PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO PUC/SP

Marcio Welker Corrêa

O Conhecimento Profissional e a Abordagem do Ensino da Probabilidade:

Um Estudo de Caso

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

São Paulo 2010

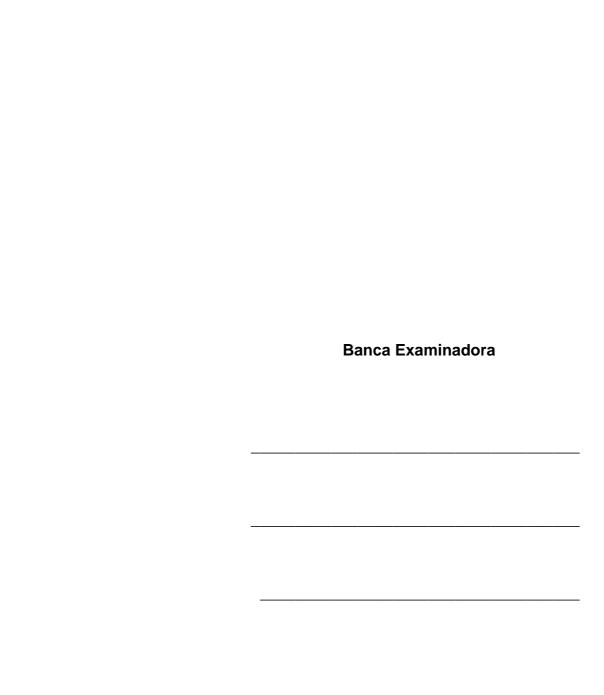
PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO PUC/SP

Marcio Welker Corrêa

O Conhecimento Profissional e a Abordagem do Ensino da Probabilidade: Um Estudo de Caso

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, sob a orientação da Profa. Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho.

São Paulo 2010



Esse trabalho é dedicado a minha amada esposa Melissa

pelo companheirismo e incentivo

em todos os momentos da minha formação acadêmica

e aos nossos três milagres ocorridos durante minha formação

acadêmica:

Ana Beatriz, João Paulo e Luiz Gustavo.

A DEUS que me guiou para realização dessa pesquisa. A Ele concedo toda a glória.

Os meus sinceros agradecimentos a minha orientadora Professora Doutora Cileda de Queiroz e Silva Coutinho que, com sua competência e paciência, conduziu-me à realização desta pesquisa.

As professoras doutoras Sandra Maria Pinto Magina e Celi Aparecida Espasandin Lopes que gentilmente aceitaram participar da banca examinadora, e assim, nortearam essa pesquisa para a sua realização.

Ao professor doutor Saddo Ag Almouloud, do qual fui aluno na graduação, especialização e neste programa do mestrado da PUC/SP; e a professora doutora Maria José Ferreira da Silva, da qual fui aluno na especialização. Ambos contribuíram em grande parte nesse novo caminho de estudo e pesquisa.

Aos amigos Eliana e Ricardo, que me apoiaram em momentos muito difíceis, e pelo companheirismo desde a especialização.

Aos amigos de CL (Comunhão e Libertação) que tanto me ajudaram caminhar e transformar essa pesquisa em uma relação direta com o Mistério. Em especial aos amigos Cecília Canalle que incentivou o início dessa caminhada e a Rafael Marcoccia contribuindo com sugestões e trocas de experiências.

As caríssimas irmãs do Mosteiro Nossa Senhora da Paz que, com suas orações, alicerçaram-me à realização dessa pesquisa. Também agradeço a hospedagem durante a realização dessa pesquisa.

Aos meus pais José Carlos e Eunice que, com suas histórias de vida me ensinaram muito, resultando a pessoa que sou hoje.

Aos meus irmãos, Íris e Marcos, aos quais me espelho para ter, talvez um dia, as suas inteligências que ainda não possuo. Também a Íris pela primeira revisão do texto.

A minha sogra (mãe) Maria Mercedes, uma pessoa vivaz que sempre me ajudou (e ajuda) com o juízo das minhas atitudes.

A amiga Goreth que, com todo seu carisma, se dispôs em revisar a ortografia dessa pesquisa.

Aos colegas Vanessa, Leandro, Rogério, César, Patrícia e Diana que gentilmente aceitaram participar das nossas entrevistas, sendo assim, sujeitos desta pesquisa.

Ao casal amigo Andréa e Adriano, durante toda a trajetória ajudaram-me com trocas de experiências profissionais e pessoais, além de contribuírem para a realização dos dois pilotos da nossa entrevista.

Aos colegas da Escola Estadual Luiza Collaço Queiroz Fonseca, pela qual tenho muito carinho. Ela me propicia momentos de muitas felicidades desde os tempos de infância quando ainda aluno.

Ao diretor Rildo, da Escola Estadual Luiza Collaço Queiroz Fonseca, pela compreensão e incentivo da minha formação profissional.

A Secretaria da Educação do Estado de São Paulo que, pelo incentivo da bolsa mestrado, possibilitou esse avanço em minha carreira docente.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização desta nossa pesquisa. O meu sincero obrigado.

O Autor

A presente pesquisa refere-se a um estudo de caso que parte do discurso do docente sobre a sua prática e não da observação desta e tem por objetivo reconhecer como o conhecimento profissional do professor de Matemática influencia a abordagem da probabilidade em suas aulas. Para isso compusemos nosso quadro teórico a partir de uma revisão bibliográfica, onde constam as dissertações, teses, livros e artigos que mais se relacionavam à nossa investigação. Utilizamos como instrumento diagnóstico entrevista semiestruturada que possibilitou aprofundar nossos questionamentos em um processo envolvendo a dialogicidade. Para escolha dos seis professores sujeitos da nossa pesquisa, utilizamos os fatos deles terem cursado licenciatura plena em Matemática, serem formados pela mesma Instituição de ensino no período de 1998 a 2002 e terem obtido formação, tanto na disciplina Probabilidade quanto na disciplina Estatística, com os mesmos professores. Tais critérios serviram para a construção de um conjunto de dados, a fim de que as variáveis de controle fossem bem identificadas. Em nossos resultados pudemos observar que o ensino da probabilidade caracterizado por uma visão determinista da Matemática (enfoque formal) torna-se um entrave uma vez que se desenvolve em diferentes perspectivas dialeticamente ligadas. Limitá-lo a uma única abordagem não contribui para aquisição de uma forma de pensar diferente da lógica dicotômica do sim/não, na qual preside incerteza, campo intermediário onde atua a probabilidade.

Palavras-Chave: Ensino da Probabilidade, Conhecimento Profissional e Formação de Professores.

This present research refers to a case study from the teaching speech on its practice, and not because of the observation of this, and aims to recognize as the professional knowledge of the mathematics teacher influences the approach of the probability in his classes. For this we compiled our theoretical picture from a bibliographic review, which contains the dissertations, theses, books and articles more closely related to our research. We used as a diagnostic tool semi-structured interviews that allowed to deep our questions in a process involving the dialogical. For the choice of six teachers subject of our research, we use the facts they have attended full degree in mathematics, are formed by the same educational institution in the period from 1998 to 2002 and have obtained formation as much in the discipline Probability as in the discipline Statistics, with the same teachers. Such criteria were used to construct a data set, in order to the control variables were well identified. In our results we could observe that the teaching of probability, characterized by a deterministic view of mathematics (formal approach) becomes an obstacle since it develops in different perspectives dialectically linked. Limit it to a single approach doesn't contribute to the acquisition of a way of thinking different from the logic dichotomous of yes/no, in which dominates the doubt, middle field where the probability operates.

Keywords: Teaching of probability; Professional knowledge; Teachers formation.

CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES	13
1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E CONSTRUÇÃO DO QUADRO TEÓRICO	19
1.1 Introdução ao Conceito de Probabilidade	19
1.2 Abordagens para Ensinar Probabilidade	28
1.3 REFLEXÃO DIDÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO DE PROBABILIDADE	30
1.4 CONHECIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR	34
1.5 SÍNTESE DO QUADRO TEÓRICO	40
2 PROBLEMA DE PESQUISA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	42
2.1 Questão de Pesquisa	42
2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA	43
2.3 HIPÓTESES DA PESQUISA	44
2.4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	44
3 Entrevista	48
3.1 Objetivos da Entrevista e seu Esboço	48
3.2 PROCEDIMENTOS PARA A APLICAÇÃO DAS ENTREVISTAS	50
3.3 REALIZAÇÃO E ANÁLISE DAS ENTREVISTAS	51
3.3.1 Parte A (Perfil)	51
3.3.1.1 SÍNTESE DAS ANÁLISES – PARTE A (PERFIL)	57
3.3.2 Parte B – Formação Docente	57
3.3.2.1 SÍNTESE DAS ANÁLISES – PARTE B (FORMAÇÃO DOCENTE)	91
3.3.3 Parte C – Formação Específica	91
3.3.3.1 SÍNTESE DAS ANÁLISES — PARTE C (FORMAÇÃO ESPECÍFICA)	130
Considerações Finais	132
Referências	142
APÊNDICE A	146
APÉNDICE B.	153

LISTAS DE FIGURAS

Figura 1: Localização da nossa pesquisa no projeto PEA-ESTAT
Figura 2: Esquema organizador da modelagem proposta por Coutinho (2002) 33
Figura 3: Dimensões do conhecimento profissional proposto por Azcárate (1996) 36
Figura 4: Esquema organizador da modelagem proposto por Coutinho (2001) 104
Figura 5: Característica de resolução do professor A

LISTAS DE QUADROS

Quadro 1: Elementos que caracterizam os diferentes significados da Probabilidade	. 29
Quadro 2: O conhecimento profissional: perspectivas fundamentais	. 37
Quadro 3: Trajetória dos nossos sujeitos de pesquisa em sua graduação	46

Existem apenas duas maneiras de ver a vida; uma é pensar que não existem milagres e a outra é que tudo é um milagre.

Albert Einstein

Nas últimas décadas o mundo tem passado por mudanças substanciais em vários sentidos. Uma das mais significativas é o relevante papel que a incerteza tem em nossas vidas. Concordamos com Azcárate (1996, p. 24), quando diz que "não cabe dúvida de que uma das características principais da nossa época é a perda da certeza absoluta na maioria dos campos da experiência humana".

Em nossa experiência profissional observamos a dificuldade dos alunos na compreensão de conceitos matemáticos, não só da linguagem matemática, mas também da capacidade analítica nas situações-problema. Cada vez mais o professor de Matemática agrega, em suas práticas docentes, elementos e situações concretas para dar sentido ao aprendizado desses alunos. No entanto, o problema não está em uni-las, mas sim no processo que desencadeia a aquisição de um novo conhecimento.

O segundo ano da Licenciatura Plena em Matemática marca nosso início no magistério, quando lecionávamos a disciplina Educação Musical da Educação Infantil às séries finais do Ensino Fundamental II.

A Educação Musical, também chamada de Musicalização, fazia parte da grade curricular desses cursos e tinha por objetivo sensibilizar o aluno para o universo musical e não apenas desenvolver suas habilidades para tocar um único instrumento. Era, sobretudo, uma forma de inseri-lo em um grande legado, não minimizando a habilidade a um mero dom ou mesmo vocação.

Até aquele momento, esta era a nossa única atividade docente, onde observávamos a distinção entre os campos científicos da "Educação Musical" e da "Música" do mesmo jeito que distinguíamos o campo científico da "Educação Matemática" e da "Matemática Aplicada".

-

¹ Esta pesquisa contempla a nova regra do acordo gramatical desse país.

Essa distinção observada na Educação Musical contribuiu para alicerçar o início da nossa formação acadêmica como pesquisador na área da Educação Matemática.

No início do exercício como docente, chamou-nos a atenção que, quase todos os colegas em nosso ambiente de trabalho, principalmente os professores de Matemática, tinham se graduado na mesma Instituição de Ensino Superior na região do grande ABC.

Durante o terceiro ano da nossa graduação em Licenciatura Plena em Matemática, cursamos a disciplina Probabilidade. Percebíamos que ela requeria uma Matemática simples, quando comparada a outras disciplinas do curso tais como Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Linear ou Geometria Analítica. Porém, a quantidade de erros em exercícios e as notas abaixo da média oficial da Instituição levavam muitos alunos à retenção.

Durante o curso das disciplinas Probabilidade e Estatística intuímos que elas tratavam de uma Matemática diferente, sem explicações científicas, apenas uma opinião subjetiva.

Dois anos depois de termos concluído a graduação, começamos a lecionar Matemática no ensino público e, percebendo que não estávamos habilitados para tal prática, voltamos a estudar. Matriculados no curso de pósgraduação (lato sensu) em Educação Matemática, pensávamos que naquele momento iríamos suprir toda, ou pelo menos quase toda, a lacuna de conhecimento matemático deixado pela graduação.

Após alguns módulos, entendemos do que se tratava a Educação Matemática, relacionando a mesma distinção que já observáramos entre os campos científicos que envolviam a Música. Com esse aprendizado, obtido no início da nossa formação acadêmica, começamos a colher alguns benefícios em nossa prática docente.

Concluída a pós-graduação lato sensu, o convite da nossa orientadora em prosseguirmos os estudos no curso stricto sensu da PUC/SP, contribuiu com o nosso desejo em aprofundar o que já iniciávamos na especialização e, assim, tivemos a possibilidade de desenvolver este trabalho.

Observando a importância do conhecimento da Estatística e da Probabilidade nas informações que circulam em todos os meios de comunicação e também na maioria dos currículos dos cursos superiores, seja na área de Exatas, Humanas ou Biológicas, nossa expectativa seria de que, na preparação dos alunos para tais graduações, este ensino se efetivasse qualitativamente, a fim de contribuir com a sua formação tanto no âmbito profissional quanto no âmbito social e até mesmo no pessoal e ético.

Nesta dissertação buscaremos reconhecer, em um estudo de caso que contempla seis sujeitos de pesquisa, como o conhecimento profissional influencia na abordagem da Probabilidade quando o professor de Matemática do Ensino Básico, a partir do 6º ano (5ª série), leciona esse tema.

Iniciamos essa pesquisa de modo empírico, tentando reconhecer em nosso meio profissional os professores que considerávamos capacitados profissionalmente, observando se os mesmos possuíam uma abordagem diferenciada do assunto Probabilidade.

A partir desta metodologia singular foi que reconhecemos, claramente, o compromisso profissional dos docentes observados e a preocupação deles com a formação cidadã de seus alunos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática como um todo.

Investigamos com muita cautela, seis professores desde a sua formação acadêmica à prática profissional, para que, de fato, pudéssemos reconhecer a influência do conhecimento profissional ao lecionar o conteúdo Probabilidade. Tal investigação, obtida por meio de entrevistas, ocorreu com auxílio do registro em gravações áudio-visual, que possibilitaram uma análise dos discursos relatados durante as entrevistas dos docentes pesquisados.

A ideia do estudo de caso veio da observação de três escolas da região do ABC onde lecionamos e em que todos os docentes da área da Matemática formaram-se na mesma Instituição de Ensino Superior, por isso entendemos sua influência positiva na formação e atuação destes profissionais.

Pensamos numa investigação com entrevistas semiestruturadas, caracterizando nossa pesquisa como um estudo de caso, explicitado no capítulo 2.4 (Metodologia e Procedimentos Metodológicos).

Tal estudo permitiu-nos inferir algum diagnóstico devido às características apresentadas pelos entrevistados:

- Período de formação na graduação idêntico, compreendido entre 1998 e 2002.
- Mesma Instituição de formação e mesmo curso (Licenciatura Plena em Matemática);
- Mesmos professores na graduação, tanto na disciplina Probabilidade quanto na disciplina Estatística;
- Nossos pesquisados s\(\tilde{a}\) professores atuantes desde a gradua\(\tilde{a}\) e
 t\(\tilde{e}\)m, aproximadamente, o mesmo tempo de magist\(\tilde{e}\)rio.

A análise destes itens serviu para que as variáveis de controle fossem bem identificadas na construção de um conjunto de dados.

É importante ressaltarmos a necessidade de melhor interação, em nosso cotidiano, com os temas definidos pelos PCN's (Parâmetros Curriculares Nacionais) como "Tratamento da Informação", na qual se insere a Probabilidade.

Mediante a necessidade no tratamento visual das informações e o tratamento do acaso e da incerteza, como alguns dos pontos nos quais a Probabilidade se embasa, observamos como os professores entrevistados atuam sobre tais temas e quais as abordagens mais frequentes refletem o seu conhecimento profissional. Observando essa interação, analisamos qual enfoque nossos pesquisados atribuíram ao ensino de Probabilidade, pensado numa visão determinista ou não-determinista da Matemática e de mundo.

Expostas algumas considerações, em nosso primeiro capítulo construímos nosso quadro teórico partindo de uma revisão bibliográfica composta por dissertações, teses, livros e artigos publicados onde identificamos semelhanças com nosso tema de pesquisa.

No segundo capítulo, propusemos nossa questão de pesquisa, os objetivos juntamente com as hipóteses da nossa pesquisa, a metodologia utilizada e os procedimentos metodológicos envolvidos em sua aplicação.

No terceiro capítulo, apresentamos o esboço da entrevista com seus objetivos, além da aplicação das seis entrevistas realizadas e analisadas, segundo nosso quadro teórico construído.

Ressaltamos que nossa pesquisa integra o projeto PEA-ESTAT, desenvolvido pelo grupo PEA-MAT, do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP.

O PEA-ESTAT é desenvolvido com financiamento da FAPESP. Entre outros mestrados e doutorados em andamento, existe uma ramificação que trabalha com a formação de professores e está relacionada ao conhecimento profissional e outra que atua com alunos na escola básica ligada ao processo de ensino e aprendizagem. As duas ramificações têm atuações na área da Estatística, Probabilidade e Combinatória.

Abaixo descrevemos a localização dessa pesquisa dentro do projeto PEA-ESTAT, utilizando um organograma (figura 1) para que o leitor perceba onde estamos inseridos.

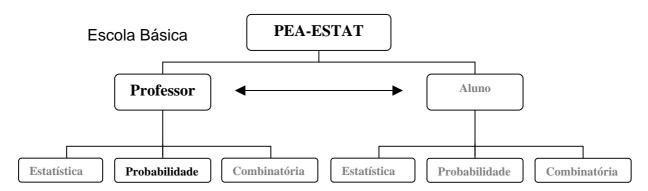


Figura 1: Localização da nossa pesquisa no projeto PEA-ESTAT.

No contexto definido pelas articulações das pesquisas do grupo, buscouse reconhecer se o conhecimento profissional do professor de Matemática influencia na abordagem da Probabilidade, diante da necessária dialética no tratamento das informações em suas aulas. Nesse capítulo apresentaremos a composição do nosso quadro teórico com uma revisão bibliográfica do tema probabilidade, contendo algumas dissertações, teses, livros e artigos que se relacionam à nossa investigação.

Com o objetivo de melhor entender nosso campo de atuação, separamos e analisamos os trabalhos com focos comuns.

Nas pesquisas com foco no aluno, analisamos o processo de aprendizagem do conceito de probabilidade. Nas com foco na formação de professores, investigamos as principais características para o desenvolvimento do processo do seu ensino e aprendizagem. Naquelas com foco no currículo, verificamos no professor, ao lecionar Probabilidade, os reflexos desse instrumento de referência e apoio didático-pedagógico. Comparamos, então, o que se observou nos alunos e professores e verificamos quais aspectos curriculares entram em jogo no momento do ensino e quais são suas consequências.

1.1 Introdução ao Conceito de Probabilidade

É certo que as pesquisas em Educação Matemática, com foco no ensino de probabilidade, ainda são poucas quando comparadas a outras áreas do saber. Assim, ao nos depararmos com esta literatura, buscaremos relatá-la, de forma breve, relacionando-a com a nossa delimitação de tema de pesquisa.

As pesquisas encontradas envolvendo a introdução ao conceito de probabilidade com foco no aluno desenvolveram-se com uso de sequências didáticas (Coutinho, 1994 e 2001; Figueiredo, 2000; Silva 2002; Souza 2002).

Pesquisas com foco na formação de professor desenvolveram-se com metodologia que utilizava um questionário ou entrevistas e era analisada quantitativa ou qualitativamente, a fim de detectar as concepções sobre probabilidade desses docentes e a interferência dessas noções em seu ensino (Azcárate, 1996; Lopes 2003; Gonçalves, 2004; Oliveira, 2003).

Já as pesquisas com foco no currículo de probabilidade desenvolveramse por processos comparativos envolvendo currículos de diferentes estados e países. Algumas pesquisas analisavam a interferência destes documentos oficiais na prática docente. Outras analisavam as interferências das avaliações institucionais na prática docente e se este discurso institucional assemelhava-se aos objetivos das questões destes exames oficiais (Lopes, 1998 e 1999; Lopes e Moran, 1999; Friolani, 2007; Goulart, 2007).

Iniciamos pela comparação entre duas sequências didáticas aplicadas com alunos entre 15 e 19 anos. Uma apresentada na pesquisa de Coutinho (1994), enfatizando o enfoque experimental e outra com a de Silva (2002), destacando uma abordagem apenas teórica do conceito de probabilidade.

Coutinho (1994) estudou as concepções espontâneas ou préconstruídas dos alunos sobre o acaso e sobre a Probabilidade a partir da análise das produções em sequências experimentais de introdução a estes conceitos, a qual privilegiava a observação da estabilização da frequência relativa de um evento após um grande número de repetições da experiência aleatória. Silva (2002), por sua vez, dedicou-se ao estudo e aplicação de uma sequência didática na qual os conceitos ou noções que conduziam à definição de Probabilidade fossem abordados a partir de atividades ou situações-problema onde as concepções frequentista e clássica de Probabilidade pudessem ser integradas ao ensino tendo em vista uma aprendizagem mais profunda e significativa em termos de compreensão e aplicação da Probabilidade.

Coutinho (1994 e 2001) contextualizou as atividades em atividades experimentais, já Silva (2002) utilizou experimentações apenas evocadas. Do ponto de vista teórico, ambos trabalharam com a dialética entre os enfoques frequentista² e laplaciano³, para introduzir o conceito de probabilidade. Sobre as

³ **Enfoque clássico ou laplaciano**: sua definição de Probabilidade consiste na razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis pela realização de um experimento aleatório (COUTINHO, 1994).

20

² **Enfoque frequentista:** A visão frequentista de probabilidade consiste em atividades experimentais que levam à observação da estabilização das frequências relativas de um evento quando repetimos a experimentação de um número muitas vezes (COUTINHO, 1994).

experimentações, enquanto Coutinho (1994) trabalhou somente com material concreto (lançamento de moedas, percevejos e tampinhas de garrafa), Coutinho (2001) introduziu a simulação informática com contexto de Probabilidade Geométrica. Atualmente entendemos que o enfoque apenas teórico ou apenas manipulativo concreto (simulação) não contribui para a apreensão dos primeiros conceitos probabilísticos. É necessária a interpolação do teórico com o concreto como nos afirma Batanero et al. (2005):

Mesmo quando a simulação pode ajudar a achar uma solução para um problema probabilístico decorrente de uma situação da realidade, a simulação não pode provar que esta seja a solução mais relevante, porque depende das hipóteses e da definição teórica na qual o modelo é construído. Um conhecimento genuíno de probabilidade somente pode ser alcançado por meio do estudo de alguma teoria formal de probabilidade. No entanto, a aquisição da teoria formal de probabilidade pelos estudantes poderá ser gradual e apoiada por sua experiência estocástica (BATANERO, HENRY & PARZYSZ, 2005, p. 33 – tradução nossa).

Nas sequências didáticas com as visões frequentista e laplaciana, aplicadas aos alunos, as noções intuitivas destes entram em desacordo quando as palavras-chave como acaso, chance, aleatório são utilizadas para este ensino, pois o uso dessas palavras com diferentes significados contrapõe o senso comum ao senso científico.

Verificamos esta afirmação nas conclusões de Silva (2002), quando alguns alunos apresentaram certa resistência em lidar com diferentes pontos de vista sobre a noção de acaso. Contribuindo para esse aspecto, o seu estudo histórico e epistemológico apontou que a humanidade também levou séculos até conceber a existência do *acaso* em determinadas situações.

Analisando a abordagem de Probabilidade para o Ensino Superior e ainda sobre as sequências didáticas, comparamos mais duas pesquisas apresentadas para este ensino, tendo em vista níveis mais complexos do ensino da probabilidade (Figueiredo, 2000 e Souza, 2002).

O objetivo de Figueiredo (2000) foi introduzir na disciplina Estatística o conceito da Probabilidade Condicional a alunos do Ensino Superior nos cursos de Licenciatura em Matemática e Ciência da Computação.

Com o uso de uma sequência didática, sua pesquisa foi composta por quatro atividades criadas para que seus alunos refletissem sobre circunstâncias que envolvessem não só a Probabilidade Condicional, mas também conceitos ligados ao Teorema da Probabilidade Total e o Teorema de Bayes. Para tanto, articulou nas questões das atividades diferentes registros de representação, como a linguagem natural, a linguagem simbólica, o diagrama de árvore e a tabela de contingência, tomando como base a Teoria de Registros de Representação de Raymond Duval.

Em suas conclusões, Figueiredo (2000) ressaltou que a maioria dos seus alunos, diante de questões que envolviam a Probabilidade Condicional, diferenciava-a da Probabilidade da interseção de eventos e o cálculo da P(A/B) do de P(B/A), desde que se apresentassem as perguntas em linguagem natural. No entanto, quando questões análogas eram apresentadas na linguagem simbólica, muitos alunos mostravam dificuldades em resolvê-las.

Com a pesquisa de Souza (2002), a autora elaborou e aplicou a alunos do curso Administração de Empresas, uma sequência didática com base no panorama de pesquisas até então publicadas e alguns teóricos da Didática da Matemática, entre os quais Régine Douady, da dialética ferramenta-objeto, e Raymond Duval, com os registros de representação semiótica, na ideia de ser utilizado mais de um registro de representação, favorecendo assim, a apreensão da distribuição binomial de probabilidades na Estatística.

A mesma autora também ressalta a característica do curso em questão e dos seus alunos, que não objetivava o enfoque matemático.

Essas autoras (Figueiredo, 2000 e Souza, 2002) evidenciaram algumas dificuldades de apreensão dos conceitos de base da probabilidade, mesmo quando se trabalha em níveis mais complexos do conhecimento probabilístico, como podemos observar em Souza (2002):

(...) algumas duplas fizeram o seguinte cálculo: 0,25.0,75 + 0,25.0,75 = 1+1 = 2. O mais interessante não é o erro na conta em si, mas o fato de que eles não perceberam que o resultado não podia ser maior que um, uma vez que calculavam o valor de uma probabilidade (SOUZA, 2002, p.77).

Souza (2002) confirmou as mesmas dificuldades observadas em Girard (1997) que as definiu como obstáculos matemáticos, ou seja, dificuldades em cálculos, fatorial, lógica e operações matemáticas com porcentagem, além da própria linguagem simbólica de probabilidade.

Observamos em Figueiredo (2000) e Souza (2002) dois elementos importantes:

- o tratamento apenas matemático este sendo um gerador de dificuldade para a apreensão dos conceitos probabilísticos mesmo em níveis mais complexos do ensino da Probabilidade;
- 2) a dificuldade analítica de situações-problema, como o exemplo descrito por Souza (2002, p.77).

Na análise dessas sequências didáticas encontramos um ponto comum, independente do nível de ensino. Não é possível desenvolver o conhecimento probabilístico sem atrelar a experiência calcada em uma formação teórica (formal) sólida. Afirmação respaldada em Azcárate (1996) e Batanero (2005), autoras de cunho internacional em cujos trabalhos a apreensão dos conceitos probabilísticos por um olhar unicamente matemático (visão determinista) constitui um dos entraves para a apreensão dos conceitos.

Acrescentamos, portanto, uma crítica ao trabalho de Silva (2002), já que sua sequência didática não apresenta nenhum enfoque experimental, isto é, a manipulação concreta, principalmente na visão frequentista. Por esse motivo, reportamo-nos à autora Azcárate (1996), que assim afirma:

A visão do mundo e da matemática é eminentemente determinista e provoca, na maioria das crianças e adultos, a necessidade de uma rede de conceitos apropriados para compreender o mundo da incerteza e seu possível tratamento matemático (AZCÁRATE, 1996, p. 25 – tradução nossa).

Citamos, ainda, a autora, ao relacionar o modelo determinista como obstáculo epistemológico para a compreensão dos conceitos da Probabilidade.

Sua integração na estrutura do pensamento implica na modificação do modelo determinista (...). Essa ruptura ajuda na superação da lógica dicotômica do sim/não que impera hoje em nossa cultura e, em consequência, em nossas escolas, introduzindo nas pessoas uma forma diferente de pensar ao admitir a existência das possibilidades de todo um campo intermediário no qual domina a incerteza (...) Portanto, desde o ponto de vista educativo, a introdução no contexto escolar de uma possível interpretação probabilística da realidade, envolve uma mudança substancial na formação do indivíduo (AZCÁRATE, 1996, p. 25 – tradução nossa).

Essa mudança substancial, e aqui referimo-nos às mudanças geradas por uma globalização e pelo desenvolvimento tecnológico exacerbados, interfere diretamente na formação do indivíduo. O próprio determinismo, presente na grande maioria das formações de professores de Matemática, constitui um grande entrave tanto para a apreensão do conceito quanto para o ensino de Probabilidade.

Em outra vertente, Fischbein e Schnarch (1996) afirmam que os obstáculos para a aprendizagem do conceito de Probabilidade tornam-se mais resistentes com a idade, visto que, quanto mais tarde o aluno for confrontado com esse tema, maior será sua dificuldade na mobilização de conceitos probabilísticos. Daí entendemos quando Coutinho (1994, p.35), sobre os obstáculos epistemológicos, comenta "que os mesmos devem, primeiramente, ser superados pelo professor, o que muitas vezes não é tão natural quanto para o aluno devido à sua bagagem cultural".

Complementando Fischbein e Schnarch (1996) e Coutinho (1994), vemos que:

(...) considerar que conceitos probabilísticos e estatísticos devam ser trabalhados apenas no Ensino Médio é privar o estudante das condições de entendimento de problemas ocorrentes em sua vida dentro da realidade social. Precisamos lembrar que uma minoria da população brasileira termina o Ensino Médio, e que nossos jovens votam aos 16 anos quando, provavelmente, iniciam esse curso. Nesse momento, eles são bombardeados por estatísticas relativas às questões sociais e econômicas, quase sempre com fins "eleitoreiros", os quais têm como objetivo a formação de opinião, promovendo um determinado partido ou candidato (LOPES, 1998, p.14)⁴.

Embora reconheçamos que os dados de Lopes (1998, p. 14) estejam desatualizados, segundo dados do IBGE (publicado na síntese dos indicadores sociais de 2008), apenas 36,8% dos jovens de 18 a 24 anos têm 11 anos de estudo, o que corresponde ao Ensino Médio completo, escolaridade considerada essencial para avaliar a eficácia do sistema educacional de um país, segundo a Comissão das Comunidades Europeias (Eurostat). Por isso, não obstante o índice ter dobrado em relação a 1998 (18,1%), ainda é considerado extremamente baixo, se comparado aos países desenvolvidos.

Apesar desse avanço, o que gostaríamos de ressaltar é a relação de uma possível aprendizagem de conceitos probabilísticos que antecede ao Ensino Médio, como visto em Fischbein e Schnarch (1996) e Coutinho (1994). Numa reflexão sobre a nossa prática docente, percebemos que esses assuntos, em sua grande maioria, não são tratados no Ensino Fundamental e tampouco na Educação Infantil pelos docentes de Matemática ou polivalentes.

Nas discussões promovidas no projeto PEA-ESTAT, existe um consenso, alicerçado pelas pesquisas na área, que o modo de inserir o ensino de Probabilidade não está na quantidade de assuntos trabalhados desde as primeiras fases escolares, mas sim, de qual(is) maneira(s) eles serão abordados pelo professor. Batanero et al (1987) indica:

com o momento presente.

⁴ A própria autora nos alertou em nosso exame de qualificação que esta citação foi inferida com informações obtidas em seu respectivo tempo e que, após mais de uma década, os dados relativos à "*minoria da população brasileira termina o Ensino Médio*" não são coincidentes

Um ponto principal na preparação de professores é a reflexão epistemológica, que pode ajudar a compreender o papel dos conceitos dentro da Estatística e outras áreas, sua importância na aprendizagem dos estudantes e as dificuldades conceituais nos estudantes em resolver problemas (BATANERO et al., 1987, p.2).

Por isso, para o processo do ensino e aprendizagem significativo de probabilidade, a reestruturação da formação de professores de Matemática pode ser considerada uma das possíveis respostas aos problemas educativos do tema em questão.

Reconhecemos essa dificuldade nas formações de professores para a docência do tema Probabilidade na investigação produzida por Azcárate (1996), verificando as concepções dos professores do ensino primário espanhol – equivalente ao Ensino Fundamental I no Brasil – sobre as noções de aleatoriedade e probabilidade. Algo também verificado na pesquisa de Gonçalves (2004) no Brasil, com professores do Ensino Fundamental II e Médio.

A pesquisa de Azcárate (1996) envolvendo a área da Educação Estatística tem uma contribuição ímpar. Ela está imersa no estudo do conhecimento profissional dos futuros professores da *Educação Primária*⁵ ao se depararem em suas aulas com o conteúdo relativo ao estudo dos aspectos probabilísticos da realidade. O objetivo da autora foi detectar as *concepções*⁶ sobre aleatoriedade e probabilidade, de modo que estas informações pudessem auxiliar na preparação de cursos de formação docente. Para atingi-lo Azcárate (1996) definiu, a partir do referencial teórico construído, quatro categorias de concepção de Probabilidade reconhecidas nesses docentes:

1. Concepção "não probabilística" da realidade

Indicadores:

✓ Não reconhecimento claro do azar e dos sucessos aleatórios.

✓ Modelos de raciocínio determinista.

26

⁵ Educação Primária do ensino espanhol equivalente ao Ensino Fundamental I brasileiro, ou seja, alunos na faixa etária entre 6 e 10 anos.

⁶ Azcárate refere-se à concepção definida por Thompson como sendo "estrutura mental de caráter geral, que inclui "crenças, conceitos, significados, regras, imagens mentais e preferências, conscientes ou inconscientes" (Thompson, 1992, p.232 apud Azcárate, 1996, p.41).

✓ Respostas baseadas em crenças e critérios de causalidade e/ou expectativa de resultados imediatos (AZCÁRATE, 1996, p.66 – tradução nossa)

2. Concepção "probabilística intuitiva"

Indicadores:

- ✓ Alguma compreensão do azar e dos sucessos aleatórios.
- ✓ Raciocínios baseados fundamentalmente no uso heurístico de juízo.
- Respostas baseadas em modelos não normativos, com muitos diferentes valores das situações dependendo da experiência pessoal (AZCÁRATE, 1996, p.67 – tradução nossa).

3. Concepção "probabilística emergente"

Indicadores:

- Uma compreensão inicial sobre a existência de múltiplas representações matemáticas do azar, a partir de diferentes perspectivas.
- ✓ Habilidade para aplicar modelos normativos a problemas simples e familiares.
- ✓ Diferenciação reconhecida entre as crenças intuitivas e os modelos matemáticos (AZCÁRATE, 1996, p.67 – tradução nossa)

4. Concepção "probabilística normativa"

Indicadores:

- ✓ Uma profunda compreensão da noção de aleatoriedade e de sua aplicação no estudo da realidade.
- ✓ Habilidade para selecionar e aplicar modelos normativos e sua relação com diferentes contextos e fenômenos.
- Capacidade para comparar e contrastar os diferentes modelos e raciocínio sob critérios normativos nas distintas situações aleatórias (AZCÁRATE, 1996, p.68 – tradução nossa).

Para chegar às categorias de concepção de probabilidade, a autora partiu dos caminhos de construção do conhecimento profissional (dimensão dinâmica e

dimensão estrutural), relacionando-os a suas perspectivas teóricas que serão explanadas posteriormente (1.4 Conhecimento Profissional), uma vez que fazemos a hipótese de que estas dimensões estão também presentes nos professores do Ensino Médio brasileiro, particularmente no grupo participante de nossa pesquisa.

Utilizando as categorias identificadas por Azcárate (1996), Gonçalves (2004) estudou as concepções de professores brasileiros em exercício na grande São Paulo, no Ensino Médio, o que muito contribuiu para nossa pesquisa, uma vez que seu instrumento diagnóstico (questionário) alicerçou parte dela. O autor buscou identificar a existência da relação entre estas concepções e as diferentes tendências do Ensino de Probabilidade nas décadas de 70, 80 e 90, analisando também livros didáticos e orientações institucionais do período.

Em sua pesquisa, observou que os vinte professores pesquisados aqui no Brasil, em sua maioria, possuíam a concepção "não probabilística" da realidade sobre estas noções, independentemente da faixa de ensino. Desta conclusão depreende-se a necessidade de pesquisas de ordem quantitativa, para verificarmos e inferirmos, de fato, se elas se assemelham.

1.2 ABORDAGENS PARA ENSINAR PROBABILIDADE

Batanero (2005, p.16) indica as implicações para o ensino da probabilidade, *"cujo ensino não pode limitar-se a uma das diferentes perspectivas"*. Premissa enfatizada, também, nos resultados de Coutinho (2001).

Segundo as discussões sobre o seu ensino, o significado da probabilidade constrói-se de modo multifacetado uma vez que estas abordagens estão dialeticamente ligadas. Podemos entender melhor o exposto com o quadro-resumo das sínteses dos diferentes significados para a Probabilidade proposto por Batanero (2005, p.11).

Quadro 1: Elementos que caracterizam os diferentes significados da Probabilidade

Significado da Probabilidade	Campos de Problemas	Algoritmos e Procedimentos	Elementos Linguísticos	Definições e Propriedades	Alguns Conceitos Relacionados
Intuitivo	-Sorteios -Adivinhações	Manipulação de geradores de acaso: dados, cartas,	-Linguagem natural	-Opinião imprevisível -Crença	-Sorte -Destino
Laplaciano ou Clássico	-Cálculo de esperança ou risco em jogos de azar	CombinatóriaProporçõesAnálises a priori da estrutura do experimento	Triângulo aritméticoListagens de eventosFórmulas combinatórias	–Quociente de casos favoráveis e possíveis.–Equiprobabilidade de eventos simples	–Esperança–Equitabilidade–Independência
Frequencial	-Estimação de parâmetros em populações	-Registros de dados estatísticos a posteriori -Ajuste de curvas matemáticas -Análise matemática -Simulação	-Tabelas e gráficos estatísticos -Curvas de densidade -Tabelas de números aleatórios -Tabelas de distribuições	-Limite das frequências relativas -Caráter objetivo baseado na evidência empírica	-Frequência relativa -Universo -Variável aleatória -Distribuição de Probabilidade
Subjetivo	-Melhora do conhecimento sobre eventos incertos, incluindo não repetidos.	Teorema deBayesAtribuiçãosubjetiva deprobabilidades	-Expressão da probabilidade condicional	-Caráter Subjetivo -Verificação com a experiência	-Probabilidade condicional-Distribuições a priori e a posteriori
Axiomática	 Quantificar a incerteza de resultados em experimentos aleatórios abstratos 	Teoria dosConjuntosÁlgebra dosConjuntosTeoria daMedida	-Símbolos dos Conjuntos	-Função medida	–Espaço amostral–Espaço de probabilidade–Conjuntos de Borel

A autora aponta em sua investigação que, em todos os tipos de abordagem, alunos apresentam dificuldades em cada um dos componentes.

Por outro lado, os diferentes significados de probabilidade deveriam ser incluídos progressivamente, começando desde as ideias intuitivas dos alunos sobre o acaso e probabilidade, já que a compreensão é um processo contínuo e crescente, mediante ao qual o aluno constroi e relaciona progressivamente os diferentes elementos do significado do conceito. É necessária uma "passagem flexível" entre os distintos significados parciais realizados após um processo de estudo prolongado, que deve ser planificado e distribuído entre os diferentes níveis educativos (BATANERO, 2005, p.12 – tradução nossa).

Azcárate (1996) afirma sobre as características para se desenvolver o conceito de probabilidade que também contribuem com a citação acima:

A probabilidade é uma característica própria dos raciocínios nãodemonstrativos. Determinar a validade e o significado desses raciocínios é papel da filosofia da probabilidade. O significado conceitual da probabilidade não pode estar embasado simplesmente em sua definição matemática, como habitualmente ocorre com outros conceitos. A dificuldade não está centrada na definição e sim em como o conceito é interpretado e aplicado apropriadamente em situações específicas (AZCÁRATE, 1996, p.28 – tradução nossa).

Comentando uma propriedade da probabilidade, Steinbring (1984 Azcárate 1996) observa uma curiosidade que é ressaltada por Azcárate (1996, p.28): "logo como tratamos de caracterizá-la por meio de uma definição matemática precisa, perde-se o caráter estocástico⁷: já não é um assunto de acaso".

1.3 REFLEXÃO DIDÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO DE PROBABILIDADE

Nesta reflexão didática, não queremos propor um modelo planificado de conteúdos e procedimentos para atuação dos professores que almejam trabalhar com a Probabilidade. Optamos por uma reflexão de cunho didático-pedagógico, ressaltando alguns tópicos entendidos como primordiais.

Shulman (2001, p. 175) descreve pelo menos quatro fontes principais da base de conhecimentos para o ensino:

- 1) Formação acadêmica na disciplina a ensinar;
- Os materiais e o ambiente do processo educativo institucionalizado (os currículos, os livros didáticos, a estrutura da profissão docente, a organização escolar e o financiamento escolar);

⁷ Estocástica é a área da ciência que inclui a teoria da probabilidade, a estatística e suas aplicações. Segundo Michaelis (2002) a palavra *estocástico* tem origem grega em Stokhastiké, sendo o estudo que tem por objeto a aplicação do cálculo de probabilidades a dados estatísticos, de modo a estabelecer a existência de variáveis permanentes e regulares, cuja ação se complica com a de fatores fortuitos (LOPES, 2003, p. 5).

- A investigação sobre a escolarização, as organizações sociais, a aprendizagem, a educação e o desenvolvimento dos seres humanos e outros fenômenos socioculturais que influenciam a tarefa dos professores;
- 4) A sabedoria adquirida da própria prática.

Dessas bases ativemo-nos à primeira fonte – (1) Formação acadêmica na disciplina a ensinar – e à quarta fonte – (4) A sabedoria adquirida da própria prática – pois entendemos que respondem às nossas indagações sobre a influência do conhecimento profissional do professor ao se deparar com o ensino de probabilidade.

Sobre a "Formação acadêmica na disciplina a ensinar" o autor afirma que

Esta visão das fontes de conhecimento dos conteúdos do tema implica necessariamente que o professor não somente deve compreender a fundo a matéria específica que ensina, mas também deve possuir uma ampla formação humanista (...). Frente à diversidade de estudantes, o docente deve ter uma compreensão flexível e multifacetada, adequada em oferecer alternadas explicações dos mesmos conceitos ou princípios (SHULMAN, 2001, p. 176 – tradução nossa).

Podemos completar esta ideia com Steinbring (1991), o qual, sobre as estruturas de abordagem para o ensino, afirma que o "conhecimento matemático e as concepções dos professores determinam o alto nível do processo de ensino" (Steinbring, 1991, p. 136 – tradução nossa).

Em relação à "sabedoria adquirida com a prática", Shulman (2001) ressalta dois pontos importantes que justificam a pertinência de olharmos para esta base do conhecimento:

- i) criação de registros da sabedoria adquirida pelas práticas docentes e suas representações codificadas,
 - ii) carência de um histórico de práticas.

Sobre o item (i) o autor assim justifica:

Uma das tarefas mais importantes para a investigação educacional consiste em trabalhar junto com educadores para desenvolver representações codificadas da sabedoria prática pedagógica de professores competentes (...). À medida que organizamos e interpretamos esses dados procuramos inferir princípios de práticas adequadas que podem servir como critérios de orientação para as iniciativas de reforma educacional (SHULMAN, 2001, p. 180 – tradução nossa)

Sobre a justificativa do item (ii), indica:

Uma das frustrações da docência como profissão é a profunda amnésia individual e coletiva, a frequência com que são perdidas as melhores criações daqueles que se dedicam a esta atividade, de modo que não estão disponíveis para seus colegas atuais e futuros. A diferença de outras disciplinas como a arquitetura (que conserva suas criações tanto em planos como edifícios), o direito (que cria uma jurisprudência composta de sentenças e interpretações), a medicina (com suas histórias e estudos de casos) e inclusive o xadrez (...) (com suas tradições de conservar partidas memoráveis) (...) é que a educação não se apresenta frente a um palco assistido por colegas. Carece de um registro histórico de prática (SHULMAN, 2001, p. 180 – tradução nossa)

Na reflexão didática do processo de ensino da Probabilidade, entendemos a relação direta do conhecimento específico (mobilização dos conceitos probabilísticos) com o conhecimento pedagógico (mobilização do conhecimento profissional) onde um interage com o outro no processo didático.

Segundo Azcárate (1996, p.29), "o pensamento probabilístico sempre tem como referência fatos concretos da realidade" e assim, observamos que o processo de modelagem segue esses passos primordiais. Coutinho (2002, p.3) expõe um esquema organizador dessa modelagem:

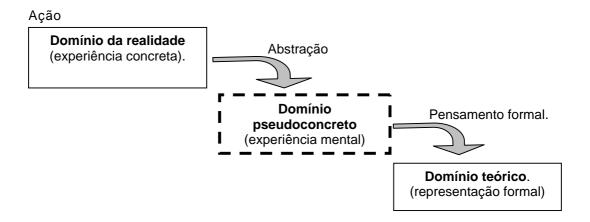


Figura 2: Esquema organizador da modelagem proposta por Coutinho (2002)

Trata-se do ensino pela modelagem, ou seja, devem-se reconhecer configurações desses modelos e não a construção de novos modelos matemáticos. A autora parte da realidade de um experimento concreto – domínio da realidade –, a fim de extrairmos, por simulação, um modelo para a verificação do comportamento do todo.

A fase seguinte é denominada domínio pseudoconcreto. É o início da abstração, onde, de modo intuitivo e empírico, conjecturas e hipóteses são elaboradas pelo aprendiz sempre partindo da observação do experimento concreto, o que pode ser caracterizado pelo conflito da ação (experiência concreta) e da abstração (experiência mental). O próximo domínio, definido como teórico, é o momento da formalização do conceito, onde representação e pensamento formal são validados e institucionalizados como conhecimento por parte do professor.

Ainda segundo Coutinho (2002), o processo que compreende a modelagem de uma situação é responsável pela simplificação e abstração dos objetos de um experimento real. A partir daí, inicia-se um processo de formulação de hipóteses, de relações e analogias com outras situações, atingindo, desta forma, um modelo da situação em questão. A relevância de novos modelos para o ensino, a exemplo do uso dos recursos tecnológicos, e neste caso a simulação em ambiente computacional, deve beneficiar tanto professores quanto alunos no

processo de ensino e aprendizagem, e não ser mais um obstáculo. Segundo Biehler, em seu artigo "Computers in Probability Education"

Situações aleatórias podem ser representadas por modelos matemáticos, por modelos físicos (como urnas) e por programas de computador. Modelos computacionais têm uma natureza dual. São modelos simbólicos como modelos matemáticos (representados na linguagem formal) e, ao mesmo tempo, são modelos físicos (representados na máquina real). Programas de computador permitem a extensão de modelar a probabilidade para novos domínios através de modelos mais complexos e realistas (BIEHLER, 1991, p. 173 – tradução nossa)

O avanço tecnológico permite a agilidade de um processo que contribui para a construção e verificação de conjecturas, o levantamento de hipóteses, a experimentação de *n* vezes um mesmo experimento aleatório. Inclui-se aqui a necessidade de um trabalho ainda mais ligado a outros domínios da Matemática, particularmente o da Geometria (nos casos de simulações no âmbito da probabilidade geométrica) e da Álgebra, uma vez que as representações algébricas dos modelos e resultados obtidos na simulação são pontos fundamentais para a resolução dos problemas probabilísticos.

1.4 CONHECIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR

Inúmeras investigações têm-se dado no âmbito do conhecimento profissional do professor que em parte ajudam-nos a delinear nosso campo de atuação. Dizemos "em parte", pois, apesar delas revelarem grande riqueza, mostram também uma enorme complexidade como objeto de estudo.

Partimos então da pesquisa dada por Azcárate (1996) que nos alicerça sobre o conhecimento profissional com ênfase no ensino da probabilidade e, em seguida, buscamos literatura para melhor solidificar este conhecimento.

Azcárate (1996) afirma que o conhecimento profissional é construído por um caminho que tem duas possibilidades – (1) a *dimensão estrutural* ou (2) a *dimensão dinâmica*. Entendemos a primeira como "o que deveria acontecer". No

que tange a natureza e a organização do conhecimento profissional desejável para um professor, a autora declara que:

(...) caracteriza-se como um conjunto de ideias organizadas em sistemas constituídos por redes de conhecimento de caráter complexo, que apresentam uma forte coerência interna. Isto supõe, implicitamente, que o conhecimento profissional esteja organizado e hierarquizado em complexas tramas que integrem interativamente distintos núcleos de conhecimento. O nível de elaboração e organização deste sistema tem um reflexo claro no nível de autonomia dos professores (AZCÁRATE, 1996, p.19 – 20 – tradução nossa)

Percebemos a *dimensão dinâmica* como "o que se observa", que:

(...) à semelhança do processo construtivo que supõe a aprendizagem do aluno, também a tarefa do professor organiza-se em torno de problemas, mas, neste caso, relacionados com seu meio profissional (...) Sua aprendizagem profissional embasa-se em uma contínua interação dialética entre as ideias de que dispõe para orientar sua intervenção e as novas informações e experiências que vão integrando a realidade na qual intervém, provocando a contínua reestruturação de suas concepções de partida e a construção progressiva de um conhecimento profissional significativo e de maior nível de elaboração (AZCÁRATE, 1996, p.20 – tradução nossa)

Como as pesquisas indicam que o enfoque unicamente matemático não contribui com uma aprendizagem significativa dos alunos em qualquer fase da sua formação probabilística, adaptamos o esquema apresentado por Azcárate (1996, p. 20) sobre as dimensões do conhecimento profissional para este ensino, buscando reconstruir as condições para identificar, segundo o conhecimento profissional do professor, as categorias de concepção probabilística descritas pela autora:

O que se observa...

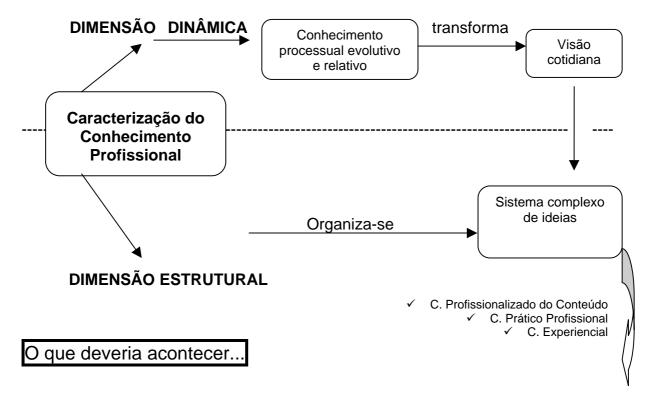


Figura 3: Dimensões do conhecimento profissional proposto por Azcárate (1996)

Azcárate (1996) fundamenta-se em três perspectivas fundamentais da construção do conhecimento profissional. Por isso, para nossa investigação, embasamo-nos em seus pressupostos teóricos:

- 1) perspectiva epistemológica e complexa,
- 2) perspectiva construtivista,
- 3) perspectiva ideológica crítica.

Para melhor observar, de modo global, suas implicações gerais em relação ao conhecimento profissional e, portanto, às categorias probabilísticas, propusemos o quadro abaixo, onde Azcárate (1996, p. 22) relaciona o conhecimento profissional a suas perspectivas fundamentais:

Quadro 2: O conhecimento profissional: perspectivas fundamentais

	Perspectiva do Conhecimento Profissional	Construção do Conhecimento Profissional	Finalidade do Conhecimento Profissional
Perspectiva construtivista	O Conhecimento Profissional deve ter coerência interna.	Construção social do Conhecimento Profissional. Reestruturação das	Elaboração de categorias complexas para conhecer, compreender e intervir na realidade
	O Conhecimento Profissional se apóia nos conhecimentos prévios.	concepções. Tratamento de problemas profissionais. Ajuste contínuo no processo de elaboração do Conhecimento Profissional.	educativa.
Perspectiva complexa	O Conhecimento Profissional se organiza em sistemas de ideias	O Conhecimento Profissional tem um caráter evolutivo, processual e relativo.	Transição desde o "simples" ao "complexo" no didático e na visão do mundo
Perspectiva crítica	O Conhecimento Profissional está vinculado à interação socioeducativa	Negociação de significados no desenvolvimento do processo Respeito à diversidade de ritmos, níveis e significados.	Professor crítico, autônomo e cooperativo. Transformação da escola

A autora propõe uma imagem global das três perspectivas fundamentais com relação ao conhecimento profissional, além de considerar um referente teórico necessário para a planificação, desenvolvimento e avaliação de atividades de formação. Em nossa pesquisa não propusemos uma formação de professores, apenas o reconhecimento da influência do conhecimento profissional quando o docente aborda a probabilidade. Por esse motivo, interpretamos as perspectivas (construtivista, complexa e crítica) como características pessoais dos professores e analisamos de acordo com suas respectivas colunas (perspectiva, construção e finalidade) do conhecimento profissional.

Entendemos que há uma relação do currículo para o tema Probabilidade (conhecimento probabilístico) com o saber profissional (conhecimento pedagógico), onde o professor depara-se com um universo de problemas em sua prática educativa que, a priori, necessita de uma resposta ou mesmo de tomadas de decisões para responder a questões como "Qual é o conhecimento escolar desejável para os alunos em relação ao conhecimento probabilístico?" "Quais linhas metodológicas favorecem a construção significativa deste conhecimento?".

É a busca por respostas que o faz alcançar as categorias mais elaboradas das concepções probabilísticas.

Por esse motivo, tais questões apresentadas acima, mesmo não sendo nosso foco de pesquisa, alicerçaram e contribuíram como subsídios para elaboração da nossa questão principal.

Para Shulman (1986) o componente principal do conhecimento profissional é o conteúdo do ensino. Uma importante contribuição sua no estudo do conhecimento profissional fala sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo, definindo-o como aquele que permite ao professor adaptar o conteúdo às necessidades dos aprendizes, incluindo seu conhecimento sobre o que pode ser fácil ou difícil, à influência de determinadas representações e a sua relação com tópicos concretos da disciplina.

O autor não se limita a estudar o conhecimento de natureza proposicional e ressalta também a existência do *conhecimento de casos* (conhecimento em detalhes de situações concretas de aprendizagem) e do *conhecimento estratégico* (o que informa sobre as decisões profissionais tomadas). Para ele os diversos tipos de conhecimento não podem ser ensinados nas instituições formadoras, devem ser resultados da elaboração pessoal dos próprios professores. Shulman (1986) identifica diferentes conteúdos do conhecimento do professor:

- ✓ O conteúdo pedagógico analogias, ilustrações, exemplos, explicações. Formas comuns de representar e formular um conteúdo para torná-lo compreensível aos aprendizes. Trata-se da compreensão sobre o que torna um determinado assunto mais fácil ou difícil e as concepções e pré-concepções frequentes nos aprendizes;
- ✓ O conteúdo da disciplina a própria organização do conhecimento da disciplina;
- ✓ O conhecimento do currículo inclui a compreensão do programa como um todo, além do conhecimento de materiais disponíveis e da articulação horizontal/vertical do conteúdo curricular.

Schön (1983), partindo do desacordo com os métodos e concepções epistemológicas da racionalidade técnica, procurou compreender a forma como os profissionais aprendem na prática, caracterizando o conhecimento profissional como um conhecimento em ação, desenvolvido pela própria experiência.

Observamos que a ideia chave do enfoque de Schön está no núcleo fundamental do conhecimento profissional do professor ser constituído por conhecimento na ação e baseado na experiência e na reflexão sobre a experiência, podendo ser informado pelo saber acadêmico.

Os dois autores (Shulman e Schön) apontam dois pontos distintos da origem desse conhecimento. O primeiro baseia-se no conteúdo de ensino e o segundo na experiência.

Para intermediar tal situação salientamos Elbaz (1983) que acentua a natureza essencialmente prática do conhecimento profissional dos professores e ajudou-nos a focalizar o que compreendíamos pela natureza do conhecimento profissional. Segundo ela, esse conhecimento é construído a partir do conhecimento teórico e do conhecimento resultante da experiência. Nesse ponto, entendemos que o conhecimento profissional do professor não se reduz ao conhecimento da disciplina que leciona. Engloba, como a mesma autora salienta, outros aspectos:

- o conhecimento curricular, que lhe permite reconstruir, na interação com os seus alunos, um currículo adequado aos objetivos propostos;
- ✓ o conhecimento didático, que propicia as estratégias a serem utilizadas e a forma como implementá-las;
- o conhecimento dos alunos, envolvendo suas dificuldades, seus interesses e outras características que são levadas em conta no trabalho a desenvolver dentro ou fora da sala de aula;
- ✓ o conhecimento do contexto escolar, que transpõe a sala de aula e engloba a escola e sua cultura, o meio escolar e profissional;
- ✓ o conhecimento de si enquanto professor, suas potencialidades, suas preferências e limitações.

Esse esboço abre um leque para entendermos como é construído o conhecimento profissional e como se dá sua evolução. Como Elbaz (1983), concordamos que ele é obtido na interação do teórico com a prática. Nesse ponto observamos similaridade no pensamento desta autora com a proposta de Azcárate (1996) quando identifica os caminhos de construção do conhecimento profissional, envolvendo a dimensão dinâmica e a estrutural.

Para Azcárate (1996, p.37) "a probabilidade corresponde a uma linha de pensamento essencialmente diferente do raciocínio determinista e causal". Por nossa formação ainda priorizar esse enfoque, há um grande entrave nas formações dos professores de Matemática, dificultando que o ensino da Probabilidade seja abordado adequadamente no processo escolar.

Sobre a introdução do raciocínio probabilístico, observamos, nos PCN´s, em relação à Probabilidade, a indicação de trabalhos desenvolvidos desde as séries iniciais, promovendo a compreensão de grande parte dos acontecimentos cotidianos de natureza aleatória, possibilitando a identificação de resultados possíveis para esses acontecimentos, destacando o acaso e a incerteza que se manifestam intuitivamente.

Desse modo percebemos a urgência de pesquisas quantitativas e que abordem o conhecimento profissional do professor quando leciona a Probabilidade.

Para esta pesquisa entendemos como conhecimento profissional a relação direta do conhecimento específico (mobilização dos conceitos probabilísticos) com o conhecimento pedagógico (mobilização do conhecimento profissional) em constante interação.

1.5 SÍNTESE DO QUADRO TEÓRICO

Adotamos o exposto nesse primeiro capítulo como nosso quadro teórico a fim de reconhecer, em nossas entrevistas, como o conhecimento profissional do docente pesquisado influencia na abordagem da Probabilidade. Para isso

procuramos entender, de modo amplo, algumas características pertinentes ao ensino e aprendizagem da Probabilidade.

Feito isso, adotaremos em nossas entrevistas, os seguintes objetivos:

- ✓ Reconhecer em nossos sujeitos de pesquisa suas concepções sobre probabilidade como definidas por Azcárate (1996);
- ✓ Identificar o avanço conceitual de probabilidade que se obtém na própria prática docente, referente ao caminho da dimensão dinâmica, do nosso pesquisado;
- ✓ Relacionar as perspectivas fundamentais com o conhecimento profissional dado por Azcárate (1996);
- ✓ Identificar qual significado para o ensino de Probabilidade dado por Batanero (2005) o entrevistado possui, quando questionado sobre o processo de ensino e aprendizagem desse tema;
- ✓ Pensando no processo de ensino como organização didática proposta pela modelagem de Coutinho (2001), reconhecer se os nossos entrevistados mobilizam seus conceitos probabilísticos e pedagógicos, simultaneamente.

Reconhecidos esses critérios, analisaremos as seis entrevistas com o intuito de responder à questão "Como alguns profissionais, formados pela mesma Instituição (graduação), tendo os mesmos professores nas disciplinas Probabilidade e Estatística e, aproximadamente, o mesmo período de formação e tempo de profissão, conseguiram evoluir suas concepções de Probabilidade intervindo de modo qualitativo no ensino e aprendizagem do tema em questão"?

Com essa pesquisa buscamos reconhecer a influência do conhecimento profissional do docente de Matemática quando leciona probabilidade, relacionando esse trabalho aos estudos diagnósticos desenvolvidos no grupo PEA-MAT, em específico no projeto PEA-ESTAT, para que seus resultados organizem pesquisas ou mesmo direcionem futuras formações de professores que ensinam probabilidade do Ensino Fundamental II ao Ensino Superior.

Nossa pesquisa foi realizada com seis professores atuantes no magistério do Ensino Fundamental II ao Ensino Superior.

A seguir indicaremos nossa questão de pesquisa, objetivos e hipóteses de trabalho com o intuito de direcionar nossa investigação.

2.1 QUESTÃO DE PESQUISA

Esta pesquisa leva-nos a um ponto central que deve ser enfrentado, porque entendemos ser a origem dessa problemática: a formação de professores, ou mais especificamente, o conhecimento profissional do professor em relação ao processo de ensino da probabilidade. Tal conhecimento entendemos como sendo a mobilização dos conhecimentos específicos (conhecimento probabilístico) e o saber profissional (conhecimento pedagógico) em constante interação.

Nesse ponto chegamos a nossa questão de pesquisa:

"Como o conhecimento profissional do professor de Matemática influencia a abordagem de probabilidade?".

Esperamos, com ela, cooperar com os professores, em qualquer fase da sua formação, que tenham, em comum, a preocupação do melhor enfoque do ensino de probabilidade.

2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA

O objetivo desta pesquisa é reconhecer a influência do conhecimento profissional dos docentes entrevistados, quando estes, em sua prática profissional, lecionam probabilidade.

A partir de um estudo diagnóstico, buscaremos estruturar metodologicamente, com base nos estudos de Azcárate (1996), Batanero (2005) e nossa revisão bibliográfica, como os professores atribuem significado para o ensino da Probabilidade no ato de ensinar e quais conhecimentos pedagógicos estão envolvidos em sua prática docente.

O objetivo desta pesquisa converge para nossa questão central. Para atingi-lo estabelecemos subobjetivos que nos permitem melhor organizar as etapas da pesquisa:

Objetivo 1: Relacionar as concepções probabilísticas que nossos entrevistados mobilizam ao processo de ensino e aprendizagem da probabilidade.

Objetivo 2: Relacionar o seu conhecimento profissional quando leciona probabilidade a sua formação acadêmica.

Objetivo 3: Reconhecer se existe relação entre as concepções probabilísticas de nossos entrevistados e o seu discurso, observado nas entrevistas sobre a sua atuação profissional.

Objetivo 4: Verificar se há vestígios, na reestruturação dos conceitos probabilísticos, da prática profissional com o conhecimento profissional relacionado ao ensino de probabilidade.

2.3 HIPÓTESES DA PESQUISA

Observando relatos de experiências entre colegas de profissão e que se assemelham a resultados de pesquisas acadêmicas sobre o ensino da Probabilidade, ainda em fase inicial se comparados a outras vertentes da Educação Matemática, porém em ascensão, observamos dificuldades de apreensão tanto na introdução dos primeiros conceitos probabilísticos quanto no seu desenvolvimento aos níveis mais elaborados (Azcárate, 1996; Coutinho, 1994 e 2001; Souza, 2002; Silva, 2002; Gonçalves, 2004; Friolani, 2007).

Por esse motivo, essa investigação delimita-se com as seguintes hipóteses:

Hipótese 1: O entendimento sobre o acaso, por parte dos docentes, é um obstáculo para o processo do ensino.

Hipótese 2: A formação acadêmica do docente por um enfoque unicamente determinista concretiza-se como um dos entraves para a apreensão dos conceitos probabilísticos.

Hipótese 3: O discurso institucional observado nos documentos oficiais a respeito do currículo do tema probabilidade nada interfere na prática docente.

Hipótese 4: A formação continuada a respeito desse tema atrelada à prática profissional converge para a reestruturação das concepções probabilísticas categorizadas por Azcárate (1996).

2.4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Aqui apresentamos os procedimentos metodológicos e a descrição detalhada das fases adotadas para buscar responder nossas questões de pesquisa, caracterizada como um estudo diagnóstico, cujo instrumento foi uma entrevista semiestruturada, onde foi adaptado o questionário desenvolvido por Gonçalves (2004).

Entrevistamos seis professores de Matemática – em exercício – e pelo discurso deles buscamos identificar dados que serviram de base para nossa análise, com o intuito de validarmos nossos questionamentos e hipóteses. As questões utilizadas seguem uma linha de entrevistas qualitativas na Educação, classificada como semiestruturada, em que:

(...) as questões, nesse caso, deverão ser formuladas de forma a permitir que o sujeito discorra e verbalize seus pensamentos, tendências e reflexões sobre os temas apresentados. O questionamento é mais profundo e, também, mais subjetivo, levando ambos a um relacionamento recíproco, muitas vezes de confiabilidade. Frequentemente, elas dizem respeito a uma avaliação de crenças, sentimentos, valores, atitudes, razões e motivos acompanhados de fatos e comportamentos (ROSA e ARNOLDI, 2006, p.30-31)

A observação desse discurso, sujeito da nossa pesquisa, embasa-se no trabalho de Showers, Joyce e Bennet, que constou de uma meta-análise com aproximadamente 200 pesquisas, além de uma revisão de literatura sobre desenvolvimento profissional, pois, segundo os autores, "o que o professor pensa sobre o ensino determina o que este professor faz quando ensina" (Showers, Joyce & Bennet, 1987, p.79 – tradução nossa).

Todos os docentes entrevistados foram alunos formados pela mesma Instituição de Ensino Superior no curso de Licenciatura Plena em Matemática e no mesmo período compreendido entre 1998 e 2002. Obtiveram a formação em Probabilidade no 3º ano do curso com o Professor A e Estatística Inferencial no 4º ano do mesmo curso com a professora B.

O Quadro 3 ilustra a trajetória da formação acadêmica dos nossos sujeitos de pesquisa. Salientamos que as entrevistas foram gravadas em vídeo e áudio para facilitar a transcrição e a coleta de dados.

Quadro 3: Trajetória dos nossos sujeitos de pesquisa em sua graduação

Escolhemos os seis Professores (**P1** a **P6**) porque obtiveram sua formação acadêmica no período compreendido entre 1998 e 2002 na mesma Instituição de Ensino Superior.

Cursaram tanto a disciplina **A** (Probabilidade) quanto a **B** (Estatística) com os mesmos professores na graduação (os professores formadores foram identificados como **Professor A** e **Professor B**);

Estão em exercício desde a sua formação na rede pública e/ou na rede privada.

Atualmente lecionamos numa Instituição de Ensino onde temos o privilégio de trabalhar com dois profissionais que foram sujeitos da nossa pesquisa. Desse modo, poderemos inferir algumas informações diretamente da prática deles devido à facilidade do contato. A Instituição onde atuamos possui material didático apostilado no Ensino Fundamental II e modular no Ensino Médio. Nas apostilas do Ensino Fundamental II, o assunto "Tratamento da Informação", que envolve a Probabilidade, Estatística e Combinatória, desenvolve-se como uma matéria complementar no final de cada unidade, sendo que, em cada bimestre, desenvolvemos duas unidades. Assim, existem em cada bimestre dois assuntos que podemos trabalhar pré-definidos pelo material apostilado. Já no Ensino Médio, há um módulo de Probabilidade, de Combinatória e outro de Estatística.

Finalizando o esboço dessa grande estrutura, desenvolvemos duas entrevistas-piloto com profissionais que tinham se formado em anos consecutivos (2001 e 2002) e que, naquele momento, atuavam no Ensino Fundamental II e Ensino Médio, tanto da rede pública quanto da rede privada.

Na Instituição de Ensino em que nossos entrevistados formaram-se, ocorre um grande número de retenção na disciplina Probabilidade, além de exames de 1ª e 2ª épocas. Nossos dois primeiros entrevistados foram alunos que cursaram duas vezes a disciplina probabilidade e um deles, cursara também duas vezes a disciplina Estatística.

Nosso intuito aqui não é analisar as estratégias didáticas dos professores formadores (**Professor A** e **Professor B**), pois entendemos que seria uma nova pesquisa, e, sim, saber os reflexos da formação acadêmica em nossos entrevistados, juntamente com a sua trajetória profissional.

3.1 OBJETIVOS DA ENTREVISTA E SEU ESBOÇO

Adotamos uma estrutura de entrevista semiestruturada, pois acreditamos que o processo envolvendo a dialogicidade permite-nos observar claramente o que os professores e suas respectivas práticas docentes têm a nos oferecer como resultados para uma investigação científica.

Categorizamos a entrevista em três níveis. Na primeira categoria – Parte A – referimo-nos ao perfil desses profissionais. Na segunda categoria – Parte B – referimo-nos à formação docente, e, por fim, na terceira categoria – Parte C – referimo-nos à formação específica do assunto Probabilidade desses professores.

Identificamos situações de conflito na prática docente no que tange o ensino da probabilidade desses profissionais (**P**₁ a **P**₆). Para verificar se elas eram de ordem epistemológica ou se foram geradas pela formação acadêmica obtida, buscamos respostas nas concepções de Azcárate (1996).

Depois de reconhecidas essas concepções, observamos a influência do conhecimento profissional do professor entrevistado e se isso lhe proporcionou uma aprendizagem mais profunda e significativa dos conceitos probabilísticos, contribuindo assim para efetivação qualitativa no processo desse ensino.

Relacionamos, então, suas práticas pedagógicas descritas em nossas entrevistas com a sua formação acadêmica e embasamo-nos diretamente nelas como elemento fundamental para a construção e/ou reconstrução dos conceitos probabilísticos na sua prática profissional, sabendo que o desenvolvimento profissional do professor é aprimorado com a sua prática e vivências empíricas.

O esboço do roteiro da entrevista encontra-se no apêndice A.

Na primeira parte (Parte A – Perfil), nosso objetivo foi ambientar o entrevistando (pesquisador) e entrevistado (sujeito da nossa pesquisa) e, desse modo, prepará-lo para analisar e argumentar sobre suas práticas pedagógicas.

Acreditamos que propiciar ao entrevistado um clima de liberdade ao comentar sobre sua formação, tempo de magistério, número de aulas no ano letivo atual e relembrar os últimos cinco anos de atuação profissional remetem-no a algumas práticas pedagógicas ou mesmo situações de seu interesse.

Outro aspecto particular de nossa entrevista envolve sua estrutura e aplicação. Adotamos como estratégia entregar aos nossos entrevistados o esboço do roteiro da nossa entrevista, a fim de minimizar equívocos de interpretação das questões.

Nosso objetivo na segunda parte (Parte B – Formação Docente) é organizar todo o discurso pedagógico para extrair dessas informações os dados da nossa pesquisa. Enfatizamos questões abertas e com características amplas para atribuir segurança nas argumentações do entrevistado, possibilitando ao entrevistador interrogar para aprofundar as discussões nelas contidas, dando-nos abertura para extrair informações também expressas não verbalmente.

Objetivamos na terceira parte (*Parte C – Formação Específica*) da entrevista verificar os reflexos da formação (graduação) do professor e se existia a compreensão da visão determinista ou não-determinista da Matemática quando se leciona probabilidade. Verificamos, ainda, a compreensão do conhecimento específico em probabilidade por meio de algumas simulações de resoluções possíveis que foram analisadas pelos entrevistados.

Correlacionamos essas análises às possíveis visões probabilísticas, observando se ocorre uma visão experimental ou uma visão formal. Pelas visões apresentadas, analisamos se as suas conclusões obtidas por um experimento interferem na visão formal ou não.

3.2 PROCEDIMENTOS PARA A REALIZAÇÃO DAS ENTREVISTAS

Ressaltamos que antes de efetuar essas entrevistas, realizamos duas entrevistas piloto. O objetivo inicial era ajustar esse instrumento de pesquisa (entrevista). Após a primeira análise de um dos pilotos, verificamos a complexidade no levantamento de dados para nossa investigação, além de observar que alguns objetivos estavam desfocados ou mesmo sem condições de serem respondidos com os dados até então obtidos.

Detalhamos a seguir momentos de cada entrevista e a sua análise simultânea e, ao fim de cada parte da entrevista, apresentamos uma síntese indicando pontos comuns e divergentes de nossos seis professores entrevistados.

Esclarecemos a opção por omitir os nomes dos entrevistados como segurança da sua integridade profissional e moral. Nosso primeiro entrevistado – Professor 1 – foi identificado como \mathbf{P}_1 e assim sucessivamente até Professor 6 – \mathbf{P}_6 .

Cinco dos professores entrevistados (P_1 a P_5) foram nossos colegas no curso da graduação. Apenas P_6 conhecemos por intermédio de P_5 para realizar nossa entrevista. Este último, inclusive, foi nosso colega de turma do Ensino Infantil ao final do Ensino Fundamental II, pois morávamos no mesmo bairro. Após breve distanciamento no período compreendido pelo Ensino Médio, encontramo-nos no curso de graduação e desde então mantemos laços de amizade profissional e pessoal. Por isso nossas entrevistas têm um elemento facilitador de análise, que muitas vezes não são expressos verbalmente, algo que vai além da confiabilidade das informações.

Explanado todo o cenário que envolve os sujeitos da nossa pesquisa e o relacionamento com este pesquisador iniciamos as entrevistas pedindo o consentimento de gravação aos entrevistados (P₁ a P₆), tanto em áudio quanto em vídeo, a fim de utilizar as gravações como instrumento de análise e levantamento de dados para nossa investigação científica. Ressaltamos que as utilizaríamos apenas para este fim e sem publicação de nomes que pudessem identificá-los, evitando a exposição de sua integridade profissional e pessoal.

Obtido o consentimento, entregamos em suas mãos a estrutura da entrevista e iniciamos a conversa relacionada ao reconhecimento do perfil destes profissionais.

A ordem da apresentação das entrevistas equivale ao tempo cronológico. Assim, $\mathbf{P_1}$ foi nossa primeira entrevistada do mesmo modo que $\mathbf{P_6}$ foi a nossa última entrevista realizada.

3.3 REALIZAÇÃO E ANÁLISE DAS ENTREVISTAS

Aqui expomos momentos de cada entrevista e, ao final da exposição de cada parte, apresentamos uma síntese indicando pontos comuns ou divergentes dos nossos seis entrevistados.

3.3.1 PARTE A (PERFIL)

Entrevista com Professora 1 − (P₁)

Duração total da entrevista: 57 minutos e 40 segundos (sem interrupção).

P₁ iniciou o curso em Licenciatura Matemática no ano de 1998 e concluiu no ano de 2001.

Perguntada sobre a situação das disciplinas Probabilidade e Estatística em sua graduação e como ocorreram suas aprovações, a entrevistada \mathbf{P}_1 respondeu que teve aprovação direta nas duas disciplinas. A mesma afirmou que cursava o mestrado acadêmico em Educação Matemática pensando em atuar na formação de professores com foco na Geometria e Webquest.

Atualmente é coordenadora pedagógica no ensino público, sendo este seu primeiro ano letivo na função. Comentou que, mesmo sabendo que tal prática não é própria do cargo que atualmente exerce, atua como professora substituta muitas vezes durante o ano devido aos excessos de ausências de professores efetivos de cargo e também de professores eventuais. **P**₁ afirmou-nos que, nas

aulas em substituição aos professores ausentes, independente da disciplina, ministra sempre a sua disciplina de formação, ou seja, a Matemática.

Observamos em nossa entrevista que P_1 é uma professora com larga experiência na 8^a série (9^o ano) do Ensino Fundamental II e no Ensino Médio. Leciona a disciplina Matemática e também a disciplina Física para o Ensino Médio.

Entrevista com Professor 2 – (P₂)

Duração total da entrevista: 42 minutos e 08 segundos (sem interrupção).

P₂ iniciou o curso em Licenciatura Matemática no ano de 1998, concluindo-o no ano de 2001.

Perguntado sobre a sua situação nas disciplinas Probabilidade e Estatística na graduação e como ocorreram suas aprovações, o entrevistado P_2 respondeu que teve aprovação direta nas duas disciplinas.

O mesmo possui pós-graduação (extensão) em Álgebra e Geometria, na USP, onde fez, ainda, um curso de verão em Álgebra Linear I além de uma especialização (não concluída) em Cálculo Diferencial. Em seguida cursou o mestrado na PUC/SP em Educação Matemática, cuja pesquisa foi desenvolvida na área de Cálculo Diferencial e Integral.

P₂ já lecionou em todas as séries do Ensino Fundamental II ao Ensino Médio, porém pudemos observar que é professor com maior experiência na 8^a série (9^o ano) do Ensino Fundamental II, até porque ele próprio relata, em nossa entrevista, que se identificou com a essa faixa etária.

Entrevista com Professor 3 – (P3)

Duração total da entrevista: 21 minutos e 24 segundos (sem interrupção).

P₃ iniciou o curso em Licenciatura Matemática no ano de 1998 e concluiu no ano de 2001.

Perguntado sobre a situação nas disciplinas Probabilidade e Estatística em sua graduação e como ocorreram suas aprovações, o entrevistado **P**₃, depois de parar um pouco para relembrar quem teria sido o professor de Probabilidade, respondeu que teve aprovação direta nas duas disciplinas. Possui complementação pedagógica com habilitação em coordenação e direção, extensão com duração de um ano na USP na área de psicanálise na educação e cursa, atualmente, especialização em Educação Matemática.

Antes de prosseguir a análise desta entrevista, gostaríamos de pontuar algumas informações que consideramos importantes. Ela ocorreu em menor tempo devido a algumas ocorrências. O ano de 2009 foi um ano atípico devido ao surto da gripe do tipo Influenza A (gripe suína) e, por consequência, o calendário escolar das escolas foi reestruturado. Muitas, após o período de recesso escolar decretado pela Secretaria da Saúde, que permeou os quinze primeiros dias de agosto daquele ano, reestruturaram seus calendários com reposições de aulas ministradas aos sábados, acarretando não só excesso de trabalho, mas a diminuição do tempo para o planejamento individual das aulas.

Conseguimos gravar a entrevista com P_3 no intervalo de uma das aulas de seu curso de especialização, num sábado à tarde. Isso porque, além de consentir com a situação inusitada, o professor do módulo, nesse dia, promoveu um intervalo mais generoso, possibilitando dessa forma a concretização da entrevista.

Observamos, em nossa entrevista, que P_3 é professor com maior experiência nas três séries do Ensino Médio. Ressaltamos que, inicialmente, P_3 respondeu nossos questionamentos diretamente, sem muito se expor. No decorrer da entrevista conseguimos quebrar essa separação natural de entrevistado e entrevistador, gerando assim, uma conversa mais informal.

Entrevista com Professor 4 – (P₄)

Duração total da entrevista: 37 minutos e 16 segundos (sem interrupção).

P₄ iniciou o curso em Licenciatura Matemática no ano de 1998 e concluiu no ano de 2002. Perguntado sobre a situação das disciplinas Probabilidade e Estatística em sua graduação e como ocorreram suas aprovações, o entrevistado $\mathbf{P_4}$ respondeu que fora reprovado em Probabilidade no terceiro ano, cursando-a novamente no ano seguinte. Em relação à disciplina Estatística, obteve aprovação direta.

Antes de cursar a sua graduação, **P**₄ concluiu dois cursos de nível técnico, um em mecânica e outro em metalurgia de metais. Afirmou possuir um curso de Estatística na USP, pela "Fundação Vanzolini", voltado à Estatística Industrial (o controle estatístico do processo), nível operacional, avançado e gerencial. Para melhor explicar a aplicação desse curso em sua prática profissional, descreveu:

Hoje em dia as indústrias trabalham muito com gráficos envolvendo produtividade, absenteísmo, participação nos lucros e resultados, pontualidade... Enfim, eu fazia toda essa parte. A parte da gestão está locada dentro do sistema da qualidade. Você (referindo-se ao entrevistador) já ouviu falar em ISO 9000, ISO 14000, (...) lá dentro (referindo-se ao ISO) tem o tópico chamado: técnicas estatísticas. Essas técnicas estatísticas usadas nas indústrias, sejam elas plástica, borracha ou metalúrgica, dão-se nas seguintes ferramentas: 1°) no delineamento de offices experimentos (trabalha-se com matrizes); 2°) análise do sistema de medição, que é o MSA e 3°) CEP que é o controle estatístico do processo em três níveis (operacional, administrativo e gerencial). A partir desse curso conheci o professor (...) (referindo-se ao docente da USP e FEI em tal época) e foi ele quem me incentivou a cursar Matemática ou Estatística (Professor 4).

Observamos pelos relatos de **P**₄ que, em relação à disciplina Estatística em sua graduação, não teve nenhuma dificuldade, ajudando, inclusive aos colegas de turma na aprendizagem dos conceitos da disciplina.

Podemos dizer que o início do seu conhecimento profissional, no que se refere à Probabilidade e Estatística, ocorreu antes da graduação, quando ainda atuava na indústria na inspeção de qualidade, pois necessitava expor as informações, tanto em gráfico e/ou relatórios, para informar seus superiores.

Atualmente ele trabalha no Instituto de Investigação da Policia Civil no período diurno acumulando com a função de docente de Matemática na rede pública no período noturno.

Como se vê, trata-se de uma carga de trabalho excessiva, que pode, inclusive, influenciar diretamente na qualidade da sua prática docente, uma vez que a busca de novas abordagens para o ensino pode ficar comprometida.

P₄ é professor com maior experiência na 1^a série do Ensino Médio, lecionando a disciplina Matemática desde o início da sua graduação em 1998.

Entrevista com Professora 5 – (P₅)

Duração total da entrevista: 47 minutos e 34 segundos (sem interrupção).

 ${f P}_5$ iniciou o curso em Licenciatura Matemática no ano de 1998 e concluiu no ano de 2001.

Perguntada sobre a situação das disciplinas Probabilidade e Estatística em sua graduação e como ocorreram suas aprovações, a entrevistada **P**₅ respondeu que teve aprovação direta nas duas disciplinas.

Cursou o Ensino Técnico com habilitação para o Magistério⁸ da Educação Infantil ao Ensino Fundamental I, graduação em Licenciatura Plena em Matemática e especialização (Lato Sensu) em Educação Matemática. Sua monografia envolveu uma proposta para o ensino da Geometria Espacial.

P₅ atua como professora na rede pública desde o seu primeiro ano da graduação. Enfatizou que as leis eram outras e que lecionar, ainda sendo estudante do primeiro ano da graduação, era possível.

Observamos em nossa entrevista que **P**₅ é professora com maior experiência no Ensino Médio, lecionando a disciplina Matemática. Porém, deixou claro que, por ser a última professora da lista na atribuição, neste ano de 2009 lecionaria pela 1ª vez para a 5ª série do Ensino Fundamental. Alertando-nos, claramente, sobre sua preferência tanto pelo conteúdo de Matemática do Ensino Médio quanto pela faixa etária dos alunos desse curso.

-

⁸ Atualmente o curso técnico para a habilitação ao magistério do Ensino Fundamental I não existe mais. Ele habilitava estudantes do Ensino Médio para lecionarem da Educação Infantil até a 4ª série do Ensino Fundamental.

Entrevista com Professora 6 – (P₆)

Duração total da entrevista: 29 minutos e 31 segundos (sem interrupção).

P₆ iniciou o curso em Licenciatura Matemática no ano de 1995 e concluiu no ano de 1998.

Perguntada sobre a situação das disciplinas Probabilidade e Estatística em sua graduação e como ocorreram suas aprovações, a entrevistada P_6 respondeu que teve exame de 1^a época para aprovação na disciplina Probabilidade e aprovação direta na disciplina Estatística.

Possui Ensino Técnico em Secretariado, graduação em licenciatura plena em Matemática, especialização lato sensu em Educação Matemática e Mestrado na PUC/SP em Educação Matemática, cujo tema foi o ensino-aprendizagem da função quadrática.

Atualmente disse estar licenciada do ensino público, atuando como docente apenas numa universidade privada.

P₆ é professora com maior experiência no Ensino Médio, lecionando a disciplina Matemática. Também comentou que nunca lecionou para as 5^a, 6^a e 7^a séries do Ensino Fundamental e que por três anos lecionou para a 8^a série.

Nossa entrevistada iniciou sua atuação profissional ministrando apenas a disciplina Física e, após dois anos da conclusão da sua graduação, começou a docência em Matemática. Por isso, consideramos P_6 com o mesmo tempo no magistério em Matemática comparando-a aos cinco entrevistados anteriores.

 P_6 foi nossa última entrevistada e, como não a conhecíamos, a entrevistada P_5 intermediou nossa apresentação, pois sabia faltar uma entrevista para finalizar essa pesquisa.

3.3.1.1 SÍNTESE DAS ANÁLISES – PARTE A (PERFIL)

Pudemos analisar pelo perfil traçado desse grupo de entrevistados que o fato de cursarem o Ensino Superior numa instituição privada está ligado à proximidade da suas residências ou, ainda, à indicação de pessoas próximas. Todos eles consideraram que a instituição de Ensino Superior cursada em sua graduação tem boas referências na região do ABC. O curso Licenciatura Plena em Matemática foi escolhido pela boa relação com a disciplina Matemática enquanto aluno, não havendo motivos claros para a profissão docente.

Nossos entrevistados têm aproximadamente dez anos em exercício, lecionando para os segmentos de Ensino Fundamental II, Ensino Médio e Ensino Superior. De modo geral, a maior experiência docente deles está centrada nas séries finais do Ensino Fundamental II e nas duas primeiras séries do Ensino Médio.

Entrevistamos três professoras (P_1 , P_5 e P_6) e três professores (P_2 , P_3 e P_4). Observamos que os professores durante sua graduação trabalhavam na Indústria e duas das professoras entrevistadas (P_1 e P_6) iniciaram sua 1^a graduação em Engenharia, porém, não concluíram. Desse modo, dando-nos indício do público alvo dessa Instituição de ensino.

Entrevistamos dois professores mestres (P_2 e P_6) e quatro professores especialistas (P_1 , P_2 , P_5 e P_6).

Todos os nossos entrevistados são professores atuantes da rede pública de São Paulo e apenas os professores P_3 e P_6 também atuam na rede privada.

3.3.2 Parte B – Formação Docente

A partir de então, como mecanismo facilitador da leitura, colocamos a pergunta da entrevista, seguida dos objetivos para cada questionamento e o trecho da resposta que entendemos ser o dado importante a ser ressaltado para nossa análise.

Iniciada a segunda parte (*Parte B – Formação Docente*) apresentamos o seguinte questionamento:

5) Quais foram os critérios para a escolha do curso na sua graduação? E para a escolha da Instituição de Ensino Superior?

Objetivo da questão 5:

- ✓ Entender o critério de escolha: da profissão docente, da Instituição de Ensino Superior e do curso licenciatura plena em Matemática;
- ✓ Identificar se existem indícios da situação sociocultural, apenas exposta na entrevista, com o entendimento dos conceitos referentes à Probabilidade.

Entrevista com Professora 1 – (P₁)

Ao responder a questão 5, **P**₁ ressabiada, afirmou:

Você quer saber a verdade mesmo? Foi a maternidade. E a escolha da Instituição foi devido à proximidade de casa, e também por ser uma instituição **reconhecida pelo MEC**⁹ e com boas indicações do curso (Professora 1).

Quando tentamos entender melhor o motivo "maternidade", **P**₁ disse-nos que cursava Engenharia Civil em uma instituição na cidade de Santos e o nascimento de sua filha a impedia de deixá-la todos os dias aos cuidados de terceiros. Por isso, apesar de já estar no terceiro ano de Engenharia, num total de cinco anos, **P**₁ abandonou o curso e, posteriormente, cursou Licenciatura Plena Matemática. Por achar importante uma revisão, abriu mão da possibilidade de dispensa por equivalência de algumas disciplinas quando fora aluna do Curso de Engenharia Civil, optando por cursar todas as disciplinas no curso de Licenciatura Plena Matemática.

Este ponto alerta-nos, uma vez que o conhecimento de P_1 , referente à linguagem matemática, era diferenciado de muitos alunos que cursavam as

58

⁹ O termo: **"reconhecida pelo MEC"** entende-se: "O reconhecimento de um curso junto ao Ministério da Educação (MEC) sendo condição necessária para a validade nacional dos respectivos diplomas".

disciplinas pela sua primeira vez. Porém, nada podemos inferir em relação ao entendimento de conceitos referentes à Probabilidade, pois P_1 não cursou esta disciplina em Engenharia Civil.

O único ponto que podemos ressaltar é a sua aprovação direta tanto em Probabilidade quanto em Estatística, talvez dando indícios de que uma linguagem matemática bem formalizada contribui para a apreensão de conceitos Probabilísticos visto por um enfoque determinista de Probabilidade.

Entrevista com Professor 2 – (P₂)

Ao responder a questão 5 sobre o critério da escolha do curso, P_2 relata que trabalhava na indústria, pois possuía nível técnico em Mecânica. Mas sua pretensão era deixar aquele ramo de atuação, pois desejava ter maior liberdade profissional para trabalhar em outros Estados do Brasil, algo que poderia acontecer sendo professor.

Ao responder a questão sobre o critério da escolha da instituição de ensino, P_2 ressaltou a proximidade e o fácil acesso de sua residência à faculdade, além da credibilidade da Instituição de Ensino na região do grande ABC. P_2 dissenos que teve aprovação no vestibular da USP para o mesmo curso, mas a distância foi o fator preponderante para a escolha.

Apontamos, aqui, similaridade com a entrevistada P_1 , no que se refere à linguagem matemática. P_2 também possuía um nível elevado, diferenciando-se de muitos alunos que cursavam a graduação em Matemática. Tal qual P_1 sua aprovação direta ocorreu tanto em Probabilidade quanto Estatística. Novamente dando indícios de que, talvez, uma linguagem matemática bem formalizada contribua para a apreensão de conceitos Probabilísticos vistos por um enfoque determinista de Probabilidade.

Entrevista com Professor 3 – (P₃)

Ao responder a questão 5 sobre o critério da escolha do curso, \mathbf{P}_3 relatou que foi indicação de colegas, pois em sua época não existiam tantas informações sobre as faculdades como existem na atualidade.

Questionado sobre a escolha do curso, afirmou que também foram indicação de colegas e que, durante a graduação, trabalhava durante o dia na indústria e, no período noturno, cursava a Licenciatura Plena em Matemática.

Esclarecidos seus argumentos, apontamos como similaridade ao entrevistado P_2 o fato de ambos trabalharem na indústria e buscarem uma formação profissional oposta, característica pertinente ao público alvo dessa Instituição de Ensino Superior.

Entrevista com Professor 4 – (P4)

Ao responder a questão 5, **P**₄ afirmou que, quando atuava na indústria, foi escolhido para cursar Estatística do Processo na USP, devido à facilidade que tinha em Matemática. O curso foi um grande incentivador para a escolha da graduação em Matemática e, a partir de então, buscou esse aprimoramento.

Em relação à Instituição de Ensino Superior, o primeiro critério para a sua escolha foi a proximidade da sua residência. Também considerou a sua qualidade, pois a Instituição é referência no grande ABC.

P₄ ressalta que obteve ajuda com uma bolsa de estudo no valor de 50% da mensalidade do curso, cedida pela prefeitura da sua região.

Ressaltamos que P_2 , P_3 e P_4 , foram alunos que iniciaram sua graduação trabalhando na indústria, dando-nos indício de um perfil sociocultural, influenciando diretamente na formação profissional dos futuros docentes.

Entrevista com Professora 5 – (P₅)

Ao responder a questão 5, P₅ afirmou:

Eu estudei no João Ramalho. Comecei a fazer o Magistério lá. E a matéria em que mais me destacava era a Matemática. A professora foi me estimulando (...) indicando-me tanto o curso de Matemática quanto a Instituição de Ensino Superior (Professora 5).

P₅ disse-nos durante a entrevista que, hoje, trabalha na mesma escola e prepara aula juntamente com a professora que direcionou sua formação acadêmica.

Observamos que, ao cursar o Ensino Técnico para a habilitação no Magistério, existia inicialmente uma clareza quanto à atuação profissional que foi sendo especializada no decorrer da sua formação.

Entrevista com Professora 6 – (P₆)

Ao responder a questão 5, **P**₆ afirmou que tinha o desejo de ser professora de Matemática desde a sua infância e, brincando, afirmou poder provar.

Iniciou sua graduação em Engenharia Elétrica na PUC/SP. Já havia cursado os dois primeiros anos, quando desistiu. Em seguida, prestou vestibular para ingressar na graduação em Licenciatura Plena em Matemática.

Em relação à escolha da Instituição de Ensino, o primeiro motivo foi a proximidade com a sua residência e o segundo pela Instituição de Ensino ser considerada muito boa e o curso de Matemática ter boas referências naquela época.

O relato evidencia que o conhecimento referente à linguagem matemática de P_6 era diferenciado de muitos alunos que cursavam as disciplinas pela sua primeira vez. Porém, nada podemos inferir em relação ao entendimento de conceitos referentes à Probabilidade, pois que P_6 não a cursou em Engenharia Elétrica.

O único ponto que difere da trajetória da sua formação inicial, parecida com a nossa entrevistada P_1 , é que sua aprovação na disciplina Probabilidade não foi direta. Talvez, o que dissemos anteriormente sobre a linguagem matemática bem formalizada contribuir para a aprendizagem da Probabilidade seja um indício da não interferência para a apreensão de conceitos probabilísticos, pensados em um ensino formal do assunto.

Concluída a questão e seus argumentos, passamos à próxima pergunta.

6) O livro didático (ou apostila) que a sua Instituição de trabalho adota privilegia o assunto "Probabilidade"? A partir de qual ano? Você segue o que é proposto por esse material didático?

Objetivo da questão 6:

- ✓ Entender se há influência (total ou parcial) do livro didático na organização desse conhecimento em sua prática docente.
- ✓ Perceber, em seu discurso, a organização do assunto Probabilidade e se ela enfatiza a abordagem experimental.

Entrevista com Professora 1 – (P₁)

P₁ afirma que, em sua instituição de trabalho, o livro didático (descrito como apostila) aborda o assunto Probabilidade. No entanto, em sua experiência, **P**₁ nunca trabalhou este assunto com as 5^a e 6^a séries (6^o e 7^o anos), devido ao fato de ter pouco tempo de experiência lecionando nestas séries. E sim, já trabalhou o assunto Probabilidade a partir das 7^a séries (8^o anos) até o Ensino Médio, reafirmando-o com mais ênfase em todas as séries do Ensino Médio.

Quando **P**₁ afirmou "no Ensino Médio e em todas as séries", obtivemos a resposta ao nosso primeiro objetivo da questão 6 e observamos que não há influência do livro didático na organização do assunto probabilidade em sua prática docente, já que na grande maioria dos livros didáticos o tema probabilidade desenvolve-se em um único ano do Ensino Médio, mais precisamente no 2° ano.

Chamou-nos a atenção quando nossa entrevistada disse que, para trabalhar a Probabilidade, dependia da turma ou de como eles chegavam às séries em que lecionava. Tentamos verificar melhor com novos questionamentos. Em nossa entrevista **P**₁ descreve:

Eu tive sorte de trabalhar com uma turma desde a 7ª série (8º ano) do Ensino Fundamental II ao 2º ano do Ensino Médio. Com esses alunos eu sabia o que eles conheciam e por isso enfatizei bem Probabilidade, Função e Geometria. Com outros, eu pegava mais leve, apenas apresentando a matéria (Professora 1).

Não conseguimos reconhecer em **P**₁, apenas por sua fala, a organização quando leciona Probabilidade. Apenas soubemos que inicia Estatística por uma abordagem experimental com a realização de uma pesquisa, porém, nada detalhado.

Entrevista com Professor $2 - (P_2)$

P₂ afirma que neste ano letivo (2009), lecionando para a 8ª série (9º ano) do Ensino Fundamental II e para o 1º ano do Ensino Médio, a probabilidade não é contemplada.

Nessa questão, em dois momentos de sua fala (reforçados em negrito) encontramos informações que pudemos analisar. No primeiro momento $\mathbf{P_2}$ descreveu:

...Apenas com a 8ª série, no quarto bimestre, que tem alguma "coisa" com relação ao princípio de contagem, e não especificamente Probabilidade. Mas ainda não tive acesso a esse material, não conheço. Apenas verifiquei na proposta curricular para a Educação do Estado de São Paulo (Professor 2).

No segundo momento, quando aprofundamos nossa questão, perguntamos se P_2 já havia trabalhado probabilidade com a 5^a série (6^o ano) do Ensino Fundamental II. O mesmo assim nos descreveu:

Lá (referindo-se à 5^a série) **não chega a ser probabilidade, mas como se fossem possibilidades.** Por exemplo: Zezinho tem três camisas, duas calças e dois pares de sapatos. De quantas formas, vestido, ele pode sair de casa? (Professor 2).

Reforçamos em negrito as informações *i)* "tem alguma "coisa" com relação ao princípio de contagem, e não especificamente Probabilidade" e *ii)* "não chega a ser Probabilidade, é mais como se fossem possibilidades", porque entendemos que para P₂ probabilidade é uma linguagem que se expressa unicamente por uma porcentagem e a utilização da análise combinatória (princípio da contagem), enfatizado na ementa do curso de Probabilidade em sua graduação, corresponde a uma característica de concepção desenvolvida por ele.

Também observamos que nosso entrevistado, não vê nenhuma relação de possibilidades com a probabilidade. Considerando-as dois elementos totalmente distintos.

Quando questionamos P_2 se ele seguia o que era proposto pelo material didático, o mesmo afirmou que sim, inclusive as indicações do livro didático. Não observamos, em nenhum momento nesse ponto da nossa entrevista, comentários ou sugestões envolvendo uma organização com abordagem experimental.

Sobre a organização do ensino de Probabilidade, pudemos identificar em P_2 uma relação puramente matemática e já formalizada.

Entrevista com Professor 3 – (P₃)

P₃ afirma que trabalha com material apostilado e que esse assunto era abordado no 2º ano do Ensino Médio. Também nos informa que o material adotado tem revisão de Probabilidade no 3º ano do Ensino Médio nos últimos seis meses. Complementa a questão dizendo que nada o impedia de colocar questões voltando sempre ao assunto Probabilidade.

Entendemos pela sua fala "colocar questões voltando sempre ao assunto Probabilidade" que o mesmo referia-se aos alunos do 2º ano e do 3º ano do Ensino Médio, após a explanação do assunto.

Perguntamos a P_3 se no material didático adotado pela escola em que trabalhava havia alguma indicação de tratamento probabilístico nas questões desde a 1ª série do Ensino Médio. Ele respondeu que não. Somente a partir do 2º ano.

Observamos que **P**₃ segue plenamente o que é proposto pelo material didático. Primeiro pela clareza cronológica do assunto probabilidade, citando em qual momento do ano letivo escolar é trabalhado o tema, indicando-nos alguns temas que antecedem ou mesmo sucedem o assunto. Segundo porque a instituição de trabalho adota um material apostilado modular e sequencial.

Entrevista com Professor 4 – (P₄)

P₄ afirma que, em sua instituição de trabalho, o livro didático privilegia o assunto Probabilidade no 2º ano do Ensino Médio.

Ressalta que em 2009, com a nova proposta curricular para o ensino do Estado de São Paulo, o Governo enviou as apostilas tanto para os alunos quanto para os professores e que o assunto probabilidade também era privilegiado no 2º ano do Ensino Médio.

Questionamos P_4 para saber se o mesmo seguia o que era proposto por aquele material ou se (P_4) tinha alguma forma diferenciada de abordar a probabilidade. Ele nos disse:

A gente tem que seguir o que é proposto por esse material, porém não dá muito tempo, por quê? A matéria de Probabilidade, que é voltada dentro da disciplina de análise combinatória, ela é muito extensa. Aí a gente começa falando de anagrama, o que é um anagrama, o que é um arranjo, o que é permutar, o que é ordenar, o que é um fatorial, o que é combinar, (...) até você explicar, passar tudo isso e diferenciar para o aluno e os alunos vivenciarem tudo isso em um contexto matemático, fica muito difícil tanto para explicar para o aluno, ou mesmo o aluno absorver todas essas informações (...) A Probabilidade é muito mais vantajosa (pensando em compreensão do conceito) e ela rende muito mais, para um entendimento, trabalhando com jogos (Professor 4).

Em sua experiência, **P**₄ relata o trabalho com a simulação concreta, referindo-se a jogos de cartas, moedas, dados, baralho, pois acredita que, para os

alunos, se a análise da Probabilidade de uma situação ocorrer via os jogos, a compreensão será mais fácil.

Questionamos, então, como ele iniciava a Probabilidade.

Eu inicio a Probabilidade com anagrama, explicando o que é um anagrama. Depois eu vou ordenar fazendo com a árvore de possibilidades, explicando tudo na lousa para eles, depois fazemos troca de letras no anagrama, com repetição de letra (...) (Professor 4).

Quando **P**₄ afirmou "ordenar fazendo com a árvore de possibilidades", respondeu ao nosso primeiro objetivo na questão 6 e observamos, em sua fala, que em sua prática docente não há influência apenas do livro didático na organização do assunto probabilidade. Isso porque poucos livros didáticos iniciam o tema Probabilidade com registro da árvore de possibilidades.

Reconhecemos pela fala de **P**₄ sua organização quando leciona Probabilidade:

Primeiro, trabalhar a árvore de possibilidades. Segundo, falar sobre anagramas, ninguém (dos alunos) sabe o que é um anagrama. Terceiro, falar o que é um algarismo, um dígito, o que é uma unidade decimal, uma unidade centesimal, notação científica, fração, porcentagem, daí se dá a parte de probabilidade (...) os passos mínimos são esses aí (Professor 4).

Vimos que **P**₄ inicia a Probabilidade por um registro de árvore de possibilidades, porém, pelo reforço do trabalho com anagramas, a influência da análise combinatória é muito acentuada.

Identificamos, ainda, o registro numérico utilizado em sua prática docente ao abordar probabilidade. Inicialmente expressa numericamente a probabilidade de uma situação com a fração (parte/todo), seguida da sua representação decimal e da sua porcentagem.

Aqui abrimos parênteses na entrevista. Nossa inferência é justificada por também termos sido alunos da mesma Instituição de Ensino Superior e obtendo a mesma formação que **P**₄ com o Professor de Probabilidade daquela Instituição.

Ele utilizava, nas resoluções de exercícios, a árvore de possibilidades e finalizava sempre os exercícios com três linguagens numéricas para expressar a probabilidade: a fração dessa probabilidade, o registro decimal dessa fração e por fim, o registro percentual dessa fração.

Observamos por aí o quão direta é a influência da graduação no conhecimento profissional de **P**₄. Sendo que o conhecimento profissional obtido apenas pela prática docente é uma reaplicação da formação obtida.

Entrevista com Professora 5 - (P5)

P₅ ao responder a questão 6 afirmou que sim, porém, em alguns livros de modo mais simplificado, referindo-se à redução do conteúdo de Probabilidade.

Atualmente, quando prepara esse assunto para lecionar, escolhe três livros didáticos para compor sua aula.

Questionamos P_5 em qual ano observava a abordagem do assunto de Probabilidade. A mesma afirmou que era no 2° ano do Ensino Médio.

Relatou não seguir unicamente o que era proposto pelo livro didático. Compunha sua aula com três livros didáticos e deles extraía exercícios.

Com essa informação, pudemos inferir que **P**₅ seguia exatamente o que o livro didático propõe quando leciona o assunto Probabilidade, mas de forma mesclada pela abordagem de três livros de sua escolha.

Não conseguimos reconhecer em **P**₅, apenas por sua fala, a organização do processo de ensino quando leciona probabilidade. Apenas que segue exatamente o que é proposto pelo livro didático, além de enfatizar a aplicação de listas de exercícios. Dando-nos a entender a opção por um ensino com ênfase na fixação de conteúdo com a prática unicamente de exercícios, contemplada por um ensino tradicional o qual pode dar indícios a ser um enfoque determinista da Matemática.

Entrevista com Professora 6 – (P₆)

P₆ ao responder a questão 6 afirmou que sim. Em sua instituição de trabalho, o livro didático (descrito como apostila) privilegiava o assunto probabilidade a partir do segundo ano do Ensino Médio.

Questionamos P_6 se a ela seguia o que era proposto pelo material e assim nos descreveu:

Sigo o que é proposto por esse material. O problema é que eu não estou mais na sala de aula este ano, por causa da gravidez e a gripe suína. Eu não estou dando aula. No primeiro semestre eu estava em aula, segui esse material e pretendia segui-lo até o final do ano. A Probabilidade é matéria do terceiro bimestre com análise combinatória e probabilidade. Mas nos anos anteriores, eu lecionei também para o 2º ano e seguia o livro didático que era adotado (Professora 6).

Observamos em sua fala que P_6 possui uma ordenação curricular da disciplina Matemática que pode ser devido ao tempo de sua experiência.

Não conseguimos reconhecer em P_6 , apenas por sua fala, a organização do processo de ensino quando leciona probabilidade. A não ser que inicia com a análise combinatória, porém, nada detalhado, já que essa é a ordem proposta em vários livros didáticos e também no material da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEESP).

7) Qual(is) recurso(s) você utiliza com maior frequência para introduzir algum tema (conteúdo) nas suas aulas?

() Trabalhos dirigidos (Ex.: resolução de problemas, trabalhos investigativos,)
() Livro didático ou apostila
() Material manipulativo experimental.
() Computador (ou recursos de multimídia)
() História
() Jogos
() Outros:

Objetivo da questão 7:

- ✓ Avaliar se o livro didático é o recurso de maior frequência, porém, verificaremos as argumentações nos demais recursos.
- ✓ Verificar a existência ou criação, em sua prática docente, de novos recursos ou mesmo abordagens diferenciadas.

Entrevista com Professora 1 – (P₁)

P₁, sem titubear, indicou que os trabalhos dirigidos eram utilizados com maior frequência para introduzir algum tema. Reafirmou que utilizava os exercícios dos livros didáticos para fixar conceitos já trabalhados.

Entendemos que o livro didático era um material complementar em sua prática docente, pensando principalmente na execução dos seus exercícios.

P₁ complementou que sempre usou muito computador, poucas vezes os jogos e sempre que possível a utilização de histórias. Porém, nada detalhou.

Perguntado sobre outro recurso utilizado em suas aulas, afirmou que era a calculadora, não só por sua agilidade contribuir muito para essas aulas, mas também pela necessidade dos seus alunos, normalmente das regiões de periferias, que se inserem no mercado de trabalho local, como mercearias, mercados, postos de vendas diversificados, sendo a utilização correta desse recurso um fator imprescindível.

Questionada sobre a probabilidade, P₁ descreveu:

Na parte de probabilidade usava muito a loteria, qual é a sua chance de ganhar, ou mesmo pensando no mercado de trabalho, qual a chance que os alunos têm de conseguir um trabalho cursando uma faculdade. Pedia para eles (alunos) uma pesquisa com a sua família, quem conseguiu um emprego tendo faculdade, quem não conseguiu... (Professora 1).

Ressaltamos dois pontos importantes nessa parte da entrevista. O primeiro está relacionado à visão social da P_1 na formação cidadã de um aluno e o segundo à probabilidade partir de uma pesquisa empírica, do levantamento de

dados e da análise por contingência. Deste último, seu relato pode indicar uma tentativa de articular Estatística descritiva e probabilidade.

Questionada sobre o material manipulativo, **P**₁ afirmou que sempre inicia com jogo de dados, tabulando seus resultados. A entrevistada observou uma necessidade desse material concreto mais com os alunos das 7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental II do que com os alunos do Ensino Médio. Mas que, quando necessário, iniciava o assunto com a manipulação de material concreto também com eles.

Após mais questionamentos, **P**₁ referiu-se ao material manipulativo (cartas, dados, moedas,...) como um recurso para estimular seus alunos e não como recurso prioritário para a compreensão e aquisição de um novo saber. Comparou, ainda, o interesse dos alunos em manipular o experimento com os três segmentos (Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino de Jovens e Adultos), concluindo que, quanto mais velhos os alunos, menos interesse na realização efetiva do experimento.

Entrevista com Professor 2 – (P2)

 P_2 indicou os trabalhos dirigidos e o livro didático como recurso que mais utilizava para introduzir algum tema em suas aulas. Comentou que poucas vezes utilizou a história como recurso, utilizando-a como curiosidade e que nunca utilizou os jogos.

Entendemos que, em sua prática docente, o livro didático é o seu principal recurso, utilizando listas de exercícios com muita frequência, pensando principalmente como forma de fixação de conteúdo.

Completamos nosso questionamento, focalizando qual recurso nosso entrevistado considerava mais adequado para introduzir ou mesmo desenvolver o assunto Probabilidade. Reforçou o livro didático e a resolução de problemas. Antes de finalizar a questão, P_2 adiantou-se relatando uma única experiência envolvendo Probabilidade:

Uma única vez eu utilizei, não era bem Probabilidade, mas era mais a área de Estatística, para fazer o cálculo do número de peixes que existiam em um lago, sem tirar todos os peixes de lá e sem esvaziar o tanque, para fazer um processo probabilístico, nesse caso usei tampinhas de garrafa pet (Professor 2) .

A prática descrita por P_2 é conhecida por Estimação. Percebemos que nosso entrevistado trabalhou um processo estocástico intuitivamente. Mas não notamos, em sua fala, se a experiência foi obtida por sua prática profissional ou indicação de livros didáticos.

Entrevista com Professor 3 – (P₃)

P₃ indicou que, geralmente, introduzia um tema pela história ou basicamente falando do que se tratava, ou mesmo de alguma aplicação direta para tentar atrair a curiosidade do aluno.

Muitas vezes utilizava um bate papo, falando do assunto, do que iriam ver, de onde era aplicado, com objetivo de não iniciar o tema pela sua parte formal.

Entendemos que, em sua prática docente, o livro didático é o principal recurso, utilizando, ainda, um apanhado histórico breve para iniciar algum tema matemático.

Completamos nosso questionamento focalizando qual recurso nosso entrevistado considerava mais adequado para introduzir ou mesmo desenvolver o assunto probabilidade. O mesmo reforçou que era o material apostilado e os experimentos como os jogos de dados e os experimentos mais simples.

Entrevista com Professora 4 – (P₄)

Pelo discurso de **P**₄, entendemos que o livro didático é o material principal em sua prática docente, pensando principalmente na execução dos seus exercícios.

Perguntado sobre outro recurso utilizado em suas aulas quando trabalhava a Probabilidade, **P**₄ afirmou que era o jogo, mas que o evitava devido a

uma lei sancionada no Estado, que proibia a utilização de jogos de azar em ambiente escolar. Evitando dessa forma qualquer tipo de confusão com a função exercida por ele no período diurno.

A interferência indireta do Estado em relação ao conteúdo curricular incide muitas vezes em práticas docentes, ou mesmo na incorporação de novas abordagens para o ensino. Sabemos que todo professor sabe muito bem diferenciar a estratégia didática que utiliza o jogo de azar para desenvolver um conteúdo curricular, da prática de algo ilícito. Reforçamos nesse ponto, a liberdade de cátedra que, muitas vezes, é mutilada na profissão docente, com propostas curriculares as quais, inicialmente, são apenas uma proposta, mas que, no decorrer do processo, tornam-se obrigatórias. Esta não deixa de ser uma sugestão para as futuras pesquisas analisarem as interferências institucionais que contribuem para o aprimoramento profissional docente.

Entrevista com Professora 5 – (P₅)

P₅, diretamente afirmou que era o livro didático o material que mais utilizava para introduzir novos temas.

Questionamos sobre os outros recursos citados na questão. A mesma afirmou que gostaria de utilizá-los, mas, o pouco tempo disponível para elaborar suas aulas comprometia o seu uso. Reafirmou utilizar mesmo apenas o livro didático. Justificou-se pela dificuldade em utilizar outros recursos no ensino público. Sendo a explanação direta na lousa o recurso mais eficiente para a escola em que trabalhava.

Questionamos sobre o recurso do computador. P_5 informou que existia em sua escola, mas que não era tão acessível.

Durante a nossa entrevista e exatamente nesse ponto, observamos alguns dados importantes. O professor do Ensino Médio tem uma característica da visão determinista do processo do ensino da Matemática, por causa do próprio currículo da Matemática. Em contrapartida, o professor do Ensino Fundamental possui característica oposta. A visão determinista nem sempre prevalece no seu processo de ensino da Matemática. Assim, a atuação de um professor apenas em

um segmento de Ensino, seja no Fundamental ou no Médio, pode torna-se um entrave para o ensino da probabilidade.

Nossas observações podem ser reforçadas pelo quadro teórico, exposto anteriormente, e confirmamos com Batanero (2005, p.16) que, em seu artigo, indica-nos as implicações para o ensino da probabilidade, "cujo ensino não pode limitar-se a uma das diferentes perspectivas". Segundo as discussões sobre o seu ensino, o significado da Probabilidade constrói-se de modo multifacetado já que estas estão dialeticamente ligadas.

Ao comentar os outros recursos, afirmou que nunca os utiliza.

Direcionamos nosso questionamento para o ensino da probabilidade e perguntamos, independentemente da utilização na sua prática docente, qual o recurso considerava mais favorável para desenvolver o assunto probabilidade.

Entendemos que P_5 não compreendeu nosso questionamento e reafirmou que, na rede pública, o recurso disponível e de maior utilidade era o giz e a lousa. De forma bem humorada complementou, além de muita sorte em lidar com os alunos.

Percebemos que **P**₅ não faz uso, em sua prática docente, de recursos e/ou abordagens diferenciadas. Reaplicava tão somente um modelo de professor conhecido em sua formação.

Relembramos que não observamos **P**₅ em atuação na sala de aula, mas podemos continuar nossa afirmação com embasamento no trabalho de Showers, Joyce e Bennet, que constou de uma meta-análise de aproximadamente 200 pesquisas, além de uma revisão de literatura sobre desenvolvimento profissional. Tais pesquisadores afirmam que "o que o professor pensa sobre o ensino determina o que este professor faz quando ensina" (Showers, Joyce & Bennet, 1987, p.79 – tradução nossa).

Entendemos que o livro didático é o material principal em sua prática docente, pensando principalmente na execução dos seus exercícios.

Entrevista com Professora 6 – (P₆)

P₆ gosta muito do trabalho iniciado pela história, afirmando que gosta de contar "os porquês, pois acredita ser um motivador aos alunos."

Também gosta de mostrar a aplicação dos conceitos matemáticos no diaa-dia. Dependendo do assunto, mostra a aplicação desses na informática, além da utilização de jogos.

Observamos que P_6 comentava todos os recursos que propusemos e acreditamos que a mesma realiza mesmo tais estratégias devido aos comentários consistentes envolvendo sua experiência profissional. Não pudemos reconhecer, portanto, qual recurso P_6 utiliza com maior frequência para introduzir algum tema da Matemática, já que apresenta uma gama variada de recursos.

Focalizamos então nossos questionamentos para a introdução da probabilidade perguntando *qual recurso ela considerava mais adequado para introduzir a Probabilidade?*

Bom, para começar a falar do assunto probabilidade eu começo com os jogos mesmo. Jogos de azar, falar do jogo de dados, loteria, mega sena (...) e aí começar o estudo por ai, começar com coisas do dia-a-dia do aluno (Professora 6).

Observamos um indício da modelagem proposta por Coutinho (2001) exposta também em nosso quadro teórico. Pela explanação do professor consideramos haver o domínio da realidade, mas não tivemos informações se os jogos eram utilizados (manipulados) ou explicados apenas, pois o domínio da realidade envolve, necessariamente, uma ação que pode ser a experiência concreta do jogo.

9) Você se lembra qual foi o seu primeiro contato (acadêmico) com o assunto Probabilidades? (Pensar como aluno e também como professor.)

Descreva alguma situação...

Objetivo da questão 9:

- ✓ Verificar se as dificuldades observadas, quando aluno, refletem-se na sua prática docente quando ensina Probabilidade.
- ✓ Verificar se a vivência, como docente, interfere na construção desse conhecimento junto a seus alunos.

Entrevista com Professora 1 – (P₁)

P₁ afirma que seu primeiro contato com a probabilidade foi na graduação em Matemática.

Como aluna, **P**₁ relata o contato tecendo características apenas do professor e não do assunto probabilidade. A única informação relacionada à probabilidade está na lembrança das listas de exercícios com utilização de um mesmo contexto: "retirando-se bolas de uma urna".

Aqui não cabe analisar as escolhas didáticas do Professor A (professor formador de Probabilidade), pois não é nosso foco de pesquisa. Apenas lembramos que tal característica pode ser desencadeadora de muitas dificuldades pela abordagem unívoca desse assunto, contrapondo Batanero (2005, p.16) que nos indica as implicações para o ensino da Probabilidade "cujo ensino não pode limitar-se a uma das diferentes perspectivas", o que também foi enfatizado nos resultados de Coutinho (2001).

O primeiro contato enquanto professora, P_1 relatou nos questionamentos anteriores. Só reforçamos que ocorreu na 7^a série do Ensino Fundamental. Os relatos indicam que ela não usa a mesma metodologia de ensino dos professores que teve.

Entrevista com Professor 2 – (P2)

Nessa questão P_2 apenas confirmou, sem nenhum detalhe específico, que seu primeiro contato com a probabilidade, pensando como aluno, foi na graduação em Matemática.

Como professor, P_2 relatou que, quando era estagiário em um Colégio atuando como plantonista do Ensino Médio e em certo momento do ano letivo tinha o assunto probabilidade, ele apenas tirava dúvidas e resolvia exercícios individualmente com os alunos que o procuravam.

 P₂ relata que só no ano posterior tornou-se professor assumindo uma sala e deixando de ser plantonista.

O que nos chamou atenção durante esse questionamento foi ele relacionar sua prática profissional enquanto professor, ou seja, o ser professor, apenas quando explicava na lousa. Acreditamos que sua prática profissional iniciou-se quando ainda era estagiário, independente se explicava na lousa ou mesmo individualmente aos alunos.

Entrevista com Professor 3 – (P₃)

Nessa questão P_3 afirma que já conhecia essa palavra (probabilidade), mas não se lembra a partir de quando. O mesmo relata um possível primeiro contato como aluno:

Já conhecia a palavra "probabilidade" ou "a chance de acontecer", não sei a partir de quando. Não sei se foi na escola ou... Por exemplo, antigamente tinha muito aquele matemático famoso (referindo-se a Oswald de Souza) que sempre dizia "a chance de algo acontecer"... Quando eu vi Probabilidade eu já liguei àquilo que se passava na televisão. E eu só fui ver probabilidade mesmo, agora pensando em Álgebra, só no Ensino Superior (Professor 3).

Para nós, esse foi o seu primeiro contato com o assunto probabilidade, mesmo sendo um contato informal. Acreditamos que houve uma influência direta quando nosso entrevistado refere-se a esse contato, exposto pelo meio de comunicação de maior circulação da sua época como estudante.

Pelo discurso, \mathbf{P}_3 não tem domínio do conteúdo. Usa o termo "palavra" para se referir a um campo de conhecimento, e associa probabilidade a cálculos algébricos ou ao campo da Álgebra.

Questionado sobre o seu primeiro contato com a probabilidade, agora como professor, o mesmo afirmou ter sido lecionando no 2º ano do Ensino Médio, indicando-nos uma possível característica de concepção de professor que atua com a abordagem apenas do livro didático (apostila pré-produzida) e de modo sequencial.

Entrevista com Professor 4 – (P₄)

P₄ afirma que seu primeiro contato acadêmico com a probabilidade, pensando como aluno, foi no 1° ano da Graduação em Matemática, com a disciplina Álgebra I:

Começou em Álgebra I, com o tópico de probabilidade. Na realidade probabilidade envolve raciocínio lógico, trabalha com Conjunto, o que é uma proposição, o que é verdade e o que é falsidade. Probabilidade e estatística tem muito disso (...) trabalhar com análise qualitativa e quantitativa. Analisar qualidade é saber o que é bom ou o que é ruim, o vermelho ou branco, (...). O dado quantitativo é o que você vai medir, é o que as empresas analisam. Diminuição de tempo e aumento da produtividade. É o que a Estatística Operacional faz (Professor 4).

Sua fala chamou nossa atenção, pois não esperávamos este primeiro contato acadêmico com a probabilidade em outra disciplina da mesma Instituição que não a própria probabilidade.

A teoria de probabilidade, como muitos ramos da Matemática, teve grande avanço devido à linguagem algébrica. Analisaremos dois pontos descritos na fala do professor.

O primeiro ponto para refere-se ao que P₄ disse sobre (...) "o que é verdade e o que é falsidade" relativo a uma proposição, se a mesma é verdadeira ou falsa.

P₄ relacionou a proposição como sendo a ocorrência de um evento, e "o que é verdade" de uma proposição, em Probabilidade, seria o sucesso de um evento. Em contrapartida, "o que é falsidade", seria o fracasso do mesmo evento.

O segundo ponto da nossa análise está na sua descrição de análise quantitativa e qualitativa. Entendemos que o comentário está mais ligado à estatística do que à probabilidade. Pensando em um processo estocástico, é interessante uma visão não determinista do docente, pois, em muitas situações, tentamos analisar variáveis que podem ser discretas ou contínuas, ou mesmo ser uma variável nominal, pois que, uma análise quantitativa, por si só, não é capaz de interpretar.

Observamos que **P**₄, sempre quando questionado, utilizava exemplos da sua profissão na indústria e nunca como docente. Como professor, relatou que seu primeiro contato foi no primeiro ano docente e o que lhe ajudou a lecionar probabilidade foi a vivência na indústria com a estatística operacional e a Álgebra I cursada no primeiro ano da sua graduação.

Entrevista com Professora 5 – (P₅)

P₅ afirma que seu primeiro contato com a Probabilidade, pensando como aluna, ocorreu na graduação em Matemática. Relatou que frequentou monitorias (aulas na própria faculdade para tirar dúvidas) durante todo o ano, pois não possuía pré-requisitos, porque frequentara o Ensino Técnico em Magistério que tinha uma grade curricular de Matemática diferenciada e reduzida em comparação à de Matemática do Ensino Médio.

Quando questionamos P_5 sobre o seu primeiro contato como docente, lecionando o assunto probabilidade, afirmou que já estava formado, confirmando o que já expusera anteriormente em relação ao livro didático.

Ressaltou que teve que estudar muito, pois percebia estar em outra dinâmica. Para P_5 , o processo de aprender era totalmente diferente do processo de ensinar.

Com essa informação, indicamos Yves Chevallard, mesmo não constando de nosso quadro teórico, apesar de muito citado nas pesquisas em Educação Matemática, quando nos afirma sobre a distinção entre o "saber científico" e o "saber a ser ensinado" no processo da Transposição Didática, gerando desse modo, indicações para futuras pesquisas envolvendo o ensino da probabilidade.

Entrevista com Professora 6 – (P₆)

Pensando como aluna, **P**₆ afirmou que foi no cursinho preparatório para o vestibular. Nossa entrevistada afirmou por seu curso do Ensino Técnico em Secretariado possuir uma grade curricular de Matemática diferenciada e reduzida em comparação com a grade curricular de Matemática do Ensino Médio, optou pelo curso preparatório para o vestibular, onde obteve esse primeiro contato.

Eu tive no curso de Secretariado, mais a parte de matrizes, determinantes (...), e isso foi a única coisa de Matemática do Ensino Médio que tive. Então as outras coisas que vi foram no cursinho mesmo (Professora 6).

Em sua fala observamos que o primeiro contato ocorreu dois anos após o tempo comum, pois que, normalmente, os alunos aprendem probabilidade no segundo ano do Ensino Médio (+/- 16 anos). **P**₆ teve esse primeiro contato no 4º ano do Ensino Técnico de Secretariado (+/- 18 anos), pois cursava simultaneamente o cursinho pré-vestibular.

Normalmente, os cursos pré-vestibulares têm uma abordagem tradicional do ensino, focalizada na resolução de diferentes exercícios. Temos convicção de que, em probabilidade, o enfoque laplaciano é o mais abordado, utilizando unicamente a análise combinatória como principal requisito na resolução de exercícios. Acreditamos que na terceira parte dessa entrevista, a qual envolve a formação específica, possa aparecer alguma indicação de dificuldade na abordagem do conhecimento específico em probabilidade.

Em relação ao primeiro contato com a probabilidade, agora como docente, nossa entrevistada afirma que foi há pouco tempo (pensando em anos de prática docente), pois no ensino público sua atribuição de aulas sempre ocorria com as 1^a e 3^a séries do Ensino Médio. Somente nos últimos três anos foi-lhe atribuída a 2^a série do ensino Médio. **P**₆ considera-se com pouca experiência no ensino da probabilidade.

10) Existe algum conceito ou mesmo técnica (procedimento) que a sua prática docente lhe tenha proporcionado com o assunto probabilidades? Descreva...

Objetivo da questão 10:

- ✓ Verificar se a sua prática docente construiu ou reconstruiu os conceitos probabilísticos.
- ✓ Observar os reflexos da sua formação (graduação) na sua prática docente.

Entrevista com Professora 1 – (P₁)

P₁ afirma que não utiliza fórmulas devido a sua complexidade de aplicação. Relatando sua experiência em sala de aula, observou grande confusão por parte dos alunos em saber qual fórmula utilizar em cada situação. Por isso, sempre parte do raciocínio dos seus alunos. Acredita que o princípio da contagem e a dedução podem responder muitas questões, desde as mais simples até as mais sofisticadas.

O princípio de contagem só se incorporou em sua prática docente após realizar um curso de especialização na Unicamp destinado aos professores de Matemática dos Ensinos Fundamental e Médio. Um dos módulos embasava-se no ensino de probabilidade com a utilização apenas do princípio da contagem, sem utilização de fórmulas.

Questionada sobre tal recurso nas fases iniciais do Ensino Fundamental, P₁ acredita que seja possível sim, devido aos relatos da professora no módulo da especialização da Unicamp.

Tentamos aprofundar mais a sua opinião perguntando apenas o que achava do trabalho iniciar-se desde as séries iniciais do Ensino Fundamental. Ao nos responder, P_1 acreditava que fosse possível sim, mas não com qualquer professor polivalente. Para P_1 , esse professor polivalente deveria ter uma

especialização ou uma formação em Matemática diferente do que ocorre normalmente nas graduações em Pedagogia ou mesmo no Magistério.

Identificamos que **P**₁ trabalha a Probabilidade com apoio da Estatística, pensando intuitivamente no tratamento estocástico, uma vez que não tem clareza sobre o estocástico.

Entrevista com Professor 2 – (P₂)

Inicialmente P_2 não entendeu a pergunta. Pedindo-nos para melhor explicar o questionamento, acrescentamos a seguinte pergunta:

Cursar a disciplina Probabilidade em sua graduação influenciou de alguma maneira a sua prática profissional?

P₂ relatou-nos:

Na verdade, vamos pensar assim. O que eu senti quando fiz Probabilidade no terceiro ano, realmente aquela matéria, aquele assunto naquele ano, foi um dos assuntos que mais abriram a minha cabeça para pensamentos diferentes. Comecei a ver o mundo de forma diferente, com relação à Probabilidade. Então é... Mudou minha cabeça (Professor 2).

Percebendo que poderíamos buscar mais informações, pedi para que P₂ aprofundasse um pouco mais essa discussão. Continuou:

Por exemplo, comecei a ver o mundo de outra forma também. O meu pensamento começou a ficar um pouco mais rápido (acredito que o meu pensamento ficou um pouco mais rápido). Eu consegui começar a pensar um pouco mais assim... (como o pessoal fala) quem faz Exatas mesmo: pensar mais linear, tomar decisões mais rápidas, (...). Acho que me ajudou muito na qualidade do meu pensar, aquele curso de Probabilidade. Acho que me deixou mais esperto, vamos dizer assim, com relação a esse pensamento, ajudou a melhorar o meu pensamento (Professor 2).

Mesmo sendo um comentário totalmente baseado numa intuição, observamos em nosso quadro teórico que há mesmo esse reflexo. O trabalho envolvendo a probabilidade aguça um pensar que extrapola os limites das

Ciências Exatas, começando assim a desbravar um campo intermediário do sim/não, que envolve a incerteza, como Azcárate (1996) já nos descreveu:

Sua integração na estrutura do pensamento implica na modificação do modelo determinista, (...). Essa ruptura ajuda na superação da lógica dicotômica do sim/não, que impera hoje em nossa cultura e, em consequência, em nossas escolas, introduzindo nas pessoas uma forma diferente de pensar ao admitir a existência, entre essa a das possibilidades, de todo um campo intermediário no qual domina a incerteza (...) Portanto, desde o ponto de vista educativo, a introdução no contexto escolar de uma possível interpretação probabilística da realidade, envolve uma mudança substancial na formação do indivíduo (AZCÁRATE, 1996, p. 25 – tradução nossa).

Observamos até esse momento da entrevista, na fala de P_2 , que sua prática profissional quando aborda probabilidade assemelha-se à repetição de um modelo de ensino determinista obtido em sua graduação e nos livros didáticos usuais no ensino.

Entrevista com Professor 3 – (P₃)

Inicialmente P_3 não entendeu a pergunta. Para melhor compreensão, retomamos nosso questionamento:

Depois que você cursou a disciplina Probabilidade em sua graduação, isto influenciou de alguma maneira a sua prática profissional?

P₃ relatou-nos:

Não. Não porque ela foi muito enfatizada já numa parte muito da matemática pura e não da didática. Nunca tive na faculdade, na minha formação, aula voltada como se ensinar probabilidade e, sim, uma continuidade da Probabilidade imaginada que eu tive no Ensino Médio (Professor 3).

Em sua fala, enfatizamos para análise dois pontos importantes que percebemos após a transcrição dessa entrevista:

 1°) \mathbf{P}_{3} disse-nos, na questão anterior, que seu primeiro contato com a Probabilidade ocorrera apenas na graduação. Na fala, descrita acima,

encontramos seu primeiro contato acadêmico com a Probabilidade ocorrido no Ensino Médio. Observamos certa indiferença sobre a sua aprendizagem no que se refere ao tema Probabilidade, ou mesmo um esquecimento devido a uma aprendizagem mecânica, com base tecnicista. Desconfiamos, por intuição, que P₃ não teve em sua formação do Ensino Médio, o assunto probabilidade uma vez que não foi incorporado na trajetória de sua vida acadêmica e também porque ele nem percebeu a contradição dos fatos: ora seu primeiro contato foi na graduação (tal informação obtida na questão anterior) e ora a probabilidade na graduação foi uma continuidade do Ensino Médio. No entanto, nada podemos provar, somente salientamos a contradição. Acreditamos que a sua formação acadêmica proporcionou-lhe um conhecimento profissional com uma perspectiva construtivista. Embasamos tal análise com o nosso quadro teórico Azcárate (1996, p.22) descrito em nossa pesquisa, pois observamos na fala de P₃ uma coerência interna, além do seu conhecimento profissional sempre se apoiar nos seus conhecimentos prévios.

2°) **P**₃ caracteriza Probabilidade como Matemática Pura, relacionando-a diretamente ao tratamento algébrico. Sabemos que a linguagem algébrica alicerça e unifica uma linguagem comum a vários ramos da Matemática, mas lembramos que em Probabilidade essa linguagem não é única. Probabilidade também se utiliza de outros registros informais, como por exemplo, a árvore de possibilidades.

Observamos até esse momento da entrevista que a prática profissional dele, quando aborda probabilidade, assemelha-se à repetição de um modelo de ensino determinista, obtido em sua graduação.

Entrevista com Professor 4 – (P₄)

Nossa pergunta a P₄: Existe algum conceito ou mesmo técnica (procedimento) que a sua prática docente lhe tenha proporcionado com o assunto probabilidades? Descreva...

P₄ afirma que sim, mas acreditamos que o mesmo não tenha entendido a pergunta.

P₄ diretamente descreveu-nos sua aprendizagem com a probabilidade e como, após ter aprendido, isso lhe proporcionou alguns benefícios a sua prática.

Nosso intuito inicial era partir da sua prática docente para saber alguma informação relevante quando ensina probabilidade. Acreditamos, mesmo com essa inversão, que nossa análise ampliou suas dimensões, de modo a contribuir também com a nossa pesquisa.

Com os entrevistados P_2 e P_3 invertemos propositalmente a questão, pois durante o questionamento foi gerado um clima tenso por não terem compreendido nossa questão e não conseguirem, de certa forma, uma resposta de praxe para burlar nosso questionamento. P_4 não teve esse problema, pois inverteu diretamente nosso questionamento, que era incisivo: sua prática docente lhe propiciou alguma coisa quando leciona probabilidade, ou não? Até o momento, tivemos contribuição apenas com a nossa entrevistada P_1 .

O que podemos enfatizar, com a resposta de P_4 e que também coincide com a resposta dos entrevistados P_2 e P_3 , é que a disciplina Probabilidade foi uma disciplina chave na sua formação, proporcionando-lhes um avanço cognitivo da área da Matemática devido a sua característica de analisar uma questão, independente da abordagem puramente matemática ou não.

Entrevista com Professora 5 – (P₅)

P₅ afirmou que a dedução lógica, ou mesmo situações envolvendo a lógica. Para nossa entrevistada a probabilidade envolve situações práticas que apenas a dedução lógica é capaz de responder.

Relatando sua experiência em sala de aula, **P**₅ observa grande confusão por parte dos alunos em saber qual fórmula utilizar em cada situação. Muitas vezes trabalha com seus alunos a questão lógica do problema em vez de aplicar conceitos da análise combinatória em cada situação. Poucas vezes, durante nossa entrevista, **P**₅ relatou alguma experiência em sala de aula.

Entrevista com Professora 6 – (P₆)

P₆ considerou difícil responder a essa questão, pois para ela a Matemática é única, sem fragmentações. Sendo também, a probabilidade, um recurso para lecionar outros ramos da matemática.

Percebemos que P_6 , devido a sua formação acadêmica, possui uma boa argumentação e articulação, utilizando-se dessas qualidades para fugir do nosso questionamento incisivo. Por isso, durante a entrevista, pedimos que exemplificasse, para entendermos melhor o que estava dizendo. E assim relatou:

Sempre para dar algum exemplo, a Probabilidade tem mais exemplos concretos do que outros assuntos, mesmo a parte da análise combinatória (...) os alunos gostam bastante. Então, eu acho que faz uma diferença porque você tem mais recurso prático para ensinar esse conteúdo e os alunos aparentemente gostam mais, porque eles vêem uma aplicação direta, diferente de ensinar os números complexos, (...) tem aplicação, mas não direta na escola (Professora 6).

Observamos que P_6 relata sua prática docente partindo da realidade dos alunos. Nesse questionamento número 10, reconhecemos que P_6 refere-se à praticidade de aplicação da Probabilidade no cotidiano dos alunos, partindo da realidade deles para dar significado ao seu aprendizado.

Até o momento, não reconhecemos influência direta da graduação em sua prática docente. Talvez iniciar sua carreira docente, lecionando por cinco anos consecutivos a disciplina Física, considerada uma disciplina da Matemática aplicada, possa ser um indício de uma docente com uma abordagem não comum, até então observada em nossos entrevistados. Não observamos, também, o

tratamento unicamente probabilístico de uma situação-problema. P_6 sempre relaciona probabilidade à análise combinatória.

11) Para vo	ocê:						
probabilida	ade é						
acaso é							
aleatório é							
incerteza							
existe(m) probabilida	` ,	palavra(s)	que	lhe	faz(em)	pensar	em

Objetivo da questão 11:

- ✓ Preparar a transição da Parte B (formação docente) à Parte C (formação específica).
- ✓ Verificar se há equívocos de definição.
- ✓ Utilizar suas próprias definições como recurso de levantamento de dados.

Entrevista com Professora 1 – (P₁)

A seguir ressaltamos, em negrito, a fala de P₁:

Probabilidade é... uma chance.

Acaso é... uma consequência dessa chance.

Aleatório é... não tem nenhum vício, (...) qualquer um tem a mesma possibilidade.

Incerteza é... da própria probabilidade (...) é o que todos deveriam saber quando relacionamos uma competição, um jogo.

Existe(m) outra(s) palavra(s) que lhe faz(em) pensar em probabilidade? Não sei se pela formação, mas eu me lembro das bolinhas do saquinho, dos dados, do baralho...

Comentamos com **P**₁, antes de iniciar a terceira parte, que durante a entrevista, até então, sempre relacionara probabilidade com as urnas e sorteios. Perguntando-lhe o motivo, descreveu-nos:

(...) enquanto eu (**P**₁) lá na graduação, o Professor A (professor formador de Probabilidade) e o medo de ser retida; ative-me ao que eu sabia, com certeza, que ele iria cobrar na avaliação. Buscando outras formações, por exemplo, na Unicamp, tive acesso a outros recursos, como roletas, roda gigante, formas de se sentar ao lado da pessoa que você quer (...) (Professora 1).

Analisamos sua fala observando que se ateve a uma única técnica de exercícios que se observava com maior frequência nas listas de exercícios adicionais propostos pelo professor formador de probabilidade. Ressaltamos em sua fala "e o medo de ser retida" caracterizando, cada vez mais, um ensino tecnicista de probabilidade.

Entrevista com Professor 2 – (P2)

A seguir ressaltamos, em negrito, a fala de P2:

Probabilidade é ... um ramo da Matemática.

Acaso é ... o que pode acontecer.

Aleatório é ... possível de acontecer.

Incerteza é ... a dúvida.

Existe(m) outra(s) palavra(s) que lhe faz(em) pensar em probabilidade? **Possibilidades, vantagens e desvantagens, escolha**.

Chamou-nos a atenção que a primeira palavra que lhe faz pensar em probabilidade fosse possibilidades. Sendo que anteriormente, P_2 deixou muito clara a distinção entre ambas.

Também quando comentou sobre o acaso e o aleatório, observamos em seu discurso que não existe distinção, apresentando grande confusão conceitual sobre elementos da probabilidade

Questionamos **P**₂ sobre a escolha das palavras "vantagens e desvantagens". Justificou-se da seguinte maneira:

A probabilidade de acontecer alguma coisa eu vou analisar, se é maior ou se é menor e, se isso acontecer qual é a vantagem que eu vou levar nisso, é mais vantajoso fazer isso ou fazer aquilo, depende... Qual é a probabilidade de acontecer isso ou qual é a probabilidade de acontecer aquilo, eu analiso a Probabilidade de acontecer alguma coisa e qual a vantagem eu posso tirar disso (Professor 2).

Percebemos que tem uma relação com a palavra probabilidade, partindo de escolhas além das suas vantagens ou mesmo desvantagens. Observamos que relacionar vantagens à probabilidade é um modo de analisar as questões partindo dos jogos de azar, ou seja, a vantagem em ganhar ou mesmo perder em uma competição.

Entrevista com Professor 3 – (P₃)

A seguir ressaltamos, em negrito, a fala de P₃:

Probabilidade é... a possibilidade de algo acontecer dentro de um campo amostral.

Acaso é... algo que acontece sem a menor referência direta.

Aleatório é... o que não tem sequência nenhuma.

Incerteza é... o erro que pode acontecer.

Existe(m) outra(s) palavra(s) que lhe faz(em) pensar em probabilidade? **Possibilidades**, **chance e sorte**.

Chamou-nos a atenção a formalidade em completar as frases, sempre se referindo ao conceito formal de probabilidade.

Entrevista com Professor 4 – (P₄)

A seguir ressaltamos, em negrito, a fala de **P**₄:

Probabilidade é... o estudo de análise de um evento qualquer.

Acaso é... o acontecimento a ser descoberto.

Aleatório é... o que você define sem precisar ter algum determinado controle.

Incerteza é... um assunto de Probabilidade e de Estatística... Na indústria, a incerteza é o que você tem de cometer um erro.

Existe(m) outra(s) palavra(s) que lhe faz(em) pensar em probabilidade? **Estatística.**

Atemo-nos às palavras relacionadas acima sobre o acaso e a incerteza. Acreditamos que não exista uma coerência em relação às duas, gerando confusão em sua definição.

Entrevista com Professora 5 – (P₅)

Inicialmente, P_5 não conseguiu nos responder, pois achou muito difícil definir, mesmo utilizando, do senso comum, conceitos relacionados à Probabilidade. Após um tempo para pensar afirmou:

Probabilidade é... uma tendência, uma chance de ocorrer alguma coisa.

Acaso é... sem previsão, acontece sem estar previsto.

Aleatório é... escolher uma coisa sem estar determinado.

Incerteza é... o que não é certo.

Existe(m) outra(s) palavra(s) que lhe faz(em) pensar em probabilidade? Arranjo e combinação sempre me remetem à Probabilidade.

P₅ sentiu muita dificuldade em expor o que realmente pensava sobre as palavras. Para chegarmos ao que está descrito acima, utilizamos um tempo bem maior em comparação às outras entrevistas realizadas.

Identificamos uma influência direta da graduação na sua atuação docente com o último questionamento dessa questão acerca da existência de outras palavras que lhe fazem pensar em Probabilidade. Envolver as palavras arranjos e combinação é uma característica de concepção que tem como base a análise combinatória.

Entrevista com Professora 6 – (P₆)

A seguir ressaltamos, em negrito, a fala de P₆:

Probabilidade é... um talvez.

Acaso é... sorte.

Aleatório é... diversidade.

Incerteza é... o que eu estou tendo agora.

Existe(m) outra(s) palavra(s) que lhe faz(em) pensar em probabilidade? **Evento.**

Observamos na fala de P_6 que, a mesma assume essas palavras no sentido de crenças como verificamos em Coutinho (2001).

3.3.2.1 SÍNTESE DAS ANÁLISES - PARTE B (FORMAÇÃO DOCENTE)

Nenhum dos nossos entrevistados teve clareza na escolha do curso licenciatura plena em Matemática. Partiram apenas de uma relação de simpatia com a disciplina Matemática quando alunos ou indicação de próximos.

Em relação à abordagem da probabilidade no livro didático, todos confirmam que seus livros ou apostilas abordam o assunto probabilidade, mas fortemente na segunda série do Ensino Médio.

Todos os entrevistados têm acesso ao caderno do professor da nova proposta curricular produzido pela Secretaria da Educação, porém observamos grande influência do livro didático, pensado na resolução de listas de exercícios.

Em relação ao primeiro contato com a probabilidade, todos confirmaram ter ocorrido na graduação e isso nos remete ao nosso quadro teórico Fischbein e Schnarch (1996), ao afirmar que os obstáculos para a aprendizagem do conceito de probabilidade tornam-se mais resistentes com a idade, ou seja, quanto mais tarde o aluno for confrontado com esse tema, maior será sua dificuldade na mobilização dos conceitos probabilísticos.

3.3.3 Parte C – Formação Específica

Na terceira parte da entrevista (Parte C – Formação Específica) pedimos aos nossos entrevistados ($\mathbf{P_1} - \mathbf{P_6}$) que sempre lessem em voz alta as perguntas e argumentassem também todo o processo do seu raciocínio para registrarmos em áudio-gravação e posteriormente servir de elemento para a nossa análise.

A partir de então apresentamos nosso questionamento, seguido da nossa análise didática e dos trechos de cada entrevista.

12) Considere um tetraedro regular que possui uma cor diferente em cada face: azul, verde, vermelho e amarelo. Apresentada esta situação-

problema a três alunos e questionando-os sobre a probabilidade da face não visível ser azul, as estratégias e conclusões dos alunos foram:

<u>Aluno 1</u> – Este aluno, de posse do tetraedro, realizou 50 lançamentos, a partir dos quais observou que em 21 vezes ocorreram faces azuis; então concluiu que a probabilidade de ocorrer face azul é de 42%.

<u>Aluno 2</u> – Este aluno acompanhou a estratégia do aluno 1, porém discordou da conclusão, afirmando que a probabilidade de ocorrer face azul num tetraedro regular é de 1 em 4.

<u>Aluno 3</u> – Este aluno realizou de modo formal, como razão entre número de sucessos sobre o número total de chances, P(A) = ¼, concluindo, então, que a probabilidade de ocorrer face azul num tetraedro regular é de ¼.

✓ Explique qual estratégia você considera mais adequada para a compreensão dos seus alunos.

Objetivo da questão 12:

- ✓ Identificar, em suas argumentações, a relação das visões (enfoque experimental e formal) e se a escolha da estratégia mais adequada refere-se a sua concepção determinista da matemática ou não.
- ✓ Identificar elementos do conhecimento específico do conteúdo.

Análise didática da questão número 12:

O tetraedro é um sólido regular e as suas faces são formadas por quatro triângulos equiláteros. Desse modo, sendo fisicamente simétrico em relação ao centro de gravidade, faz com que todas as faces tenham as mesmas chances de ficarem ocultas em um lançamento aleatório. Ao jogar um tetraedro regular, uma face fica em contato com o plano e as três faces restantes ficam dispostas para a visualização. Sendo que cada face foi caracterizada por cores distintas, nossa questão pedia exatamente a probabilidade da face não visível, ou seja, a face em contato com o plano.

Em seguida, comentamos as resoluções dos alunos e apontamos alguns comentários pertinentes.

- Resolução do Aluno 1: Este aluno realizou uma simulação com o gerador de acaso (o tetraedro). Após aferido 50 lançamentos, o mesmo interpretou os dados obtidos intuindo que essa quantidade já dispunha de uma tendência para a estabilização da frequência. Lembramos que este número de lançamentos é considerado muito baixo para a estabilização de uma frequência.
- Resolução do Aluno 2: Este aluno, após acompanhar a resolução por uma simulação de lançamentos, não concordou com os dados obtidos pelo experimento nessa resolução, concordando apenas com a resolução formal envolvendo os casos favoráveis em relação aos casos possíveis.
- ✓ Resolução do Aluno 3: Este aluno apenas considera a resolução formal envolvendo os casos favoráveis em relação aos casos possíveis.

Entrevista com Professora 1 – (P₁)

P₁ concorda com o aluno 2 (acreditando que ele utilizou o princípio de contagem) que vai chegar às conclusões do aluno 3 (conhecimento formal de Probabilidade).

Após a leitura do problema e das resoluções dos alunos, **P**₁ disse-nos que em probabilidade existe uma grande questão na forma de interpretação e inclusive na elaboração do enunciado do problema. Para a mesma, não foi dito que deveriam ser realizados 50 lançamentos e destes, concluir a probabilidade de ocorrer a face não visível ser azul.

Entendemos que para **P**₁ existe um grande conflito envolvendo a exatidão em interpretar o enunciado e qual a estratégia mais adequada para responder ao problema. Ela considera que cada aluno entendeu o enunciado de uma forma diferente. E assim nos descreveu:

O aluno 3 é o aluno que sabe a fórmula e aplicou. O aluno 2 foi pela estratégia de pensar, analisando a estratégia do aluno 1 porém discordando do seu resultado pois havia 1 em 4 e o aluno 1 foi unicamente pela estratégia de contar e chegou na probabilidade final (Professora 1).

Informei a **P**₁ que tal problema era uma questão da avaliação (prova) e, por isso, deveríamos dar uma devolutiva a cada aluno. Questionamos qual seria a justificativa para as resoluções que a mesma não considerava a mais adequada.

Pensando que tal questão já estava respondida, **P**₁ retomou a exposição do problema e confundida pelo enunciado emitiu o comentário:

(...) apesar da probabilidade da face não visível ser azul, as estratégias e conclusões dos alunos foram... (pausa)... Então é de não sair azul. Agora que eu olhei o "não visível de ser azul" então eu mesma já não interpretei direito. Não é? (Professora 1).

O que observamos nessa parte da entrevista está no objeto tetraedro sendo um elemento que dificultou a análise da situação da questão 12. A confusão que observamos está entre o que foi pedido na questão "a face não visível ser azul" confundida com "não sair azul".

Reconhecemos que tal dificuldade apresenta, no mínimo, três vertentes. A primeira está na leitura fragmentada do problema exposto em linguagem natural, uma vez que, durante a leitura da questão 12, P_1 não respeitava a pontuação da frase. A segunda está na não visualização espacial do tetraedro. Identificamos que P_1 sabia o que era um tetraedro, mas talvez não tivesse observado que "ocorrer a face não visível" equivale a "sair a face azul", confundindo o termo "não visível" com o termo "não sair". A terceira vem do fato de que, usualmente, usa-se um dado cúbico e verifica-se a face voltada para cima.

O que se pode identificar nas falas de P_1 é que a mesma não domina os conteúdos e procedimentos que envolvem o enfoque frequentista. Um indicador disso é o fato de P_1 não ter criticado o aluno 1, que realizou apenas 50 repetições do experimento para estimar a probabilidade. Mesmo quanto à resolução pelo

enfoque clássico, P₁ não justifica que pode usar a razão entre os "números de casos favoráveis" e "número de casos possíveis" devido à existência da simetria geométrica do tetraedro regular tal como no lançamento de um dado cúbico ou de uma moeda.

Em primeira análise, pode-se inferir que P_1 não construiu o conceito de probabilidade, mobilizando apenas a sua definição (N° de casos favoráveis / N° de casos possíveis).

Entrevista com Professor 2 – (P₂)

 P_2 sugere a resolução do aluno 2, pensando com alunos da 7^a ou 8^a séries (8^o e 9^o anos) do Ensino Fundamental II.

Nosso entrevistado acredita que tal situação tem uma linguagem simples para a compreensão dos alunos das séries finais do Ensino Fundamental e que, analisar um tetraedro, seja uma situação típica para essa faixa etária, diferente dos alunos do Ensino Médio, que já possuem um conhecimento mais avançado para essa situação.

Acha que separamos as resoluções em níveis de faixa etária, pois comentou que a resolução do aluno 1 seria apropriada para os alunos das 5^a e 6^a séries (6^o e 7^o anos) do Ensino Fundamental. A do aluno 2 acredita ser adequada aos alunos das 7^a e 8^a séries (8^o e 9^o anos) do Ensino Fundamental e, para o Ensino Médio, acredita que seja apropriada a resposta do aluno 3.

Pensando no processo do ensino da probabilidade, seu comentário é pertinente. Reconhecemos essa similaridade com o nosso quadro teórico:

Por outro lado, os diferentes significados de probabilidade deveriam incluir progressivamente, começando desde as idéias intuitivas dos alunos sobre o acaso e a probabilidade, uma vez que a compreensão é um processo contínuo e crescente, mediante ao qual o aluno constrói e relaciona progressivamente os diferentes elementos do significado do conceito. É necessário uma "passagem flexível" entre os distintos significados parciais, o que se realiza depois de um processo de estudo prolongado; este processo deve ser planificado e distribuído entre os diferentes níveis educativos (BATANERO, 2005, p.12 – tradução nossa).

Ressaltamos o comentário de P_2 que, em nenhum momento, considerava uma abordagem diferenciada de probabilidade e sim níveis de formalização desse conhecimento. Durante nossos questionamentos, P_2 confirmou que se assemelhava ao perfil expresso pelo aluno 2 e disse-nos que a resolução do aluno 1, apesar de ser interessante, estava relacionada mais a uma situação filosófica do que a uma situação exata. Quando relacionou a palavra "exata" à probabilidade, pedimos que aprofundasse melhor o seu comentário.

Para melhor se explicar, **P**₂ utilizou o exemplo do lançamento de uma moeda, afirmando que a moeda só tinha duas possibilidades, ou cara ou coroa (desconsiderando a possibilidade de sair quina), ou seja, 50% de sair uma das faces, ou seja, 50% exato. Mas, ocorrer esse 50%, em uma quantidade de vários lançamentos, é outra forma de pensar.

Entendemos que **P**₂ considera duas maneiras de pensar em Probabilidade. Na primeira, com o estudo formal do objeto gerador de acaso é o que pode vir a ocorrer, este sim sendo exato. Por exemplo: a moeda tem duas faces e cada face tem exatamente 50% de chances de sair. Na segunda maneira de pensar, **P**₂ relaciona o que realmente ocorre. Utilizando o mesmo exemplo da moeda, lançando-a 1000 vezes, talvez saia um número tendencioso aos 50% de ocorrer alguma das faces, ou seja, talvez saia 490 cara e 510 coroas e não exatamente 500 caras e 500 coroas.

Reconhecemos claramente o que nosso entrevistado disse sobre as duas formas de pensar em probabilidade e analisamos com o suporte de um dos nossos teóricos:

O significado conceitual da probabilidade não pode estar embasado simplesmente em sua definição matemática, como habitualmente ocorre com outros conceitos; a dificuldade não está centrada na definição e sim em como o conceito é interpretado e aplicado apropriadamente em situações específicas (AZCÁRATE, 1996, p.28 – tradução nossa).

Entrevista com Professor 3 – (P₃)

 ${f P}_3$ sugere o comentário de cada resolução dos alunos 1, 2 e 3 após a leitura.

Comentando sobre a resolução do aluno 1, assim nos descreveu:

Ele usou de um método prático, lançou 50 vezes e observou que 21 vezes ocorreram faces azuis, logo ele (aluno 1) foi para o complementar. Como eu não quero azul a possibilidade de ocorrer seria o complementar desse. Ele deve ter feito uma regra de três, não sei se precisamente daria 42% (Professor 3).

Atemo-nos a tal fala, pois a exemplo da P_1 , P_3 também utilizou de uma Probabilidade complementar, confundindo a linguagem "a face não visível ser azul", ou seja, ocorrer a face azul com "não ocorrer a face azul". Nesse ponto, conseguimos reconhecer igual dificuldade na interpretação do problema 12 observada em P_1 e P_3 até o momento. Acreditamos que seja devido ao objeto gerador de acaso — o tetraedro. Esse objeto, não comum nas abordagens de exercícios nos livros didáticos, possivelmente gerou um obstáculo de análise didática com base geométrica, isto é, uma dificuldade na interpretação do espaço amostral obtido com visualização espacial do objeto.

Outro ponto que analisamos foi o não reconhecimento da linguagem natural "realizou 50 lançamentos, a partir dos quais observou que em 21 vezes ocorreram faces azuis" como sendo 21 lançamentos ocorridos dentre 50 lançamentos, ou mesmo, $P(A) = \frac{21}{50}$, gerando assim, 42%.

 ${f P_3}$ não reconheceu a proporção ${21\over 50} = {42\over 100} = 0,42 = 42\%$, gerando dúvida na análise dessa situação-problema. Propomos, então, para futuras pesquisas, como já observada nas conclusões de Figueiredo (2000) e por Maury (1986 apud Coutinho 1994) a análise das interpretações de situações-problema envolvendo a probabilidade tanto na linguagem natural, quanto na linguagem algébrica, para observar se existe algum caminho de transição das linguagens envolvidas.

Ressaltamos que em nenhum momento P_3 comentou sobre a simulação com material concreto enquanto possibilidade de desenvolver a visão frequentista.

Mas alertamos o leitor que, na ementa do curso de Probabilidade em sua graduação, o enfoque frequentista não foi abordado e, por esse motivo, podemos concluir que sua formação, pensando em conhecimento específico de Probabilidade, influenciou diretamente no seu conhecimento profissional quando aborda a Probabilidade.

P₃ é professor com maior experiência no Ensino Médio, como já observamos na primeira parte dessa entrevista. Isto talvez seja um indicador da dificuldade em ensinar a Probabilidade por várias abordagens, como já descrevemos em nosso quadro teórico, em relação às diferentes abordagens do ensino da Probabilidade, como Batanero indicou.

O Ensino Médio na disciplina Matemática propicia uma abordagem tecnicista de Probabilidade devido ao encadeamento curricular dos conteúdos de Matemática, sendo que a combinatória sempre antecede a Probabilidade e, por esse motivo, torna-se um pré-requisito para a Probabilidade.

Portanto intuímos que apenas o conhecimento profissional obtido somente pela experiência em um único segmento de Ensino, não é fator principal para o processo evolutivo do conhecimento profissional desse professor.

Acreditamos que lecionar probabilidade nas séries iniciais do Ensino Fundamental, sem a utilização de uma linguagem matemática formalizada, requer desse professor, uma abordagem diferenciada, saindo dos moldes tradicionais de ensino, que buscam apenas um rigor na linguagem, o qual, a própria epistemologia da probabilidade, envolvendo o campo da incerteza, não dá conta em responder.

Comentando sobre a resolução do aluno 2, assim nos descreveu:

Esse aluno foi ao contrário do problema. O problema pede para não ocorrer azul. Então ele deu uma forma de imaginar a face azul, assim ele usou do complementar (Professora 3).

Com a sua fala, observamos que P_3 confundiu totalmente o que o problema pedia e, em relação ao tetraedro, achamos melhor intervir, falando claramente que, quando o tetraedro cai, uma das suas faces não fica visível. P_3

ficou pensando, esboçou um desenho (um rabisco) e, falando pausadamente por três vezes consecutivas a frase: "a face não visível". Só assim, entendeu que a face não visível ser azul, é o mesmo que ocorrer face azul em um tetraedro.

Desse modo, retratou as suas argumentações dizendo que apenas pensou na probabilidade complementar, mas que nada interferia na abordagem. Relatou-nos que a resolução do 1º aluno serve para uma introdução da Probabilidade, mas não era prático ficar lançando o tetraedro por 50 vezes, ou até mais.

Também comentou que a resolução dos alunos 2 e 3 são complementares e, se tivesse esses dois alunos em sua aula, deixaria os dois discutindo para então chegar a um consenso.

Entrevista com Professor 4 – (P₄)

P₄ após uma leitura lenta e cautelosa, seguida de longa pausa em silêncio, nosso entrevistado ficou confuso com a frase "a face não visível ser azul", repetindo-a três vezes consecutivas.

Acreditamos novamente nesse ponto que tal dificuldade na interpretação do problema 12, observada em P_1 , P_3 e agora em P_4 , seja devido à visualização espacial do objeto gerador de acaso – o tetraedro – por ele não ser comum nas abordagens de exercícios nos livros didáticos, gerando, possivelmente, um obstáculo de análise didática com base geométrica, isto é, uma dificuldade na interpretação do espaço amostral com a não visualização espacial do objeto.

P₄ concorda com a resolução do aluno 3, porém mostrou-se muito desconfortável em responder nossos questionamentos. Acreditávamos que P₄ pudesse inferir algumas informações não só de ordem didática, mas também pensando no processo de simulação concreta devido a sua experiência em sala de aula e também na Indústria. Confiávamos em sua experiência para extrairmos informações referentes à transição de uma visão frequentista para uma visão formal, devido à análise Estatística quantitativa e qualitativa a que nosso entrevistado já havia se referido nas questões anteriores. Mas, a partir desse ponto, ele falou pouco, comentou poucas coisas. Acreditamos que P₄ entendia

que existia uma única resolução correta dentre as três apresentadas pelos alunos 1, 2 e 3. No entanto não conseguia reconhecê-la, além de apresentar muita dificuldade em analisar.

Em relação ao seu conhecimento específico de probabilidade, gerou-nos dúvida se o mesmo entendia que cada face não visível do tetraedro era a ocorrência de uma face em quatro faces possíveis.

O que observamos nessa parte da entrevista está no objeto tetraedro sendo um elemento que dificultou a análise da situação na questão 12. A confusão que observamos está entre o que foi pedido em relação do tetraedro, "a face não visível ser azul", que é o mesmo de ocorrer a face azul, confundida com "não sair a face azul" desse mesmo tetraedro.

P₄ não compreende o enfoque experimental, pois, para ele, enfoque experimental refere-se ao jogo de azar. Desse modo, analisa uma situação apenas com enfoque formal, prevalecendo a visão determinista, desconsiderando totalmente a relação com o aleatório.

Entrevista com Professora 5 – (P₅)

Iniciamos nossa análise com a fala de P₅:

No início, na verdade, a gente começa com isso: o número de casos favoráveis sobre o número de casos possíveis – parte sobre o todo. Então o que ele vai relacionar aqui é a probabilidade da face não visível ser azul (pausa) (...) de não ser azul (...) então na verdade quando ele faz 1 para 4, está fazendo a probabilidade de sair azul, não é? Então não azul, não seria os ¾? (Professora 5).

P₅ concorda com o aluno 3, pois acredita que seus alunos fazem isso com maior frequência.

Observamos que, após uma leitura cautelosa, seguida de breve pausa em silêncio, nossa entrevistada ficou confusa com a frase "a face não visível ser azul", repetindo-a algumas vezes consecutivamente. Reconhecemos que a dificuldade na interpretação do problema 12 observada em P_1 , P_3 , P_4 e agora em

P₅ talvez seja devido à visualização espacial do objeto gerador de acaso – o tetraedro.

Novamente informamos que esse objeto não é comum nas abordagens de exercícios nos livros didáticos, possivelmente gerando um obstáculo de análise didática com base geométrica, isto é, a dificuldade na interpretação do espaço amostral com a não visualização espacial do objeto.

Mas, por se tratar de **P**₅, o que citamos acima não seria possível, devido ao fato de que, durante sua graduação, nossa entrevistada ter sido monitora na disciplina Geometria Analítica e, na especialização, sua monografia tivera como título "Uma proposta para o ensino da Geometria Espacial". Entendemos que **P**₅ não teria dificuldade em analisar ou mesmo visualizar espacialmente um tetraedro sem a presença do próprio objeto. Acreditamos que, a dificuldade tenha sido na interpretação linguística.

Atemo-nos também ao comentário de P_5 , pois a exemplo da P_1 , P_3 e P_4 utilizou de uma Probabilidade complementar, confundindo a linguagem "a face não visível ser azul", ou seja, ocorrer a face azul, com "não ocorrer a face azul".

Comentando sobre a utilização da resolução do aluno 1, P₅ afirmou:

Agora, esse de lançar aqui, não sei se eles (alunos) fariam não (...) mas pensando como uma estratégia... (pausa). Será que no fim tudo chega na mesma porcentagem? Se um jogar 30 vezes e outro jogar 70 vezes? (...) na verdade o que a gente vai fazer é contar quantas azuis aparecem dentro daquele tanto de lançamentos que a gente fez. Também no fim, vai chegar meio próximo a isso (referindo-se a relação de ¼). Mas eu acho mais visível mesmo é esse 3 mesmo (referindo-se a resolução do aluno 3) (Professora 5).

Com o comentário de P_5 podemos extrair algumas informações para nossa análise sobre o trabalho envolvendo um enfoque experimental. Percebemos que P_5 não sabe da existência da abordagem frequentista de Probabilidade. Reforçamos que, tanto na ementa do curso da disciplina Probabilidade na sua graduação, quanto na grande maioria dos livros didáticos, essa mesma abordagem não é contemplada.

Comentaremos a seguir sobre a dúvida dessa abordagem experimental.

Ficou muito claro que a dúvida era dela (**P**₅). Como nossa entrevistada não conhece essa abordagem, no final de sua fala comenta que a resolução do aluno 3 é a mais visível para os seus alunos. Porém, na verdade, o que seria mais visível para os seus alunos, é equivalente a ser mais visível para ela como docente.

Observamos que **P**₅ apresenta grande dificuldade em se expressar nas análises didáticas, principalmente nessa terceira parte da nossa entrevista.

Entrevista com Professora 6 – (P₆)

P₆ inicialmente analisa o enunciado da questão envolvendo o tetraedro regular, comentando em voz baixa a resolução do aluno 1:

É um tetraedro regular, tem quatro faces triangulares e, se eu jogar, pode cair alguma das quatro faces. Praticamente parecido com o cubo (...) ele lançar 50 vezes e ter caído 21 vezes a face azul, poderia cair as 50 vezes a face azul (Professora 6).

Observamos quando P_6 analisa o enunciado e comenta a resolução do aluno 1, que essa simulação tem um número muito baixo para estabilizar a sua frequência. Apenas com esse comentário, identificamos que P_6 conhece o enfoque frequentista de probabilidade, além da articulação de uma análise didática da própria situação-problema.

Comentando sobre o aluno 3, afirma que o mesmo pegou a "formulinha" de probabilidade e aplicou, bem mecânico. Foi uma resolução teórica da situação.

Questionamos P_6 , após a sua leitura, qual estratégia considerava a mais adequada para a compreensão dos seus alunos. Assim nos disse:

Considero a mais adequada a resolução do aluno 2, apesar do aluno 3 não estar errado, mas eu gosto mais da estratégia que o aluno 1 e o aluno 2 utilizaram, ir para a prática mesmo. Eu faria assim na aula ao invés de... eu até poderia começar a aula com essa situação, antes de qualquer coisa, de falar desse P(A), eu não gosto muito de fórmula não (Professora 6).

Com sua fala, reconhecemos um processo de ensino diferenciado do ensino tradicional. A busca por uma situação geradora de um contexto matemático, envolvendo a experiência concreta, como principal recurso para envolver o aluno em seu processo de ensino e aprendizagem é uma constante na fala de **P**₆. Reconhecemos esta característica como uma grande influência do seu conhecimento profissional quando leciona a probabilidade, sendo este uma contribuição para ensino significativo da probabilidade.

Em seus comentários sobre o processo de ensino da Matemática, não reconhecemos uma fala truncada, com formalidades ou mesmo definições exatas sobre os termos comuns à disciplina Matemática. Observamos outra característica de profissional. Um profissional mais versátil e claro, também observado, pela sua fala, na questão 11 dessa entrevista.

Em nosso questionamento: **Explique qual a estratégia você considera mais adequada para a compreensão dos seus alunos, cujo** foco era a compreensão dos seus alunos no processo de ensino, P_6 respondeu-nos, utilizando a mesma ordem das resoluções dos alunos 1, 2 e 3, com muita clareza, acreditando em um processo evolutivo.

Como 1ª opção, apontou a resolução do aluno 1. **P**₆ afirmou que ela partia do experimento. Na 2ª opção, indicou a resolução do aluno 2. **P**₆ acredita que é uma resolução que envolvia a transição, ou seja, a passagem do concreto para introduzir a abstração. E por último, a resolução do aluno 3. **P**₆ acredita que é o momento da formalização do conceito.

Tal clareza é reconhecida em vários apontamentos de nosso quadro teórico. Reconhecemos Azcárate (1996, p.29) que indica que "o pensamento probabilístico sempre tem como referência fatos concretos da realidade". Observamos um processo intuitivo de modelagem proposto por Coutinho (2001) de quem retomamos a citação que expõe em sua tese um esquema organizador dessa modelagem:

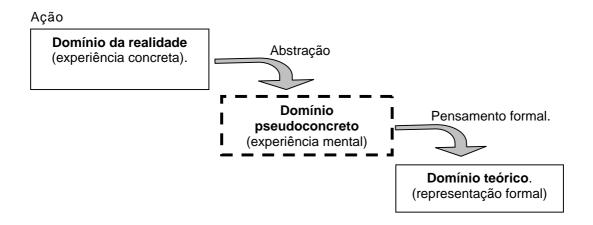


Figura 4: Esquema organizador da modelagem proposto por Coutinho (2002)

Para esta modelagem, Coutinho (2002, p.3) parte da realidade de um experimento concreto – domínio da realidade – a fim de extrairmos, por simulação, um modelo para a verificação do comportamento do todo. Comparamos esse momento da ação com a escolha da resolução do aluno 1 como a 1ª opção.

A fase seguinte, denominada domínio pseudoconcreto, \acute{e} o início da abstração, onde conjecturas e hipóteses são elaboradas pelo aprendiz, de modo intuitivo e empírico, sempre partindo da observação do experimento concreto, sendo também caracterizado pelo conflito da ação (experiência concreta) e a abstração (experiência mental). Reconhecemos na fala de P_6 essa distinção pela sua 2^a opção.

O próximo domínio, definido como *domínio teórico*, é o momento da formalização do conceito, onde representação e pensamento formal são validados e institucionalizados como conhecimento por parte do professor. Observamos na fala de P6 essa distinção com a escolha da resolução do aluno 3, sua última opção.

Também observamos em nosso quadro teórico, quando Shulman comenta sobre a *Formação acadêmica na disciplina a ensinar*.

Esta visão das fontes de conhecimento dos conteúdos do tema implica necessariamente que o professor não somente deve compreender a fundo a matéria específica que ensina, mas também deve possuir uma ampla formação humanista,... . Frente à diversidade de estudantes, o docente deve ter uma compreensão flexível e multifacetada, adequada em oferecer alternadas explicações dos mesmos conceitos ou princípios (SHULMAN, 2001, p. 176 – tradução nossa).

Podemos completar esta ideia com Steinbring (1991, p. 136 – tradução nossa) o qual, sobre as estruturas de abordagem para o ensino, afirma que "conhecimento matemático e as concepções dos professores determinam o alto nível do processo de ensino".

Passamos à seguinte questão, mantendo o mesmo critério de leitura e em seguida a argumentação. Tal processo ocorreu até o final da terceira parte.

- 13) Em relação à mesma situação anterior, porém, perguntando aos alunos se as cores têm as mesmas chances de serem contempladas num lançamento ao acaso, as respostas que obtivemos foram:
 - <u>Aluno 1-</u> Não, pois no experimento que realizamos saíram quantidades de vezes diferentes de cada cor.
 - <u>Aluno 2-</u> Não sei, pois pelo experimento observamos que não, mas pela solução formal observamos que sim.
 - <u>Aluno 3-</u> Sim, pois cada cor aparece uma vez no tetraedro e como ele é regular, todas têm as mesmas chances.
 - ✓ Das respostas acima, com qual você concorda? E como você explicaria aos outros alunos que suas respostas não são válidas?

Objetivo da questão 13:

- ✓ Identificar, em suas argumentações, a relação das visões (enfoque experimental e formal) e se, na escolha da resolução de concordância, refere-se a sua concepção determinista da matemática ou não.
- ✓ Identificar elementos do conhecimento específico do conteúdo.

Análise didática da questão número 13:

O tetraedro, sendo um sólido regular, contempla quatro faces que tem, em cada uma delas, a forma do triângulo equilátero. Desse modo, o centro de gravidade da massa de sólido, faz com que todas as faces tenham as mesmas chances de ficarem ocultas em um lançamento aleatório.

Num lançamento ao acaso de um tetraedro regular, suas faces têm as mesmas chances de serem contempladas devido à simetria geométrica de cada face. Nossa questão pedia exatamente uma resolução probabilística da situação, ou seja, se cada face do tetraedro tem as mesmas chances de serem contempladas num lançamento ao acaso. Esse questionamento é totalmente diferente de se saber qual a probabilidade de cada face desse mesmo tetraedro.

Explicada a diferenciação das questões 12 e 13, comentamos as resoluções dos alunos e apontamos alguns comentários pertinentes.

- Resolução do Aluno 1: Este aluno com base nos dados coletados realizou uma simulação com o gerador de acaso (o tetraedro). Observando a diferenciação das quantidades de faces obtidas nos lançamentos, interpretou que as suas faces não têm as mesmas chances de serem contempladas.
- ✓ Resolução do Aluno 2: A dúvida deste aluno está na consideração do acaso contrapondo a formalidade matemática que envolve a situação. O questionamento buscava apenas o que pode acontecer que é apenas respondido pelo conhecimento formal.
- ✓ Resolução do Aluno 3: Este aluno buscava apenas o que pode acontecer que é apenas respondido pelo conhecimento formal.

Entrevista com Professora 1 – (P₁)

Nessa questão 13 P_1 , após a leitura da resolução de cada aluno, já comentava o que a mesma observava.

O que nos chamou a atenção em seus comentários foi que P_1 considerava o aluno 1 menos preparado para responder a questão, o aluno 2, um

meio termo, e quando esperávamos que o aluno 3 estava totalmente coerente, P₁ diz:

Ele está mais preso lá na parte certinha, na parte bonitinha, no tradicional. Ele está mais fácil de chegar na precisão. Mas aí é aquele negócio: será que ensinar as fórmulas, decorar, estimula o aluno a pensar? (Professora 1).

O que **P**₁ acabara de nos questionar, propondo até como uma questão, visualizamos claramente em Azcárate (1996, p.37): "a probabilidade se corresponde com uma linha de pensamento essencialmente diferente do raciocínio determinista e causal". Como nossa formação ainda prioriza esse enfoque, provoca um grande entrave para as formações dos professores de Matemática e, assim, dificulta que o ensino da Probabilidade seja abordado adequadamente no processo escolar.

Entrevista com Professor 2 – (P2)

Nessa questão 13 P_2 reforçou o que disse na questão anterior. Para ele, a chance de ocorrer cada face é a mesma, ou seja, $\frac{1}{4}$. No entanto, em um grande número de lançamentos do tetraedro regular, esse número torna-se uma tendência e quanto mais lançamentos forem realizados, mais esse número será aproximado.

Percebemos que existe uma clareza, em sua fala, quando analisa uma situação envolvendo Probabilidade pelos dois enfoques. Pelo enfoque formal, referindo-se à exatidão da chance de um evento ocorrer com olhar puramente matemático, ou mesmo pelo enfoque experimental, referindo-se ao número tendencioso que pode ocorrer após um grande número de lançamentos de um gerador de acaso. Porém, em nenhum momento da entrevista relacionou a abordagem experimental como prioritária para introduzir conceitos de Probabilidade. Deixando claro que é apenas uma estratégia para estimular os alunos ou mesmo aplicável, com maior frequência, aos alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental II.

P₂ ressaltou que didaticamente considera que a resolução do aluno 3 é a mais apropriada e o mesmo adotaria a mesma estratégia para explicar aos seus alunos. Mas, durante nossos questionamentos reforçava sempre a utilização da linguagem matemática com a base do aluno. Desse modo, pedimos para aprofundar seu comentário sobre o que o mesmo queria dizer quando se referia à base do aluno. Seria, segundo ele, o nível do aluno em relação à capacidade de interação com a linguagem matemática obtida no decorrer da sua trajetória escolar. Reforça novamente que os alunos mais novos necessitam de uma abordagem com o experimento concreto, podendo relacionar Probabilidade, mesmo sem uma linguagem matemática apropriada, com "o que seja mais fácil de ocorrer", por exemplo, em um sorteio de bolinhas de uma urna, lembrando da simplicidade de uma linguagem apropriada a cada fase.

O que nos chamou a atenção em seus comentários foi que **P**₂, a partir de então, considerava o aluno 1 sendo da 5^a ou 6^a série (6^o ou 7^o ano) do Ensino Fundamental, o aluno 2 sendo das 7^a ou 8^a série (8^o ou 9^o ano) do Ensino Fundamental e o aluno 3 sendo aluno do Ensino Médio.

Até este momento da entrevista, P_2 não relacionou o experimento concreto, refiro-me à simulação, como recurso ou mesmo estratégia para introduzir a Probabilidade, independente da faixa etária dos alunos.

Entrevista com Professor 3 – (P₃)

Na questão 13 **P**₃, após a leitura, nada comentou sobre as resoluções dos alunos, apenas indicou que concordava com o aluno 3.

Nesse momento da entrevista, o professor do módulo da sua especialização, o qual nos havia concedido um tempo maior do seu intervalo para a realização da entrevista, já o havia chamado para retornar a aula. Acreditamos que o não comentário seja por esse motivo.

Entrevista com Professora 4 – (P4)

Na questão 13 **P**₄, após a leitura das resoluções de cada aluno, apontou a resolução do aluno 3 sendo a correta. Afirmou que as outras, referindo-se ao aluno 1 e 2, tinham uma certa relevância, mas a correta mesmo era a do aluno 3.

Como comentamos, a entrevista nessa parte específica do conhecimento probabilístico, ficou muito truncada e, por esse motivo conseguimos extrair poucas falas do nosso entrevistado $\mathbf{P_4}$ ou até mesmo alguma justificativa de suas escolhas.

Muitos dos nossos questionamentos, durante e após a leitura de cada situação-problema, não foram respondidos. Após uma leitura ou breve pausa, perguntávamos se ele (\mathbf{P}_4) tinha entendido, ou gostaria de ler novamente, mas ele não esboçava nenhum tipo de resposta, tanto gestual ou mesmo verbal.

O que conseguimos relacionar nessa questão é que **P**₄ não possui nenhuma formação após a sua graduação. Podemos indiciar que apenas o conhecimento profissional, obtido pela própria experiência não evoluiu tornandose uma repetição de procedimentos e técnicas obtidas na sua graduação.

Ressaltamos novamente que nossa pesquisa é de ordem qualitativa, envolvendo um estudo de caso com seis entrevistados e mais dois entrevistados utilizados no piloto dessa entrevista. O que queremos enfatizar está nos indícios de nossas conclusões que servem de direcionamento para futuras pesquisas nesse tema, que deverão ser confirmadas ou refutadas se forem elaboradas com ordem quantitativa.

Entrevista com Professora 5 – (P₅)

Na questão 13, após a leitura das resoluções apresentadas de cada aluno, **P**₅ ficou com dúvida e disse:

Na verdade elas (faces) têm as mesmas chances de saírem (...) A chance de ocorrer uma das faces é igual, mas não quer dizer que vai ocorrer. Eu entendo que a probabilidade de ocorrer a face azul é a mesma da face verde, que é a mesma da face vermelha, que é a mesma da face amarela, porém, isso não quer dizer que vai ocorrer (Professora 5).

Registramos a explicação descrita acima, pois acreditamos que o conceito de acaso é evidente em P_5 gerando desse modo um conflito que observamos no estudo epistemológico de Silva (2002) quando relata que a humanidade também levou séculos até conceber a existência de um fenômeno em determinadas situações — o acaso.

Para finalizar a questão, P_5 descreveu que concorda com o aluno 3 e seguiu para a próxima questão sem comentar as outras resoluções dos alunos. Deixamos registrado que, nesse momento da entrevista, P_5 apresentava-se nervoso, pois percebíamos em seu rosto uma vermelhidão e uma transpiração excessiva.

Para evitar qualquer tipo de constrangimento, deixamos prosseguir a entrevista, mesmo sem a explicação dos outros alunos e o por que de suas resoluções não serem válidas.

Observamos que nessa terceira parte da entrevista com P_5 , a cada novo questionamento, a mesma apresentava-se mais confusa e evitava muitos comentários, ficando registradas grandes pausas em silêncio em nossas gravações.

Entrevista com Professora 6 – (P₆)

P₆, após a leitura da resolução de cada aluno nessa questão, a já comentava o que observava.

Em relação a novas informações, nada nos acrescentou. Apenas repetiu o que já havia dito nas resoluções dos alunos 1, 2 e 3 da questão 12. O que nos chamou a atenção em seus comentários foi concordar com as resoluções dos alunos 2 e 3. Desse modo, diferenciando da escolha da estratégia mais adequada na questão anterior, em que optara pelas resoluções dos alunos 1 e 2.

Analisamos uma coisa interessante observada em P₆. Nossa entrevistada tem uma clareza muito aguçada em relação às estratégias de ensino da probabilidade. Para melhor explicar-nos, retomamos nosso questionamento da questão 13 cujo foco era o saber do professor: Das respostas acima, com qual você concorda? P₆ respondeu, utilizando as resoluções dos alunos 2 e 3 com

muita clareza, acreditando em um processo evolutivo. Transcorrido este diálogo, observamos claramente a interferência da visão frequentista em seu discurso, dando indícios da reestruturação de seus conceitos probabilísticos. Começamos a relacionar a concepção probabilística normativa proposta por Azcárate (1996) com o seguinte indicador: "Uma profunda compreensão da noção de aleatoriedade e sua aplicação ao estudo da realidade."

14) Outra situação envolvendo o tetraedro regular foi apresentada aos alunos:

Com o mesmo tetraedro regular foram realizados 1000 lançamentos e observadas as seguintes ocorrências: 350 verdes, 150 azuis, 300 vermelhos e 200 amarelos. Com isso, pode-se afirmar que no 1001º lançamento tenha-se 35% de chance de ocorrer face verde?

<u>Aluno 1</u>- Sim, pois no experimento realizado a face verde apareceu maior número de vezes.

<u>Aluno 2</u>- Não sei, pois, experimentalmente, a face verde apareceu 350 vezes num total de 1000 lançamentos, mas a probabilidade de cada face é a mesma (1/4).

Aluno 3- Não, pois todas as cores têm as mesmas chances de ocorrer.

✓ Comente as respostas dos três alunos.

Objetivo da questão 14:

- ✓ Identificar, em suas argumentações, a relação das visões (enfoque experimental e formal) e se, ao comentar as seguintes respostas dos alunos, refere-se a sua concepção determinista da matemática ou não.
- ✓ Identificar elementos do conhecimento específico do conteúdo.

Análise didática da questão número 14:

O tetraedro, sendo um sólido regular, contempla quatro faces que tem em cada qual a forma do triângulo equilátero. Desse modo, o centro de gravidade da massa do sólido faz com que todas tenham as mesmas chances de ficarem ocultas em um lançamento aleatório.

Nossa questão envolveu uma simulação com a realização de 1000 lançamentos de um tetraedro regular. Depois de observadas suas ocorrências, uma das faces, face verde, tendia a ocorrer em 35% de chance; outra face, a face vermelha, 30% de chance; a face amarela 20% de chance e a face azul, 15% de chance.

Com essas informações, questionamos se poderíamos afirmar que o 1001º lançamento ocorreria a face de maior chance até então (face verde com 35% de chance).

Entendemos que a probabilidade de ocorrer uma das faces no 1001° lançamento é a mesma da probabilidade de ocorrer uma das faces no 1° lançamento. Assim, o histórico de faces que obtiveram a maior frequência, nada interfere em um novo lançamento.

Em seguida, comentamos as resoluções dos alunos e apontamos alguns comentários pertinentes.

- Resolução do **Aluno 1**: Este aluno concorda com o histórico de frequência obtida até o 1000° lançamento e a partir desses dados observa essa quantidade como uma tendência para a estabilização da frequência. Lembramos que este número de lançamentos é considerado baixo para a estabilização de uma frequência. Este aluno não considerou a simetria geométrica da peça, que em cada novo lançamento as suas chances são as mesmas.
- ✓ Resolução do Aluno 2: Este aluno apresenta um conflito do que acontece (no experimento) e do que pode acontecer (conhecimento formal). Em relação ao experimento, nada podemos inferir devido ao fato dos poucos lançamentos realizados. Em contrapartida, a

resolução formal contempla apenas a possibilidade de ocorrências e não exatamente o que vai ocorrer.

✓ <u>Resolução do **Aluno 3**:</u> Este aluno elimina toda e qualquer interferência do acaso numa resolução de uma situação probabilística, desconsiderando também a aleatoriedade.

Entrevista com Professora 1 – (P₁)

P₁ sempre considerava a resolução do aluno 1 sem embasamento e totalmente incompleta devido à formalização das respostas dadas ter como suporte o experimento.

Com relação à resolução do aluno 2, **P**₁ considerava um aluno emergente. Ainda comentou que este aluno já estava analisando as questões mais criticamente. Pensando um pouco melhor.

Em relação ao aluno 3, registramos a fala de P_1 , para melhor justificar nossa análise:

Esse aluno é aquele que está lá, tentando, insistindo e afirmando que está certo. E ele está certo (Professora 1).

Nessa parte da entrevista conseguimos relacionar a visão por enfoque formal de Probabilidade e a sua concepção determinista da matemática, observando os indicadores das categorias de concepções probabilísticas que Azcárate (1996) elencou em sua pesquisa.

1. Concepção "não probabilística" da realidade,

Indicadores:

- Não reconhecimento claro do acaso e dos sucessos aleatórios.
- Modelos de raciocínio determinista.

 Respostas baseadas em crenças e critérios de causalidade e/ou expectativa de resultados imediatos (AZCÁRATE, 1996, p.66 – tradução nossa).

Também justificamos nossa análise, pois, após os comentários de **P**₁, perguntamos diretamente com qual aluno a entrevistada identificava-se e a mesma afirmou, sem duvidar, que seria o aluno 3. Aí entendemos que nossa entrevistada possui uma concepção "não probabilística" da realidade, uma concepção no nível mais rudimentar. Em seus argumentos **P**₁ não tem claro o que Azcárate se refere enquanto campo intermediário do sim/não e que preside a incerteza, reforçando, portanto, a visão determinista que sua formação proporcionara-lhe. Acreditamos este ser o ponto central da influência do seu conhecimento profissional quando **P**₁ aborda probabilidade em sua prática.

Entrevista com Professor 2 – (P₂)

P₂ iniciou seus comentários da questão 14 pelo aluno 1, dizendo que o mesmo embasava-se pelo empirismo. Nosso entrevistado, em sua análise acredita que, envolvido pelos dados obtidos (350 vezes dentro de 1000 lançamentos) pelo aluno, seria mais provável ocorrer a cor verde devido ao histórico nos lançamentos (referindo-se aos 35% ocorridos).

P2 acrescentou, neste momento, um elemento para nossa discussão, dizendo que os dados obtidos diferem muito do esperado, por ser um tetraedro regular, indicando que talvez fosse uma peça viciada. Quando questionamos P2 sobre a possibilidade da peça ser viciada, o mesmo, afirmando que não tinha conhecimento teórico sobre a estabilização das frequências, acreditava que devido ao número de lançamentos, esse número deveria estar próximo da probabilidade de cada face ocorrer, sendo que observava uma grande distância de números de faces verde (350 vezes) em relação à face azul (150 vezes). Acrescenta também, acreditar que a peça tivesse algum defeito gerado na sua própria construção, como uma falta de balanceamento em relação a sua massa. O comentário teve como base sua primeira profissão, técnico em mecânica.

Em relação ao aluno 2, P_2 acredita que, apesar da sua dúvida, o aluno entende que, quando pega o tetraedro e realiza um lançamento, a possibilidade de cada face ser contemplada é a mesma, ou seja, $\frac{1}{4}$, independente do seu histórico. Assim, o lance anterior não implica no lance posterior.

Em relação ao aluno 3, **P**₂ compara a resolução do aluno 2 com a do aluno 3, pois ambos, para nosso entrevistado, têm quase a mesma ideia, mesmo quando o aluno 2 disse inicialmente que não sabia.

Ressaltamos nesse momento da entrevista, uma fala importante do nosso entrevistado:

O aluno 2, mesmo dizendo não sei, apesar da sua dúvida, está caminhando para aquilo que a gente entende por probabilidade. E o aluno 3 (...) dá essa resposta aí e esta é a que eu acho que é a mais correta (Professor 2).

Nessa parte da entrevista, conseguimos relacionar a visão por enfoque formal de probabilidade e a sua concepção determinista da matemática, observando os indicadores das categorias de concepções probabilísticas que Azcárate (1996) elencou em sua pesquisa.

1. Concepção "não probabilística" da realidade

Indicadores:

- Não reconhecimento claro do azar e dos sucessos aleatórios.
- Modelos de raciocínio determinista.
- Respostas baseadas em crenças e critérios de causalidade e/ou expectativa de resultados imediatos (AZCÁRATE, 1996, p.66 – tradução nossa).

Podemos justificar nossa análise, pois, após os comentários de P_2 , perguntamos diretamente com qual aluno ele se identificava. Ele afirmou, sem titubear que era o aluno 3.

Nesse ponto entendemos que nosso entrevistado P_2 possui uma concepção "não probabilística" da realidade, uma concepção no nível mais rudimentar.

Observamos, ainda, que em seus argumentos P_2 tem um alto nível de compreensão da linguagem matemática de probabilidade, devido a sua experiência, lecionando por um tempo em cursinhos pré-vestibulares e também para professores em cursos preparatórios para concursos.

Por intuição P_2 tem claro o que Azcárate se refere como campo intermediário do sim/não, que preside a incerteza quando relaciona duas formas de se pensar em Probabilidade. Porém, existe o conflito com uma visão determinista que sua formação lhe proporcionou. Acreditamos este ser o ponto central da influência do seu conhecimento profissional quando P_2 aborda probabilidade em sua prática.

Entrevista com Professor 3 – (P₃)

P₃ inicia seus comentários nos questionando se estávamos trabalhando com o tetraedro não viciado. Pois para ele, os valores diferenciavam muito.

P₃ disse que já realizou tal experimento com dados, mas os valores não diferenciavam muito. Nosso entrevistado reforça que alguma tem coisa em relação a esse tetraedro. Continuando sua análise, desconsiderando a chance do tetraedro ser viciado, assim disse:

Se a gente imaginar que esse tetraedro teve essa tendência, a chance de acontecer é bem maior o verde novamente. Mas não se baseando em um problema anterior, imaginando que esse tetraedro não é viciado e está totalmente aleatório, eu não posso afirmar isso (ocorrer verde). Porém, tendo isso como amostragem eu poderia afirmar que a chance de acontecer é o verde novamente (Professor 3).

Observamos o conflito em sua fala, quando relaciona a tendência viciada ou não do objeto em relação ao acaso do próximo lançamento. Esse conflito, de conceber o acaso, consideramos um obstáculo epistemológico no tratamento probabilístico de situações-problema. Esse obstáculo, inerente ao tema

probabilidade, identificamos também no estudo histórico e epistemológico de Silva (2002) apontando-nos que a humanidade também levou séculos até conceber a existência de um fenômeno – *o acaso* – em determinadas situações.

P₃ concordou com a resolução do aluno 3, porém sempre ressaltou a possibilidade maior da face verde ocorrer novamente, devido à amostragem observada em 1000 lançamentos, deixando evidente para nossa pesquisa o conflito existente em conceber o acaso contrapondo-se a uma visão determinista da Matemática.

Nessa parte da entrevista conseguimos relacionar a visão por enfoque formal de Probabilidade e sua concepção determinista da matemática, observando os indicadores das categorias de concepções probabilísticas que Azcárate (1996) elencou em sua pesquisa.

1. Concepção "não probabilística" da realidade

Indicadores:

- Não reconhecimento claro do azar e dos sucessos aleatórios.
- Modelos de raciocínio determinista.
- Respostas baseadas em crenças e critérios de causalidade e/ou expectativa de resultados imediatos (AZCÁRATE, 1996, p.66 – tradução nossa).

Confirmamos nossa análise, pois, após os comentários de **P**₃, perguntamos diretamente com qual aluno ele identificava-se e o mesmo afirmou, sem hesitar, que seria o aluno 3. Portanto, entendemos que nosso entrevistado **P**₃ possui uma concepção "não probabilística" da realidade, uma concepção no nível mais rudimentar.

Entrevista com Professor 4 – (P₄)

P₄, nesse momento, considerou a resolução do aluno 1 sendo a mais coerente, pois observados 1000 lançamentos e ocorridos 350 vezes da face

verde, de acordo com o entrevistado, a ocorrência em um próximo lançamento tende a ser maior para essa face verde.

Como observamos na questão 11, quando **P**₄ expressa o que entende por acaso, aqui consideramos também a interferência dessa não clareza sobre o acaso.

Com relação à resolução do aluno 2 e 3 nada comentou, mesmo após instigá-lo novamente para comentar as resoluções.

Conseguimos relacionar a visão por enfoque formal de probabilidade, com algumas dificuldades, e a sua concepção determinista da matemática, observando os indicadores das categorias de concepções probabilísticas que Azcárate (1996) elencou em sua pesquisa.

1. Concepção "não probabilística" da realidade,

Indicadores:

- Não reconhecimento claro do azar e dos sucessos aleatórios.
- Modelos de raciocínio determinista.
- Respostas baseadas em crenças e critérios de causalidade e/ou expectativa de resultados imediatos (AZCÁRATE, 1996, p.66 – tradução nossa).

Entendemos que nosso entrevistado **P**₄ possui uma concepção "não probabilística" da realidade, uma concepção no nível mais rudimentar. Os poucos argumentos **P**₄ não têm claro o que Azcárate se refere ao campo intermediário do sim/não, que preside a incerteza, devido também à falta de clareza do que seja a incerteza, como bem observamos na questão 11.

Há grande dificuldade em **P**₄ para analisar didaticamente possíveis resoluções envolvendo um conhecimento específico da probabilidade. Acrescentamos, por isso, uma crítica às formações de licenciatura em Matemática, especificamente dessa Instituição de Ensino Superior cuja formação em probabilidade não contempla outras abordagens possíveis do ensino do tema e uma abordagem unívoca por um enfoque formal não engloba uma formação que consideramos adequada para os futuros Professores de Matemática.

Reforçamos nossa crítica com o nosso quadro teórico e a confirmamos citando Batanero (2005, p.16) cujo artigo indica as implicações para o ensino da Probabilidade, "cujo ensino não pode limitar-se a uma das diferentes perspectivas". Pensamento também enfatizado nos resultados de Coutinho (2001). Segundo as discussões sobre o seu ensino, o significado da Probabilidade constrói-se de modo multifacetado já que estas estão dialeticamente ligadas.

Não queremos, com nossas críticas, menosprezar ou mesmo minimizar a importância da Instituição de Ensino Superior. Apenas contribuir, apresentando alguns indícios que servem de referência para serem analisadas, pensando na melhoria do seu processo de ensino aprendizagem, no que se refere ao conhecimento profissional dos seus formados quando lecionam a probabilidade.

Ressaltamos que **P**₄ apresentou-se, nas duas primeiras partes dessa entrevista (Parte A – Perfil e Parte B – Formação Docente), de uma forma mais descontraída. Quando introduzimos a terceira parte (Parte C – Formação Específica) o mesmo teve muita dificuldade para se expressar e expor o que realmente pensava, interferindo até mesmo no comentário didático da situação.

Observamos que exista algum bloqueio em relação à probabilidade, devido ao fato da sua retenção, porém, nada podemos afirmar.

P₅, após a leitura das três resoluções, comentou com um "ar de dúvida" em relação à resolução do aluno 1:

É que a gente já pensa em Matemática e quer fazer conta, porém 350 de 1000 seria os 35% (...) o aluno 1 não está todo errado (Professora 5).

Após essa fala, entendemos porque a demora em analisar cada situação e também o desconforto em cada questionamento. Nossa entrevistada, quando comentou que a resolução do aluno 1 não estava completamente errada, faz uma interferência de ordem epistemológica sobre o acaso e revela, também, o conflito da visão determinista e não determinista da Matemática quando reconhece que pensar em Matemática é fazer conta. Mas, nesse caso, existe um fato de interferência direta no próximo lançamento, que é a observação de 350 vezes

ocorridas dentre 1000 lançamentos de um tetraedro regular. Desse conflito é gerada uma posição a ser tomada dentre as duas visões da Matemática.

Se **P**₅ assumir a visão determinista, até o fim dos nossos questionamentos, deverá desconsiderar todos os fatos reais e pensar de modo único, matematicamente, pensando em sua formalidade. Porém, se assumir uma visão não determinista, deverá desconsiderar toda a formalidade da Matemática e apenas se apoiar nos fatos reais de cada situação.

Pensando no ensino da Probabilidade, a transição das visões determinista e não-determinista da Matemática, deveria ocorrer naturalmente. Como o exposto em nossa base teórica.

(...) os diferentes significados de probabilidade deveriam incluir progressivamente, começando desde as idéias intuitivas dos alunos sobre o azar e a probabilidade, uma vez que a compreensão é um processo contínuo e crescente, mediante ao qual o aluno constrói e relaciona progressivamente os diferentes elementos do significado do conceito. É necessário uma "passagem flexível" entre os distintos significados parciais, o que se realiza depois de um processo de estudo prolongado; este processo deve ser planificado e distribuído entre os diferentes níveis educativos (BATANERO, 2005, p.12 – tradução nossa).

Acreditamos agora que **P**₅, não tem clara essa "passagem flexível". Por esse motivo, conseguimos relacionar a visão por enfoque formal de Probabilidade e a sua concepção determinista da matemática observando os indicadores das categorias de concepções probabilísticas que Azcárate (1996) elencou em sua pesquisa.

1. Concepção "não probabilística" da realidade,

Indicadores:

- Não reconhecimento claro do azar e dos sucessos aleatórios.
- Modelos de raciocínio determinista.
- Respostas baseadas em crenças e critérios de causalidade e/ou expectativa de resultados imediatos (AZCÁRATE, 1996, p.66 – tradução nossa).

Justificamos nossa análise, pois, após os comentários de P_5 , perguntamos diretamente com qual aluno a entrevistada identificava-se e a mesma afirmou, sem duvidar, que seria o aluno 3. Nesse ponto entendemos que nossa entrevistada P_5 possui uma concepção "não probabilística" da realidade, uma concepção no nível mais rudimentar.

Completando nossa análise, observamos que, em seus argumentos, P_5 não tem claro o que Azcárate afirma como campo intermediário do sim/não, que preside a incerteza, reforçando uma visão determinista proporcionada por sua formação. Acreditamos este ser o ponto central da influência do seu conhecimento profissional quando P_5 aborda Probabilidade em sua prática.

Entrevista com Professora 6 – (P₆)

P₆, a partir de então, utiliza as resoluções dos alunos 1,2 e 3, como processo do ensino de Probabilidade e mostra que confiar a resolução mais adequada a um único aluno seria minimizar o processo.

Nessa informação, reconhecemos o nosso teórico, Batanero (2005, p.16), em seu artigo, quando nos indica as implicações para o ensino da Probabilidade, "cujo ensino não pode limitar-se a uma das diferentes perspectivas", o que também foi enfatizado nos resultados de Coutinho (2001). Segundo as discussões sobre o seu ensino, o significado da Probabilidade é construído de modo multifacetado já que estão dialeticamente ligadas.

Passa então a concordar com a resolução do aluno 2 e do aluno 3, sempre ressaltando a relevância do aluno 1. Por esse motivo, podemos categorizar sua concepção, de acordo com Azcárate (1996), como sendo uma:

2. Concepção "probabilística intuitiva",

Indicadores:

- Alguma compreensão do azar e dos sucessos aleatórios.
- Raciocínios baseados fundamentalmente no uso heurístico de juízo.

 Respostas baseadas em modelos não normativos, com muitos diferentes valores das situações dependendo da experiência pessoal (AZCÁRATE, 1996, p.67 – tradução nossa).

Completando nossa análise, observamos que em seus argumentos P_6 tem claro o que Azcárate se refere ao campo intermediário, do sim/não, que preside a incerteza, reforçando uma visão não determinista da Matemática. Acreditamos este ser o ponto central da influência do seu conhecimento profissional quando P_6 aborda Probabilidade em sua prática.

- 15) E com um tetraedro não regular? O que acontece? Esta situação foi apresentada verbalmente aos alunos, momento em que o professor explicou como seria um tetraedro não regular, e as respostas foram:
 - <u>Aluno 1</u>- Mantenho os experimentos e tiro as conclusões a partir dos resultados.
 - <u>Aluno 2-</u> A probabilidade de cada face ser contemplada se mantém, pois cada cor continua aparecendo uma única vez.
 - <u>Aluno 3</u>- As probabilidades de cada cor são diferentes devido aos tamanhos das faces serem também diferentes. Talvez, para se ter uma resposta, seria preciso realizar muitos lançamentos e, a partir daí, verificar a frequência de cor.
 - ✓ Comente as respostas dos três alunos.

Objetivo da questão 15:

- identificar, em suas argumentações, a relação das visões (enfoque experimental e formal) e se, ao comentar as seguintes respostas dos alunos, refere-se a sua concepção determinista da matemática ou não.
- ✓ Identificar elementos do conhecimento específico do conteúdo.

Análise didática da questão número 15:

O tetraedro não regular contempla quatro faces e em cada face com características distintas de triângulos.

Desse modo, o centro de gravidade da massa de sólido, faz com que todas as faces não tenham as mesmas chances de serem contempladas em um lançamento aleatório, ou seja, a chance de ficar oculta uma face é diretamente proporcional a sua área.

Nossa questão pedia exatamente o que aconteceria com o lançamento de um tetraedro irregular.

Em seguida, comentamos as resoluções dos alunos e apontamos alguns comentários pertinentes.

- ✓ Resolução do Aluno 1: Este aluno mantém a realização apenas dos experimentos e tira suas conclusões a partir desses resultados. Sua resolução fica comprometida em relação a quantidade de lançamentos aleatórios observados.
- Resolução do **Aluno 2**: Consideramos essa resolução errada. A proporção da área de cada face interfere diretamente na sua chance de ocorrer. No tetraedro não regular, o centro de gravidade da massa desse sólido se aproxima mais da face de maior área, proporcionando maiores chances de ocorrência àquela face. Desse modo, esse aluno desconsidera totalmente essa relação.
- ✓ Resolução do Aluno 3: É uma resolução correta e adequada. Propiciamos nossos entrevistados reconhecer que a realização de um número muito grande de experimentos aleatórios indica com precisão a probabilidade de cada face ocorrer. Colocamos essa resolução no aluno 3 propositalmente, pois acreditamos inicialmente que a grande maioria dos nossos entrevistados se identificaria com este aluno.

Entrevista com Professora 1 – (P₁)

Inicialmente $\mathbf{P_1}$ ateve-se na falta de informações no enunciado do problema, pensando como poderia ser esse tetraedro. Para a mesma, o enunciado deveria ser mais específico. Sem essa sugestão mais detalhada no enunciado, $\mathbf{P_1}$ considerou que as três soluções dos alunos estavam corretas.

O que nos chamou a atenção foi a parte específica do conhecimento probabilístico do P_1 , já que a resolução obtida pelo aluno 2 é totalmente lembrando que ele é um professor de Matemática com certa equivocada experiência profissional, com formação especializada em Educação Matemática e mestrando na mesma área. Para finalizar nossa análise, acrescentamos que as situações-problema, que envolvam apenas o espaço amostral equiprovável (como moedas e dados) tornam-se um obstáculo para a aprendizagem dos conceitos probabilísticos, principalmente quando são envolvidos por um espaço amostral não-equiprovável. Observamos esta dificuldade nos comentários de P₁ sobre a questão 15, quando envolvemos um gerador de acaso, o tetraedro não regular, que propunha um espaço amostral não-equiprovável. Entendemos que P₁ não considera o enfoque experimental como uma possível abordagem de Probabilidade. O entrevistado apenas o considera como recurso atrativo para estimular a aprendizagem. Observando que, por sua experiência, alguns alunos têm muita dificuldade na abordagem formal, mas que é possível o tratamento direto com enfoque formal sem passar pelo experimento.

Entrevista com Professor $2 - (P_2)$

Iniciamos analisando diretamente a sua fala:

Então eu concordo muito agora como o aluno 1 (mantenho a realização dos experimentos e tiro as conclusões a partir dos resultados). Nesse caso devido a irregularidade do tetraedro, então talvez por vários experimentos dê para se fazer certa estatística dos resultados e daí tirar algum tipo de probabilidade desse específico tetraedro (Professor 2).

Analisamos tal fala, por contraposição. Se a irregularidade da peça (tetraedro) influencia nas chances de ocorrer mais uma face do que a outra, então

a regularidade da mesma peça influencia a igualdade de ocorrer todas as suas faces. Desse modo, apontamos que o tratamento de informações probabilísticas, unicamente por um espaço amostral equiprovável é um limitador tanto para a apreensão dos conceitos probabilísticos, visto em Coutinho (2003) (quando entra em desacordo com os PCN) quanto para o avanço do conhecimento profissional do professor de Matemática, quando o mesmo leciona Probabilidade.

Deixamos bem claro que o avanço do conhecimento profissional a qual nos referimos é a gama de diferentes abordagens para este ensino, incluindo uma organização do processo de ensino pensado longitudinalmente, ocorrendo desde as séries iniciais do Ensino Fundamental até as séries finais do Ensino Médio, de acordo uma linguagem apropriada a cada faixa etária.

Nosso entrevistado **P**₂ reforçou o erro na resolução do aluno 2, ressaltando a irregularidade da peça. Acreditamos que exista um conhecimento específico adquirido em sua formação acadêmica e aprimorado com a prática docente.

 $\mathbf{P_2}$ concordou com as resoluções dos alunos 1 e 3, comentando a resolução do aluno 3:

Concordo com esse aluno porque esse tamanho (tamanho das faces) sendo diferentes, talvez não seja diretamente proporcional ao tamanho das faces à probabilidade. Mas é claro que o tamanho (das faces) influencia bastante na probabilidade que se queira (Professor 2).

Com a fala de **P**₂ ressaltamos o conflito gerado pelo espaço amostral não equiprovável, quando o mesmo afirma que a probabilidade de ocorrer cada face talvez não seja diretamente proporcional ao seu tamanho. Esse conflito ficou latente em nossa análise, quando nas questões anteriores envolvendo o tetraedro regular, **P**₂ sempre afirmava que a probabilidade de ocorrer cada face era a mesma devido à proporção de cada face ser igual. Nessa questão, envolvendo o tetraedro irregular, o tamanho das faces interferia, gerando dúvida se era diretamente proporcional.

Para aprofundarmos nosso questionamento, intervimos com o questionamento: "Se lançássemos esse tetraedro irregular vinte vezes. Poderíamos obter como resultado: cinco vezes a face verde, cinco vezes a face azul, cinco vezes a face vermelha e cinco vezes a face amarela"?

P₂ afirmou que não, pois, mesmo ocorrendo um número pequeno de lançamentos, já existiria um número tendencioso, que expressaria a probabilidade desse tetraedro.

Aqui concluímos que:

- o espaço amostral não-equiprovável os livros didáticos, em sua grande maioria, abordam exercícios envolvendo um espaço amostral equiprovável, como exemplo, o lançamento de moedas, dados, entre outros geradores de acaso, com a mesma proporção;
- estabilização de uma frequência os livros didáticos, em sua grande maioria, não abordam a visão frequentista de probabilidade, gerando dificuldades na apreensão dessa abordagem.

Enfatizamos o livro didático, pois em nossa entrevista, na questão 7, P_2 já nos afirmou que utiliza o livro didático como principal recurso para introduzir o tema Probabilidade.

Para finalizar nossa análise, perguntamos a P_2 , quando leciona Probabilidade — qual é a dificuldade mais comum dos seus alunos para este assunto? Ele afirmou que estava em reconhecer o campo amostral, ou seja, todas as possibilidades daquele determinado evento. Como exemplo utilizou a soma dos números obtidos no lançamento simultâneo de dois dados.

Entrevista com Professor 3 – (P₃)

P₃ concordou mais com o aluno 3, devido a irregularidade da peça, porém, sempre se referindo à questão anterior (questão 14) que não seguia um padrão, devido à regularidade da peça.

Acreditamos que **P**₃ referia-se à estabilização da probabilidade após um grande número de lançamentos e que as questões 14 e 15 geraram um desconforto em **P**₃, pois, ao afirmar que o experimento responderia a questão do tetraedro irregular, em contraposição, **ele** não poderia afirmar que o mesmo experimento respondia a questão envolvendo o tetraedro regular.

Nosso entrevistado \mathbf{P}_3 nada comentou sobre o erro na resolução do aluno 2.

Ressaltamos, pela entrevista obtida, o conflito gerado pelo espaço amostral não equiprovável, influenciando diretamente na sua abordagem da resolução de uma situação-problema. Para aprofundarmos nosso questionamento, intervimos com o seguinte questionamento: "Quantos lançamentos podemos observar a estabilização de uma probabilidade"?

P₃ afirmou que, pensando matematicamente, com 10 lançamentos, já existia uma tendência que expressava a probabilidade desse tetraedro. Mas reforçou que nunca realizara um grande número de lançamentos de algum objeto gerador de acaso, pensando como aluno ou mesmo professor.

Aqui concluímos dois itens importantes:

- o espaço amostral não-equiprovável os livros didáticos, em sua grande maioria, abordam exercícios envolvendo um espaço amostral equiprovável, como por exemplo, o lançamento de moedas, dados, entre outros geradores de acaso, com a mesma proporção;
- 2) estabilização de uma frequência os livros didáticos, em sua grande maioria, não abordam a visão frequentista de probabilidade, gerando dificuldades na apreensão dessa abordagem.

Ressaltamos o livro didático, pois em nossa entrevista, na questão 7, **P**₃ já nos afirmara que utilizava o livro didático como principal recurso para introduzir o tema Probabilidade.

Entrevista com Professor 4 – (P₄)

Diretamente **P**₄ afirmou que a resolução do aluno 2 era a mais coerente. E considerou essa resolução sendo a mais propícia para introduzir a questão.

O que nos chamou a atenção foi a parte específica do conhecimento probabilístico do **P**₄, lembrando que é um professor de Matemática com mais de uma década de experiência profissional no Ensino Médio e a resolução obtida pelo aluno 2 ser totalmente equivocada.

Para finalizar nossa análise, acrescentamos que as situações-problema que envolvem apenas o espaço amostral equiprovável (como moedas e dados) tornam-se um obstáculo para a aprendizagem dos conceitos probabilísticos, principalmente quando são envolvidos por um espaço amostral não-equiprovável.

Observamos esta dificuldade nos comentários de P_4 sobre as questões envolvendo a formação específica, principalmente quando envolvemos um gerador de acaso, o tetraedro não regular, que propõe um espaço amostral não-equiprovável.

Entendemos que P_4 não percebeu o enfoque experimental como uma possível abordagem de Probabilidade. O entrevistado considera a simulação concreta como um jogo e não como uma abordagem para desenvolver a visão frequentista.

Acreditamos que a profissão docente, da mesma forma que outras profissões, requer empenho e dedicação para atualização, aprimoramento e principalmente criatividade para inovações. Sem esta dedicação, o cumprimento do dever docente torna-se pedante, gerando desse modo, um desconforto com a área da Educação.

Entrevista com Professora 5 – (P₅)

Inicialmente **P**₅ referiu-se à questão como sendo uma "pegadinha", pois para ele, sempre a resolução do aluno 3 estava mais completa.

Nosso entrevistado acreditava que em cada questão da terceira parte dessa entrevista existia apenas uma resolução correta. **P**₅ afirmou que cada aluno estava correto, segundo a sua visão.

Pela resolução obtida pelo aluno 2 ser totalmente equivocada, chamounos a atenção a parte específica do conhecimento probabilístico da **P**₅, lembrando que é uma professora de Matemática com certa experiência profissional, com formação especializada em Educação Matemática.

Para finalizar nossa análise, acrescentamos que as situações-problema que envolvem apenas o espaço amostral equiprovável (como moedas e dados) tornam-se um obstáculo para a aprendizagem dos conceitos probabilísticos, principalmente quando são envolvidos por um espaço amostral não-equiprovável.

Observamos dificuldade nos comentários de **P**₅ sobre a questão 15, quando envolvemos um gerador de acaso, o tetraedro não regular, que propõe um espaço amostral não-equiprovável. Entendemos que **ele** não considera o enfoque experimental como uma possível abordagem de Probabilidade, pois não conhece a visão frequentista de Probabilidade.

Entrevista com Professora 6 – (P₆)

Após a leitura da questão 15, **P**₆ comentou que concordava com os alunos 1 e 3 e com a realização dos lançamentos para verificar seus resultados e a partir daí tirar conclusões. E que discorda do aluno 2 devido a área de cada face ser diferenciada, assim a face de maior área cairá um número maior de vezes do que a face de menor área e, por isso, cada face não mantém a mesma chance de ocorrer. Completou que é preciso o experimento para, a partir de então, tirar as conclusões necessárias.

Essa situação fez P_6 lembrar de uma experiência em aula como professor no curso de Pedagogia no Ensino Superior, lecionando a disciplina Metodologia da Matemática e Ciências para futuras professoras. Porque elas irão lecionar para as primeiras séries do Ensino Fundamental no curso há um tópico de Probabilidade que **as** alunas de P_6 devem apresentar, lembrando que seus alunos serão crianças. Desse modo, P_6 pede para iniciar com os jogos.

 ${f P}_6$ relata que um dos grupos trouxe uma caixa de sapato com os números colocados em cada face dessa caixa de sapato, imitando um dado. Lembramos que a caixa de sapato é um paralelepípedo. ${f P}_6$ relatou-nos que, durante a apresentação, esse grupo enfatizava que a possibilidade de cada face ocorrer era de $\frac{1}{6}$, desconsiderando toda a proporção envolvida em cada face.

 \mathbf{P}_6 disse-nos que, após a sua intervenção, além do grupo não gostar, pois todas foram embora antes de terminar sua explicação, as mesmas achavam que \mathbf{P}_6 estava depreciando o trabalho delas, não compreendendo que as faces não tinham as mesmas chances de ocorrer.

Finalizado os argumentos de **P**₆, apenas ressaltamos que as formações em licenciaturas no nosso país deveriam ser mais cuidadas, principalmente por atitudes desse tipo, que tanto prejudicam a formação profissional de futuras docentes e não colaboram com a melhoria do ensino da Matemática desde as séries iniciais, como um todo.

3.3.3.1 SÍNTESE DAS ANÁLISES - PARTE C (FORMAÇÃO ESPECÍFICA)

Nossos entrevistados não apresentaram clareza na abordagem frequentista relacionada à quantidade de experimentos aleatórios para a estabilização da frequência.

Quatro pesquisados interpretaram equivocadamente a probabilidade de ocorrer a "face não visível do tetraedro". A confusão aconteceu no que foi pedido na questão, em relação ao tetraedro "a face não visível ser azul", que é o mesmo de ocorrer a face azul, confundida com "não sair a face azul" desse mesmo tetraedro.

A proximidade entre os questionamentos das questões 12 e 13 influenciou a resposta dos entrevistados. Todos ficaram tendenciosos em responder e concordar com a resolução do mesmo aluno na questão 12, pensando em não contradizer a sua escolha na questão anterior.

Cinco dos nossos entrevistados apresentam uma concepção, segundo Azcárate (1996), "não probabilística" da realidade e uma pesquisada (**P**₆) apresentou a concepção "probabilística intuitiva". Desse modo, cinco dentre seis pesquisados apresentam uma concepção probabilística no "nível" mais rudimentar. Tais resultados coincidem com os resultados observados em Azcárate (1996) e Gonçalves (2004) que em suas pesquisas, apresentaram uma grande maioria dos entrevistados apresentavam essa mesma concepção.

Em nossas considerações finais, reforçamos que nossa pesquisa é de ordem qualitativa por se tratar de um estudo de caso e que, devido às características dos nossos seis pesquisados, os resultados obtidos em nossas entrevistas, servem apenas de indícios que direcionarão futuras pesquisas que poderão confirmar os indícios aqui apontados, realizando análises, tanto de ordem qualitativa quanto de ordem quantitativa.

Durante o desenvolvimento desse trabalho, observamos uma carência de pesquisas em nossa área, a Educação Estatística, com foco no ensino da Probabilidade, principalmente pesquisas com análise quantitativa. Sabemos que para a melhoria da atuação dos professores de Matemática, referente à atuação docente quando esses abordam probabilidade em suas aulas, precisamos avançar em novas pesquisas, incluindo novos temas, e analisá-las quantitativa e qualitativamente.

Nossa pesquisa refere-se a um estudo de caso devido às características apresentadas pelos entrevistados e, por esse motivo, permite-nos inferir algum diagnóstico. Apresentamos novamente as características dos nossos entrevistados:

- 1) Mesmo período da formação na graduação, compreendido entre os anos de 1998 e 2002;
- 2) Mesma Instituição de formação e o mesmo curso na graduação (Licenciatura Plena em Matemática);
- 3) Mesmos professores na graduação, tanto na disciplina Probabilidade quanto na disciplina Estatística;
- 4) Nossos pesquisados são professores atuantes aproximadamente com o mesmo tempo de magistério (estão no magistério há aproximadamente uma década).

Tais características são ressaltadas no intuito de que tais critérios servissem para a construção de um conjunto de dados, cujas variáveis de controle fossem bem identificadas.

A entrevista foi o nosso instrumento diagnóstico e optamos por este procedimento devido a dois motivos:

 1° motivo) **O questionário** – tivemos dificuldade em aplicar um piloto envolvendo o questionário. Os professores abordados em nosso ambiente de trabalho sentiam-se constrangidos de serem analisados por um colega e não retornavam nossos questionários ou falavam que estavam sem tempo para responder, sempre apresentando alguma justificativa que os impedia de responderem-no.

<u>2º motivo</u>) **Dificuldade da linguagem escrita** – observamos, como pesquisador, uma dificuldade de transportar a argumentação de um raciocínio, em uma linguagem acessível a todos – a linguagem escrita. Notamos que, no meio acadêmico e profissional, os professores de Matemática, em sua grande maioria, têm dificuldade na linguagem escrita. São poucos os docentes ou pesquisadores em Educação Matemática que escrevem com desenvoltura.

Assim, adotamos a entrevista, pois compreendíamos melhor os argumentos e justificativas desses profissionais, sendo que, na entrevista, as linguagens envolvidas, verbal e gestual, proporcionaram melhor entendimento do que nossos pesquisados diziam ou queriam dizer.

Sobre a escolha do estudo de caso em nossa pesquisa, foi decorrente da relação com vários amigos com os quais estudamos na graduação e que nos perguntavam o andamento da pesquisa e se interessavam pela temática. Isso até o momento em que conseguimos inseri-los de modo a compor esse trabalho como sujeitos de nossa pesquisa e, desse modo, ficando a par do andamento de todo o processo.

A partir de então, utilizaremos o que identificamos na realização das entrevistas para indiciar nosso diagnóstico pensando em responder a nossa questão de pesquisa, alicerçada por seus objetivos e justificativas.

Retomamos aqui nossa questão central para melhor expor nossa análise.

"Como o conhecimento profissional do professor de Matemática influencia a abordagem de Probabilidade?".

Antes de responder essa questão, discutiremos alguns pontos que ressaltamos nas entrevistas, analisando com nossas hipóteses e objetivos dessa mesma pesquisa.

Começaremos a discutir a nossa primeira hipótese: "O entendimento sobre o acaso, por parte dos docentes, é um obstáculo para o processo do ensino".

Todos os nossos entrevistados tiveram seu primeiro contato com a Probabilidade já na fase adulta. Observamos que tal ocorrência foi um complicador tanto para o docente na sua fase de formação inicial, quanto na sua fase profissional, quando lecionava probabilidade. Coutinho (1994) indica, em seus resultados, que um primeiro contato escolar com a probabilidade deve ser feito o mais cedo possível para minimizar resistências de obstáculos.

Cinco dos nossos entrevistados não apresentavam clareza sobre a ocorrência do conceito denominado *acaso*. Tentavam definir ou mesmo determinar o que seria o acaso e quanto mais argumentavam, mais se distanciavam da sua compreensão.

Lidar com o acaso requer uma compreensão epistemológica desse conceito. Com o estudo histórico e epistemológico de Coutinho (1994) e Silva (2002) pudemos reconhecer que a humanidade também levou séculos para entender e lidar com o acaso, e desse modo, justificamos as dificuldade dos nossos entrevistados, caracterizando-as como obstáculo epistemológico.

Percebíamos que na Parte C (Formação Específica) a grande maioria dos comentários dos nossos entrevistados sobre a resolução do aluno 1, sempre era que o mesmo não tinha compreendido o assunto probabilidade e estava longe de responder o que era pedido.

Os valores que estipulamos nos lançamentos do tetraedro para a resolução do aluno 1, eram valores não comuns, mas possíveis devido ao acaso. Um ponto que percebemos que interferiu diretamente na compreensão do acaso

foi a visão determinista da Matemática, ou seja, para compreender o acaso, requeria que o entrevistado abandonasse tal visão, pois a análise de uma situação probabilística, para os mesmos era impossível ocorrer por essas duas perspectivas simultaneamente.

Então, por esse motivo, nosso primeiro objetivo da pesquisa foi "relacionar as concepções probabilísticas que nossos entrevistados mobilizavam com o processo de ensino e aprendizagem da Probabilidade".

Segundo as concepções probabilísticas ressaltadas pelo estudo de Azcárate (1996), conforme apresentamos no capítulo 1.1 (Introdução ao conceito de probabilidade), cinco dos nossos entrevistados possuem a concepção "não probabilística" da realidade, devido ao indicador: modelo de raciocínio determinista.

Em nossa entrevista, esse indicador ficou latente devido ao fato dos cinco entrevistados analisarem as questões utilizando unicamente a definição clássica de probabilidade (Nº de caso favoráveis / Nº de casos possíveis).

Comparamos os entrevistados P_2 e P_6 , ambos cursaram a mesma graduação e as mesmas disciplinas de mestrado também na mesma instituição e, no entanto, apresentam concepções distintas.

Reconhecemos que **P**₆ possui uma concepção de probabilidade intuitiva, devido ao indicador de suas respostas serem baseadas em modelos não normativos, com diferentes valores das situações dependendo da experiência pessoal. Assim, **P**₂ possui a concepção "*não probabilística*" da realidade.

Essa comparação é justificada com nosso quadro teórico Shulman (1986) que indica sobre os diversos tipos de conhecimento não podem ser ensinados nas instituições formadoras e que devem resultar da elaboração pessoal dos próprios professores.

Com essas informações, podemos indiciar que a formação continuada, atrelada a prática profissional, não basta para a reestruturação dos conceitos probabilísticos e consequentemente, das suas concepções envolvendo a probabilidade, tal como indicam também os resultados de Gonçalves (2004).

Começaremos a discutir a nossa segunda hipótese: "A formação acadêmica do docente por um enfoque unicamente determinista concretiza-se como um dos entraves para a apreensão dos conceitos probabilísticos".

A visão determinista da Matemática, pensado no processo da probabilidade, caracteriza-se pala não consideração do aleatório no contexto observado. O que podemos identificar em nossos entrevistados foi que a sua formação por um enfoque determinista alicerça uma análise didática de possíveis resoluções de exercícios, porém, limitando-os apenas a uma análise formal da Matemática.

Pensando no processo de ensino da Probabilidade, o enfoque unicamente determinista constitui como um entrave. A probabilidade desenvolve-se por várias perspectivas de ensino que estão interligadas dialeticamente. Adotar um único enfoque para o seu ensino é o mesmo que mutilar a abrangência desse conceito. Partindo-se então da identificação da experiência aleatória em jogo, o ensino deve explorar mais de um ponto de vista para estabelecer a dialética necessária. Por exemplo, o enfoque clássico, frequentista, subjetivo e axiomático.

Por esse motivo, nosso segundo objetivo foi "relacionar o seu conhecimento, profissional quando leciona Probabilidade, com a sua formação acadêmica". O que observamos entre os nossos entrevistados foi a repetição de estratégias e abordagens de uma situação-problema, sendo as mesmas adquiridas na sua formação acadêmica.

Pudemos reconhecer essa informação, pois fomos formados pela mesma Instituição de Ensino Superior, além de sermos colegas de turmas de nossos entrevistados. Apenas não estudamos com a P_6 da nossa pesquisa.

Percebemos, em muitos momentos das entrevistas, a mesma estratégia de raciocínio que nosso professor de Probabilidade na graduação utilizava para resolver ou explicar os exercícios. Com o entrevistado **P**₄, pudemos reconhecer até a mesma linguagem do Professor de probabilidade na graduação. Começando com a árvore de possibilidades para interpretar o problema, seguida da resolução algebricamente e obtendo a resposta nas três representações numéricas: a fração (como a relação parte/todo), a sua representação decimal e a representação percentual. Como exemplo:

No lançamento de uma moeda, qual é a probabilidade de se obter a face cara?

Indicando por C e K as faces cara e coroa respectivamente, temos:

Experimento aleatório: lançamento de uma moeda não viciada e observação da face superior após imobilização.

Evento A: ocorrer a face cara (C).

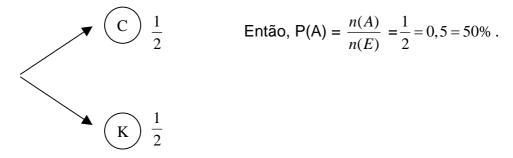


Figura 5. Característica de resolução do professor A

Começaremos a discutir a nossa terceira hipótese: "O discurso institucional observado nos documentos oficiais a respeito do currículo do tema Probabilidade, nada interfere na prática docente".

O que verificamos, com todos nossos entrevistados, foi a utilização do livro didático ou mesmo do caderno do professor que o governo do Estado de São Paulo adotou como nova proposta para o ensino de São Paulo.

O caderno do professor, além de expressar um discurso institucional também tem algumas indicações desses documentos oficiais, como os PCN, que instrumentalizam o professor a respeito do currículo ou mesmo trazem indicações da abordagem a ser utilizada para o ensino da probabilidade.

Porém, dessa proposta, ainda recente, não conseguimos perceber reflexos de interferência em sua prática docente. Observamos em nossos entrevistados que utilizam esse caderno como material apostilado e sequencial sem muito contestar tais abordagens.

Por esse motivo, nosso terceiro objetivo foi "reconhecer em nossos entrevistados se existe relação entre suas concepções probabilísticas com o seu discurso, observado em nossas entrevistas, sobre a sua atuação profissional".

O que pudemos reconhecer foi que a sua concepção probabilística está totalmente ligada a sua atuação profissional e vice-versa. Podemos completar que o "nível" dessa concepção está ligado à qualidade de abordagem do ensino da Probabilidade. Nossos resultados convergem com os resultados observados em Gonçalves (2004).

Nesse ponto, sugerimos uma questão às futuras pesquisas: "Como ocorre a evolução dessas concepções probabilísticas em um processo de formação continuada"?

Começaremos a discutir a nossa quarta e última hipótese: "A formação continuada a respeito desse tema atrelada à prática profissional converge para a re-estruturação das concepções probabilísticas categorizadas por Azcárate (1996)".

Relacionaremos aqui a formação continuada apenas aos cursos institucionais ocorridos após a graduação (extensão, especialização lato sensu ou stricto sensu). Observamos que cinco dos nossos entrevistados possuem algum tipo de formação em termos de pós-graduação. Dentre eles, **P**₃ possui extensão; **P**₁, **P**₂, **P**₅ e **P**₆ possuem especialização lato sensu; **P**₂ e **P**₆ possuem mestrado stricto sensu.

O que pudemos notar em nossas entrevistas foi que apenas a prática profissional não reestrutura suas concepções probabilísticas, mas, sim, mecaniza um processo para lecionar. Quando a prática docente é atrelada a uma formação continuada, ela só reestrutura as concepções probabilísticas se os estudos dessa formação continuada convergem para o mesmo foco de pesquisa em que o profissional está inserido. Foi o que observamos em relação a P_2 e P_6 .

Por esse motivo, nosso quarto objetivo foi "verificar se há vestígios da prática profissional na reestruturação dos conceitos probabilísticos com seu conhecimento profissional, relacionado ao ensino de Probabilidade".

Retomamos o que definimos em nosso quadro teórico sobre o que entendemos a respeito do conhecimento profissional, enquanto relação direta do conhecimento específico (mobilização dos conceitos probabilísticos) com o conhecimento pedagógico (mobilização do conhecimento profissional) em constante interação.

Em nossos entrevistados, percebemos que raramente essa interação, do conhecimento específico com o conhecimento pedagógico, ocorre. Em nossas entrevistas, as análises didáticas dos nossos entrevistados envolviam sempre um conhecimento específico, sem clareza da sua abordagem. Apenas com P_6 observamos um conhecimento profissional interagindo com vestígios de sua prática profissional relatada em nossa entrevista.

Respondidas as nossas hipóteses de pesquisa e verificados os objetivos da nossa investigação, a partir desse momento, apontamos alguns indícios que verificamos nas análises de todos os nossos entrevistados.

Observamos em nosso grupo de entrevistados a não clareza em distinguir estratégias envolvendo material manipulativo concreto como a possibilidade de trabalhar a simulação probabilística. A manipulação concreta, para os nossos entrevistados, era a manipulação de um jogo de azar apenas. Verificamos que tal ocorrência seja devido ao fato da não abordagem frequentista em sua formação inicial ou mesmo a não exploração de diversidade de materiais didáticos na licenciatura.

Identificamos em alguns entrevistados (**P**₁, **P**₃, **P**₄ e **P**₅) a dificuldade em analisar o objeto tetraedro como nosso "gerador de acaso". Quatro dos pesquisados confundiram a linguagem "a face não visível do tetraedro ser azul", que é o mesmo que "ocorrer a face azul de um tetraedro", com "não ocorrer a face azul" do mesmo tetraedro. Verificamos que a dificuldade pode ter ocorrido porque esse objeto – o tetraedro – não ser comum nas abordagens de exercícios nos livros didáticos, gerando um obstáculo de análise didática com base geométrica, isto é, a dificuldade na interpretação do espaço amostral com a não visualização espacial do próprio objeto.

Verificamos que a formação continuada atrelada à prática docente, ainda não garante uma incorporação desse conhecimento em sua prática. Percebemos que todos os pesquisados continuam com reflexos da sua formação inicial, mesmo obtendo uma formação continuada, a exemplo dos professores P_2 e P_6 , mestres em Educação Matemática.

Quanto menos formação continuada nossos entrevistados possuíam, mais difícil era a sua arguição nas análises didáticas referentes à terceira parte da nossa entrevista (*Parte C – Formação Específica*). Talvez, tal motivo sendo um indício de um obstáculo na formação de professores de Matemática.

Durante alguns diálogos com nossos entrevistados, percebemos que muitos relacionam apenas a linguagem percentual à probabilidade, dificultando o seu ensino nas séries iniciais do Ensino Fundamental II, por não possuírem tal linguagem, ou seja, não assimilam a probabilidade como uma medida da incerteza contida em um fenômeno aleatório sendo que tal medida pode ser expressa em forma de fração, número decimal ou porcentagens. Estas são equivalências de registros.

Também analisamos a transição de situações-problema que envolveram o espaço amostral equiprovável para o não-equiprovável. Ela foi, para nossos entrevistados, um elemento que dificultou as análises didáticas das situações da nossa entrevista. Todos os nossos entrevistados mudaram de opinião em relação à resolução obtida pelo experimento quando tal transição ocorreu. As dificuldades didáticas oriundas da utilização da equiprobabilidade foram também identificadas em Coutinho (1994, 2001).

Entrevistamos seis professores, sendo três do sexo masculino e três do sexo feminino. Sobre o perfil dos nossos entrevistados, chamou-nos a atenção que, os três professores tinham uma profissão inicial voltada para a indústria e buscaram mudança de área ou uma segunda profissão como segurança para sua estabilidade no trabalho. Desse modo, sendo talvez um indício que um nível sociocultural influencie uma formação em Probabilidade.

Após argumentar sobre as nossas hipóteses de pesquisa, verificando os objetivos da nossa investigação, apontados alguns indícios que mais verificamos nas análises de nossas entrevistas, nesse momento, temos possibilidade de inferir alguma resposta ao nosso questionamento gerador dessa pesquisa.

"Como o conhecimento profissional do professor de Matemática influencia a abordagem de Probabilidade?".

O conhecimento profissional é uma rede de conhecimentos que interage em um ambiente educacional, desde o conteúdo disciplinar a ser abordado a experiências e reflexões observadas na e sobre a prática.

Ao considerar, em nossa pesquisa, que o conhecimento profissional é uma interação do conteúdo específico com o conteúdo pedagógico, não podemos tratar isoladamente tais conteúdos, pois desse modo, não seria um conhecimento profissional.

Com base nas análises obtidas pelo nosso instrumento diagnóstico – a entrevista – o conhecimento profissional do professor de Matemática influencia diretamente uma abordagem do ensino, independente do tema a ser ensinado, devido ao tratamento dual do conhecimento específico e pedagógico, que envolve diferentes perspectivas desse ensino.

Em relação à abordagem da probabilidade para o ensino, observamos que ela se desenvolve em processos contínuos e crescentes, envolvendo também diferentes perspectivas desse ensino.

Reconhecemos que o conhecimento profissional e a abordagem da probabilidade têm relação biunívoca, ou seja, o conhecimento específico do conhecimento profissional está para o enfoque formal de probabilidade da mesma forma que o conhecimento pedagógico do conhecimento profissional está para o enfoque experimental de Probabilidade.

Por fim, acreditamos que as futuras formações de professores de Matemática, tanto na fase inicial quanto continuada, possam se desenvolver muito, se olhadas com seriedade não apenas em relação ao currículo específico, que também consideramos importantes.

Acreditamos que, enquanto houver essa distinção de conhecimentos, específico e pedagógico e sua real separação, a Educação, pensada como processo de ensino, deixa de evoluir e contribuir para um bem comum.

AZCÁRATE, P.G. Estudio de las Concepciones disciplinares de futuros Profesores de Primaria en torno a las nociones de Aleatoriedad y Probabilidad. Granada: Comares, 1996.

BATANERO, C. Significados de la Probabilidad en la Educación Secundarial. Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: un reporte iberoamericano – Edición: Relime, 2005.

BATANERO, C., HENRY, M. y PARZYSZ, B. (2005). The nature of chance and probability. En JONES, G. A. (Ed.), **Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning** (pp. 16-42). Nueva York: Springer.

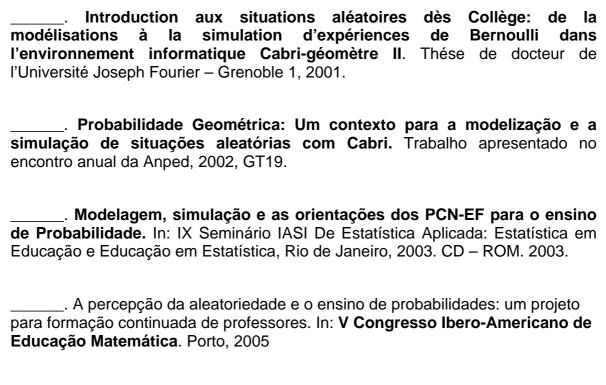
BATANERO, C, et al. **Azar e probabilidad: fundamentos didácticos y propuestas curriculares –** Madrid: Síntesis, 1987 (Matemáticas: cultura y aprendizaje 27)

BIEHLER, R. Computers in Probability Education. Chance Encounters: Probability in Education / edited by Ramesh Kapadia and Manfred Borovcnik, 1991, cap. 6 (p. 169 – 211) – Mathematics Education Library, v 12.

BRASIL, SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemáticas (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental). Brasília: SEF/MEC, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio) – Parte III: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, 1999.

COUTINHO, C. Q. S. Introdução ao conceito de probabilidade por uma visão frequentista: estudo epistemológico e didático. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – São Paulo, 1994. Orientadora: Tânia Maria Mendonça Campos.



Elbaz, F. **Teacher thinking: A study of practical knowledge**. London: Croom Helm. 1983

FIGUEIREDO, A. de C. **Probabilidade Condicional: Um enfoque de seu ensino-aprendizagem** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – São Paulo, 2000. Orientador: Professor Doutor Benedito Antonio da Silva.

FISCHBEIN, E.; SCHNARCH, D. Intuitions and schemata in probabilistic thinking. In **Proceedings of the 20th Conference3 of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.** Vol. 2, pp. 353-360. Valencia: University of Valencia. 1996.

FRIOLANI, L. C. O Pensamento Estocástico nos Livros Didáticos do Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – São Paulo, 2007. Orientadora: Professora Doutora Cileda de Queiroz e Silva Coutinho.

GONÇALVES, M. C. As Concepções de Professores e o Ensino de Probabilidade na Escola Básica. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – São Paulo, 2004. Orientadora: Professora Doutora Cileda de Queiroz e Silva Coutinho.

- GOULART, A. O Discurso sobre os Conceitos Probabilísticos para a Escola Básica. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo São Paulo, 2007. Orientadora: Professor Doutora Cileda de Queiroz e Silva Coutinho.
- LOPES, C. A. E; MORAN, R. C. C. P. A estatística e a probabilidade através das atividades propostas em alguns livros didáticos brasileiros recomendados para o ensino fundamental. Artigo publicado nos anais da Conferência Internacional: Experiências e Perspectivas do Ensino da Estatística Desafios para o século XXI (p. 167 174) Florianópolis 20, 21 e 22 de set. /1999.
- LOPES, C. A. E. A Probabilidade e a Estatística no Currículo de Matemática do Ensino Fundamental Brasileiro. Artigo publicado nos anais da Conferência Internacional: Experiências e Perspectivas do Ensino da Estatística Desafios para o século XXI (p. 167-174) Florianópolis, 20, 21 e 22 de setembro de 1999.
- _____. A Probabilidade e a Estatística no Ensino Fundamental: Uma Análise Curricular. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas São Paulo, 1998. Orientadora: Profa Dra. Regina Célia Carvalho Pinto Moran.
- _____. O Conhecimento Profissional dos Professores e suas Relações com Estatística e Probabilidade na Educação Infantil. Tese de Doutorado em Educação Matemática da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas São Paulo, 2003. Orientadora: Profa Dra. Anna Regina Lanner de Moura.
- OLIVEIRA, P. C. O Processo de Aprender Noções de Probabilidade e suas Relações no Cotidiano das Séries Iniciais do Ensino Fundamental: Uma História de Parceria. Tese de Doutorado em Educação Matemática da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas São Paulo, 2003. Orientadora: Profa Dra. Dione Luchesi de Carvalho.
- ROSA, M. V.de F. P. do C.; ARNOLDI, M. A. G. C. **A Entrevista na Pesquisa Qualitativa: Mecanismos para Validação dos Resultados.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- SCHÖN, D.. The reflective practioner: How profesionals think in action. Aldershot Hants: Avebury. 1983.

SHOWERS, B; JOYCE, B; BENNET, B . Sinthesis of research on staff development: a framework for future study and a state-of-the-arts. Analysis. **Educational Leadership**, 45 (3), p. 77-87 – 1987.

SHULMAN, L. S. **Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching.** Educational Researcher, n°15 (2), p.4-14 – 1986.

_____. Conocimiento y Enseñanza. Edición: **ENSAYO – Estudios Publicos**, nº 83 (invierno 2001).

SILVA, I. de M. **Probabilidade: A visão Laplaciana e a visão Frequentista na Introdução do Conceito**, 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

SOUZA, C. de A. **A Distribuição Binomial no Ensino Superior.** 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

STEINBRING, H. **The Theoretical Nature of Probability in the Classroom.** Chance Encounters: **Probability in Education** / edited by Ramesh Kapadia and Manfred Borovcnik, 1991, cap. 5 (p. 135 – 167) – Mathematics Education Library, v 12.

Esboço da entrevista

Parte A - Perfil

1) Formação. Licenciatura Plena em Matemática

Início:	Término:	Instituição:
- Disciplina Probabilidade: () aprovação direta () Exame () 2ª época () D. P.
- Disciplina Estatística: () aprovação direta () Exame () 2 ^a época () D. P.
Outros cursos (graduação):		
Pós-Graduação:		

2) Tempo no magistério como professor de Matemática

	Rede Pública (RPU)	Rede Privada (RPI)
Ensino Fundamental (EF II)		
Ensino Médio (EM)		

3) Número de aulas semanais (2009)

	Rede Pública (RPU)	Rede Privada (RPI)
Ensino Fundamental (EF II)		
Ensino Médio (EM)		

4) Turmas para as quais leciona ou lecionou nos últimos 5 anos:

Registrar: **RPU** (Rede Pública); **RPI** (Rede Privada)

ENSINO FUNDAMENTAL II ENSINO MÉDIO

	5 ^a série	6ª série	7ª série	8ª série	1ª série	2ª série	3ª série
2009							
2008							
2007							
2006							
2005							

PARTE B - FORMAÇÃO DOCENTE

5) Quais foram os critérios da escolha do curso na sua graduação? da escolha da Instituição de Ensino Superior?		
ad	6) O livro didático (ou apostila) que a sua Instituição de trabalho	
se	gue o que é proposto por esse material didático?	
int	7) Qual(is) recurso(s) você utiliza com maior frequência para troduzir algum tema (conteúdo) nas suas aulas?	
()) Trabalhos dirigidos (Ex.: resolução de problemas, trabalhos investigativos,	
() Livro didático ou apostila	
() Material manipulativo experimental.	
() Computador (ou recursos de multimídia)	
() História	
() Jogos	
() Outros:	
	8) Você já lecionou o assunto: "Probabilidades"? Qual recurso você ensidera mais adequado para introduzir ou mesmo desenvolver este esunto?	

9) Você se lembra qual foi o seu primeiro contato (acadêmico) com o (assunto Probabilidades? (Pensar como aluno e também como professor.)		
Descreva alguma situação		
10) Existe algum conceito ou mesmo técnica (procedimento) que sua prática docente lhe propiciou com o assunto Probabilidades Descreva		
11) Para você: probabilidade é acaso é aleatório é	-	
incertezaexiste(m) outra(s) palavra(s) que lhe faz(em) pensar er probabilidade?	n -	

PARTE C - FORMAÇÃO ESPECÍFICA

- 12) Considere um tetraedro regular que possui uma cor diferente em cada face: azul, verde, vermelho e amarelo. Apresentada esta situação-problema a três alunos, e questionando-os sobre a probabilidade da face não visível ser azul, as estratégias e conclusões dos alunos foram:
 - <u>Aluno 1</u>- Este aluno, de posse do tetraedro, realizou 50 lançamentos, a partir dos quais observou que em 21 vezes ocorreram faces azuis; então, concluiu que a probabilidade de ocorrer face azul é de 42%.
 - <u>Aluno 2</u> Este aluno acompanhou a estratégia do aluno 1, porém discordou da conclusão, afirmando que a probabilidade de ocorrer face azul num tetraedro regular é de 1 em 4.
 - <u>Aluno 3</u> Este aluno realizou de modo formal, como razão entre número de sucessos sobre o número total de chances, P(A) = ½, concluindo, então, que a probabilidade de ocorrer face azul num tetraedro regular é de ½.
 - ✓ Explique qual estratégia você considera mais adequada para a compreensão dos seus alunos.

- 13) Em relação à mesma situação anterior, porém, perguntando aos alunos se as cores têm as mesmas chances de serem contempladas num lançamento ao acaso, as respostas que obtivemos foram:
 - <u>Aluno 1-</u> Não, pois no experimento que realizamos saíram quantidades de vezes diferentes de cada cor.
 - <u>Aluno 2-</u> Não sei, pois pelo experimento observamos que não, mas pela solução formal observamos que sim.
 - <u>Aluno 3-</u> Sim, pois cada cor aparece uma vez no tetraedro, e como ele é regular, todas têm as mesmas chances.
 - ✓ Das respostas acima, com qual você concorda? E como você explicaria aos outros alunos que suas respostas não são válidas?

14) Outra situação envolvendo o tetraedro regular foi apresentada aos alunos:

Com o mesmo tetraedro regular foram realizados 1000 lançamentos e observadas as seguintes ocorrências: 350 verdes, 150 azuis, 300 vermelhos e 200 amarelos. Com isso, pode-se afirmar que no 1001º lançamento tenha-se 35% de chance de ocorrer face verde?

<u>Aluno 1</u>- Sim, pois no experimento realizado a face verde apareceu maior número de vezes.

<u>Aluno 2</u>- Não sei, pois, experimentalmente, a face verde apareceu 350 vezes num total de 1000 lançamentos, mas a probabilidade de cada face é a mesma (1/4).

Aluno 3- Não, pois todas as cores têm as mesmas chances de ocorrer.

✓ Comente as respostas dos três alunos.

15) E com um tetraedro não regular? O que acontece? Esta situação foi apresentada verbalmente aos alunos, momento em que o professor explicou como seria um tetraedro não regular, e as respostas foram:

<u>Aluno 1</u>- Mantenho os experimentos e tiro as conclusões a partir dos resultados.

<u>Aluno 2-</u> A probabilidade de cada face ser contemplada se mantém, pois cada cor continua aparecendo uma única vez.

<u>Aluno 3</u>- As probabilidades de cada cor são diferentes devido aos tamanhos das faces serem também diferentes. Talvez, para se ter uma resposta, seria preciso realizar muitos lançamentos e, a partir daí, verificar a frequência de cor.

✓ Comente as respostas dos três alunos

(Questão Extra)

16) Um professor propôs aos alunos um problema que perguntava sobre a Probabilidade de obter cara num lançamento de uma moeda honesta colocando uma moeda na mão de cada aluno e pedindo que a lançassem algumas vezes para observar os resultados. Disponibilizou também uma tabela contendo os resultados de 3000 lançamentos, ao final dos quais se observaram 2000 resultados "cara", com a informação de que aquela tabela foi construída para o tipo de moeda que eles estavam usando na classe. Ao final, o professor observou resoluções de quatro alunos:

Aluno 1: $P(C) = \frac{1}{2} = 50\%$, pois só podemos obter cara ou coroa

<u>Aluno 2:</u> Realizou 10 experimentos, obteve 6 caras e concluiu que a resposta da questão seria 60%.

<u>Aluno 3:</u> Realizou 100 lançamentos, obtendo 38 caras, e concluiu que a resposta da questão seria 50%, pois mesmo com estes valores só existem dois resultados possíveis.

<u>Aluno 4:</u> Indicou que a Probabilidade de obter cara vale 2/3 por causa da tabela.

Das resoluções acima, com qual você concorda? Justifique.

CARTA DE APRESENTAÇÃO DA ENTREVISTA

Caro Professor.

Eu, Marcio Welker Corrêa, aluno da pós-graduação na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP), desenvolvo uma pesquisa de mestrado sobre um assunto que apresenta como temática: o conhecimento profissional e a abordagem do ensino da probabilidade, sendo este um estudo de caso, sob a orientação da Prof^a Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho.

Com a importância do tema citado nos dias de hoje, consideramos que sua experiência profissional que ocorreu desde a escolha da Instituição de Ensino até a sua prática profissional atual, seja grande elemento de análise para nossa pesquisa.

Por esse motivo, considero importante contar com seu apoio para abordar a questão apresentada em minha pesquisa, que envolve exatamente a trajetória da sua experiência profissional, a Instituição de Ensino que se formou no período de 1998 à 2002, além dos mesmos professores nas disciplinas Probabilidade e Estatística comum ao curso de licenciatura plena em Matemática.

Por essa razão, solicito que me concedesse uma entrevista, na qual, pudéssemos tratar e discutir o referido tema.

Temos a intenção de que a entrevista nos permita reconhecer como o conhecimento profissional influencia a abordagem do tema probabilidade.

Para isso, a entrevista será gravada em áudio-vídeo e o procedimento metodológico a ser adotado com as gravações compreenderá:

- transcrição do que foi gravado na entrevista;
- edição do que foi dito, recriando-se o texto em primeira pessoa;

 assinatura de documento de cessão de direitos dos documentos escritos.

Quanto à identificação do entrevistado no corpo da dissertação, adotaremos nomenclaturas (Professor $1 - \mathbf{P_1}$) a fim de preservar a privacidade de cada participante da nossa pesquisa, além da sua integridade profissional e pessoal.

Na certeza de que sua contribuição poderá refletir na constituição de propostas que poderão contribuir de forma significativa no ensino e aprendizagem da probabilidade, agradeço-lhe antecipadamente.

Atenciosamente,

Marcio Welker Corrêa

Carta de Cessão

Eu,	, portador do
RG de número	, declaro para os devidos fins que concedo
os direitos da minha na	rrativa, transcrita e textualizada a partir da entrevista,
gravada em,	para que Marcio Welker Corrêa possa utilizá-la em sua
pesquisa de Mestrado A	cadêmico em Educação Matemática desenvolvida na
Pontifícia Universidade Ca	atólica de São Paulo (PUC/SP) sob a orientação da Prof ^a
Dra. Cileda de Queiroz e S	Silva Coutinho.
Subscrevo a preso	ente.