utensílios comuns. Para Souffrin (2006), o caráter notável apresentado pela obra *Matemática Lúdica* reside na economia de recursos utilizados, seja no modo de operá-los ou nos materiais utilizados:

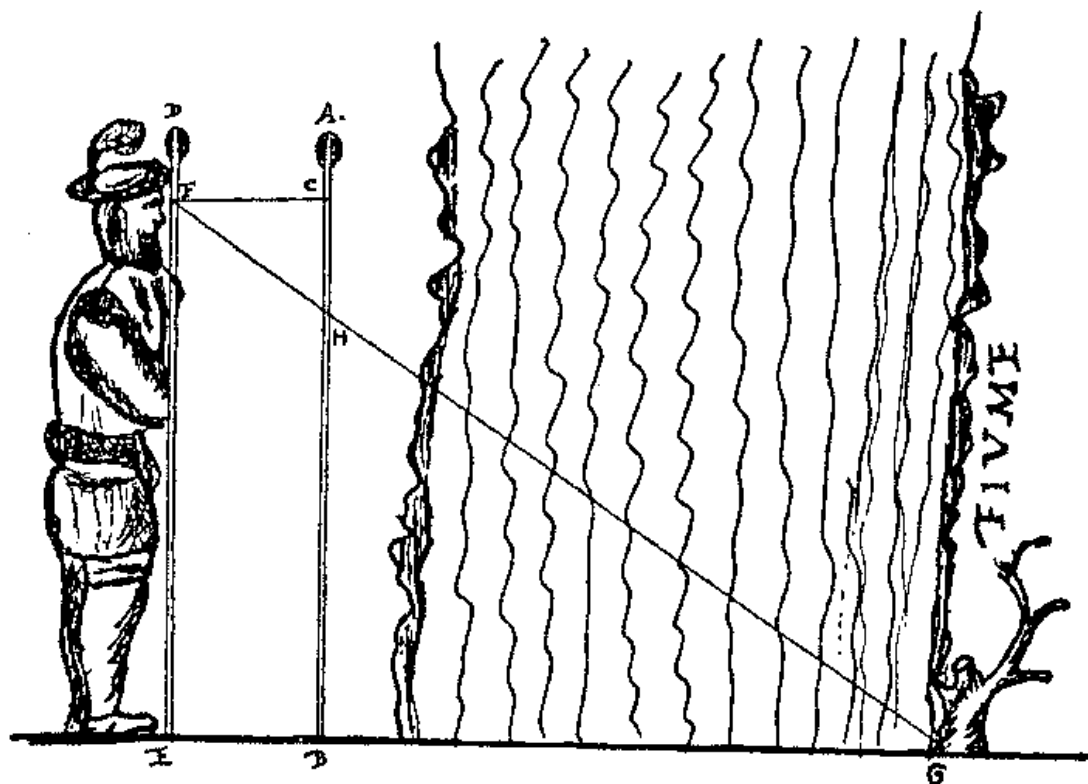
“Nos problemas em que alguma maquinaria ou aparelhagem menos banal que uma flecha ou certo comprimento de corda se

faz necessário, é a dificuldade ou mesmo a impossibilidade de obter o resultado por qualquer outro então conhecido que confere uma eficácia notável ao método descrito.” (SOUFFRIN, 2006, p.13)

Em outros termos, Souffrin (2006) destaca a viabilidade dos procedimentos adotados por Alberti, visto que alguns dos procedimentos práticos adotados seriam de difícil resolução por um método mais analítico. É o caso, por exemplo, do procedimento descrito para medir a largura de um rio. Alberti resolve esse caso da seguinte forma:

“ [...] finque na terra uma flecha, como disse anteriormente, e chamemos essa flecha de AB. Faça uma marca de cera nela, precisamente na altura dos olhos, e chame C esta marca. Depois afaste-se dessa flecha AB cerca de uma braça, e finque ali de maneira semelhante uma segunda flecha, e seja DE esta segunda flecha; coloque mais uma marca de cera exatamente na altura dos olhos sobre a flecha DE e chame-a F. Coloque o olho precisamente contra essa marca F e mire algo de perceptível na outra margem do rio no alinhamento da flecha AB, como um arbusto, ou algum local ou uma pedra; chamemos esse objeto de G.” (ALBERTI, 2006, p.33-34)

Figura 8 - Procedimento para medir a largura de um rio utilizando a vista

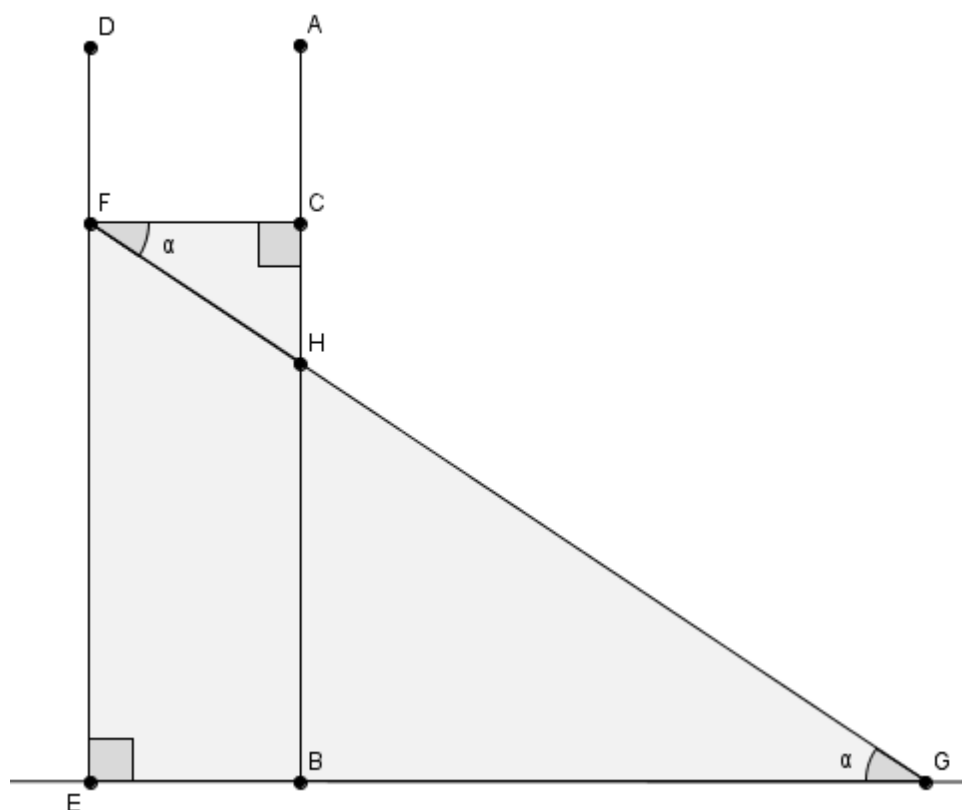


Fonte: ALBERTI, 2006, p.34

Nesse procedimento, a largura do rio também será determinada através de semelhança de triângulos (vide figura 8), visto que os triângulos CFH e EFG são semelhantes. Sendo assim, a medida do segmento $\overline{HC}$ cabe tantas vezes no segmento $\overline{CF}$ quanto o segmento $\overline{EF}$ cabe no segmento $\overline{EG}$. Utilizando uma notação atual, poderíamos escrever a relação da seguinte forma:

$$\frac{\overline{HC}}{\overline{CF}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{EG}}$$

Figura 9 - Geometrização do procedimento adotado por Alberti para medir a largura do rio com a vista



Fonte: Figura nossa

Enfim, podemos dizer que Alberti procurou descrever os procedimentos de forma muito clara ao leitor e, para tanto utilizou uma linguagem simples, e em certos casos, apresentou figuras para representar cada situação. Para finalizar apresentamos mais um caso:

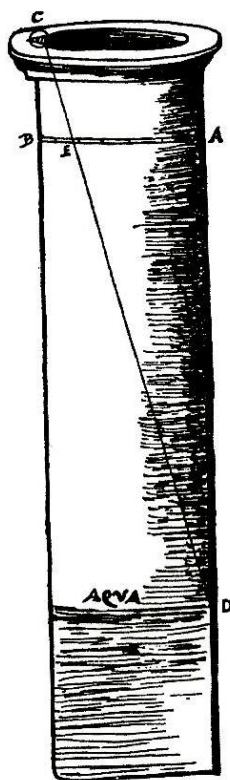
“Meça com a vista a profundidade de um poço, até o nível da água, da seguinte forma. Coloque um bambu atravessando no poço o mais baixo possível, de modo que lhe seja também possível atingi-lo com a mão, e fixe-o de uma maneira que agarre bem. Coloque depois o olho na beirada do poço justamente na prumada de uma das extremidades do bambu, de maneira a ver até o fundo da cavidade, isto é, até a superfície da água, e mire a beirada da superfície da água no lugar que se encontra justamente na prumada sob a outra

extremidade do bambu. Chamemos A a ponta do bambu oposta ao observador, B a outra ponta que está do seu lado, C seu olho e D a superfície da água no fundo do poço. Feito isso, vise o ponto D na superfície da água, e, no lugar onde seu olhar bater no bambu, coloque uma marca de cera, e chamemos E a essa marca, como podemos ver desenhado na figura 7.

Digo que o número de vezes que EB couber em BC [...] equivalerá ao número de vezes que AB, isto é, o bambu inteiro, couber na profundidade total do poço.” (ALBERTI, 2006, p. 39)

Figura 10 - Ilustração do procedimento adotado para medir a profundidade de uma cisterna

FIG. 7



Fonte: ALBERTI, 2006, p. 38

No caso apresentado anteriormente, podemos observar que por meio de uma técnica simples e utilizando semelhança de triângulo, Alberti consegue

medir a profundidade de uma cisterna. Cabe observar que todos esses problemas eram de natureza prática. A *Matemática Lúdica*, dessa forma, lidava com problemas práticos da geometria, seguindo uma antiga tradição ligada às artes mecânicas que passou a ser valorizada na época de Alberti.

Além disso, Alberti desejava proporcionar momentos de prazer ao seu leitor, não apenas com as situações propostas, mas demonstrando a possibilidade do princípio de medir, utilizando a matemática para investigar a natureza. Nesse particular, Souffrin (2006, p.14) destaca que o entretenimento resultaria de um contraste dos recursos materiais utilizados e a importância dos conhecimentos, ou seja, a beleza da obra pode ser observada por meio das medidas que são obtidas em vista dos materiais simples utilizados.

No próximo capítulo, continuamos a abordar os procedimentos de medida descritos na obra, destacando os procedimentos de medir o tempo. Veremos que, diferentemente dos procedimentos aqui descritos, a medição de tempo requer o uso de diferentes aparatos e instrumentos.

CAPÍTULO II

PROCEDIMENTOS E INSTRUMENTOS PARA MEDIR O TEMPO

“O que é, por conseguinte, o tempo? Se ninguém me perguntar, eu sei; se o quiser explicar a quem me fizer a pergunta, já não o sei.” (Confissões – Agostinho, Livro XI)

Os instrumentos que atualmente utilizamos para medir o tempo podem ser encontrados com facilidade. Estão no pulso, nos celulares, no carro, em casa, nos lugares públicos e no serviço. A correria do dia-a-dia faz com que nos preocupemos cada vez mais em administrar o tempo. Porém, observamos que a facilidade com que medimos o tempo, muitas vezes não nos permite refletir sobre o que é medir o tempo.

Segundo Longo (2013, p.25-26), *“a leitura da medida do tempo atualmente está tão simplificada que permitem às crianças (e a muitos adultos) a medição de algo, sem terem consciência do que medem”*. Apresentamos nesse capítulo alguns procedimentos utilizados para medir o tempo descritos por Alberti em sua obra *Matemática Lúdica*. Buscaremos, assim, compreender o que significa medir o tempo, contextualizando os procedimentos apresentados por ele no século XV. Como veremos a seguir, os procedimentos descritos por Alberti nos faz refletir não só sobre as possíveis formas de medir o tempo, mas também sobre o que é o tempo.

2.1 A MEDIDA DO TEMPO

Os estudos sobre o tempo ganharam grande importância a partir do século XVII. Segundo Whitrow (1993, p.145), a busca por maior precisão na medição do tempo *“foi um avanço significativo, pois acabou por levar ao reconhecimento da importância da mensuração precisa na ciência e na tecnologia em geral”*. Contudo, a medição do tempo é uma atividade muito antiga, tal como podemos notar na *Matemática lúdica* de Alberti. Nessa obra, o

autor refere-se a diferentes formas de medir o tempo e muitas delas eram bastantes antigas.

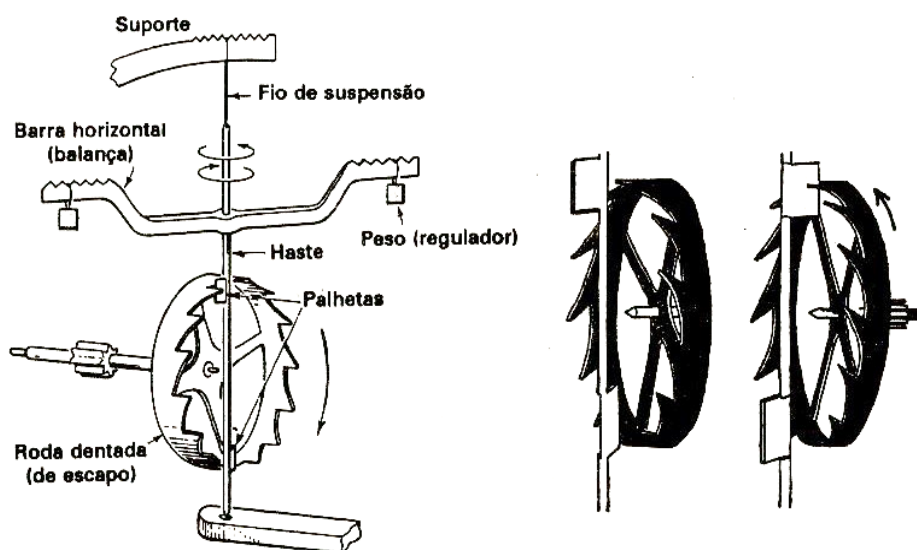
Ao abordar a medida do tempo, Alberti afirma que haviam “muitos meios apropriados”. Menciona inclusive a utilização de relógios de grande precisão, seja da ordem de uma hora ou meia hora.

Cabe observar que os relógios mecânicos já estavam presentes na Idade Média no final do século XIII. Estes relógios podiam ser visto em várias igrejas da Europa. Segundo Martins (1998, p. 87):

“Os primeiros relógios mecânicos parecem ter surgidos na Europa, no final do século XIII. Herdeiros de mecanismos destinados a reproduzir os movimentos dos astros (espécies de “calendários mecânicos”), utilizavam pesos suspensos e rodas dentadas, num mecanismo conhecido como “haste e folha”.

Na figura 11, apresentamos a estrutura do relógio mecânico conhecido como relógios do tipo “haste e folha”.

Figura 11 - Relógio Mecânico de haste e folha



Fonte: WHITROW, 1993

A medição do tempo por meio do relógio mecânico consistia na contagem das oscilações que a roda dentada (vide figura 11) realizava ao girar, liberando um dos seus dentes das palhetas presas a haste. O movimento que proporcionava a roda dentada girar era provocado pelos pesos reguladores que empurravam a haste numa e depois na outra direção. (WHITROW, 1993; ANDREWES, 2002)

Medir o tempo na Idade Média era importante porque as pessoas que viviam nos mosteiros tinham que cumprir determinadas obrigações (orações, refeições, entre outras atividades) pontualmente. Tal pontualidade exigida, entretanto, não tinha o propósito de “poupar tempo”, mas disciplinar a vida monástica (WHITROW, 1993; ANDREWES, 2002). Ou seja, diferentemente do que pensamos, a necessidade de medir o tempo na Idade Média estava relacionada a propósitos muito diferentes dos dias de hoje.

Os relógios medievais contavam as horas por meio de um mecanismo que “contava” as horas por meios dos dentes das rodas e engrenagem. Esse mecanismo não era conhecido por todos, mas apenas por pessoas com elevado nível de formação. (WHITROW, 1993; ANDREWES, 2002). Podemos dizer que a fabricação de relógios não era uma atividade generalizada, visto que somente algumas poucas pessoas conheciam o ofício, o que implicava em possuir conhecimentos de matemática. E assim permaneceu até a época de Alberti.

Porém, a medição do tempo, naquela época, nem sempre era realizada por meio da contagem do giro das rodas dentadas. Segundo Alberti, seria possível medir o tempo de tudo que tivesse movimento, conforme o próprio autor destaca: *“De fato, tudo que tem algum movimento é apropriado à medição do tempo, e todos os relógios são fabricados segundo este fundamento [...]”* (ALBERTI, 2006, p.43). É nesse sentido que Alberti apresenta os diferentes procedimentos para medir o tempo, tendo por base qualquer “coisa” que possua movimento.

A ideia de que o tempo estava associado ao movimento não era novidade na época de Alberti. Segundo Whitrow (1993), Platão (384 – 322 a.C), por exemplo, já tinha observado que o tempo estava associado “a uma imagem movente de eternidade”, propondo que o tempo era produzido por meio do movimento das esferas celestes. Whitrow (1993) ressalta ainda que Aristóteles, influenciado pelas concepções de Platão, acreditava também que o tempo e o movimento estavam intimamente ligados.

A esse respeito, observa Martins (2007, p. 81) que, para Aristóteles:

“[...] não existe tempo, se não há movimento (entendido mais amplamente como mudança). No entanto, o movimento pode sofrer variações, cessar, ser uniforme ou não, mas o próprio tempo não varia.”

Desse modo, visto que o tempo estava associado ao movimento, era possível medi-lo de diversas formas. Alberti apresentou alguns exemplos que já eram bastante conhecidos, dentre os quais os relógios cujo funcionamento estava baseado na “queda” de algum elemento.

Este é o caso, por exemplo, da ampulheta e da clepsidra que geralmente utilizavam areia e água, respectivamente. Mas haviam também outros tipos de medidores de tempo que utilizavam o fogo. A esse respeito, Alberti (2006, p. 43) observa que:

“[...] relógios também são feitos com fogo e com ar. Alguns utilizam mechas de talco, anotando o peso do azeite queimado no decurso de uma hora: iluminam as mechas na hora apropriada e obtêm dessa forma uma boa medida.”

A clepsidra, ou relógio de água, foi provavelmente um dos primeiros aparatos utilizados pelo homem para medir o tempo. Seu funcionamento era simples. Constituíam-se de dois recipientes em níveis diferentes: um na parte superior, no qual havia um líquido e um na parte inferior, no qual era inscrita

uma escala, que serviria para medir o tempo. No fundo do recipiente superior havia um orifício por onde o líquido escoaria, passando dessa forma para o recipiente inferior.

Segundo Andrewes (2002), um dos principais motivos da criação do relógio de água deveu-se ao interesse em medir as horas noturnas, visto que durante o dia (do nascer ao pôr-do-sol) costumava-se utilizar a sombra do sol para medir o tempo.

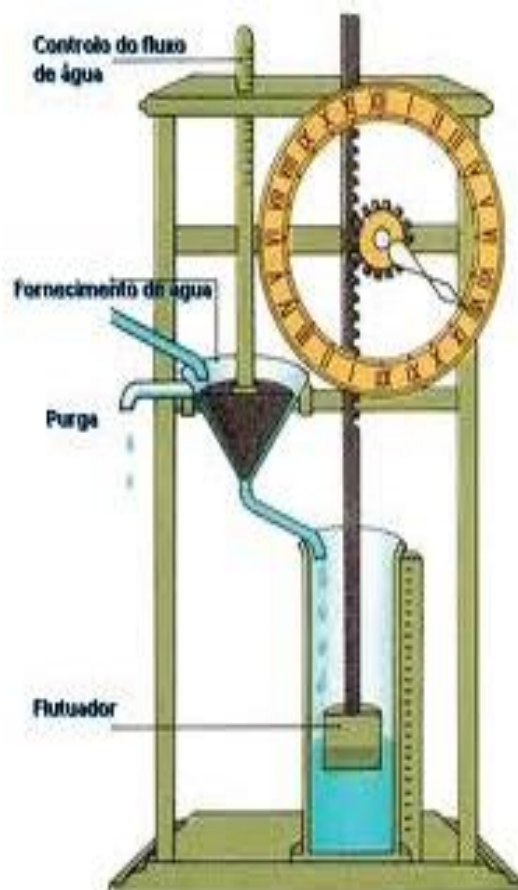
Figura 12 - Relógio de água



Fonte: <http://www.mundodosrelogios.com/tiposrelogios.htm>, visto em 29/06/2014.

A clepsidra, entretanto, sofreu variações ao longo do tempo. Muitos outros mecanismos foram a ela acrescentados conforme os diferentes propósitos e necessidades requeridas, tal como podemos observar na figuras 12 e 13.

Figura 13 - Relógio de água mais avançado.

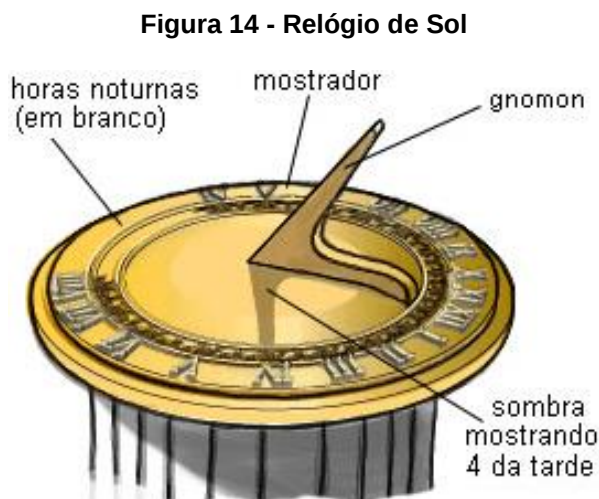


Fonte: <http://www.abracore.org.br/tempusfugit-04.htm>, visto em 29/06/2014

Um instrumento tão antigo quanto o relógio de água, era o relógio de sol, ou *gnomon* grego. Esse tipo de instrumento marcava o tempo segundo o movimento do Sol que projetava a sombra do *gnomon* (vide figura 14).

Possivelmente, os primeiros povos que deram importância à medida do tempo foram os egípcios e os babilônicos. Motivados por organizar e coordenar diversas atividades, tais como a agricultura, desenvolveram calendários solares e lunares. (ANDREWES, 2002). Baseados nesses tipos de calendários, os povos egípcios, por exemplo, chegaram a dividir o dia em dois períodos, o de

escuridão e o de-luz solar, e cada período em 12 partes. Essas divisões são chamadas de “horas sazonais”. É interessante notar, que as divisões do período de luz do sol e da escuridão não possuem a mesma duração no decorrer do ano, exceto no equinócio da primavera e do outono. (WHITROW, 1993; ANDREWES, 2002). Na figura 14, podemos observar um modelo de relógio de sol, e constatar as 12 divisões da duração do nascer ao pôr-do-sol.



Fonte: <http://www.abracore.org.br/tempusfugit-04.htm>, visto em 29/062014.

Outro relógio que segue o mesmo princípio do relógio de água é a ampulheta, ou relógio de areia. Este era constituída de dois recipientes cônicos, denominadas de ampola, que eram unidas pelos seus vértices, onde havia um orifício através do qual a areia escoava do recipiente superior para o recipiente inferior (vide figura 15).

Figura 15 - Relógio de areia

Fonte: http://www.museutec.org.br/previewmuseologico/a_ampulheta.htm, visto em 29/06/2014

Os relógios de areia parecem ter sido inventados por volta do século XIV para solucionar o transtorno causado pelos relógios de água, que não eram apropriados para regiões onde as temperaturas eram baixas no inverno, pois a água congelava, não permitindo a medida do tempo (WHITROW, 1993). Embora as ampulhetas tenham resolvido o problema, elas somente se difundiram após o surgimento de um novo tipo de “areia”, mais fina, feita de pó de casca de ovo, uma vez que a areia comum alargava ou entupia o orifício pelo qual ela escoava. (WHITROW, 1993, p.118).

Esse instrumento, entretanto, também tinha suas limitações, pois eram mais úteis para a medida de tempos curtos. Entretanto, eram utilizados em navios para medir a velocidade das naus e nas igrejas nas liturgias.

Outro importante instrumento para medir o tempo apresentado por Alberti é o relógio de fogo, também chamado de relógio de incenso. Seu funcionamento era bem simples. Constituía-se basicamente na queima do incenso, ou mesmo de uma corda com nós, uma vez que a queima se dava num ritmo constante.

Embora esses vários tipos de relógios fossem muito úteis para medir o tempo, notamos algumas diferenças importantes entre eles. Os relógios de água, areia e fogo realizam a medida de tempo por um processo contínuo,

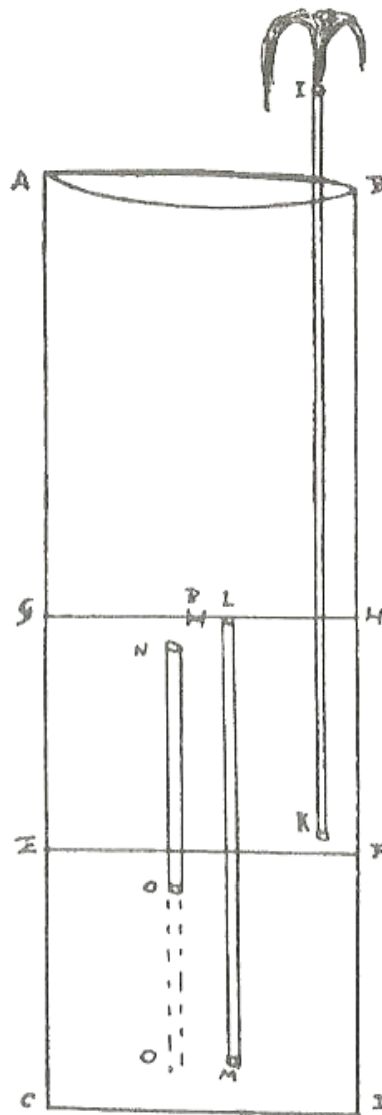
enquanto que os relógios mecânicos, por exemplo, do tipo “haste e folha”, realizam a medida de tempo por meio de uma contagem, através de oscilações, dividindo o tempo em “segmentos discretos”. (WHITROW, 1993, p.118). Isso significa, como veremos mais adiante, que esses relógios não parecem medir o mesmo “tempo”, visto que o tempo é dividido de formas diferentes.

Dentre os diferentes procedimentos para medir o tempo, Alberti parece destacar o uso de uma fonte pneumática, visto que o descreve com mais detalhes. Esse relógio é caracterizado por ele como um relógio “muito divertido”, devido ao efeito visual proporcionado pelo jato d’água expelido pela fonte. Alberti descreve a sua construção e funcionamento da seguinte maneira:

“Disponha de um recipiente com um altura de 3 palmo, cuja abertura superior chamaremos AB, e o fundo, CD. Nesse recipiente, fixe dois outros fundos distantes um do outro cerca de uma mão, e chamaremos de EF o primeiro e GH o segundo, isto é, aquele que está mais próximo da borda superior. Todos esses fundos são bem fixados no recipiente de forma que não haja nenhum ponto de escape. No fundo GH, o mais alto, faça um buraco e fixe ali uma haste oca que o atravesse verticalmente quase até o fundo EF e que ultrapasse para cima do nível de borda AB. Chamaremos essa haste IK. É preciso ainda que haja um outro buraco no fundo de GH, e embaixo, em sua vertical, um outro no fundo EF. Passe por esses dois buracos uma haste perfurada que atravesse de um fundo a outro, isto é, de GH a EF, cuja ponta inferior vá até quase o fundo CD e cuja ponta de cima esteja no nível do fundo GH; chamaremos a ponta de cima dessa haste L, e M a debaixo. Além disso, é preciso que uma haste passe justinha por um buraco no fundo EF, cuja ponta inferior, digamos O, esteja no nível do fundo EF, e cuja ponta superior, chamemo-la N, quase atinja o fundo GH. Haverá então, como vemos na figura, três fundos, um em cima do outro, ou seja, CD, EF e GH, e três hastes: IK, que atravessa o fundo GH; LM, que atravessa o fundo EF e vai até o fundo GH; e NO, que atravessa o fundo

EF. Acrescente no fundo GH um buraco sem haste, pelo qual poderá encher o recipiente de água da forma que indicaremos e chamaremos de P esse buraco [...]" (ALBERTI, 2006, p.43 - 44)

Figura 16 - Relógio de Ar ou fonte pneumática



Fonte: ALBERTI, 2006, p.

Antes de colocar em funcionamento o relógio é necessário encher de água a região compreendida pelos fundos GH e EF, por meio do buraco P e

depois tampá-lo. Em seguida, deve-se tampar a extremidade L da haste LM e encher de água a região compreendida por AB e GH.

Uma vez realizado todos esses procedimentos, para fazer o relógio funcionar, basta destampar a extremidade L da haste LM. A água que está na parte superior (entre AB e GH) passará para a região compreendida por EF e CD que, por sua vez, empurrará o ar que aí está para a região compreendida por EF e GH por meio da haste ON. Consequentemente o ar repelirá a água que está entre os fundos GH e EF por meio da haste IK, que fará jorrar um jato d'água. Alberti destaca que “enquanto ali houver ar, sua força [ímpeto] continuará a repelir a água para o exterior, o que produz um jato d'água bastante divertido”. (ALBERTI, 2006, p. 44)

A medida neste caso era o lapso de tempo das jorradadas de água. Ou seja, a fonte pneumática na verdade não mediria o tempo propriamente dito, mas a duração da quantidade de água que era escoada. Assim, para medirmos o tempo, de fato, seria necessário outro relógio para realizar a medida, isto é, para medir o tempo do escoamento da água de uma região para outra da fonte pneumática. Ademais, esse tipo de relógio apresenta características similares com alguns outros já apresentados. É o caso da ampulheta e da clepsidra, visto que o tempo medido é o tempo da queda da água, que impulsiona o ar, descrevendo assim o ciclo da água e do ar da fonte.

Segundo Souffrin (2006), a fonte pneumática não era uma invenção de Alberti. Sua invenção é comumente atribuída a Ctesébio⁸ e, embora fosse frequentemente utilizada para demonstrar as propriedades pneumáticas do ar, Souffrin (2006) destaca que a ideia de medir o tempo provavelmente partiu de Alberti.

Porém, esse tipo de aparato não era comumente utilizado para medir o tempo. Com efeito, os relógios mais comuns para medir o tempo, antes do advento do relógio mecânico, baseavam-se na movimentação do Sol e das

⁸ Barbeiro de ofício em Alexandria por volta do século III a.C. (SOUFFRIN, 2006, p.74)

estrelas, utilizando assim os conhecimentos de astronomia da época. Assim, além da clepsidra, da ampulheta e da fonte pneumática, Alberti apresenta outros procedimentos.

Como o Sol e os astros se movem no céu, eles também poderiam ser utilizados para se medir o tempo. Assim, ele afirma que os relógios que utilizam como princípio "o movimento do Sol e das estrelas são os melhores e mais exatos". Destaca ainda que "[...] *há vários deles e de todos os tipos, como o astrolábio, o quadrante solar, as esferas armilares, e esses anéis portáteis que me calha fazer, e outras coisas desse gênero*" (ALBERTI, 2006, p.44)

Ele se refere aos instrumentos utilizados comumente em astronomia e navegação, tal como o astrolábio. Este era um instrumento de origem muito antiga, possivelmente século II ou III AC. Sua versão portátil, que surgiu por volta do ano 700, é comumente atribuída aos árabes. Ele foi introduzido na Europa somente no século XI e era utilizado para: determinar as posições das "estrelas fixas" em relação ao horizonte; a posição do Sol e de outros planetas com relação às "estrelas fixas"; medir o tempo tendo por base o movimento de um astro, entre outros usos. Assim, o astrolábio foi largamente utilizado por astrônomos, matemáticos, navegadores, entre outros (WHITROW, 1993)

O tipo de astrolábio mais comum na Europa medieval consistia em uma placa circular feita de metal com uma escala graduada na borda. Possuía também uma linha de referência, no caso o diâmetro do círculo, e fixado ao centro havia uma haste giratória, chamada de ponteiro. Em muitos casos, ainda havia um anel preso na borda do círculo, que tinha a função de auxiliar na fixação do astrolábio (vide figura 17).

Figura 17 - Astrolábio do século XV



Fonte: <http://montalvoeascinciasdonossotempo.blogspot.com.br/2011/10/ciencia-em-portugal-episodios-no-aro.html>, visto em 29/06/2014

Além do astrolábio, outros instrumentos eram igualmente utilizados. O quadrante, a esfera armilar e outros tipos de anéis portáteis eram muito comuns naquela época. Mas, para utilizá-los eram necessários pelo menos três homens: um que segurava o instrumento por meio do anel fixo em sua borda, outro que realizava os ajustes dos ponteiros e um terceiro, que era responsável por realizar a leitura da medição.

Convém observar que Alberti não trata na *Matemática Lúdica* do uso desses instrumentos. Além disso, o próprio autor afirma que a explicação sobre a utilização desses instrumentos demandaria tempo e que existiam diversos autores que teriam tratado sobre esse assunto. Isso significa que o uso desses instrumentos era muito difundido naquela época, não sendo assim necessário explicitar a técnica utilizada para se medir.

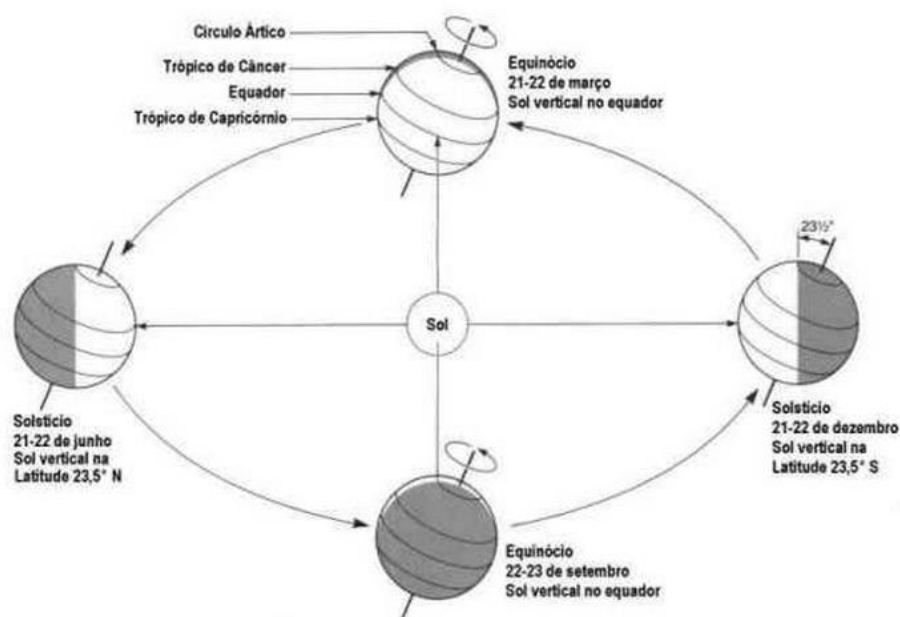
Desse modo, a única informação fornecida por Alberti em relação a esses instrumentos, resume-se no seguinte:

“[...] no que se refere aos exercícios e jogos que apresento aqui, resume-se simplesmente no seguinte: quase todos

regulam-se pela direção sul, porque é o mais preciso e mais regular de todos os marcos celestes.” (ALBERTI, 2006, p. 45)

Cabe ressaltar que as medidas realizadas por meio desses instrumentos apresentavam-se aos estudiosos da época mais precisas e confiáveis de modo que eram utilizados amplamente para medir o tempo. Hoje sabemos que a necessidade de orientar esses instrumentos para a direção sul, é justificada pelo movimento de rotação da Terra em torno do seu próprio eixo. Como podemos notar na figura a seguir, o eixo de rotação da Terra é orientada na direção norte-sul. A precisão só não é maior porque a terra translada em torno do Sol com uma defasagem de aproximadamente $23,5^\circ$ com relação ao eixo de rotação.

Figura 18 - Movimento da Terra em torno do Sol



Fonte: <http://fisica.ufpr.br/grimm/aposmeteo/cap2/cap2-1.html>, visto em 29/06/2014

Entretanto, é preciso ter em conta que na época de Alberti a maioria dos estudiosos considerava que a Terra estava no centro e os planetas, a Lua e o Sol giravam em torno dela. Assim, embora hoje expliquemos que os instrumentos são regulados na direção norte-sul devido ao movimento de

rotação e translação da Terra, naquela época a explicação seria outra. Porém, Alberti não a apresenta na *Matemática lúdica*, visto que o seu objetivo era apenas o de apresentar os procedimentos de medir o tempo.

Mas, embora não apresente a justificativa, Alberti propôs-se a explicar como encontrar a direção sul:

“Se portanto quiser encontrar a direção sul num lugar qualquer, fará como segue. Finque bem reto sua flecha num local plano, certifique-se de que permaneça em posição bem vertical, como disse antes, depois, entre o almoço e meio-dia, pegue um barbante, amarre na base da flecha, corte-o justamente no lugar em que termina a sombra da flecha sobre o solo e, girando, faça no chão um círculo em torno dessa flecha. A ponta da flecha fincada será portanto o centro desse círculo, que chamaremos A. Chamaremos B o lugar em que a extremidade da sombra da flecha cai precisamente sobre o círculo. Deixe a flecha como está. Enfie um pedaço de madeira no ponto B. Volte um hora mais tarde; verá que a sombra da flecha encontra-se em outro ponto. Espere que venha tocar precisamente o círculo e marque com outro pedaço de madeira o lugar, que estará mais perto do lado onde o Sol nasce; chamemos C essa marca, como podemos ver na Figura 10. Divida a reta BC, isto é, a distância entre as duas marcas, em duas partes iguais; chamemos D o meio; estique um traço do ponto A no interior do círculo até esse ponto D. Essa reta está dirigida precisamente para o sul do lugar. A partir daí poderá instalar corretamente os quadrantes solares e outras coisas desse gênero.” (ALBERTI, 2006, p. 45-46)

Figura 19 - Procedimento para determina a direção Sul

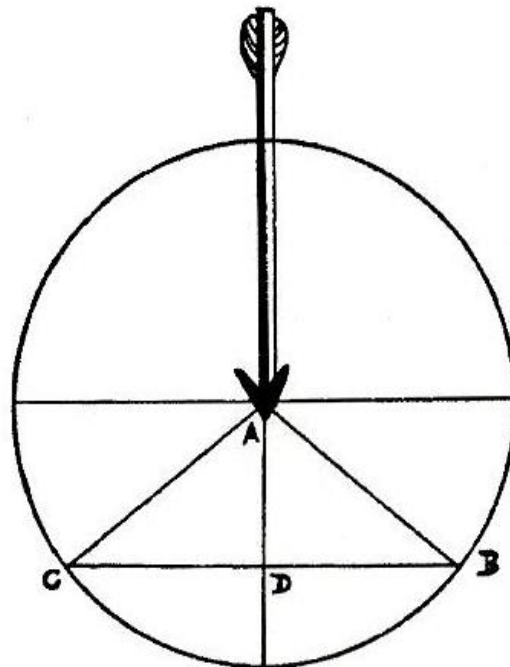


FIG. 10

Fonte: ALBERTI, 2006, p.46

Vale destacar que a posição dos pontos B e C está invertida, visto que a projeção da sombra da manhã deveria estar à esquerda (sentido oeste) e a sombra da tarde, à direita (sentido leste). Isso pode ser explicado por meio da sombra que é projetada pelo movimento do Sol, visto que a projeção da sombra move-se de forma oposta ao movimento do Sol, como podemos ver na figura 20.

Figura 20 - Visualização da linha meridional



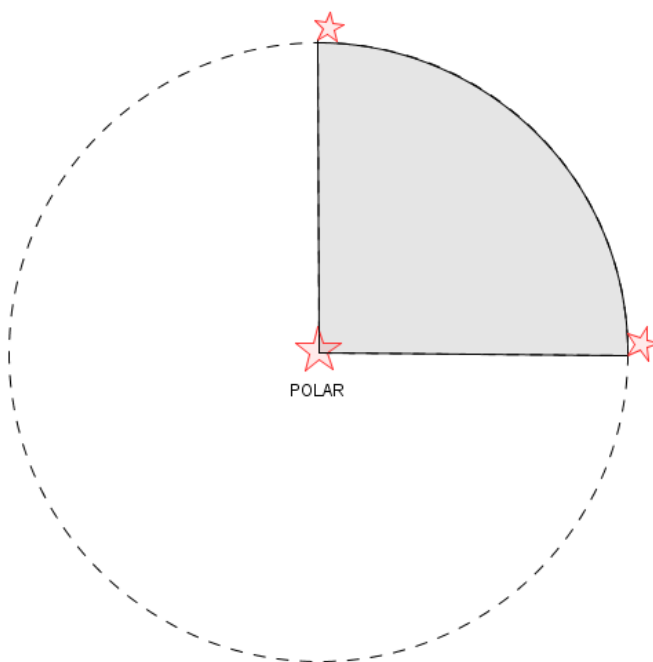
Convém aqui observar que o Sol não nasce sempre no mesmo ponto, de modo que a afirmação que o sol nasce no leste nem sempre é verdadeira. O sol nasce em pontos diferentes dia-a-dia, indo de uma região à outra, depois retomando ao ponto inicial, percorrendo assim uma faixa.

Mas esses instrumentos, tais como o astrolábio e o quadrante, por exemplo, embora fossem precisos, não eram úteis para medir o tempo em dias nublados ou à noite. A esse respeito, Alberti observa que para se encontrar a "hora noturna" deveria se proceder da seguinte maneira:

“Para saber a hora noturna sem outro instrumento a não ser o olhar, proceda como se segue. À noite, quando surgirem as estrelas, encontre a Polar, estrela bem conhecida, e observe acima de que árvore, de que torre, chaminé ou outra coisa desse gênero ela se encontra quando estiver determinado lugar; depois, entre as estrelas que cercam a Polar, escolha uma grande, que possa facilmente reconhecer, e observe igualmente o ponto de referência acima do qual ela se encontra nesse momento. Saiba que essa estrela volta em 24 horas ao mesmo lugar, acima da referência, e que gira regularmente em torno da Polar. Durante a noite, no momento em que quiser determinar a hora, veja que parte do círculo inteiro ela percorreu. Se, por exemplo, fez um quarto de círculo, 6 horas terão se passado; se tiver feito um terço, serão então 8 horas etc.” (ALBERTI, 2006, p. 47)

Como observamos Alberti propõe a medir o tempo apenas utilizando a visão. Para tanto, sugere utilizar a movimentação das estrelas como procedimento. Alberti orienta o leitor para ele encontrar a estrela Polar e depois observar a parte do círculo que a estrela percorreria com relação a Polar, conforme a figura 21:

Figura 21 - Movimentação de uma estrela em torno da estrela Polar



Fonte: Figura nossa

Como podemos observar na figura 21, a estrela a qual estamos observando percorreu cerca de $\frac{1}{4}$ do círculo, indicando assim que passaram-se 6 horas. Esse procedimento mostrava-se ser muito prático e preciso para os padrões da época.

2.2. REFLETINDO SOBRE A MEDIDA DO TEMPO

Mas o que esses procedimentos de medir o tempo nos ensinam? Como discurremos anteriormente, o fundamento da medida do tempo é o movimento. Todos os procedimentos apresentados por Alberti que mencionamos tem por base o movimento, seja ocasionado por queda, seja pelo movimento dos astros. A esse respeito, Souffrin (2006, p. 87) destaca que:

“[...] todo homem culto do século XV reconhece uma tese fundamental de Aristóteles: o tempo é o número do movimento. Igualmente aristotélica é a observação segundo a qual “os

relógios baseados no movimento do Sol e das estrelas são os melhores e mais exatos”: o movimento aparente do céu e por natureza uniforme, movimentos iguais da esfera das estrelas indicam tempos rigorosamente iguais.” (p. 87)

Podemos dizer que diversas pessoas no século XV já tinham a ideia de que o tempo medido por meio do movimento dos astros era mais preciso, porém diversos outros relógios contribuíram para orientar os homens em seus afazeres diários, ainda que não medissem o tempo propriamente dito, isto é, aquele tempo que dura 24 horas e que medimos com o relógio nos dias de hoje.

De fato, se pegássemos, por exemplo, uma ampulheta em que toda sua areia esteja em apenas uma âmbula, e a virássemos de forma que a areia começasse a escoar para a outra âmbula, o que estaremos medindo? Decerto, não estaremos medindo o tempo propriamente dito, mas a duração com que a areia escoar de um recipiente para o outro. Isso, entretanto, não significa que não possamos medir essa duração. Para tanto, é preciso que estabeleçamos uma unidade de medida. Assim, tomemos, então, a duração do escoamento total da areia na ampulheta, de uma âmbula para a outra.

Assim, se quisermos medir o tempo que um corredor levaria para sair de um determinado ponto A e chegar a B, utilizando essa ampulheta, poderíamos expressar a medida do tempo gasto pelo corredor pela quantidade de vezes que "viramos" a ampulheta. Assim, por exemplo, se para o corredor fazer o trajeto de A até B fosse necessário virar a ampulheta 4 vezes, então saberemos que o tempo que ele levou foi quatro vezes maior que o tempo gasto pela areia para escoar de uma âmbula para a outra.

Do mesmo modo, poderíamos também medir o tempo gasto pelo mesmo corredor utilizando um relógio de água. Nesse caso, expressaríamos a medida pela quantidade de água escoada de um recipiente para o outro. Suponhamos, então, que o relógio de água tenha marcas graduadas, correspondendo cada marca a uma unidade. Além disso, vamos supor que a água tenha escoado até

a marcação 15. Nesse caso, poderíamos dizer que o corredor levou 15 marcações no relógio de água para percorrer o trajeto de A até B.

Nesses dois procedimentos utilizados, o tempo medido é o tempo de escoamento da areia e da água. Em que medida podemos dizer que estão medindo o mesmo tempo? Além disso, como poderíamos expressar essa medida matematicamente?

Uma possibilidade seria comparar as duas medidas, porém isso não resolveria o problema a não ser que tivéssemos uma unidade padrão para medir o tempo. Convém observar que os relógios mais comuns no século XV tinham basicamente essa função, isto é, serviam de comparativo para a marcação do tempo de modo que, em alguns casos, era necessário mais de um relógio para medir o tempo.

Além disso, é possível medir "frações" de tempo utilizando o relógio de água e a ampulheta? Podemos até chegar a medir 3 "viradas" e meia de ampulheta ou ainda 3 "viradas" e um quarto de ampulheta. Entretanto, a medida seria bastante imprecisa. Nesse caso, o relógio de água parece ser mais preciso dependendo do número de marcações feitas no relógio. Podemos ter marcas do tipo $13 \frac{1}{5}$, $13 \frac{2}{3}$, por exemplo. Contudo, tanto um caso quanto o outro são bem imprecisos, visto que não há uma unidade comum aos dois relógios.

A esse respeito, é importante ter em conta que a precisão não era tão importante no século XV como nos dias de hoje. Embora os relógios mecânicos já existissem desde século XIII, os mesmos não mediam intervalos de tempo pequenos de modo que alguns só tinham o ponteiro das horas, enquanto outros nem sequer tinham ponteiros, apenas emitam sons indicando a hora exata. (WHITROW, 1993). De fato, como observa Alberti, a marcação do tempo poderia apenas ser obtida da marca de "hora e meia hora".

A medida em minutos só seria possível com o advento dos relógios de pêndulo e mola que surgiram por volta do século XVII (WHITROW, 1993).

Desse modo, a busca por uma unidade padrão de medida do tempo não era uma preocupação até finais do século XVII, quando novas demandas não só comerciais e econômicas, mas também científicas, passaram a requisitá-la. (CORMARK, 2006; BRITO, 2012)

Mas a observação de Alberti de que a marcação do tempo poderia apenas ser obtida da marca de “hora e meia hora” nos chama a atenção. Como essa hora era obtida? Decerto, não por meio de relógios de água, nem ampulhetas, a não ser que esses relógios fossem “calibrados”, ou seja, fossem dimensionados para tanto.

A esse respeito, é importante ter em conta que o tempo poderia ser medido de diversas outras formas, como por exemplo: a semana (7 dias), o mês (30 dias), o bimestre (dois meses), o trimestre (3 meses), o semestre (6 meses), o ano (12 meses), a década (10 anos), o século (100 anos), e assim por diante. Essa forma de mensurar o tempo, que estaria mais associada aos calendários, tinham por base a posição do Sol, da Lua e das estrelas. Desse modo, a “hora e a meia hora” a que se refere Alberti provavelmente estava relacionada à observação astronômica, tal como podemos constatar na parte da obra em que ele trata de medir as “horas noturnas”.

Assim, poderíamos comparar um relógio de água com um relógio de sol e estabelecer uma unidade padrão. Conforme já mencionamos anteriormente, o período de luz solar era dividido em 12 partes iguais (assim como o período de escuridão). Essas divisões chamadas de horas sazonais poderiam ser comparadas com outros relógios a fim de estabelecer uma unidade padrão. Desse modo, as marcações no relógio de água, bem como a quantidade de areia nas âmbulas das ampulhetas, poderiam, por exemplo, ser dimensionadas de acordo com as horas sazonais.

Assim, tal como vimos no primeiro capítulo, medir o tempo significa também comparar, reduzindo uma grandeza a números. Entretanto, não só os procedimentos, bem como a natureza do ente medido são diferentes. E eis aqui um ponto importante para o qual este estudo aponta.

Ao nos referirmos ao tempo e à sua medida nos dias de hoje, tendemos a aceitar que medir a distância entre dois pontos e medir o tempo para percorrer essa mesma distância correspondem à mesma medida. Em outros termos, num mundo em que temos instrumentos por meio dos quais obtemos medidas precisas, as medidas parecem ser dadas, visto que tais instrumentos medem. Porém, não paramos para refletir o que efetivamente se mede e como se mede.

Analisando a parte referente à medida do tempo e à medida de espaço, tais como comprimento, largura e altura na *Matemática Lúdica*, notamos que a geometria por si só, não seria capaz de dar conta de medir o tempo, visto que esta estava voltada ao estudo das figuras geométricas estáticas, diferentemente da astronomia, que era conhecida como a ciência que estudava as figuras geométricas em movimento. Apesar de no século XV os campos de conhecimentos não estarem divididos, o tempo para os estudiosos nesse período, era visto como uma grandeza física, e não matemática.

Em termos de procedimentos matemáticos para medir, notamos que a medida de grandezas como comprimento, largura e altura utiliza-se basicamente das propriedades da semelhança de triângulos. Num certo sentido, podemos dizer que a altura de uma torre, a distância de uma muralha, a largura de um rio e assim por diante, na verdade não são medidos, mas calculados, ou seja, a medida não é dada.

Por outro lado, no que se refere à medida do tempo, esta propriedade não é utilizada e o tempo também não é calculado, pelo menos à primeira vista. No caso da ampulheta e do relógio de água o tempo é medido pela duração da queda da areia e da água. Do mesmo modo, o relógio de sol mede, por meio da sombra projetada, a posição do Sol durante o dia. Porém, as horas noturnas são calculadas, como podemos observar no seguinte trecho:

“Saiba que essa estrela volta em 24 horas ao mesmo lugar, acima da referência, e que gira regularmente em torno da

Polar. Durante a noite, no momento em que quiser determinar a hora, veja que parte do círculo inteiro ela percorreu. Se, por exemplo, fez um quarto de círculo, 6 horas terão se passado; se tiver feito um terço, serão então 8 horas etc.” (ALBERTI, 2006, p.47)

Utilizando as notações modernas, podemos expressar o trecho acima da seguinte forma:

$$\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}} = \frac{6}{8}$$

Sendo assim, para determinar o tempo passado após uma estrela mover-se $\frac{1}{6}$ do círculo percorrido, poderíamos determinar a hora noturna da seguinte forma, utilizando a "regra de ouro" (regra de três):

PARTES DO CÍRCULO PERCORRIDO	HORAS
$\frac{1}{3}$	8
$\frac{1}{6}$	x

Logo,

$$\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{6}} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = 4 \text{ horas}$$

Além disso, Alberti observa que uma estrela levará 24 horas para completar uma volta completa em torno da Polar, então, se ela movimenta-se 90°, ou seja, $\frac{1}{4}$ da circunferência, saberemos que $\frac{1}{4}$ do tempo também se passou.

Finalmente, devemos destacar também o caráter contínuo do tempo no seu processo de medição. Em todos os procedimentos apresentados pelo autor notamos que os instrumentos utilizados medem o tempo por meio de um recurso de escoamento contínuo de alguma matéria (areia, água, fogo, ar). Não que o tempo não flua continuamente, mas o processo de sua mensuração está ainda associada a própria ideia de fluxo contínuo, sendo expressa pelo escoamento contínuo de alguma matéria. Essa concepção, entretanto, começaria a mudar a partir da criação do relógio mecânico, no qual o processo contínuo seria substituído por um processo oscilatório, em que o tempo seria medido pela quantidade de vezes que o processo oscilatório acontecesse. Deve se destacar que a medição do tempo ganha precisão com o advento do relógio mecânico, visto que os relógios citados anteriormente (a clepsidra, a ampulhetas, o gnomon, relógios de fogo, fonte pneumática) tinham um funcionamento irregular (WHITROW, 1993).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, analisamos uma obra do século XV, procurando explorar os procedimentos e as medidas de diferentes grandezas. Ao realizar essa tarefa, começamos a refletir sobre o significado da medida de cada uma dessas grandezas.

Concluímos este trabalho observando que, ao abordar grandezas e medidas, devemos estar seguros do significado de cada grandeza. A *Matemática lúdica* de Alberti nos possibilitou realizar diversas conjecturas não só a respeito do que significa medir, mas também sobre os diferentes nexos conceituais envolvidos no processo de medição. Essas conjecturas surgiram no decorrer de nossa leitura e análise e ajudaram-nos a reformular nossas questões ligadas ao ensino e à aprendizagem de matemática, uma vez que nos deu acesso a questionamentos epistemológicos importantes que podem ajudar a fomentar novas discussões para explorar de forma diferenciada o conteúdo grandezas e medidas.

As formas convencionais de abordagem desse tema nem sempre permite ao docente refletir sobre "o que significa medir", reduzindo a medida apenas ao resultado de uma atividade que consiste basicamente em realizar conversões de unidades de medida. Assim, ao realizar uma conversão entre unidades de medida de tempo, na maioria das vezes, o material didático, ou mesmo o docente, utiliza a regra de três, o mesmo procedimento utilizado para converter unidades de outras grandezas, como o comprimento por exemplo. Esse procedimento oculta outros aspectos da medida que são importantes, dando a falsa ideia de que medir o tempo e medir distância são em si a mesma coisa, visto que a medida é obtida pelo mesmo procedimento matemático.

Se a medida é dada ou calculada é outra questão importante que surgiu no decorrer de nossa leitura e análise. Como vimos no primeiro capítulo, Alberti obtém a medida por meio de uma relação geométrica. A medida da altura da

torre, tal como vimos, é obtida de forma indireta, sem utilizar um instrumento de medida. Na realidade, Alberti calcula a medida.

Mas, no caso do tempo, alguns procedimentos indicam que ele é medido e não calculado, salvo no caso da hora noturna que é calculada com base nos astros. Isso é notório no uso de diversos instrumentos e aparatos que, em sua maioria, realizam a medida diretamente, independente da forma, seja por um processo contínuo ou oscilatório. Além disso, nenhuma relação geométrica (ou mesmo aritmética) é utilizada para obter a medida do tempo, exceto em duas situações: para medir a hora noturna, e para comparar o tempo obtido por meio de diferentes instrumentos.

Além disso, este trabalho também aponta para outros aspectos importantes da história da matemática. A relação entre a medida e a necessidade de convencioná-la é também um aspecto importante ainda a ser explorada. Outra questão que surgiu ao longo de nossa investigação está relacionada à necessidade de se medir o tempo e sua relação com os processos industriais e comerciais que impuseram aos indivíduos um número maior de obrigações e atividades diárias. Essas questões estariam também relacionadas à precisão dos relógios numa sociedade cada vez mais desenvolvida tecnologicamente.

Embora não tenhamos explorado essas questões, visto que elas surgiram ao final de nossa investigação, podemos concluir que um estudo mais aprofundado, abordando os procedimentos de medida do tempo em diferentes contextos e épocas podem ajudar a preparar o docente a levantar diferentes questões epistemológicas relevantes ao ensino e à aprendizagem de matemática. As diferentes relações entre tempo, movimento, espaço, geometria e aritmética (sem contar astronomia, navegação, arquitetura) são importantes para dar significado à medida.

REFERÊNCIAS

ALBERTI, L. B. **Matemática Lúdica**. Edição apresentada e comentada por Pierre Souffrin. Tradução de André Telles. – Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2006.

ALFONSO-GOLDFARB, A. M. Centenário Simão Mathias: Documentos, Métodos e Identidade da História da Ciência. **Revista Circumscribere**, 2008.

ANDREWES, W. Uma crônica do registro do tempo. **Scientific American Brasil**, v. 5, out. 2002.

ARGAN, G. C. **História da arte italiana**: de Giotto a Leornado. V. 2. Tradução de Wilma de Katinszky. São Paulo: Cosac & Naify, 2003.

BELTRAN, M. H. R. História da Ciência e Ensino: algumas considerações sobre construção de interfaces., In: WITTER, Geraldina P.; FUJIWARA, Ricardo (Orgs.). **Ensino de Ciências e Matemática**: Análise de problemas. São Paulo: Ateliê editorial, 2009. p. 179-208.

BRASIL. Ministério da Educação. Guia de livros didáticos PNLD 2008: Matemática / Ministério da Educação. — Brasília : MEC, 2007. 148 p. — (Anos Finais do Ensino Fundamental).

BRITO, A. de J. A História da Matemática e a da Educação Matemática na formação de professores. **Educação Matematica em Revista**, ano 13, n. 22, p. 11-15, 2007.

_____. O ensino de matemática no século XVII: entre a religião e as disputas político-econômicas. **Zetetiké**, v. 20, n. 38, p. 11-35, 2012.

BURCKHARDT, J. C. **A cultura do Renascimento na Itália**: um ensaio. Tradução de Sérgio Tellaroli. São Paulo: Companhia das Letras, 2009.

BURKE, P. **O renascimento italiano**: cultura e sociedade na Itália. São Paulo: Nova Alexandria, 1999.

CAMELO, M. H. **Leon Battista Alberti e a matematização do olhar**. 2005. Dissertação (Mestrado em História da Ciência) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

CARREIRA, E. Limites e grandezas no pensamento geométrico na Idade Média. In: MONGELLI, Lênia M. (Org.). **Trivium e Quadrivium**: as artes liberais na Idade Média. Cotia: IBIS, 1999.

CORMACK, L. B. The Commerce of Utility: Teaching Mathematical Geography in Early Modern England. **Science & Education**, n. 15, p. 305-322, 2006.

DAVIES, P. Esse fluxo misterioso. **Scientific American Brasil**, v. 5, out. 2002.

D'AMBROSIO, U. A matemática na época grandes navegações e início da colonização. **Revista Brasileira de História da Matemática**, UNICAMP, v. 1, n. 1.

DEBUS, A. G. **El hombre y la natureleza en el renacimiento**. Tradução de Sergio Lugo Redon. México: Conacyt; Fondo de Cultura Económica, 1996.

DIAS, M. da S.; SAITO, F. Interface entre história da matemática e ensino: uma aproximação entre historiografia e perspectiva lógico-histórica. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 4., 2009, Brasília.

DIAS, M. da S.; SAITO, F. **Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumentos de medida do século XVI**. Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011.

FLORENZANO, M. **Notas sobre tradição e ruptura no renascimento e na primeira modernidade**. São Paulo: FFLCH-Universidade de São Paulo, 1996.

FURINGHETTI, F.; RADFORD, L.; KATZ, V. Introduction: The topos of meaning or the encounter between past and present. **Educ stud math**, 2007.

GARIN, E. **O homem renascentista**. Lisboa: Editorial Presença, 1991.

GRAYSON, C. Introdução. In: ALBERTI, Leon Battista. **Da Pintura**. Edição traduzida por Antônio da Silveira Mendonça. Campinas: UNICAMP, 2009.

GILLISPIE, C. C. (Org.). **Dicionário de biografias científicas**. Tradução de Carlos Almeida Pereira et al. Rio de Janeiro: Contraponto, 2007.

IMENES, L. M. & LELLIS, M. **Matemática**: Imenes & Lellis. Coleção do Ensino Fundamental II. São Paulo: Moderna, 2013.

KRISTELLER, P. **Tradição clássica e pensamento do renascimento**. Tradução de Artur Morão. Lisboa: Edições 70, 1995.

MARTINS, A. F. P. **O ensino do conceito de tempo**: Contribuições históricas e epistemológicas. 1998. Dissertação - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo.

MARTINS, A. F. P. **Tempo físico**: a construção de um conceito. Natal: Editora da UFRN (EDUFRN), 2007.

MENDES, I. A. A História como um agente de cognição na Educação Matemática. **Revista Matemática & Ciência**, ano 1, n. 2, p. 7-18, jul. 2008.

MIGUEL, A. **Três estudos sobre História e Educação Matemática**. 1993. Doutorado - UNICAMP, Campinas.

MIGUEL, A. **As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão**: argumentos reforçadores e questionadores. Campinas: UNICAMP, 1997.

Miguel, A.; Brito, A. de J. A história da Matemática na formação do professor de Matemática. **Caderno Cedes**, n. 40, p. 47-61, 1996.

MIGUEL, A; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática**: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

MILIES, C. P. Contar, calcular, compreender: a Aritmética na Idade Média. In: MONGELLI, Lênia M. (Org.). **Trivium e Quadrivium**: As artes liberais na Idade Média. Cotia: IBIS, 1999.

NUNES, J. M. V., ALMOULOUD, S. A., GUERRA, R. B. O contexto da História da Matemática como organizador prévio. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 23, n. 35B, p. 537-561, 2010.

ROQUE, T. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROSA, C. A. de P. **História da Ciência**. V. 2. Brasília: Fundação Alexandre de Gusmão, 2010.

ROSSI, P. **O nascimento da ciência moderna na Europa**. Tradução de Antonio Angonese. Bauru: EDUSC, 2001.

SAITO, F. História da Matemática e Educação Matemática: uma proposta para atualizar o diálogo entre historiadores e educadores. In: Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, 7., 2013. Montevideo. **Actas**. Montevideo: FISEM/SEMUR, 2013, p. 3979-3987.

SAITO, F. Possíveis fontes para a história da matemática: Explorando os tratados que versam sobre construção e uso de instrumentos “matemáticos” do século XVI. In: Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia, 13., 2012. São Paulo. **Anais...** São Paulo: FFLCH USP, 2012.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013.

SEVCENKO, N. **O Renascimento**. Campinas: Editora da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

SILVA, L.P. **A astronomia de Os Lusíadas**. Lisboa: Junta de Investigações do Ultramar, 1972.

SOUFFRIN, P. Introdução. In: ALBERTI, Leon Battista. **Matemática Lúdica**. Edição traduzida por André Telles. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2006.

VALENTE, W. R. História da educação matemática: considerações sobre suas potencialidades na formação do professor de matemática. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 23, n. 35A, p. 123 a 136, 2010.

WHITROW, G.J. **O tempo na história**: concepções do tempo da pré-história aos nossos dias. Tradução de Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1993.