

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

Suzana Nobre

**As dimensões do domínio afetivo identificadas em alunos com indicação de
fracasso em matemática escolar, durante uma sequência didática
envolvendo a geometria**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**São Paulo
2018**

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

Suzana Nobre

As dimensões do domínio afetivo identificadas em alunos com indicação de fracasso em matemática escolar, durante uma sequência didática envolvendo a geometria

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE em Educação Matemática, sob a orientação da Profa. Dra. Ana Lúcia Manrique.

São Paulo

2018

Autorizo exclusivamente para fins acadêmicos e científicos a reprodução total ou parcial desta Dissertação de Mestrado por processos de fotocopiadora ou eletrônicos.

Assinatura _____

São Paulo, 24 de julho de 2018.

e-mail: suzananobre@globomail.com

N754 Nobre, Suzana

As dimensões do domínio afetivo identificadas em alunos com indicação de fracasso em matemática escolar, durante uma sequência didática envolvendo a geometria / Suzana Nobre. – São Paulo: [s.n.], 2018.

135p. il. ; 30 cm.

Orientador: Ana Lucia Manrique.
Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação: Matemática, 2018.

1. Domínio afetivo. 2. Sequência Didática. 3. Teoria das Situações Didáticas. 4. Geometria. I. Manrique, Ana Lucia. II. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa de Estudos Pós Graduados em Educação: Matemática. III. Título.

CDD 370

Suzana Nobre

**As dimensões do domínio afetivo identificadas em alunos com indicação de fracasso em
matemática escolar, durante uma sequência didática envolvendo a geometria**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo,
como exigência parcial para obtenção do título de
MESTRE em Educação Matemática, sob a
orientação da Profa. Dra. Ana Lúcia Manrique

Aprovado em: ____ / ____ / ____

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Ana Lúcia Manrique

Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti

Prof. Dr. Gabriel Loureiro de Lima

Dedicatória

Dedico este trabalho aos meus alunos e alunas, seja os que estão comigo agora, os que já se foram ou os que ainda virão, porque neles está a origem da motivação para esta pesquisa e porque com eles, na tentativa de ensinar, o que mais fiz foi aprender.

Esta pesquisa teve o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), por meio da concessão de bolsa de estudos sob processo nº 88887.148986/2017-00, e da Fundação São Paulo (FUNDASP) por meio da concessão de desconto parcial na semestralidade do curso.

AGRADECIMENTOS

À Profa. Dra. Ana Lúcia Manrique, pela orientação conduzida com elevada competência e dedicação, além do apoio e da paciência manifestados nos constantes incentivos, primordiais para a conclusão deste trabalho.

À Profa. Dra. Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão, com quem tive a oportunidade de ser iniciada nesta etapa de minha trajetória acadêmica.

Aos professores da banca examinadora, Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti e Prof. Dr. Gabriel Loureiro de Lima, pela apreciação minuciosa do trabalho ainda em andamento e pelos comentários e sugestões que foram de grande valia para o aprimoramento desta dissertação.

Aos docentes do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, pelos conhecimentos compartilhados nas disciplinas ministradas. Da mesma forma, à coordenação do programa pela eficiência e prestatividade.

Aos colegas do grupo de pesquisa e aos colegas de turma do Mestrado Acadêmico, pela colaboração em todas as etapas e pelo companheirismo que experimentamos na trajetória comum.

À professora do 5º ano, pela prontidão com que aceitou a intervenção na sua turma, pelo cuidado de me apresentar e explicar meu trabalho aos seus alunos e alunas e pelo carinho e apoio ao acompanhar a aplicação da sequência didática. Igualmente à diretora da unidade escolar, por autorizar a realização da pesquisa nas dependências da escola.

Em especial à minha família, meu marido Jorge Luis e meus filhos Gustavo e Guilherme, pelo amor traduzido em compreensão nos momentos de ausência, em estímulo e em apoio integral, que de forma significativa facilitaram essa caminhada.

Por fim, a todos aqueles que, de alguma forma, fizeram parte da realização deste trabalho.

A autora

*Podemos, através de um esforço, tornar-nos
conscientes do aspecto convencional da
realidade e então escapar de algumas
exigências que ela impõe em nossas
percepções e pensamentos.*

Serge Moscovici

RESUMO

NOBRE, Suzana. **As dimensões do domínio afetivo identificadas em alunos com indicação de fracasso em matemática escolar, durante uma sequência didática envolvendo a geometria.** 2018. 135 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.

Esta pesquisa tem o objetivo de identificar dimensões do domínio afetivo que emergem das interações entre alunos durante uma sequência didática envolvendo a geometria. O estudo considerou como descritores do domínio afetivo as crenças, as emoções e as atitudes, com suas subcategorias. As hipóteses formuladas pressupõem que cognição e afeto não podem ser investigados separadamente, assim como o afeto também não pode ser investigado separadamente do contexto no qual o aluno está inserido. Os sujeitos da pesquisa foram os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de São Paulo. O foco das observações recaiu particularmente nos alunos indicados para a recuperação paralela de Matemática. A coleta dos dados foi feita com as videogravações dos grupos e da sala de aula durante a aplicação da sequência didática, que foi elaborada com base na Teoria das Situações Didáticas e levou em conta as condições cognitivas de aprendizagem da geometria. Foi feita a análise qualitativa dos episódios emocionais – extratos de acontecimentos na sala de aula registrados em fragmentos de videogravação. A análise dos dados permitiu identificar a emergência de crenças, atitudes e emoções, intrinsecamente relacionadas à aprendizagem durante as atividades em grupo da sequência didática. Foi possível também identificar as componentes cognitiva, afetiva e intencional das atitudes que influenciam o comportamento. Além disso, evidenciou a interdependência das dimensões do domínio afetivo, isto é, a influência que uma dimensão exerce no aparecimento ou emergência de outra. Dessa forma, as hipóteses foram verificadas, indicando que é possível e necessário romper definitivamente com a dicotomia cognição e afeto.

Palavras-chave: Domínio afetivo. Sequência didática. Teoria das Situações Didáticas. Geometria. Fracasso escolar.

ABSTRACT

This research aims to identify dimensions of the affective domain that emerge from the interactions among students during a didactic sequence involving geometry. The study considered as descriptors of the affective domain the beliefs, the emotions and the attitudes, with its subcategories. The hypotheses formulated presuppose that cognition and affection cannot be investigated separately as affection cannot be investigated separately from the context in which the student is inserted. The subjects of the research were the students of the 5th year of Elementary School in a public school in the city of São Paulo. The focus of the observations fell particularly on the students indicated for the parallel recovery of Mathematics. The data collection was done with the video recordings of the groups and the classroom during the application of the didactic sequence, which was elaborated based on the Theory of Didactic Situations and took into account the cognitive conditions of learning of the geometry. The qualitative analysis of the emotional episodes – extracts of events in the classroom recorded in fragments of video recording was made. The analysis of the data allowed to identify the emergence of beliefs, attitudes and emotions, intrinsically related to learning during the group activities of the didactic sequence. It was also possible to identify the cognitive, affective and intentional components of attitudes that influence behavior. In addition, it showed the interdependence of the dimensions of the affective domain, that is, the influence that one dimension exerts on the emergence of another dimension. Thus, the hypotheses were verified, indicating that it is possible and necessary to definitively break with the dichotomy cognition and affection.

Keywords: Affective domain. Didactic sequence. Theory of Didactic Situations. Geometry. School failure.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – ESTRUTURA DOS DESCRITORES DO DOMÍNIO AFETIVO	35
FIGURA 2 – UM GRAFO PLANAR	55
FIGURA 3 – EXEMPLOS DE FIGURAS PLANAS COLORIDAS CONFORME O DESAFIO	55
FIGURA 4 – POLÍGONOS RECORTADOS EM PAPEL CARTÃO.....	58
FIGURA 5 – CRACHÁ PARA DISTRIBUIÇÃO DOS ALUNOS NOS GRUPOS.....	63
FIGURA 6 – EXEMPLO 1 DE SOLUÇÃO DO DESAFIO DE COLORIR REGIÕES PLANAS VIZINHAS.....	65
FIGURA 7 – EXEMPLO 2 DE SOLUÇÃO DO DESAFIO DE COLORIR REGIÕES PLANAS VIZINHAS.....	66
FIGURA 8 – EXEMPLO 3 DE SOLUÇÃO DO DESAFIO DE COLORIR REGIÕES PLANAS VIZINHAS.....	66
FIGURA 9 – EXEMPLO 4 DE SOLUÇÃO DO DESAFIO DE COLORIR REGIÕES PLANAS VIZINHAS.....	67
FIGURA 10 – EXEMPLO 1 DE CONSTRUÇÃO DE MODELO DE POLIEDRO.....	68
FIGURA 11 – EXEMPLO 2 DE CONSTRUÇÃO DE MODELO DE POLIEDRO.....	69
FIGURA 12 – EXEMPLO 3 DE CONSTRUÇÃO DE MODELO DE POLIEDRO.....	69
FIGURA 13 – SISTEMATIZAÇÃO DOS ELEMENTOS DOS MODELOS DE POLIEDROS CONSTRUÍDOS.....	70
FIGURA 14 – EXPOSIÇÃO DAS CONSTRUÇÕES DOS MODELOS DE POLIEDROS	71
FIGURA 15 – RÉGUA GEOMÉTRICA	72
FIGURA 16 – ALUNA PRODUZINDO UMA PLANIFICAÇÃO.....	72
FIGURA 17 – PLANIFICAÇÃO DE UM PARALELEPÍPEDO	73
FIGURA 18 – ALUNOS RECORTANDO E MONTANDO OS MODELOS DE CUBO.....	74
FIGURA 19 – OBJETO CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS	74
FIGURA 20 – TABULAÇÃO DOS RESULTADOS DAS MEDIDAS DAS ÁREAS	75
FIGURA 21 – ALUNOS CONSTRUINDO MODELOS DE PARALELEPÍPEDOS	76
FIGURA 22 – ALUNA MOSTRANDO SEU MODELO.....	80
FIGURA 23 – REAÇÃO DA CLASSE AO “ERRO” DA ALUNA	82
FIGURA 24 – O BLOQUEIO DA ALUNA.....	83
FIGURA 25 – A FRUSTRAÇÃO DA ALUNA.....	84
FIGURA 26 – GRUPO RESOLVENDO O PROBLEMA DA EMBALAGEM	88

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – DIMENSÕES, MEDIDAS DE ÁREA E VOLUME DOS PARALELEPÍPEDOS POSSÍVEIS DE SEREM CONSTRUÍDOS	62
---	----

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	21
CAPÍTULO 1 – OS DESCRITORES BÁSICOS DO DOMÍNIO AFETIVO.....	33
1.1 ATITUDES	34
1.2 EMOÇÕES.....	36
1.3 CRENÇAS	38
CAPÍTULO 2 – O PERFIL DA PESQUISA E O PLANEJAMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	43
2.1 ABORDAGEM METODOLÓGICA E PROCEDIMENTOS PARA A COLETA DE DADOS	43
2.2 CONDIÇÕES COGNITIVAS DA APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA	45
2.3 A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA	49
2.4 O PLANEJAMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	52
2.4.1 <i>Aula 1 – Regiões Planas</i>	54
2.4.2 <i>Aula 2 – Poliedros</i>	56
2.4.3 <i>Aula 3 – Planificação das superfícies dos poliedros</i>	59
2.4.4 <i>Aula 4 – Medida da área de superfície</i>	60
2.4.5 <i>Aula 5 – O desafio da construção de embalagem</i>	61
CAPÍTULO 3 – A APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	63
3.1 DESENVOLVIMENTO DA AULA 1 – REGIÕES PLANAS	64
3.2 DESENVOLVIMENTO DA AULA 2 – POLIEDROS	68
3.3 DESENVOLVIMENTO DA AULA 3 – PLANIFICAÇÃO DA SUPERFÍCIE DOS POLIEDROS	71
3.4 DESENVOLVIMENTO DA AULA 4 – MEDIDA DA ÁREA DE SUPERFÍCIE	73
3.5 DESENVOLVIMENTO DA AULA 5 – O DESAFIO DA CONSTRUÇÃO DE EMBALAGEM	75
CAPÍTULO 4 – OS EPISÓDIOS PELO OLHAR DO REFERENCIAL TEÓRICO	79
4.1 UNIDADE DE ANÁLISE 1 – DO MODELO DE CUBO “TORTO”	79
4.2 UNIDADE DE ANÁLISE 2 – DO “ERRO”	81
4.3 UNIDADE DE ANÁLISE 3 – DA PARTICIPAÇÃO NO GRUPO.....	87
CONSIDERAÇÕES FINAIS – IMBRICANDO OS RESULTADOS COM A PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	91
REFERÊNCIAS	95
APÊNDICES	99

INTRODUÇÃO

Sou professora efetiva da rede municipal de ensino de São Paulo desde 2015, na etapa do Ensino Fundamental do 1º ao 5º anos. Foi minha primeira experiência no Ensino Fundamental I, e iniciei como professora alfabetizadora de uma sala de 1º ano, já no regime do ensino fundamental de nove anos; ou seja, meus alunos tinham entre cinco e seis anos de idade.

Não foi sem dificuldade que me deparei com aqueles rostinhos pela primeira vez, com manifestações as mais diversas, desde não saberem apontar um lápis até o medo de irem sozinhos ao banheiro. Uma experiência bem distinta da que até então havia tido nos últimos vinte anos, como professora de Física no Ensino Médio da rede particular de ensino na cidade de São Paulo.

Passar de bacharel e licenciada em Física a pedagoga faz parte dessas decisões de mudança de percurso não pautadas pela necessidade externa, mas sim pelo desejo da busca de respostas a questões advindas da insatisfação com os rumos e resultados da educação.

Não tardou a vir a resposta, em uma frase que vem de encontro aos anseios de qualquer professor que, apesar de bem intencionado, acredita existir a fórmula perfeita para o sucesso do ensino: Azanha (1985, p. 32), em suas reflexões sobre didática, diz que “o professor, na sua atividade criativa de ensinar é um solitário, que por isso mesmo não deve esperar socorro definitivo de nenhum modelo ou método de ensino por mais avançadas e sofisticadas que sejam as teorias que supostamente os fundamentam”.

A afirmação evidencia que é infrutífera a busca pela fórmula mágica universal, aquela capaz de garantir êxito absoluto às práticas de ensino. Acredito, no entanto, que o imprescindível é sempre estar a par das pesquisas e teorias, pois estas são os fios da trama que sustenta o trabalho do educador, tecida por ele mesmo, singularmente, no ato solitário de ensinar. Foi com esse olhar que busquei dar continuidade a minha formação, através da pesquisa no mestrado acadêmico.

No meu primeiro ano como professora alfabetizadora, procurei acompanhar o trabalho das outras professoras mais experientes. Observei o esforço em se obter cem por cento de sucesso na alfabetização dos alunos em língua materna ao final do 1º ano, excluídos apenas os alunos com dificuldades comprovadas por laudo específico.

Essa orientação se mostrou mais exigente do que as próprias metas oficiais, como a do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC – que declara o “compromisso formal assumido entre Governo Federal, Distrito Federal, estados, municípios e sociedade de

assegurar que todas as crianças estejam alfabetizadas até os oito anos de idade, *ao final do 3º ano do Ensino Fundamental.*” (BRASIL, 2014, p. 8, grifos nossos).

Se, por um lado, nosso empenho, o das professoras do 1º ano, em acelerar o processo de aquisição da leitura e da escrita em Língua Portuguesa era recompensado pelo progresso das crianças nas suas hipóteses de escrita, por outro lado, privamos nossos alunos de outras possibilidades de trabalho envolvendo vivências culturais mais amplas, como brincadeiras, criações e expressões da infância, de modo a se constituir um ambiente alfabetizador privilegiado, com caráter formativo e repleto de significação.

Essa privação estendia-se também à Alfabetização Matemática, visto terem as atividades aplicadas em aula, predominantemente, o objetivo restrito do domínio de códigos e símbolos, em detrimento do oferecimento do já citado ambiente alfabetizador formativo e significativo:

Nessa visão restrita, o significado em vários contextos pode vir em um segundo plano ou, até, seguir uma proposta hierárquica de trabalho nas salas de aulas das escolas. [...] abre-se espaço para limitar o sujeito aprendente, alijando-o de oportunidades de formação geral enredada a conhecimentos matemáticos amplos. A escola e o professor podem se reduzir a aspectos sintáticos no trabalho interno à Matemática, sem atingir a semântica. (MAIA; MARANHÃO, 2015, p. 938)

Ao contrário, se o que se pretende é a formação do pensamento reflexivo, crítico, analítico, investigativo e cooperativo no sentido amplo, a “Alfabetização Matemática é entendida como um instrumento para a leitura do mundo, uma perspectiva que supera a simples decodificação dos números e a resolução das quatro operações básicas” (BRASIL, 2014, p. 5).

Além disso, minhas constatações a respeito da prioridade dada ao ensino da Língua Portuguesa no ciclo de alfabetização e do pouco espaço reservado ao ensino da Matemática, ademais na visão restrita citada anteriormente, carente de expectativas transformadoras da realidade individual e coletiva, direcionaram meu interesse para os estudos em Educação Matemática no Ensino Fundamental I, com vistas a um aprofundamento teórico que refletisse em melhoria de minha prática com possíveis contribuições ao grupo.

Em 2016 fui designada para a função de professora de recuperação paralela no “Projeto de Apoio Pedagógico Complementar – Recuperação” (SÃO PAULO, 2014). De acordo com o artigo 4º, §7º do documento, a unidade educacional deverá priorizar ações aos educandos que necessitem avançar no desenvolvimento das competências leitora e escritora

e de resolução de problemas. Dessa forma, o projeto prevê aulas de Língua Portuguesa e Matemática. Na nossa unidade escolar, estamos atendendo alunos desde o 2º ano até o 9º ano do Ensino Fundamental, e esses alunos são indicados pelos professores especialistas dessas disciplinas ou, no caso do Ensino Fundamental I, pelo professor generalista

Tal designação veio ao encontro de minha expectativa de entender melhor o processo de ensino da Matemática e os elementos que interferem na sua aprendizagem. Ter a oportunidade de trabalhar com todos os alunos com indicação de fracasso, e apenas eles, favoreceu uma visão de caráter geral para o problema.

O artigo 3º, §1º da Portaria citada anteriormente (SÃO PAULO, 2014) indica que o projeto de recuperação “deverá propiciar ao educando os avanços na aprendizagem, por meio da retomada de conhecimentos, do levantamento de dúvidas, da aplicação do conhecimento em situações problema, da socialização das respostas, da correção e da devolutiva dos resultados”. Ocorre que, apesar de os grupos serem reduzidos e relativamente homogêneos, o que se pode observar é que a retomada de conhecimentos e o levantamento de dúvidas não implicam, de forma linear, na aplicação do conhecimento em situações-problema. Por outro lado, o resultado da interação entre os alunos se mostra um fator determinante no processo de resolução de problemas, no âmbito, portanto, do domínio afetivo.

No tocante às questões afetivas, Gómez-Chacón (2000, p. 15) assegura seu papel essencial no ensino e aprendizagem da Matemática; é possível que nelas esteja a raiz de muitos fracassos na vida intelectual dos estudantes. Com base nessa visão, consideramos a relevância de uma pesquisa sobre domínio afetivo em alunos com indicação de fracasso escolar.

Vamos, neste ponto, abrir um parêntese para elucidar o sentido da expressão “fracasso escolar” utilizado nesta dissertação. É inútil tentar defini-la independente de critérios e julgamentos, daí o cuidado de trazê-la acompanhada do termo “indicação” como forma de desnaturalizar seu significado, ou seja, de considerar que fracasso escolar não consiste em uma característica intrínseca ao aluno, mas uma atribuição feita pelos indivíduos dentro do contexto escolar. Para Perrenoud,

[...] o sucesso ou o fracasso escolares são devidamente estabelecidos e proclamados pelo sistema educacional. Esse processo de “fabricação” da excelência escolar é um processo de avaliação socialmente situado, que passa por transações complexas e está de acordo com as formas e as normas de excelência escolar ancoradas no currículo vigente e na visão da cultura da qual a avaliação faz parte. (PERRENOUD, 2003, p. 14)

Esse enfoque permite considerar o fracasso escolar no campo das Representações Sociais. A proposta básica do estudo das Representações Sociais é a busca da compreensão do processo de construção social da realidade. Segundo Moscovici,

[...] representação é, fundamentalmente, um sistema de classificação e de denotação, de alocação de categorias e nomes. [...] Classificar algo significa que nós o confinamos a um conjunto de comportamentos e regras que estipulam o que é, ou não é, permitido, em relação a todos os indivíduos pertencentes a essa classe. [...] significa escolher um dos paradigmas estocados em nossa memória e estabelecer uma relação positiva ou negativa com ele. (MOSCOVICI, 2015, p. 62).

Para o autor, é impossível classificar sem nomear. Uma vez nomeada, a pessoa ou coisa pode ser descrita e adquire certas características ou tendências, que a tornam distinta de outras pessoas ou coisas, e passa a ser objeto de uma convenção (MOSCOVICI, 2015, p. 67). Portanto, é evidente a complexidade da atribuição de significado à expressão “fracasso escolar”, a qual não pretendemos abarcar neste trabalho. Para simplificação e objetividade, consideraremos, nesta pesquisa, o aluno com indicação de fracasso escolar aquele que foi encaminhando para Recuperação Paralela de Matemática.

Voltemos agora às investigações em Educação Matemática. Gómez-Chacón (2003, p. 225) afirma que as pesquisas se concentram preferencialmente nos aspectos cognitivos, deixando de lado os aspectos afetivos. É possível que esse fato esteja relacionado ao mito de que a Matemática é algo essencialmente intelectual, em que as emoções não atuam de forma efetiva. No entanto, segundo a autora, “nos âmbitos da aprendizagem da Matemática, os afetos não são um luxo. Eles desempenham um papel na comunicação de intenções dos estudantes aos demais, e de orientação cognitiva, facilitando ou bloqueando a aquisição de conhecimentos” (GÓMEZ-CHACÓN, 2003, p. 226, tradução nossa). A autora utiliza o termo *afeto* com o mesmo significado de *domínio afetivo*.

Além disso, com relação às pesquisas no campo do domínio afetivo, Gómez-Chacón (2003, p. 227) considera que nas investigações mais frequentes, quando o interesse está em indagar sobre as atitudes frente à Matemática, usam-se questionários e escalas de atitudes. Ou, quando se quer estudar as reações emocionais, observa-se o sujeito ao abordar um problema. São menos frequentes as investigações que estudam as reações afetivas em situações próprias da sala de aula, nas quais os sujeitos desenvolvem atividades matemáticas em interação com os outros e, menos ainda, as que relacionam essas reações emocionais com as convenções culturais, crenças e representações sociais do contexto sociocultural no qual o grupo está

imerso.

Devemos considerar que as práticas dos indivíduos que pertencem a uma sociedade estão conectadas com as expectativas e as limitações impostas pelo entorno. Portanto, as práticas não são livres, mas, pelo contrário, estão fortemente condicionadas pelo contexto social.

Segundo Robertson (1977, apud D'AMORE; FONT; GODINO, 2007, p. 54), a sala de aula pode ser vista como uma sociedade específica de indivíduos, pois responde aos requisitos típicos exigidos pelos sociólogos para a denominação *sociedade*, que são: ocupam um “território” comum, interagem entre eles, sabem que pertencem ao mesmo grupo e têm, ao menos em parte, uma cultura comum.

Civil e Planas (2004, apud D'AMORE; FONT; GODINO, 2007, p. 55) afirmam que, apesar de o macrocontexto projetar expectativas de comportamento em alunos e professores, os comportamentos se reconfiguram por meio de processos sociais internos à sala de aula e devem, em primeiro lugar, ser interpretados a partir desse microcontexto.

Com base nessas considerações, julgamos importante realizar esta pesquisa no ambiente natural da sala de aula e proceder às observações das interações do aluno indicado para recuperação paralela com os outros alunos na sua própria classe de origem.

Dessa forma, a partir do exposto, definimos o objetivo desta pesquisa, que é o de identificar dimensões do domínio afetivo que emergem das interações entre alunos em atividades coletivas, particularmente aqueles alunos que se considera apresentarem dificuldades de aprendizagem.

Para isso, levantamos uma primeira hipótese que considera as investigações a respeito do domínio afetivo inter-relacionadas com os estudos sobre cognição, ou seja, cognição e afeto não podem ser investigados separadamente.

A segunda hipótese considera a necessidade da articulação entre afeto e contexto, isto é, a necessidade de se levar em conta a realidade da sala de aula no estudo das manifestações afetivas diante da Matemática. Isso significa considerar que o domínio afetivo também não pode ser investigado separadamente do contexto no qual o aluno está inserido.

Essas hipóteses, aliadas ao interesse no estudo dos fatores que dificultam a aprendizagem, motivaram a formulação da questão desta pesquisa, a qual indaga quais dimensões do domínio afetivo são identificadas em alunos com indicação de fracasso em Matemática escolar em interações na sala de aula.

No intuito de responder à questão levantada, com vistas ao objetivo geral definido anteriormente, estabelecemos os seguintes objetivos específicos, norteadores das observações

e análises previstas na metodologia:

- observar as relações interpessoais que se manifestam no ambiente da sala de aula, durante uma sequência didática a ser desenvolvida em grupo;
- analisar a interação do aluno indicado para recuperação paralela de Matemática com seus colegas da classe de origem.

Com base no tema da pesquisa, a revisão bibliográfica permitiu traçar um panorama dos estudos mais recentes a respeito do domínio afetivo relacionados à área da Educação Matemática, que apresentamos a seguir.

Segundo Grootenboer e Marshman (2016, p. 35), aproximadamente 50 anos atrás as pesquisas a respeito das reações afetivas dos estudantes em relação à Matemática começaram a focar principalmente a ansiedade matemática e eram quase exclusivamente quantitativas dentro da disciplina de psicologia.

Depois, nas décadas de 1970 e 1980, ainda em pesquisas predominantemente quantitativas, o interesse em aspectos afetivos da aprendizagem da Matemática centrou-se em grande parte nas atitudes em relação à Matemática, por preocupações referentes à falta de realização e à falta de participação das meninas. Para os autores, esses estudos revolucionários do domínio afetivo estabeleceram uma base sólida para o aparente aumento do interesse da pesquisa por esse tema desde a década de 1990 até hoje, quando a gama de metodologias e abordagens empregadas se ampliou.

Gil, Blanco e Guerrero (2006, p. 551), da Universidade da Extremadura, Espanha, apresentam um estudo das atitudes e reações emocionais que os alunos manifestam diante da Matemática no processo de resolução de problemas, com o objetivo de destacar o importante papel que o afeto desempenha no êxito ou fracasso da aprendizagem matemática. A amostra da pesquisa foi constituída por 346 alunos entre 13 e 18 anos, sendo 166 meninos e 180 meninas, pertencentes a uma classe sociocultural média-baixa, com níveis intelectuais normais e sem dificuldades físicas, psíquicas ou sensoriais. O instrumento de levantamento dos dados consistiu em um questionário composto de 52 itens sobre as crenças e atitudes a respeito da Matemática.

Com relação ao gosto pela Matemática, os pesquisadores indicaram que 24,3% dos alunos revelam não gostar das aulas de Matemática, as consideram pesadas e longas demais e sentem desejos de sair correndo, enquanto 41,9% estão em desacordo com essas declarações. Da mesma forma, 22,5% dos alunos declaram que desfrutam os dias que não têm aulas de Matemática, já que esta não lhes interessa e nem os atrai, enquanto para 51,7% a Matemática lhes interessa e os atrai.

Os resultados assinalam que a maioria dos alunos da amostra gostam e sentem atração pelas aulas de Matemática. Esses indicativos foram significativos para nossa pesquisa, pois trazem uma visão contrária à do senso comum, de que a Matemática é odiada e rejeitada pelos alunos.

Com relação ao trabalho em grupo, 50% da amostra afirmam que quando trabalham em equipe sentem mais segurança e confiança em si mesmo do que individualmente.

Os pesquisadores encontraram um alto índice de concordância para a seguinte questão: “quando não consigo resolver um problema começo a me sentir inseguro, desesperado e nervoso”. Para essa questão, 41,9% respondem estar de acordo, e ainda 25,1% respondem estar muito de acordo. Esse resultado se relaciona com a falta de confiança expressa por 44,5% dos alunos quando enfrentam os problemas, com a falta de capacidade e habilidade em Matemática expressa por 36,7% e com a falta de calma e tranquilidade que 35% dos alunos declaram experimentar ao resolver problemas.

Com base nesses dados, os autores Gil, Blanco e Guerrero (2006, p. 565) abalizam o quanto as crenças dos estudantes e suas interações em situações de resolução de problemas conduzem a respostas afetivas-emocionais que repercutem na percepção da disciplina, em seu autoconceito, nas atribuições causais e, conseqüentemente, no rendimento e nas expectativas de sucesso. Esse trabalho ressalta a importância das contribuições que as pesquisas a respeito da afetividade podem trazer para o ensino e aprendizagem da Matemática.

A relevância das pesquisas envolvendo a afetividade é evidenciada também em um estudo que tem como foco as competências socioemocionais e a resolução de problemas, no qual Belli (2017) investiga um grupo de professores na análise e no desenvolvimento de uma situação-problema em sala de aula. Os sujeitos participantes dessa pesquisa foram professores da rede municipal de ensino de São Paulo, que desenvolveram uma situação-problema em sala de aula com alunos de 1º e 2º anos do Ensino Fundamental. Os instrumentos utilizados para coleta de dados foram entrevistas semiestruturadas, questionários, observação e gravação de áudio nos encontros com os professores. A autora considera que a Educação Socioemocional pode contribuir na formação do professor e na sua prática. A análise dos dados mostrou que houve mudança na percepção que os professores tinham da relação entre a Educação Socioemocional e a Matemática. A partir das vivências da situação-problema e das análises dos textos sobre competências socioemocionais e resolução de problemas, os professores mudaram seu modo de enxergar as relações entre as competências socioemocionais e o desenvolvimento cognitivo e perceberam que, se tivessem tido acesso a esse conhecimento antes, poderiam estar em melhores condições docentes.

Outro estudo com objetivo de buscar conexões entre aspectos cognitivos e afetivos no contexto da aprendizagem escolar investigou as relações entre autoestima e desempenho escolar em Matemática (HAZIN; FRADE; FALCÃO, 2010). Os autores realizaram o estudo com vinte alunos, com idades entre 12 e 14 anos, do 6º ano do Ensino Fundamental II de uma escola pública da cidade de Recife-PE. O estudo foi realizado em duas etapas, descritas a seguir.

A primeira etapa consistiu na análise dos protocolos referentes à técnica projetiva do desenho da Casa-Árvore-Pessoa (HTP), com o objetivo de identificar o nível de autoestima dos alunos. Essa técnica fornece subsídios para a avaliação dos aspectos dinâmicos da personalidade, que surgem nos desenhos produzidos. Com os resultados do teste foram constituídas duplas homogêneas e heterogêneas contemplando as variáveis gênero e nível de autoestima.

Na segunda etapa, as duplas foram submetidas a instrumentos de avaliação matemática. Os dados oriundos dessa pesquisa, sistematicamente examinados por meio de análise categorial de tipo multidimensional, sugerem a existência de uma conexão entre a autoestima e o desempenho escolar em matemática.

Observou-se que o nível alto de autoestima relaciona-se a padrões de interação forte entre os componentes da dupla e ao desempenho matemático sem dificuldades. O nível baixo de autoestima vincula-se a padrões de interação fraca e ao desempenho matemático caracterizado por dificuldades.

Os autores Hazin, Frade e Falcão (2010, p. 52) ressaltam, entretanto, que não se pode inferir que haja uma relação de causalidade em determinada direção, ou seja, os dados não permitem afirmar que a autoestima seja determinante do desempenho escolar ou que o desempenho escolar seja um critério determinante do nível de autoestima.

Embora inconclusivo a respeito da relação de causalidade entre o desempenho matemático e a autoestima, posto que o objetivo do estudo não foi estabelecer relações causais unidirecionais simples, os resultados da pesquisa são relevantes e devem ser discutidos em termos de seus desdobramentos para a prática escolar de ensino da Matemática.

No intuito de complementar a revisão bibliográfica de forma sistemática, realizamos uma busca no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior¹), entrando com três unitermos – atitudes, emoções, crenças. No filtro Programas, limitamos nossa busca aos Programas em Educação

¹ Disponível em: <http://sdi.capes.gov.br/banco-de-teses/01_bt_index.html>. Acesso em: 18 dez 2017.

Matemática e aos Programas em Educação em Ciências e Matemática. A busca retornou 67 resultados, com data entre 2007 e 2017. Destes, deixamos de considerar 36, cujos temas eram relacionados à educação em ciência. Dos restantes, 14 tratavam de pesquisas com professores, 8 tratavam de pesquisas com alunos universitários, ou da educação de jovens e adultos, e um estava relacionado à pesquisa etnomatemática. Dessa forma, selecionamos as 8 pesquisas restantes, com foco em algum aspecto do domínio afetivo em estudantes da educação básica, as quais citaremos a seguir.

Os resultados da pesquisa de Freitas (2014) demonstraram que existem relações significativas entre autoconceito e desempenho acadêmico na disciplina de Matemática e, nesse aspecto, esses resultados coincidem com os da pesquisa descrita anteriormente.

Da mesma forma, resultados similares foram obtidos pela pesquisa de Marmitt (2009), que investigou de que maneira as concepções e atitudes em relação à Matemática interferem no processo de aprendizagem. A pesquisadora verificou que a mudança na metodologia pode construir atitudes positivas e modificar atitudes negativas.

Podemos encontrar resultados coincidentes aos citados na pesquisa de Rocha (2016), a qual concluiu que elementos do domínio afetivo contribuem para o comprometimento dos alunos com a aprendizagem de Matemática.

Outra pesquisa interessada no comprometimento dos alunos, realizada por Souza (2014), buscou identificar as causas do excesso de faltas às aulas de Matemática. Em síntese, foi constatado que, na visão dos alunos, a prática pedagógica do professor de Matemática, a relação estabelecida entre professor e aluno, os fatores sociais, como trabalho, e as dificuldades que o aluno tem em aprender Matemática são fatores que podem contribuir para a ausência nas aulas. A visão dos professores mostrou a crença de que as faltas dos alunos às aulas são causadas por dificuldades em aprender o conteúdo, por fatores sociais, como a necessidade de trabalhar, por não verem benefícios imediatos em relação aos estudos e por não compreenderem o significado do conhecimento matemático. É interessante observar que tanto os alunos, quanto os professores, entendem que existem dificuldades em se aprender Matemática.

A pesquisa de Silva (2011) pretendeu identificar, relacionar e analisar as atitudes e concepções que os alunos do 3º ano do Ensino Médio têm em relação à Matemática. A pesquisa possibilitou a constatação de que as atitudes dos alunos dependem da motivação que têm sobre a aula e da importância de um reconhecimento do contexto em que os alunos estão inseridos.

Evangelista (2013) também investigou alunos do 3º ano do Ensino Médio da cidade de

Ji-Paraná, do estado de Rondônia, porém com o objetivo de conhecer as relações existentes entre as atitudes, os conhecimentos de Estatística e as escolhas profissionais desses alunos. Os alunos que consideraram a Estatística importante tiveram atitudes expressivamente mais favoráveis do que aqueles que não a acharam importante. As atitudes dos alunos que escolheram a área das exatas foram significativamente mais positivas do que os que escolheram a área das humanas. O autor concluiu que as atitudes em relação à Estatística influenciaram significativamente a opinião em relação à escolha profissional dos estudantes.

A pesquisa de Amador (2017) teve o intuito de encontrar, no cotidiano de sala de aula, possíveis indícios das dificuldades enfrentadas no processo de ensino e aprendizagem da Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental. Dentre os achados, um fator que tem influência significativa na aprendizagem da disciplina diz respeito às impressões que os alunos têm sobre as técnicas de ensino utilizadas pelos docentes, o que concorda com Souza (2014). Outro fator verificado pelo autor foi a importância da relação de afetividade entre professor e alunos. No entanto, a nosso ver, o enfoque de afeto implicado nessa análise se limita a sentimentos de carinho, estima, consideração, simpatia etc., o que indica uma visão mais restrita ao conceito de domínio afetivo.

Podemos observar que a problemática que permeia as pesquisas citadas está principalmente relacionada com as dificuldades atribuídas à aprendizagem de Matemática. Nesse sentido, Moreira (2007) pretendeu evidenciar como a emoção está presente nos problemas de aprendizagem, qual é sua dinâmica nas relações de sala de aula e como é possível inverter os padrões emocionais autodestrutivos que podem comandar a vida escolar do estudante.

As pesquisas referenciadas utilizaram questionários, entrevistas e resolução de problemas nas suas metodologias. Esperamos que os resultados da nossa pesquisa, com o diferencial das observações em interações dos alunos em situações normais de sala de aula, possam contribuir para os resultados já obtidos.

A partir dos estudos citados, podemos considerar que é possível e desejável romper definitivamente com a dicotomia cognição e afetividade. Tal tarefa demanda empenho na produção de pesquisas que contemplem os aspectos cognitivos e afetivos de forma integrada.

Este trabalho representa um esforço nessa direção e esperamos que os resultados possam trazer uma modesta contribuição para as reflexões no ensino de Matemática. À vista disso, estruturamos esta dissertação em quatro capítulos, seguidos das considerações finais.

As contribuições teóricas que fundamentam nossa investigação são apresentadas no Capítulo 1. Começamos com a definição de domínio afetivo adotada na pesquisa. Em seguida,

apresentamos os descritores para esse constructo, que são o foco das observações e análises dos dados.

No Capítulo 2 apresentamos a metodologia da pesquisa, de caráter qualitativo, os sujeitos da pesquisa e a proposta de videogravação das aulas para o levantamento dos dados. Seguimos descrevendo o planejamento das cinco aulas da sequência didática, criada para permitir a observação da interação dos alunos. Trazemos um breve resumo da Teoria das Situações Didáticas que serviu como base para a concepção da sequência didática, a qual foi elaborada levando-se em conta as condições cognitivas da aprendizagem de geometria, descritas também nesse capítulo.

No Capítulo 3 detalhamos o desenvolvimento das cinco aulas da sequência didática, que forneceram os dados para a pesquisa.

No Capítulo 4 trazemos as análises dos dados com base no referencial teórico adotado.

Encerramos a dissertação com as considerações finais, seguidas pelas referências bibliográficas e apêndices.

CAPÍTULO 1 – OS DESCRITORES BÁSICOS DO DOMÍNIO AFETIVO

*Quem separa desde o começo o pensamento do
afeto fecha para sempre a possibilidade de
explicar as causas do pensamento...*
Vygotsky

A revisão bibliográfica realizada e descrita na Introdução deste trabalho revela que o ensino de Matemática não se limita apenas ao domínio cognitivo e evidencia ser imprescindível dedicar especial atenção aos diversos aspectos do domínio afetivo na Educação Matemática. De fato, tomar consciência dos fatores que determinam ou influenciam as reações emocionais na aprendizagem de Matemática e da inter-relação entre aprendizagem e afeto pode ampliar a perspectiva de trabalho do professor e reverter em favor do aprendiz. Mais especificamente, os aspectos relativos ao domínio afetivo na Didática da Matemática podem direcionar o objetivo de uma alfabetização emocional no ensino de Matemática:

Uma pessoa alfabetizada emocionalmente em Matemática é aquela que desenvolveu sua inteligência emocional nesse contexto, que conseguiu uma maneira de interagir com esse âmbito e que leva muito em consideração os sentimentos e emoções próprios e alheios. A alfabetização emocional engloba habilidades tais como o controle dos impulsos e fobias em relação a essa disciplina (o que permite desenvolver a atenção necessária para a aprendizagem), a autoconsciência, a motivação, o entusiasmo, a perseverança, a empatia, a agilidade mental etc. (GÓMEZ-CHACÓN, 2000, p. 32, tradução nossa)

Assim, se levarmos em conta o domínio afetivo no ensino de Matemática, poderemos propiciar ao indivíduo aprendente condições para desenvolver habilidades para lidar com sua afetividade, de maneira a melhorar de forma significativa sua relação com a aprendizagem.

No entanto, isso não implica que o domínio afetivo seja um coadjuvante no processo de aprendizagem. Segundo Gómez-Chacón (2003, p. 228), o afeto atua como um sistema de representação nos indivíduos. Quando os estudantes estão trabalhando a Matemática, o domínio afetivo não atua como um mero auxiliar da cognição, mas ao contrário, atua de forma central. O domínio afetivo atua como força impulsora da atividade matemática, às vezes inclusive como força de resistência às mudanças. Como exemplo, os afetos relativos à Matemática podem formar um sistema regulador da estrutura de conhecimento do estudante e é dentro desse sistema que o indivíduo vai atuar e pensar. Ou seja, o desempenho do aluno fica atrelado às suas perspectivas matemáticas. Dessa forma, não se pode desprezar o domínio afetivo no processo de aprendizagem de Matemática. Entretanto, nos estudos sobre as

dimensões afetivas no ensino de Matemática, existe uma gama de terminologias para descrever o domínio afetivo que acaba por acarretar uma dificuldade em estabelecer um conceito para esse constructo que seja claro e sem ambiguidades (GÓMEZ-CHACÓN, 2003, p. 228).

A definição mais comumente utilizada é aquela proposta pela taxonomia dos objetivos educacionais da equipe de educadores Krathwohl, Bloom e Masia (1973, apud CABALLERO CARRASCO; CÁRDENAS LIZARAZO; GÓMEZ DEL AMO, 2014, p. 234), para a qual o domínio afetivo inclui atitudes, crenças, apreciações, gostos e preferências, emoções, sentimentos e valores.

Neste trabalho, no entanto, adotaremos a definição clássica de McLeod (1989, apud GÓMEZ-CHACÓN, 2000, p. 22) para domínio afetivo em Educação Matemática, como sendo uma extensa classe de sentimentos e estados de ânimo, geralmente considerados como algo diferente da cognição. Nessa acepção serão considerados como descritores básicos as *atitudes*, as *emoções* e as *crenças*. Essas dimensões do domínio afetivo estão complexamente inter-relacionadas, de forma que cada uma exerce influência sobre as outras.

Caballero Carrasco; Cárdenas Lizarazo; Gómez Del Amo (2014, p. 234) partem dessa definição e, conforme esquematizado na Figura 1 a seguir, propõem uma estrutura dos descritores ou dimensões do domínio afetivo na Matemática e na resolução de problemas matemáticos. A seguir discorreremos a respeito de cada um desses descritores.

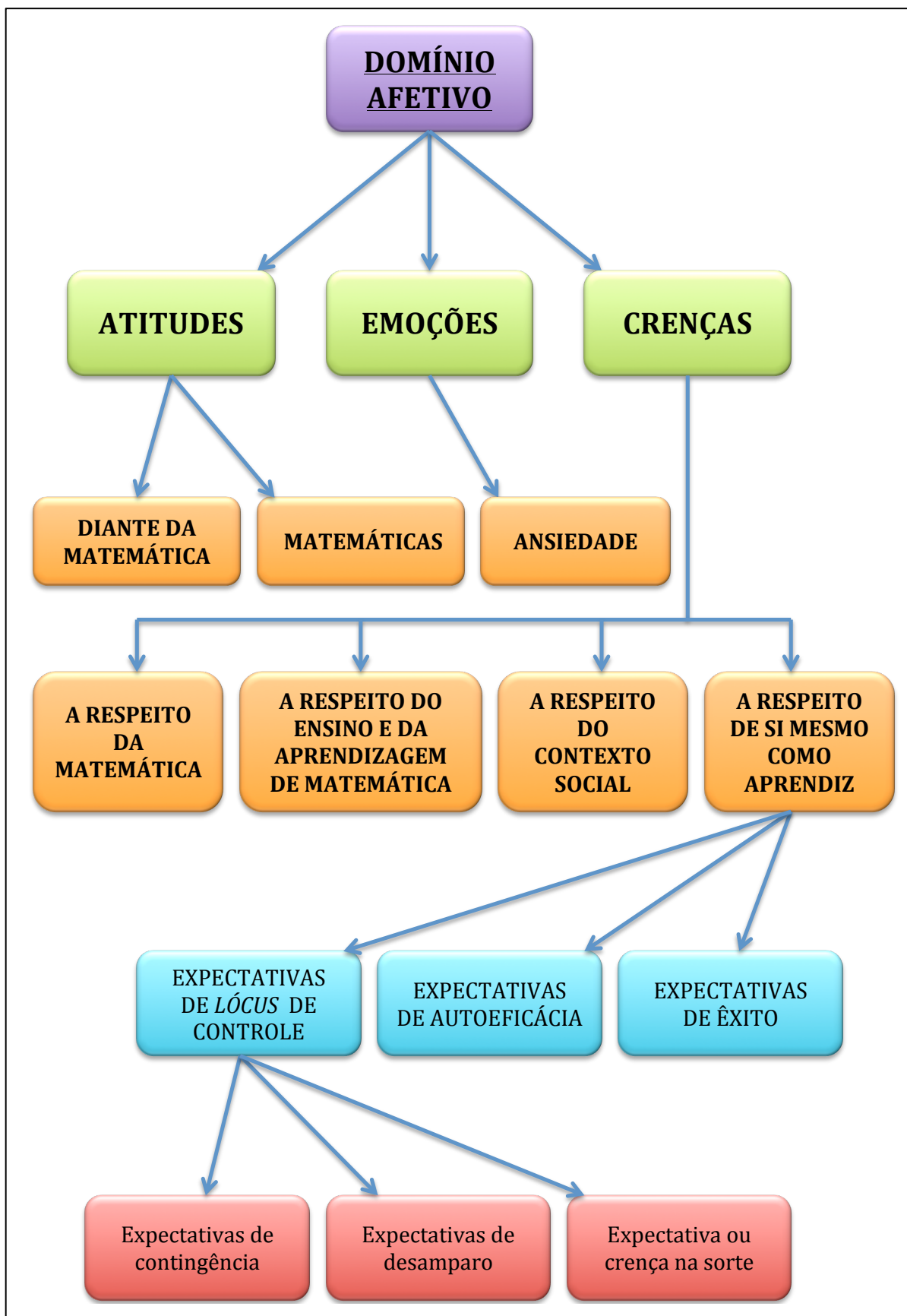
1.1 Atitudes

Tal como acontece com outras dimensões do domínio afetivo, não existe consenso na conceituação desse constructo. Apesar de as definições de atitude apresentarem variações na literatura, geralmente são vistas como respostas aprendidas a uma situação ou objeto (GROOTENBOER; MARSHMAN, 2016, p. 19). É consenso geral, no entanto, que as atitudes impactam e influenciam o comportamento.

Philipp (2007, p. 259, apud GROOTENBOER; MARSHMAN, 2016, p. 19, tradução nossa), após extensiva revisão de literatura, definiu *atitudes* como “modos de agir, sentir ou pensar que mostram a disposição ou opinião de alguém”.

Para Gómez-Chacón (2000, p. 23) as atitudes são predisposições à ação, com componentes avaliativas – ou seja, positivas ou negativas –, de caráter moderado e estável, que determinam as intenções pessoais e influenciam no comportamento.

Figura 1 – Estrutura dos descritores do domínio afetivo



Fonte: Adaptado de Caballero Carrasco; Cárdenas Lizarazo; Gómez Del Amo (2014, p. 236, tradução nossa)

Consistem em três componentes: uma cognitiva, que se manifesta nas crenças subjacentes a essa atitude; uma afetiva, que se manifesta nos sentimentos de aceitação ou rejeição da tarefa ou conteúdo estudado; e uma intencional, ou de tendência para um certo tipo de comportamento.

No caso específico da Matemática, Callejo (1994, apud CABALLERO CARRASCO; CÁRDENAS LIZARAZO; GÓMEZ DEL AMO, 2014, p. 235) apresenta uma classificação diferenciando atitudes matemáticas e atitudes frente à Matemática.

As atitudes matemáticas têm um forte componente cognitivo e englobam o manejo das capacidades cognitivas gerais, tais como flexibilidade e abertura mental, espírito crítico e objetividade, aspectos importantes na resolução de problemas matemáticos. Esta categoria de atitudes vai além de uma disposição positiva ou de um gosto pela Matemática, mas está relacionada à capacidade do sujeito com relação a esses aspectos essenciais.

As atitudes diante da Matemática, no entanto, enfatizam mais a componente afetiva, referindo-se à valorização, ao apreço, ao maior ou menor interesse pela disciplina e por sua aprendizagem, à satisfação, à curiosidade etc. Esta categoria contempla as atitudes diante dos métodos de ensino e está relacionada aos aspectos sociais da Matemática. Caballero Carrasco; Cárdenas Lizarazo; Gómez Del Amo (2014, p. 235) apresentam exemplos de manifestações atitudinais e comportamentais frente à resolução de problemas de Matemática, tais como rejeição, frustração, pessimismo, fatalismo e desistência.

1.2 Emoções

De acordo com Gómez-Chacón (2003, p. 229), as emoções são rápidas mudanças de sentimentos e de forte intensidade. São respostas organizadas para além da fronteira dos sistemas psicológicos, incluindo o fisiológico, cognitivo e motivacional. Nesse sentido, as emoções diante da resolução de problemas implicam ou em sentimentos agradáveis, que mobilizam escassos recursos para seu enfrentamento, como a felicidade, a satisfação, o orgulho etc., ou em sentimentos desagradáveis, que exigem a mobilização de muitos recursos para seu enfrentamento, como o medo, a ansiedade, a tristeza, a raiva, a frustração etc.

Gómez-Chacón (2000, p. 58-62) especifica algumas características do estado emocional do aluno ao resolver problemas na Matemática:

- a) *intensidade e direção*: as influências afetivas em resolução de problemas variam em intensidade e em direção (positiva ou negativa). Por exemplo, a frustração é uma reação intensa e negativa. A satisfação em descobertas repentinas é também

intensa, porém positiva. A constatação de uma aplicação real do conceito aprendido produz uma emoção menos intensa que a frustração;

- b) *duração*: as reações em resolução de problemas são especialmente intensas, porém de duração relativamente curta. As dificuldades se mantêm se as reações são intensas e negativas, com tendência a abandonar o problema para reduzir a intensidade da emoção. Os alunos que perseveram parecem oscilar entre emoções positivas, quando sentem algum progresso, ou emoções negativas, quando sentem um bloqueio;
- c) *nível de consciência*: habitualmente os alunos não são conscientes das emoções que influem no processo de resolução de problemas. Se o aluno se tornar consciente das suas reações emocionais, poderá melhorar sua habilidade para controlar suas respostas e alcançar maior êxito;
- d) *nível de controle*: os estudantes podem sentir maior ou menor dificuldade para controlar algumas emoções. Por exemplo, eles podem ter baixo controle sobre o medo diante de resolução de problemas. Mas, quando percebem que a resolução de problemas envolve interrupções e bloqueios, podem ter maior controle sobre a frustração e serem capazes de não abandonar a resolução. Da mesma forma, os estudantes podem controlar a alegria com a descoberta da solução e, em vez de darem por encerrada a resolução, aprendem a revisar e buscar outras possibilidades de resolução mais elegantes ou alternativas;
- e) *afeto local e afeto global*: o afeto local compreende as reações emocionais ou os estados de mudança de sentimento durante a realização de uma tarefa matemática, no interior de cenários simples (fases de resolução, erros etc.). O afeto global compreende os sistemas de crenças do indivíduo, as representações sociais e o processo de construção da identidade social do sujeito. Em outras palavras, o afeto local é concebido como um sistema dinâmico de mudança de emoções, ao passo que no afeto global se consideram os sentimentos e as atitudes que reforçam as estruturas da crença. Para compreender as relações afetivas dos estudantes com a Matemática é preciso olhá-las em cenários mais complexos (afeto global), que permitem contextualizar as reações emocionais na realidade social que as produz;
- f) *cenários simples e complexos*: admitindo o sentido sociológico do termo, um cenário é composto por tudo que está em jogo, em um local e em um tempo concreto, e faz que os acontecimentos se organizem como tal. Sempre que se repete o mesmo cenário, as pessoas voltam a comportar-se mais ou menos do mesmo

modo, porque a isso se predispõe sua aprendizagem individual e social. Nos cenários complexos se destacam as situações que desencadeiam condutas de resistência e rejeição à aprendizagem, e nelas devem ser consideradas as influências socioculturais e as formas pelas quais são internalizadas, moldando a estrutura da crença no sujeito.

Segundo Monje, Pérez-Tyteca e Castro (2012, apud CABALLERO CARRASCO; CÁRDENAS LIZARAZO; GÓMEZ DEL AMO, 2014, p. 237) a resposta emocional que tem uma influência mais negativa no ensino e aprendizagem de Matemática é a ansiedade, por isso deve ser analisada com maior profundidade. Em relação a esse sentimento, Caballero Carrasco; Cárdenas Lizarazo; Gómez Del Amo (2014, p. 238) afirmam que as primeiras investigações sugeriam que a ansiedade matemática era uma expressão da ansiedade em geral e não um fenômeno distinto. No entanto, as investigações recentes reconhecem que a ansiedade matemática não é apenas mais complexa que a ansiedade em geral, como também mais comum.

Pekrun et al. (2007, apud GROOTENBOER; MARSHMAN, 2016, p. 24) descobriram que as emoções matemáticas negativas, como a ansiedade matemática, levam os estudantes a usarem estratégias de aprendizagem de baixa ordem, como por exemplo memorização e repetição, em detrimento de abordagens de aprendizagem flexíveis e de ordem superior, como por exemplo, resolução de problemas. Além disso, Cates e Rhymer (2003, apud GROOTENBOER; MARSHMAN, 2016, p. 25) observaram que os estudantes ansiosos em Matemática estavam mais propensos a cometerem erros fundamentais em suas atividades matemáticas, limitando assim sua capacidade de se engajar com conceitos matemáticos mais avançados e fazendo com que alcançassem um nível mais baixo do que pares não ansiosos.

1.3 Crenças

As crenças são parte do conhecimento, compostas por elementos afetivos, avaliativos e sociais, com uma forte estabilidade. São, portanto, estruturas cognitivas que permitem ao indivíduo organizar e filtrar as informações recebidas, e que vão construindo sua noção de realidade e sua visão de mundo. As crenças têm um caráter subjetivo, são formadas a partir do conhecimento experiencial da pessoa (CABALLERO CARRASCO; CÁRDENAS LIZARAZO; GÓMEZ DEL AMO, 2014, p. 238) e sua função é organizar a identidade social do indivíduo, permitindo-lhe realizar antecipações e juízos acerca da realidade.

As características do contexto social têm uma forte influência sobre as crenças, pois muitas são adquiridas mediante um processo de transmissão cultural. Nesta pesquisa estamos interessados especificamente nas crenças matemáticas, que são formadas e moldadas através da escolarização. Dessa forma, distinguimos quatro eixos que se relacionam com o objeto da crença no âmbito da Educação Matemática, proposto por McLeod (1992, apud GÓMEZ-CHACÓN, 2000, p. 73), que são:

- a) *crenças a respeito da Matemática*: conduzem a determinados tipos específicos de interesses manifestados pelos alunos. Por exemplo, se o aluno acredita que o pensamento matemático consiste em ser capaz de aplicar regras, fórmulas e procedimentos, ele estará motivado para memorizar regras e fórmulas, e não estará interessado nos aspectos conceituais e nas conexões entre distintos conceitos matemáticos (GAROFALO, 1989, apud GÓMEZ-CHACÓN, 2000, p. 73);
- b) *crenças a respeito do ensino e da aprendizagem de Matemática*: são importantes para a motivação. Quando a situação de ensino não corresponde a essas crenças, produz-se uma forte insatisfação que afeta a motivação do aluno (GÓMEZ-CHACÓN, 2000, p. 74);
- c) *crenças a respeito do contexto social*: configurado pelas expectativas dos estudantes, professores, pais, amigos etc., o contexto social é a imagem social da Matemática, aquela que a sociedade lhe atribui em relação ao status socioeconômico que reporta, ao êxito laboral, à valorização acadêmica, etc. Gil, Blanco e Guerrero (2006, p. 552) acreditam que, em muitas ocasiões, o aluno tem uma imagem estereotipada da Matemática e do ensino de Matemática transmitida pelo seu entorno, que influencia na sua postura ao aprender Matemática. Por exemplo, com frequência, a sociedade se encarrega de promover e divulgar que Matemática é difícil, complicada e destinada apenas aos mais inteligentes;
- d) *crenças a respeito de si mesmo como aprendiz de Matemática*: o enfoque que daremos às derivações deste eixo se apoia nas teorias de aprendizagem que enfatizam o conceito de expectativa. Caballero Carrasco; Cárdenas Lizarazo; Gómez Del Amo (2014, p. 241) adaptaram para a área específica de ensino de Matemática o modelo tridimensional de expectativas de controle de Palenzuela et al. (1997, p. 79). O modelo proposto pelos autores distingue três categorias para as expectativas de controle, que são: expectativas de autoeficácia, expectativas de êxito e expectativas de *locus* de controle, as quais apresentamos a seguir:
 - *expectativas de autoeficácia*: se referem ao julgamento das pessoas a respeito

de suas próprias capacidades (PALENZUELA et al., 1997, p. 79). Da mesma forma, para Caballero Carrasco; Cárdenas Lizarazo; Gómez Del Amo (2014, p. 242) as expectativas de autoeficácia são a crença na própria capacidade para organizar e realizar as ações requeridas para o manejo de situações ou para levar a cabo determinadas tarefas;

- *expectativas de êxito*: referem-se à estimativa subjetiva que uma pessoa faz a respeito do quanto espera atingir de uma meta ou de um resultado desejado (PALENZUELA et al., 1997, p. 79);
- *expectativas de locus de controle*: referem-se ao grau com que o indivíduo acredita controlar sua vida e os acontecimentos que a determinam, seja por forças internas ou externas, isto é, em que medida a pessoa espera que os acontecimentos que têm lugar em sua vida, e os resultados que possam lhe advir, sejam ou não motivados por suas ações, ou em que medida crê na sorte (PALENZUELA et al., 1997, p. 79). Por conseguinte, os autores consideram três subcategorias para essa dimensão, baseadas na teoria trifatorial que distingue sujeitos internos (aqueles que relacionam os acontecimentos com seus próprios atos e, portanto, podem controlar os eventos) de sujeitos externos “outros” (aqueles que acreditam que os acontecimentos dependem de fatores alheios à sua pessoa, pois são controlados por outras mais poderosas que eles) e, por fim, de sujeitos externos (aqueles que acreditam na sorte, no destino e no azar como os principais responsáveis pelos acontecimentos, que por isso não podem ser controlados). As três subcategorias propostas por Palenzuela et al. (1997, p. 82) são:
 - *expectativas de contingência ou internalidade*: representam o grau com que o aluno espera que os acontecimentos na sua vida sejam decorrentes ou dependentes de suas ações. Estamos considerando aqui o termo contingência na sua acepção técnica da análise do comportamento, como a probabilidade de um evento poder ser afetada por outros eventos;
 - *expectativas de desamparo ou não contingência*: representam o grau com que o aluno espera que os acontecimentos ou resultados que se produzem na sua vida não sejam dependentes de suas ações;
 - *expectativa ou crença na sorte*: representam o grau com que o aluno acredita que os acontecimentos na sua vida sejam dependentes da sorte, do

destino, do azar e da casualidade.

Assim, com as descrições das dimensões do domínio afetivo – objeto deste capítulo –, fica evidente que o ensino e a aprendizagem não ocorrem em ambiente isolado e neutro, mas dependem do contexto no qual estão inseridos e do comportamento das pessoas participantes.

A relação que se estabelece entre o afeto – emoções, atitudes e crenças – e a aprendizagem é cíclica. Por um lado, a experiência do estudante ao aprender Matemática provoca nele distintas reações e influi na formação das suas crenças. Por outro, suas crenças têm uma consequência direta em seu comportamento nas situações de aprendizagem e em sua capacidade de aprender (GÓMEZ-CHACÓN, 2000, p. 25).

Dessa forma, em função da sua relação simbiótica, olhar isoladamente para cada dimensão do domínio afetivo, separada das demais, é conveniente, porém artificial, pois isso serve apenas para nos ajudar a entender o fenômeno do aprendizado e assim contribuir para o aperfeiçoamento da Educação Matemática.

Nosso projeto de pesquisa foi construído sob as perspectivas teóricas descritas neste capítulo. A seguir, descreveremos a metodologia utilizada para a pesquisa e a elaboração das aulas da sequência didática.

CAPÍTULO 2 – O PERFIL DA PESQUISA E O PLANEJAMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Este capítulo tem o intuito de apresentar a metodologia da pesquisa, assim como descrever os procedimentos realizados para a coleta de dados que se deu durante a aplicação de uma sequência didática. Entendemos *sequência didática* por uma série de situações estruturadas com o objetivo de possibilitar a aquisição de saberes e planejada para ser realizada no decurso de uma quantidade de aulas prefixada.

Iniciamos o capítulo com o delineamento do perfil da pesquisa. Em continuação, justificamos a escolha do tema da sequência didática, a geometria, e apresentamos um breve resumo das bases teóricas para as condições cognitivas da aprendizagem de geometria que nortearam a elaboração das atividades. Em seguida, justificamos nossa opção em preparar as aulas da sequência didática com base na Teoria das Situações Didáticas e fazemos uma apresentação concisa desse referencial didático. Por fim, descrevemos o planejamento de cada aula e optamos por desenvolver no capítulo seguinte a descrição do desenvolvimento das situações aplicadas nas aulas.

2.1 Abordagem metodológica e procedimentos para a coleta de dados

Na perspectiva de atender ao objetivo e de responder à questão da pesquisa, que requer a observação da dinâmica das relações interpessoais, a abordagem metodológica escolhida foi a pesquisa qualitativa, por meio de estudo transversal durante a aplicação da sequência didática planejada para ser realizada com atividades coletivas, isto é, com os alunos distribuídos em grupos.

A pesquisa foi realizada em uma escola da rede municipal de ensino da cidade de São Paulo. A escola está situada na zona norte da cidade, em bairro próximo ao centro. O grupo estudantil é majoritariamente composto por moradores das adjacências, sobretudo crianças dos conjuntos residenciais populares situados no bairro, incluindo ocupações irregulares.

Os sujeitos da pesquisa foram os alunos de uma das classes de 5º ano do Ensino Fundamental dessa escola. A população da pesquisa está delimitada aos alunos dessa classe de 5º ano indicados para a Recuperação Paralela de Matemática², porém as observações não se deram nas aulas de recuperação, mas sim na sua própria sala de origem, mais heterogênea,

² Consiste em aulas oferecidas no contraturno, de acordo com o “Projeto de Apoio Pedagógico Complementar – Recuperação” (SÃO PAULO, 2014).

no intuito de enriquecer a coleta de dados, com base na hipótese de articulação entre afeto e contexto.

A turma era composta por 21 alunos, sendo 12 meninas e 9 meninos, com idades entre 10 e 11 anos. Dessa turma, 9 estudantes foram indicados para a Recuperação Paralela de Matemática. A turma segue com a mesma professora desde o 1º ano, por opção da própria professora em dar continuidade a seu trabalho. A professora tem pós-doutorado na área da Educação.

Antes da primeira aula, os alunos foram esclarecidos a respeito do teor e do objetivo da pesquisa e solicitados a trazerem assinado pelo responsável o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (Apêndice A). Além disso, submetemos nosso projeto de pesquisa ao Comitê de Ética em Pesquisa da PUC-SP, tendo sido aprovado sob número CAAE: 90581117.8.0000.5482.

A coleta dos dados foi feita por meio de videograções dos grupos e da sala de aula durante a aplicação da sequência didática, pois consideramos esse recurso mais adequado à coleta simultânea em vários grupos. Mais importante que isso, no entanto, é a possibilidade que as videograções apresentam de se registrar a linguagem de comunicação da dimensão emocional, como gestos corporais, expressões ou palavras, pois a dimensão emocional se manifesta nas interações (GÓMEZ-CHACÓN, 2003, p. 228).

Outro aspecto importante do uso do vídeo em pesquisas, citado por Pinheiro, Kakehashi e Angelo (2005, apud GARCEZ; DUARTE; EISENBERG, 2011, p. 253) é observar contradições entre discurso e comportamento, que consideramos um aspecto essencial na pesquisa do domínio afetivo. Com base nisso, as unidades de análise foram constituídas por fragmentos das videograções, que denominamos *episódios emocionais*, já que o intuito era considerar as reações emocionais e analisar os dados a partir do contexto no qual foram produzidos. Os episódios emocionais são extratos de acontecimentos na sala de aula, durante a aplicação da sequência didática, nos quais procurou-se identificar a emergência de dimensões do domínio afetivo. Os dados para a pesquisa foram extraídos também das produções dos alunos durante a aplicação da sequência didática, a qual foi elaborada para ser desenvolvida em cinco aulas, sendo uma por semana, na sala de aula original da turma, no horário normal das aulas, sem limite de tempo.

No início de cada aula, antes da entrada dos alunos, as carteiras da sala foram organizadas pela pesquisadora para a constituição dos grupos. Cada grupo foi identificado por uma figura para facilitar a distribuição dos alunos. Duas câmeras de vídeo foram instaladas em tripés, cada uma focalizando uma parte da sala, abrangendo todos os grupos, e

permaneceram fixas durante o desenvolvimento de cada aula. Um gravador de áudio também foi instalado, fixo, na região central da sala.

O planejamento e a elaboração da sequência didática foram feitos pela própria pesquisadora, com base nos conteúdos específicos do plano anual estabelecido para esse 5º ano escolhido para participar da coleta de dados. A aplicação da sequência didática também foi efetuada pela própria pesquisadora, que contou com a presença da professora da turma.

Ressaltamos que, para responder à questão da pesquisa a respeito das dimensões do domínio afetivo, os conteúdos da sequência didática poderiam ter sido escolhidos aleatoriamente, desde que respeitados os conhecimentos prévios dos alunos e que fosse garantida a pertinência do conteúdo ao programa anual respectivo das turmas de 5º ano daquela unidade escolar.

Considerando que a coleta de dados da pesquisa foi realizada no horário normal de aula dos alunos, durante a aplicação da sequência didática, por uma questão ética tivemos uma grande preocupação com o aproveitamento do conteúdo, embora esse não fosse o objetivo da pesquisa.

Elegemos a geometria como tema privilegiado, pois, segundo Duval (2016, p. 13), a geometria é um campo de conhecimento que exige dos estudantes a mais completa atividade cognitiva, já que apela indissociavelmente ao olhar, ao movimento no ato de construir e à linguagem para argumentar. Para a elaboração da sequência didática consideramos a proposta de Duval para a visualização geométrica de figuras e sua Teoria de Registros de Representação Semiótica. A seguir, apresentamos uma breve descrição dos aspectos básicos da teoria e da proposta do autor.

2.2 Condições cognitivas da aprendizagem de geometria

Segundo Duval (2016, p. 13), a coordenação entre visualização e linguagem deve ser considerada um objetivo de ensino da geometria tão essencial quanto os próprios conteúdos matemáticos. O autor distingue quatro maneiras de ver figuras, que correspondem a quatro entradas distintas para a visualização, presentes nas atividades geométricas propostas a estudantes, que são: *botânico*, *agrimensor*, *construtor* e *artesão* (DUVAL, 2016, p. 16).

O *botânico* trata de reconhecer e nomear as formas elementares, por observação das suas diferenças e semelhanças. As propriedades observadas são atributos visuais de contorno. Apesar de ser usada para distinção de formas euclidianas, esta entrada não é exclusiva ou característica de uma atividade geométrica.

O *agrimensor* trata de medir e fazer correspondência entre o que se vê no terreno e o que está desenhado no papel. Privilegia aspectos como mudança de escala, seleção de objetos e pontos de referência, que nem sempre são pertinentes para a representação geométrica.

O *construtor* trata da construção mediante instrumentos. É a entrada necessária, pois não é possível realizar uma construção aceitável sem levar em conta as propriedades geométricas. É através da utilização de um instrumento que os estudantes podem realmente perceber que as propriedades geométricas não são apenas características perceptivas.

O *artesão*, inventor, trata de adicionar traçados suplementares a uma figura de partida, a fim de promover uma reorganização visual e fazer surgir outra figura de acordo com o enunciado do problema.

O funcionamento cognitivo implicado em cada uma dessas quatro maneiras de ver não é o mesmo (DUVAL, 2016, p. 19), porém cada maneira de ver induz um tipo particular e limitado de compreensão. Para as duas primeiras, a maneira de ver se faz mediante o mecanismo de iconicidade. Na visualização icônica, a figura se parece ao perfil de um objeto real e segue sendo um objeto independentemente das operações que se realizem sobre ela. Para as duas últimas, ao contrário, a maneira de ver requer a neutralização desse mecanismo de iconicidade. Na visualização não icônica, a figura é uma configuração contextualmente destacada de uma rede ou de uma organização mais completa. Passar da visualização icônica, que é comum a todos os campos de conhecimento, para a visualização não icônica, que é específica da Matemática, exige uma mudança completa do funcionamento cognitivo do ato de ver.

A visualização icônica se torna um obstáculo para o desenvolvimento do que deveria ser um gesto reflexo do fazer geometria, qual seja, decompor toda forma que se reconhece em qualquer figura de partida, em uma configuração de outras unidades figurais de mesmo número de dimensões ou de um número inferior (DUVAL, 2016, p. 23). Para a visualização icônica, uma forma é antes de tudo um perfil, e seu reconhecimento está focado sobre o contorno, isto é, todas as propriedades que não estão diretamente relacionadas ao contorno são menos facilmente mobilizadas.

Para Duval (2016, p. 28), a maneira matemática de ver as figuras consiste em decompor qualquer forma reconhecida como $\frac{nD}{2D}$ (aqui o denominador corresponde ao espaço no qual se produzem as representações) em unidades figurais de um número de dimensões inferior ao desta forma. Por exemplo, a figura de um cubo $\left(\frac{3D}{2D}\right)$ se decompõe em uma configuração de quadrados (unidades figurais $\frac{2D}{2D}$). É a chamada *desconstrução dimensional*

da forma. Dessa maneira, o autor considera que o processo central da visualização geométrica recai na desconstrução dimensional das formas, sendo esta a única requerida para compreender as diferentes maneiras de se utilizar a linguagem natural em geometria: nas definições, no enunciado de propriedades, na dedução de outras propriedades etc.

Para a elaboração das atividades da sequência didática desta pesquisa utilizamos o conceito de desconstrução dimensional de Duval que acabamos de descrever. Com o mesmo objetivo, utilizamos também a Teoria de Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2012), que apresentaremos brevemente a seguir.

As representações semióticas desempenham um papel fundamental na atividade matemática, visto que, diferentemente dos objetos comumente tidos como “reais”, os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis à percepção, e sua apreensão pode ser apenas conceitual. Segundo Duval (2012, p. 268), “é somente por meio de representações semióticas que a atividade sobre objetos matemáticos se torna possível”. Dessa forma, se o acesso ao objeto se dá apenas pela representação semiótica, é quase inevitável não confundir o objeto matemático com sua representação semiótica, o que se constitui em um paradoxo cognitivo do pensamento matemático.

O autor afirma que em geral as representações semióticas são consideradas secundárias, “como um simples meio de exteriorização de representações mentais para fins de comunicação, quer dizer, para torná-las visíveis ou acessíveis a outrem” (DUVAL, 2012, p. 269). No entanto, para o autor, este ponto de vista é enganoso, pois “as representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento”. Dessa forma, as representações semióticas são imprescindíveis ao desenvolvimento das representações mentais, pois estas dependem da interiorização das representações semióticas.

Chama-se *semiose* a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e *noesis* a apreensão conceitual de um objeto. Duval (2012, p. 270) afirma que o paradoxo cognitivo do pensamento matemático e as dificuldades que se apresentam para sua aprendizagem se dão pelo fato de que não há *noesis* sem *semiose*. No entanto, para a apreensão conceitual de um objeto, é fundamental a coordenação de mais de um registro de representação semiótica. Ainda segundo Duval (2012, p. 270), “o recurso a muitos registros parece mesmo uma condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que possam também ser reconhecidos em cada uma de suas representações”. Com essas duas condições, uma representação funciona verdadeiramente como representação, ou seja, dá acesso ao objeto representado.

Para que um sistema semiótico possa ser um registro de representação, deve permitir as três atividades cognitivas fundamentais ligadas à semiose, quais sejam: a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão.

Podemos comparar a *formação de uma representação identificável* com a realização de uma tarefa de descrição, por exemplo, pela enunciação de uma frase, por um desenho de uma figura geométrica, pela elaboração de um esquema, pela expressão de uma fórmula etc. (DUVAL, 2012, p. 271). Essa formação deve respeitar regras, cuja função é assegurar as condições de identificação e de reconhecimento da representação, como também a possibilidade de sua utilização para tratamentos. Essas regras já estão preestabelecidas, ou seja, são regras de conformidade, não sendo competência do sujeito criá-las.

O *tratamento* de uma representação é sua transformação no mesmo registro em que ela foi formada, ou seja, é uma transformação interna a um registro (DUVAL, 2012, p. 272). Alguns tratamentos não se reduzem a algoritmos, como, por exemplo, a reconfiguração – decomposição de uma figura em unidades figurais de mesmo número de dimensões –, que é um tipo de tratamento particular para as figuras geométricas.

A *conversão*, por sua vez, é uma atividade cognitiva diferente e independente do tratamento. Conversão de uma representação é sua transformação em outra representação e em outro registro, conservando a totalidade ou uma parte do objeto matemático representado.

Segundo Duval (2012, p. 277), das três atividades cognitivas ligadas à semiose, apenas a formação e o tratamento são levados em conta no ensino. Isso ocorre porque geralmente se considera que a conversão das representações acontece por si mesma, ao mesmo tempo que não tem nenhuma importância real para a compreensão dos objetos representados. O autor considera, no entanto, que a diversidade de registros de representação pode, em primeiro lugar, favorecer a troca de registro no intuito da busca de um tratamento de forma mais econômica. Em segundo lugar, pode favorecer a compreensão da totalidade do objeto, visto que um registro pode apresentar limitações representativas específicas. Por fim, a terceira e mais fundamental consideração: a conceitualização do objeto implica em uma coordenação de registros que nada tem de espontânea, daí a importância de o professor trabalhar com o objeto em diversas representações para a construção do conhecimento pelo sujeito aprendente.

Após termos esboçado a base teórica para a aprendizagem do conteúdo matemático das atividades de geometria da sequência didática, passamos agora à definição da estratégia de abordagem desse conteúdo. Para atingirmos o objetivo desta pesquisa, que é dependente das relações interpessoais, procuramos utilizar uma dinâmica na qual os alunos fossem convidados a construir os saberes com mais autonomia, sem a interferência direta (ou com

intervenção mínima) do professor, neste caso a própria pesquisadora, e com o requisito das interações entre os alunos, de maneira a incrementar a coleta de dados.

Com esse intuito, na elaboração e na aplicação da sequência didática da pesquisa utilizamos a Teoria das Situações Didáticas, modelo teórico desenvolvido na França por Guy Brousseau (1986, apud ALMOULOU, 2017, p. 14), por considerarmos que uma atividade de ensino construída com base nessa teoria atende à dinâmica pretendida para obtenção dos dados. Segundo Almouloud (2017, p. 14) a Teoria das Situações Didáticas traz uma ruptura epistemológica da visão clássica sobre o saber matemático, pois ressalta a importância da dimensão social e da dimensão histórica na aquisição dos conhecimentos. Além disso, a teoria promulga que a aquisição do saber matemático deriva de um processo de adaptação do sujeito às situações que o professor propõe e nas quais as interações entre os alunos têm um papel essencial.

A seguir faremos uma breve apresentação da teoria que embasou a construção da dinâmica das aulas.

2.3 A Teoria das Situações Didáticas na aprendizagem de Matemática

A Teoria das Situações Didáticas, abreviada para TSD, representou um importante marco na pesquisa sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática:

Trata-se de um referencial para uma educação matemática que, por um lado, valoriza os conhecimentos mobilizados pelo aluno e seu envolvimento na construção do saber matemático e, por outro, valoriza o trabalho do professor, que consiste, fundamentalmente, em criar condições suficientes para que o aluno se aproprie de conteúdos matemáticos específicos. (FREITAS, 2015, p. 78)

Quando o professor tem a intenção de abordar um determinado tema ou direcionar a construção de um saber, normalmente faz uso de “meios” que na TSD são considerados no sentido mais amplo do âmbito psicossocial, e para sua designação foi preservada a versão original francesa *milieu*. Segundo Almouloud (2014, p. 32), a TSD apoia-se em três hipóteses: a primeira pressupõe que o aluno aprende por adaptação a um *milieu* que seja fator de dificuldades, de conflitos e contradições, que provoque mudanças visando desestabilizar o sistema didático; a segunda hipótese presume que o *milieu* desprovido de intenções didáticas não é suficiente para permitir a aprendizagem, ou seja, é imprescindível haver intencionalidade didática no *milieu*; por fim, a terceira hipótese afirma que o *milieu* e as

situações devem comprometer-se fortemente com os saberes matemáticos envolvidos nos processos de ensino e aprendizagem.

As situações didáticas são regidas pelo chamado contrato didático, um conjunto de obrigações recíprocas envolvendo alunos, professores e um conteúdo. O conceito de contrato didático foi introduzido no mundo da pesquisa em Didática da Matemática também por Brousseau a partir dos anos de 1970 e revelou-se imediatamente frutífero (D'AMORE, 2007, p. 99). O contrato didático pode ser pensado como um conjunto de regras exclusivas e específicas dos processos de ensino e de aprendizagem dos conhecimentos matemáticos, com cláusulas próprias, na maioria das vezes não explícitas, que organizam as relações no interior da classe nas aulas de Matemática.

As cláusulas do contrato didático são representadas por expectativas, não devidas a acordos explícitos. Os “hábitos ‘específicos’ do professor esperados pelos alunos e os comportamentos dos alunos esperados pelo docente constituem o contrato didático” (D'AMORE, 2007, p. 101). O contrato didático, por ser tácito, advém das concepções presentes no universo escolar. Dessa forma, suas cláusulas, por serem implícitas, parecem óbvias apesar de coercitivas e, tomadas como naturais, passam despercebidas. O contrato didático somente se manifesta quando é transgredido por uma das partes, isto é, são as rupturas no contrato didático que colocam de manifesto suas cláusulas implícitas e dessa forma é possível delinear o que antes era oculto e imperceptível. Os estudos sobre o contrato didático, realizados praticamente em todo o mundo, ajudam a desvendar a epistemologia da aprendizagem matemática.

Para o aluno, o significado do saber matemático será fortemente influenciado pela forma didática pela qual o conteúdo lhe é apresentado. O envolvimento do aluno dependerá da estruturação das diferentes atividades de aprendizagem ao longo de uma situação didática. Segundo Brousseau (1986, apud FREITAS, 2015, p. 80), “[...] o trabalho do aluno deveria, pelo menos em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes”. É evidente que não se trata de tentar reproduzir de forma simplória o ambiente científico da produção do saber, pois os trabalhos do pesquisador, do professor e do aluno são de naturezas diferentes. A linguagem utilizada para divulgar o resultado de uma pesquisa é despersonalizada, descontextualizada e destemporalizada (FREITAS, 2015, p. 82) e o papel do professor é justamente recontextualizar, repersonalizar e temporalizar. Para isso, ele deve promover um ambiente que permita aos alunos vivenciarem momentos de investigação em sala de aula, para que possam refazer alguns passos dados pelo cientista.

Isto posto, o professor deve efetuar a *devolução* de um bom problema. O significado da *devolução* é o da transferência de responsabilidade na resolução do problema. Na devolução, o professor procura agir de tal forma que o aluno acabe por tomar para si essa responsabilidade e aceita participar desse desafio intelectual (FREITAS, 2015, p. 83). Na devolução, quando os alunos se apropriam da situação e trabalham de forma independente, não sofrendo nenhum tipo de controle direto do professor, fica caracterizada uma *situação adidática*. Nesse momento, a atuação do aluno é como a de um pesquisador. Existe uma intenção didática na situação adidática e por isso ela não pode ser confundida com uma situação não-didática (na qual não existe intenção didática): “As situações adidáticas representam os momentos mais importantes da aprendizagem, pois o sucesso do aluno nelas significa que ele, por seu próprio mérito, conseguiu sintetizar algum conhecimento” (FREITAS, 2015, p. 86).

Brousseau desenvolveu uma tipologia de situações didáticas analisando as principais atividades específicas da aprendizagem da Matemática (FREITAS, 2015, p. 95), descritas a seguir.

Em uma *situação adidática de ação*, o aluno realiza determinadas ações mais imediatas, que resultam na produção de um conhecimento mais operacional. É o caso em que o aluno fornece uma solução, mas muitas vezes não apresenta nenhum argumento de natureza teórica. Em uma situação de ação, há sempre o predomínio quase que exclusivo do aspecto experimental do conhecimento.

Em uma *situação adidática de formulação*, o aluno utiliza informações teóricas de uma forma mais elaborada, mas o saber não tem uma função de justificação nem existe a intenção de julgamento sobre validade.

A *situação adidática de validação* é indissociável da de formulação. Naquela, que está relacionada ao plano da racionalidade, o aluno já utiliza mecanismos de prova. O processo de validação pode resultar na produção de uma explicação teórica.

A *situação didática de institucionalização* visa estabelecer o caráter de universalidade do conhecimento. É caracterizada pela sistematização em linguagem matemática mais formalizada, em um momento de socialização dos resultados entre professor e alunos de forma a conferir-lhe uma validade cultural, não mais dependente dos aspectos subjetivos e particulares.

É provável que essas categorias de situações se entrelacem, podendo não existir uma separação nítida entre elas.

A TSD tem sido utilizada por vários pesquisadores e pode, portanto, sofrer

adequações. Brousseau (1998, apud FREITAS, 2015, p. 79) declara que a cooperação entre pesquisadores pode levar a interpretações e usos diferentes e eventualmente divergentes.

Recentemente, Gontijo, Silva e Carvalho (2012, apud MARANHÃO; MANRIQUE, 2014, p. 432) fazem uma aproximação entre a TSD, de Guy Brousseau, e a Perspectiva de Sistemas, de Mihaly Csikszentmihalyi, para identificar elementos que podem ser agregados aos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática. Segundo os autores, Csikszentmihalyi criou um modelo para o estudo da criatividade em diferentes áreas, mas que, se articulado com a TSD, poderá favorecer o desenvolvimento de práticas pedagógicas com potencial criativo no ensino e aprendizagem da Matemática. Gontijo, Silva e Carvalho (2012, apud MARANHÃO; MANRIQUE, 2014, p. 436) afirmam que “as duas teorias juntas permitem compreender de maneira mais ampla o envolvimento dos indivíduos na atividade matemática e, conseqüentemente, o processo criativo”. As duas teorias se articulam pela participação ativa dos alunos no desenvolvimento das situações propostas:

Podemos concordar, também, com a consideração de que, ainda que o trabalho do aluno não seja semelhante ao trabalho do matemático, para que haja a emergência da criatividade é preciso estimular o aluno a redescobrir os conceitos, a reconstruir procedimentos, a expressar-se livremente, a argumentar, a comunicar suas ideias e trocá-las com seus colegas e com os professores. Os autores dizem ainda que, para tal, é preciso que o aluno seja estimulado a resolver problemas que tenham significado para ele e que, de alguma forma, se aproximem do trabalho realizado por matemáticos: para isso acontecer, o contrato didático que rege as relações entre estudantes, professores e saber escolar precisa garantir a efetiva ação do estudante. (MARANHÃO; MANRIQUE, 2014, p. 435)

Além de favorecer a aprendizagem e a construção do conhecimento, a participação ativa do aluno, na perspectiva da criatividade, “pode gerar novos procedimentos para a resolução de problemas, estratégias alternativas para algoritmos e atitudes favoráveis ao próprio desenvolvimento matemático” (MARANHÃO; MANRIQUE, 2014, p. 435).

A seguir, apresentamos o planejamento da sequência didática, que foi elaborado com base na TSD, na perspectiva da criatividade, abordando a geometria, com foco na observação das interações entre os alunos.

2.4 O planejamento da sequência didática

O processo de aprendizagem depende de diversas variáveis. Nesse âmbito, a palavra *variável* designa aquilo que pode variar nas situações de ensino e de aprendizagem e conduzir

a resultados específicos. Nem sempre os valores das variáveis dependem da escolha do professor, como, por exemplo, as variáveis de contexto. Dessa forma, chamamos de *variável didática* aquela que está à disposição do professor e que determina a situação didática. Segundo Almouloud,

[...] uma variável didática de um problema ou situação é uma variável cujos valores podem ser alterados pelo professor e cujas modificações podem provocar sensivelmente o comportamento dos alunos em termos de aprendizagem, assim como provocar procedimentos ou tipos de resposta distintos. (ALMOULOUD, 2016, p. 121)

Variáveis didáticas potenciais são variáveis “que permitem provocar perturbações máximas nas transformações dos comportamentos dos alunos em termos de estratégias de resolução da situação proposta e na apropriação de forma significativa de conhecimentos/saberes visados” (ALMOULOUD, 2016, p. 123). Podemos distinguir as variáveis potenciais em macrodidáticas e microdidáticas, que especificamos a seguir.

Uma variável macrodidática ou global é aquela relativa à organização integral da sequência didática, ou seja, aquela utilizada em todas as fases. Nesta pesquisa, a escolha da Teoria das Situações Didáticas foi uma variável global, com a finalidade de determinar uma maneira específica de atuação e estimular os alunos a elaborarem argumentos e demonstrações. Outra variável global foi a distribuição dos alunos em grupos, pois isso proporciona um ambiente de colaboração e interação entre eles. A utilização de material didático manipulável também foi uma variável global escolhida para facilitar a apreensão conceitual dos objetos e tornar as aulas mais dinâmicas.

Uma variável microdidática ou local é aquela relativa à organização de uma aula ou de uma fase da sequência didática. A seguir faremos a descrição das aulas da sequência didática desta pesquisa, destacando as variáveis locais e fazendo as análises *a priori*, importantes para a identificação e a compreensão dos fatos observados.

A sequência inicia com a primeira aula abordando o conceito de regiões planas. Esse conhecimento será útil para a compreensão de poliedro, assunto abordado na segunda aula. Em seguida, na terceira aula, a planificação da superfície dos poliedros permite maior clareza na identificação de suas propriedades. A visualização da planificação, por sua vez, irá facilitar o desenvolvimento da quarta aula, que tratará da medida da área da superfície externa de objetos com faces planas. Por fim, com base nos conhecimentos construídos nessas quatro aulas, apresentamos um problema de aplicação prática proposto na quinta e última aula. Os

materiais necessários para a execução das atividades foram elaborados e fornecidos pela pesquisadora.

Dando continuidade à descrição do planejamento, apresentamos detalhadamente as propostas para cada aula da sequência didática.

2.4.1 Aula 1 – Regiões Planas

O objetivo desta aula é levar os alunos e alunas a se familiarizarem com a identificação de regiões planas. Essa habilidade será importante para a aula seguinte que tratará de poliedros. Para atingirmos nosso objetivo, faremos uso do Problema das Quatro Cores na dinâmica com os grupos. A história do Problema das Quatro Cores começou em 1852, quando Francis Guthrie tentava colorir os vários distritos do mapa da Inglaterra de tal modo que dois distritos vizinhos não tivessem a mesma cor. Depois de refletir sobre o problema, conjecturou que qualquer mapa poderia ser colorido com apenas quatro cores. Apesar de ser um problema matemático de formulação muito simples, apresenta grande complexidade de demonstração. Somente em 1976 se conseguiu provar que realmente a conjectura estava certa, chegando-se ao chamado Teorema das Quatro Cores. A demonstração incluía mais de mil horas do uso de computadores de alta velocidade, demasiado longa para ser verificada à mão. Muitos foram os matemáticos que contribuíram para esse desfecho, mas a validade da demonstração é polêmica, embora aceita na generalidade da comunidade matemática (SOUSA, 2001).

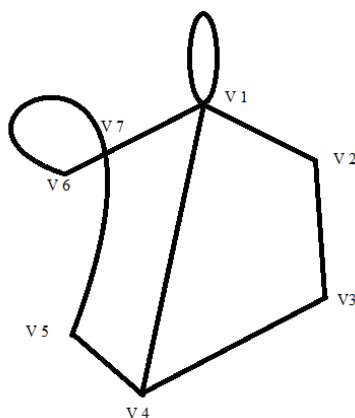
Na proposta didática desta aula, o teorema será usado de maneira ilustrativa, sem preocupação formal, como um recurso para que os alunos se familiarizem com a identificação de regiões planas. Não trabalharemos com mapas reais, mas com figuras contendo regiões planas para serem coloridas pelos alunos. Essas figuras se enquadram no conceito de grafo. Segundo Sousa (2001, p. 137), “um grafo é constituído por um conjunto finito de vértices e um conjunto finito de arcos (ou arestas) que ligam pares de vértices”. Um grafo planar é um grafo que pode ser desenhado no plano de forma que os arcos não se intersectem, a não ser nos vértices (SOUSA, 2001, p. 139).

A Figura 2, por exemplo, está representando um grafo planar com sete vértices e dez arestas. Pode-se observar que se V7 não fosse um vértice, o grafo não seria planar.

Todas as figuras utilizadas na Aula 1 da sequência didática são grafos planares. Para esta aula, uma variável microdidática utilizada foi a proposta de um desafio, que consiste em colorir as figuras satisfazendo simultaneamente as seguintes condições: regiões vizinhas não

podem ser coloridas com mesma cor e deve-se utilizar o menor número de cores possível.

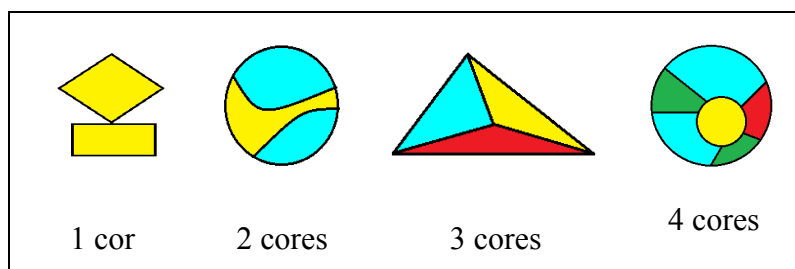
Figura 2 – Um grafo planar



Fonte: Produção nossa

Os alunos receberão a proposta do desafio (Apêndice C) impressa. Na proposta são apresentadas figuras, exemplificando regiões planas vizinhas e não vizinhas. São apresentados também, conforme a Figura 3, quatro exemplos de grafos que podem ser coloridos ou com uma cor apenas, ou com duas cores, ou com três cores ou, finalmente, com no máximo quatro cores, quando satisfeitas as duas condições.

Figura 3 – Exemplos de figuras planas coloridas conforme o desafio



Fonte: Produção nossa

Após serem esclarecidas as condições impostas pelo desafio para colorir uma figura, cada grupo receberá 20 cartelas com grafos diferentes (Apêndice D), que serão divididos entre os integrantes do grupo e por eles mesmos.

O teorema não será enunciado aos alunos antes da fase de institucionalização. Essa variável microdidática permite aos alunos constatarem empiricamente que não será preciso mais do que quatro cores para colorir qualquer figura proposta pelo desafio.

Na análise *a priori*, observa-se que não é imediato formular um procedimento para colorir um dado grafo com o menor número de cores possível. De início, a primeira área escolhida pelo aluno poderá ser pintada com qualquer cor. No entanto, a continuação exige

planejamento, com a previsão da melhor ordem de uso das cores, para evitar que duas regiões vizinhas fiquem com a mesma cor ou que se utilizem mais cores do que o máximo necessário.

Algumas figuras utilizadas foram sugestivas de objetos reais. A escolha desses grafos para a atividade foi outra variável microdidática com o objetivo de favorecer a visualização não icônica, já que, para colorir respeitando as condições do desafio, será preciso neutralizar a maneira icônica de ver a figura e atentar separadamente para as regiões planas que a constituem.

Após a tarefa de colorir os grafos e contar quantas cores foram utilizadas em cada um, será feita a institucionalização das soluções com a classe, de maneira que os alunos possam justificar suas escolhas e constatar se de fato satisfizeram as duas condições propostas no desafio. Nesse momento, os alunos deverão concluir que, independentemente das cores escolhidas, que poderão ser as de sua preferência, o número de cores utilizadas para satisfazer as duas condições do desafio é fixo e depende apenas do grafo. Será então apresentado o Teorema das Quatro Cores, situado historicamente.

Ao final, os grupos receberão as mesmas cartelas com as figuras (Apêndice E), que não estarão coloridas, mas que trarão a resposta do número de cores necessárias para serem coloridas de acordo com o desafio, e os alunos terão a liberdade de, em classe ou em casa, tentarem colorir as figuras utilizando o número máximo de cores apresentado na solução, caso não tenham conseguido antes.

Nesta aula espera-se que os alunos se familiarizem com a visualização de figuras compostas por regiões planas, pois essa habilidade será útil na realização das atividades seguintes da sequência didática.

2.4.2 Aula 2 – Poliedros

O objetivo desta aula é identificar três elementos dos poliedros, quais sejam, vértice, aresta e face, que serão necessários no desenvolvimento das aulas seguintes. Para o planejamento desta aula utilizamos os conceitos de polígono e poliedro, além do Teorema de Euler, descritos a seguir.

Chama-se polígono a região de um plano delimitada por um número finito de segmentos de reta, que atendem às seguintes condições: cada uma das extremidades de qualquer um dos segmentos é também extremidade de outro segmento; dois segmentos consecutivos quaisquer nunca são colineares; dois segmentos não consecutivos quaisquer nunca se interceptam.

Chama-se poliedro a região do espaço delimitada por um número finito de polígonos que atende às seguintes condições: qualquer lado de um polígono é lado de exatamente dois polígonos; dois polígonos que possuem um lado em comum jamais são coplanares; a intersecção de dois polígonos pode ser um ponto, um segmento de reta ou vazio.

Os polígonos que formam a superfície do poliedro são chamados de faces. Os lados dos polígonos são chamados de arestas; o encontro de arestas é chamado de vértice (SILVA, 2014, p. 19).

Um plano divide o espaço em dois semiespaços. Poliedros convexos são aqueles para os quais, fixado o plano que contém uma face, as demais faces estarão num mesmo semiespaço. Caso contrário, os poliedros são não convexos.

Para todo poliedro convexo tem-se que $V - A + F = 2$, onde V é o número de vértices, A o número de arestas e F o número de faces do poliedro. Esse enunciado é chamado de Teorema de Euler e os poliedros que atendem a esse teorema são chamados de eulerianos. Todo poliedro convexo é euleriano, mas nem todo poliedro euleriano é convexo (SILVA, 2014, p. 20).

Denominaremos *modelo de poliedro* o objeto com a forma de poliedro construído com papel cartão, visto ser o poliedro propriamente dito um sólido geométrico, constituído pela região do espaço que o delimita. Dessa forma, chamar de poliedro um objeto semelhante a uma “caixa” se constitui um erro conceitual que pode dificultar a compreensão dos alunos a respeito dos sólidos geométricos.

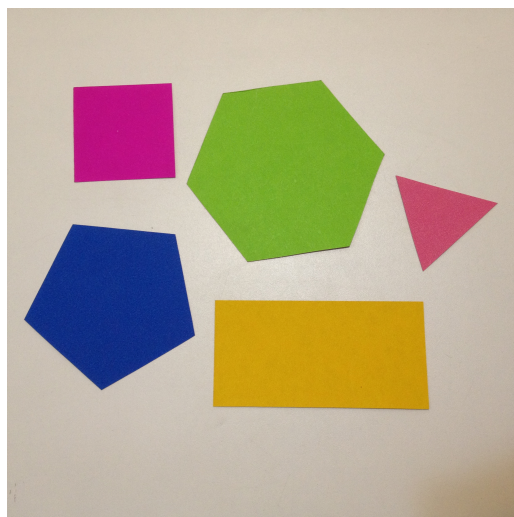
Nesta aula, os alunos deverão construir um modelo de poliedro utilizando fita adesiva e polígonos recortados em papel cartão. Para isso, consideramos desprezível a espessura do papel cartão utilizado, de maneira a poder considerar a figura recortada como um polígono de fato, com duas dimensões apenas. Essa aproximação é fundamental para possibilitar a manipulação das formas.

Os alunos receberão a proposta de atividade (Apêndice F), que contém a apresentação dos elementos dos poliedros e diversas figuras de poliedros para exemplificação. Em seguida, serão disponibilizados aos alunos os seguintes polígonos regulares recortados em papel cartão de diversas cores: triângulo, quadrado, retângulo, pentágono e hexágono, conforme exemplificado na Figura 4 a seguir.

Os lados dos polígonos foram propositalmente traçados com 6 cm, de forma a facilitar a construção dos modelos de poliedros e possibilitar a diversificação das construções, devido à possibilidade de se combinarem os lados de quaisquer polígonos entre si para formar uma aresta. A utilização de polígonos regulares é uma variável microdidática que, apesar de limitar

a diversidade de construções de modelos de poliedros, facilita e agiliza a atividade. De qualquer maneira, os alunos estarão livres para recortar outras formas que desejarem para a construção do seu modelo de poliedro, como também poderão construir qualquer modelo de poliedro, não necessariamente aqueles exemplificados na folha.

Figura 4 – Polígonos recortados em papel cartão



Fonte: Produção nossa

Após a construção do modelo, cada aluna ou aluno deverá desenhar seu poliedro no espaço reservado na folha. Em seguida, deverão fazer a representação do poliedro através de seus elementos. Para isso, deverão contar o número de faces, de arestas e de vértices do seu modelo de poliedro e registrar os valores no espaço da folha reservado a isso.

Na análise *a priori* observa-se que a utilização da fita adesiva e dos polígonos recortados em papel cartão é uma variável microdidática que permite a construção de modelos de poliedros sem tomar como ponto de partida a planificação de sua superfície, já que nosso interesse é o inverso disso. Ademais, a utilização da fita adesiva na junção dos lados facilita a percepção do conceito de aresta do poliedro. Desenhar o modelo de poliedro construído é uma atividade cognitiva, ligada à semiose, de formação de uma representação identificável, no caso uma representação figural. A representação do poliedro através de seus elementos é uma atividade cognitiva de conversão, pois está havendo a transformação da representação em outra representação em outro registro. Enfim, essa atividade contribui para que os alunos sejam capazes de distinguir as partes ou os elementos das figuras geométricas e reconhecer que são dotadas de propriedades matemáticas.

Na fase de institucionalização, cada aluno deverá apresentar seu modelo para a classe e registrar na lousa o número de faces, arestas e vértices em uma tabela coletiva. Esses dados

serão utilizados para a verificação do Teorema de Euler, que será apresentado em seguida, sem preocupação formal.

Será feita uma exposição das construções. Para isso os modelos de poliedros construídos serão colados em base de papel cartão (Apêndice G) com o nome do aluno ou da aluna e com a informação do número de faces, arestas e vértices.

Esses mesmos modelos serão usados na aula seguinte, na atividade de planificação da superfície dos poliedros.

2.4.3 Aula 3 – Planificação das superfícies dos poliedros

O objetivo desta aula é levar o aluno a estabelecer relações entre o objeto e as representações planas da sua superfície, ou seja, fazer distinção entre espaço perceptivo e representativo, com a apreensão de algumas características dos poliedros.

Na atividade proposta nesta aula, cada aluno ou aluna deverá desmontar seu próprio modelo de poliedro, construído por ele mesmo na aula anterior, e desenhar a planificação de sua superfície.

Na fase de institucionalização, haverá a apresentação dos desenhos e a discussão da validade das planificações.

Na análise *a priori*, verifica-se que a planificação de um poliedro se constitui em uma desconstrução dimensional $\left(\frac{3D}{2D}\right)$, pois planificar a superfície de um poliedro é representá-lo por suas partes planas, suas faces, organizadas de forma a manterem uma configuração no plano capaz de permitir a construção tridimensional original. Já afirmamos que, segundo Duval (2012, p. 268), embora a apreensão dos objetos matemáticos seja conceitual, a atividade cognitiva sobre esses objetos só é possível por meio das representações semióticas. A planificação de um poliedro é considerada um tratamento da representação, pois apresenta uma transformação – de figura espacial em figura plana –, porém permanece no mesmo registro semiótico. Optamos, no entanto, pela atividade de planificação da superfície do poliedro a partir da manipulação do próprio objeto tridimensional, para posteriormente haver a identificação de suas propriedades. Essa variável microdidática permite planificar a superfície do poliedro sem a necessidade de coordenar os pontos de vista da figura espacial em perspectiva. Espera-se, portanto, que o aluno identifique o número e a forma das faces do poliedro que se mantêm na planificação, fazendo isso com manipulação e não apenas pela percepção. A constatação da possibilidade de desenhos de planificação diferentes para um

mesmo poliedro facilita a apreensão conceitual do objeto por desvinculá-lo de sua representação.

2.4.4 Aula 4 – Medida da área de superfície

Esta aula propõe uma atividade que visa mobilizar o conceito de área da superfície externa de um poliedro e a distinção entre área e volume. Para isso, os grupos deverão fazer uma construção com criatividade, utilizando modelos de cubos construídos em cartolina. Os modelos de cubos em cartolina serão de mesmo tamanho, recortados e montados pelos próprios alunos.

Cada grupo deverá recortar e montar vinte cubos, a partir da planificação previamente impressa em cartolina (Apêndice H). Com esses cubos, cada grupo terá a liberdade de fazer uma construção com criatividade, mas com a obrigatoriedade de utilizar os vinte cubos em uma só construção, colados entre si. Ao colar um cubo ao outro, os grupos deverão fazê-lo de maneira que a face de um cubo coincida totalmente com a face do outro cubo, para evitar dificuldades no cálculo da medida da área da superfície do objeto construído. Após construir o objeto, o grupo deverá determinar a medida da área da sua superfície externa e, para isso, deverá considerar um modelo de cubo como unidade de medida de volume, e uma de suas faces como unidade de medida de área.

Na fase de institucionalização, cada grupo irá apresentar sua construção e as medidas encontradas serão registradas em uma tabela na lousa.

Na análise *a priori* observa-se que, nesta atividade, apesar de os volumes serem todos iguais, as áreas das superfícies externas poderão ser diferentes, de acordo com a configuração da construção, que poderá ter mais superfície exposta, ou menos, em função da menor ou maior concentração dos cubos. A utilização do modelo de cubo como unidade de medida é uma variável microdidática que facilita a comparação das medidas de área e de volume dos objetos construídos, já que o objetivo não é a aprendizagem de unidades de medida de área e de volume convencionais. Portanto, todos os grupos terão um objeto com o mesmo volume (cuja medida será de 20 unidades de medida de volume), porém com áreas diferentes, bastando, para determinação de suas medidas, contar o número de faces expostas dos modelos de cubos de cartolina. Espera-se com esta atividade que os alunos façam empiricamente a distinção entre os conceitos de área e volume.

Após a institucionalização, os objetos serão colados em uma base de cartolina (Apêndice I), com o registro das medidas de área e volume, e ficarão em exposição.

Essa atividade oferece subsídios para a resolução do problema de aplicação prática que será proposto na quinta e última aula.

2.4.5 Aula 5 – O desafio da construção de embalagem

O problema propõe embalar uma certa quantidade de produtos de maneira a utilizar a menor superfície de embalagem possível. A proposta se justifica pela preocupação com a economia que uma indústria, por exemplo, deveria ter, em função da necessidade de preservação do meio ambiente, produtor de recursos naturais da matéria prima para a fabricação de embalagens.

Para isso, os alunos irão utilizar blocos de madeira na forma de cubos que representarão os produtos a serem embalados. Cada aluno receberá 12 blocos iguais. Esses blocos deverão ser empilhados em formato de paralelepípedo, que na verdade será o formato das caixas embaladoras. A partir das discussões e das comparações entre as construções no interior do grupo, os alunos deverão apresentar uma solução para o problema.

Na análise *a priori* observa-se que, para resolver o problema, é preciso identificar, dentre os paralelepípedos de mesmo volume, aquele que possui menor área de superfície. Espera-se que o grupo considere a aula anterior, na qual os objetos construídos tinham o mesmo volume, porém áreas de superfície diferentes, e utilize a mesma estratégia para determinação da medida da área de superfície das possíveis caixas com formato de paralelepípedos. Dessa forma, a questão está em determinar quantas caixas com formato de paralelepípedos podem ser construídas com 12 cubos, para então determinar qual delas possui menor área de superfície externa. Para isso é preciso esgotar todas as possibilidades. O problema passa a ser, portanto, criar uma estratégia para comprovar que não existem outras possibilidades de construção além das que já foram elencadas. A utilização dos 12 blocos de madeira para a resolução do problema é uma variável microdidática que é determinante do número de possibilidades de construção de caixas embaladoras. A obrigatoriedade na proposta do problema de se construir caixas com formato de paralelepípedo é também outra variável microdidática que possibilita a resolução do problema de forma empírica e limita as possibilidades de construção, que, caso contrário, seriam infinitas.

Tomando-se o bloco de madeira em formato de cubo usado na manipulação da atividade como unidade de medida, têm-se quatro paralelepípedos diferentes, que esgotam as possibilidades de construção, esquematizadas no Quadro 1 a seguir.

Qualquer possibilidade diferente destas representadas no Quadro 1 não implica em

novo paralelepípedo, mas em um desses mesmos paralelepípedos a partir de outro ponto de vista. Pode-se observar que os quatro paralelepípedos representam as quatro combinações possíveis de três números inteiros positivos, cujo produto resulta 12.

Quadro 1 – Dimensões, medidas de área e volume dos paralelepípedos possíveis de serem construídos

	Largura	Altura	Profundidade	Volume	Área
Paralelepípedo 1	1	1	12	12	50
Paralelepípedo 2	1	2	6	12	40
Paralelepípedo 3	1	3	4	12	38
Paralelepípedo 4	2	2	3	12	32

Fonte: Produção nossa

Encerramos aqui a apresentação do planejamento da sequência didática e, a seguir, faremos a descrição do desenvolvimento das aulas, destacando as produções dos alunos de recuperação paralela.

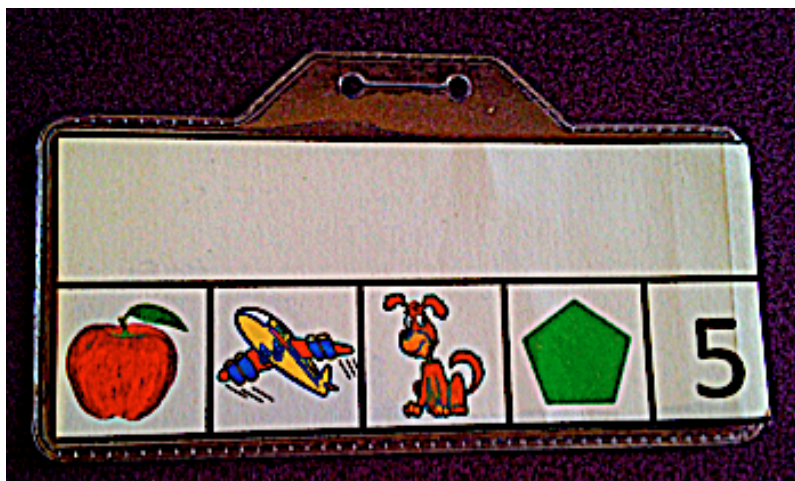
CAPÍTULO 3 – A APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

O objetivo deste capítulo é descrever o desenvolvimento das aulas no que tange à realização das atividades e à produção dos alunos. Decidimos deixar as análises das dimensões do domínio afetivo com base no referencial teórico, identificadas nas interações entre os alunos, para serem apresentadas no capítulo seguinte.

Em cada aula da sequência didática os alunos foram distribuídos em grupos, havendo variação entre quatro ou cinco grupos em função das ausências no dia. Não houve repetição de uma mesma constituição de grupo, ou seja, cada aluno teve a oportunidade de interagir com outros colegas de grupo apenas uma vez, em uma única aula. Isso foi pensado para permitir a interação de cada aluno com o maior número de colegas possível, como forma de enriquecer a coleta de dados.

Para evitar que dois alunos participassem do mesmo grupo em mais de uma aula, foi adotado o seguinte procedimento: cada aluno recebeu um crachá personalizado, sendo os crachás todos diferentes uns dos outros. Cada crachá trazia cinco desenhos e cada desenho pertencia a uma coleção, escolhida de forma aleatória, conforme exemplificado na Figura 5 a seguir.

Figura 5 – Crachá para distribuição dos alunos nos grupos



Fonte: Produção nossa

As coleções escolhidas foram: frutas, meios de transporte, animais, figuras geométricas e números. Cada coleção tinha cinco elementos diferentes. A coleção “frutas”, por exemplo, foi composta por: banana, maçã, melancia, morango e uva. Dessa forma, foi possível fazer vinte e cinco combinações de maneira que dois desenhos não ficassem juntos em mais de um crachá (ver Apêndice B).

No que concerne à distribuição dos alunos nos grupos, em uma aula, por exemplo, os grupos foram formados pela coleção frutas. Os alunos com desenhos de maçã formaram um grupo, os com desenhos de morango formaram outro grupo, e assim por diante. Na aula seguinte também foram formados cinco grupos diferentes, de acordo com os desenhos da coleção de animais, e assim sucessivamente. Portanto, dois alunos quaisquer não fizeram parte do mesmo grupo mais de uma vez, ou seja, todos tiveram a oportunidade de interagir com todos.

Após a preparação da sala com o arranjo das carteiras dos grupos e a colocação das câmeras de vídeo, foram distribuídos os crachás e os alunos facilmente encontraram seus grupos, já identificados com os respectivos desenhos afixados em suportes.

Os alunos se mostraram muito receptivos, ansiosos pelas aulas, embora alguns episódios evidenciassem a dificuldade inicial que certos alunos tiveram com a obrigatoriedade da distribuição dos grupos definida pelos crachás. Ficou claro que, sem os crachás, os grupos seriam formados pelo critério da afinidade, o que poderia limitar a observação de elementos da interação. De modo geral, os alunos participaram ativamente, tanto nas atividades dos grupos quanto nas fases de institucionalização feitas com todos concomitantemente.

A aplicação da sequência foi feita pela pesquisadora. A professora da turma esteve presente e acompanhou as intervenções. O tempo de duração das aulas não foi o mesmo, tendo variado entre duas horas e três horas, com o intervalo para lanche habitual do período.

A seguir descrevemos o andamento das atividades em cada aula da sequência didática.

3.1 Desenvolvimento da Aula 1 – Regiões Planas

Os alunos se organizaram nos grupos de acordo com os desenhos da coleção de frutas dos crachás. Após a discussão a respeito da identificação de uma região plana e a distinção entre regiões planas vizinhas e não vizinhas, a devolução na situação didática foi a proposta do desafio de colorir as figuras com o menor número de cores possível, de forma que regiões vizinhas não tivessem a mesma cor.

Cada aluno recebeu de presente uma caixa de giz de cera com doze cores, que poderia ser usada, caso desejassem, para realizar a tarefa de colorir os grafos planares.

As figuras coloridas pelos alunos foram recolhidas antes da fase de institucionalização, para permitir a apreciação da resolução do desafio antes da apresentação do Teorema das Quatro Cores.

A partir da produção dos alunos foi possível identificar a apreensão do conceito de

regiões vizinhas e a observância do comando ou da regra estabelecidos.

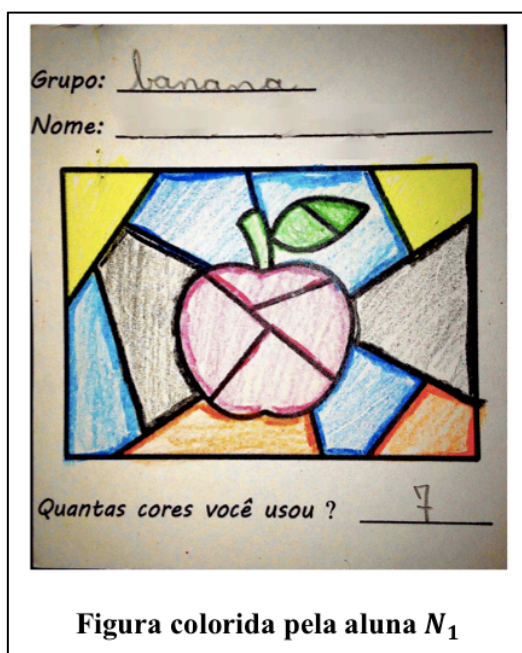
Usaremos a seguinte identificação para distinguir alunos indicados para recuperação dos não indicados para recuperação, onde o índice n indica o número associado a cada aluno da classe:

R_n : aluno indicado para recuperação paralela de Matemática;

N_n : aluno não indicado para recuperação paralela de Matemática.

Com relação à apreensão do conceito de *regiões vizinhas*, observamos a predominância da visualização icônica na maioria das produções, que pode representar um obstáculo para a identificação de unidades figurais quando se trabalha a geometria. A produção da aluna N_1 , exemplificada na Figura 6 a seguir, sugere que a aluna visualizou a maçã como uma região única, ou seja, a visualização da figura que sugere um objeto real foi preponderante à visualização das regiões vizinhas necessária para a realização da tarefa. Essa constatação está de acordo com a maneira de ver figuras proposta por Duval (2016, p. 23), para a qual na visualização icônica as propriedades que não estão diretamente relacionadas ao contorno da forma são menos facilmente mobilizadas.

Figura 6 – Exemplo 1 de solução do desafio de colorir regiões planas vizinhas

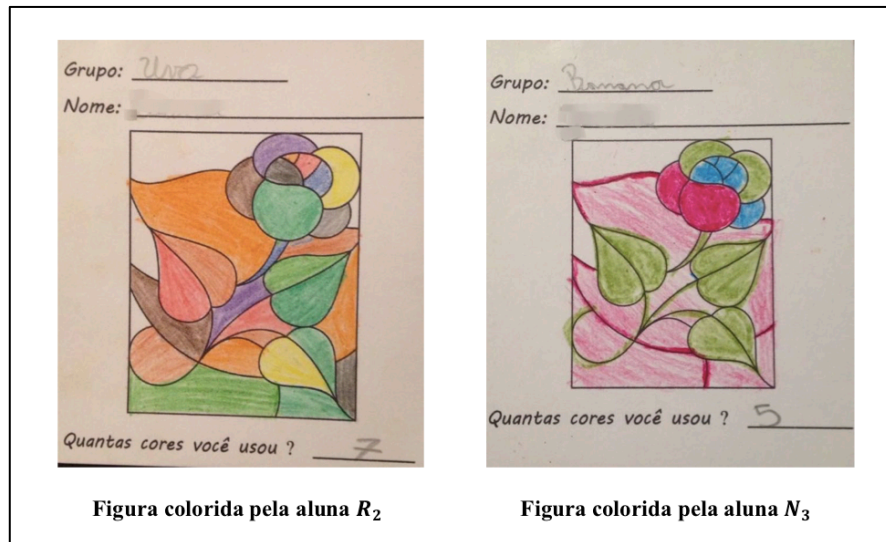


Fonte: Produção dos alunos

Na análise dos grafos coloridos pela classe, não identificamos dificuldades apresentadas especificamente pelos alunos indicados para Recuperação Paralela de

Matemática. É digno de nota, conforme mostra a Figura 7, a capacidade da aluna R_2 – indicada para recuperação paralela – de identificar as unidades figurais, ao passo que para a aluna N_3 – não indicada para recuperação paralela –, prevaleceu a visualização icônica.

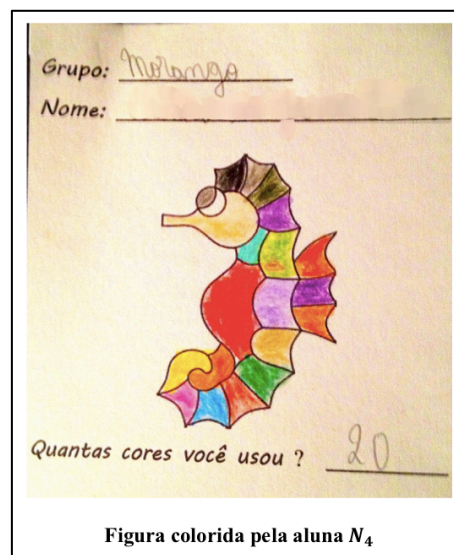
Figura 7 – Exemplo 2 de solução do desafio de colorir regiões planas vizinhas



Fonte: Produção dos alunos

Com relação à observância de comandos ou de regras, identificamos que a maioria dos alunos apresentou dificuldade com relação à exigência do desafio em se utilizar o menor número de cores possível. A seguir, exemplificamos com a Figura 8 um caso extremo, que mostra uma solução para o desafio na qual a aluna utiliza um número máximo de cores possível, pois ela coloriu cada região com uma cor diferente.

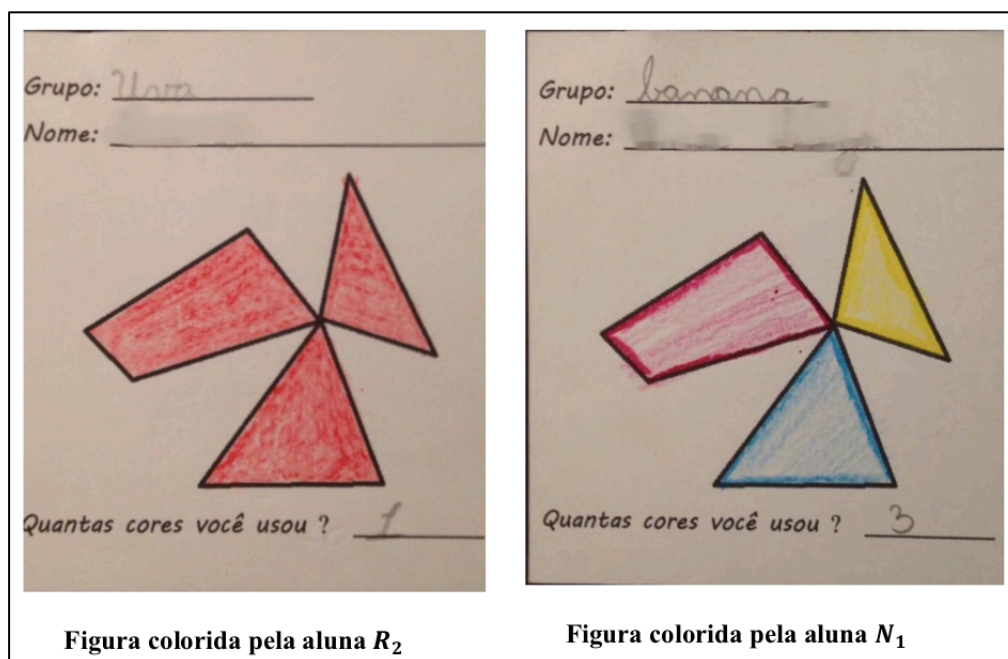
Figura 8 – Exemplo 3 de solução do desafio de colorir regiões planas vizinhas



Fonte: Produção dos alunos

Nesse aspecto também não identificamos dificuldades apresentadas especificamente pelos alunos indicados para recuperação de Matemática. A Figura 9 a seguir mostra que a mesma aluna R_2 identificou as três regiões como não vizinhas e observou o comando para o número mínimo de cores, ao passo que a aluna N_1 ou não apreendeu o conceito de regiões vizinhas ou não obedeceu ao comando.

Figura 9 – Exemplo 4 de solução do desafio de colorir regiões planas vizinhas



Fonte: Produção dos alunos

Entretanto, apesar de a maioria dos alunos ter utilizado muitas cores indiscriminadamente, consideramos que a atividade desta aula foi satisfatória para o objetivo a que se propôs, pois permitiu o exercício da visualização não icônica de uma figura composta por regiões planas. Dessa forma, não houve correção em termos de certo ou errado, mas a constatação, na fase de institucionalização, de que as figuras poderiam ter sido coloridas com no máximo quatro cores e a sugestão de se refazer a atividade caso desejassem observar a validade do Teorema das Quatro Cores, apresentado de forma ilustrativa.

A professora da turma, após o término da aula, por sua iniciativa, pediu aos alunos que respondessem por escrito às perguntas formuladas por ela mesma. Os depoimentos dos alunos nas respostas às perguntas feitas pela professora da turma evidenciaram a satisfação que tiveram com a atividade, o que favoreceu o envolvimento dos alunos na continuidade da sequência didática.

3.2 Desenvolvimento da Aula 2 – Poliedros

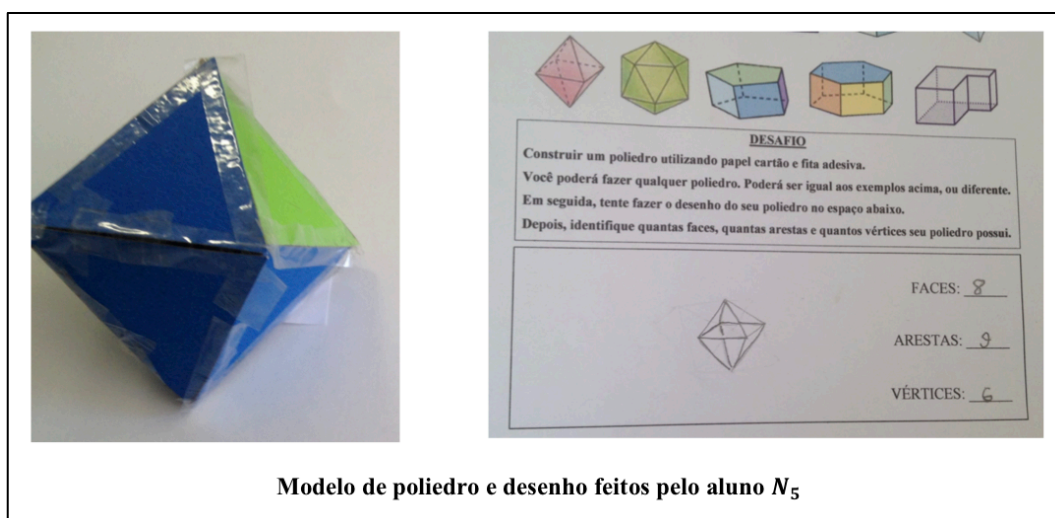
Para esta aula, os alunos se organizaram nos grupos pela categoria *números*, escritos no crachá. Após a entrega da folha da atividade (Apêndice F) e a retomada do conceito de regiões planas da aula anterior, foi feita uma discussão a respeito dos elementos que definem um poliedro. Os seguintes modelos de sólidos geométricos foram apresentados fisicamente aos alunos: o cubo, a pirâmide, o paralelepípedo, o cilindro, o dodecaedro, o cone e a esfera, com o intuito de os alunos identificarem quais deles representavam poliedros.

Em seguida, cada aluno recebeu uma fita adesiva e os grupos receberam os polígonos recortados em papel cartão. Foram orientados para que cada aluno construísse um modelo de poliedro diferente do modelo construído pelos outros integrantes do grupo, como forma de estimular a originalidade e as discussões nos grupos.

Após a construção, os alunos foram orientados a desenharem o modelo de poliedro e a registrarem o número de faces, arestas e vértices no espaço reservado na folha da atividade. As folhas com os desenhos foram recolhidas antes da fase de institucionalização, para preservação do registro para análise.

Na Figura 10 a seguir, apresentamos uma produção com a construção e o respectivo desenho feitos pelo aluno N_5 . O aluno errou apenas o número de arestas.

Figura 10 – Exemplo 1 de construção de modelo de poliedro



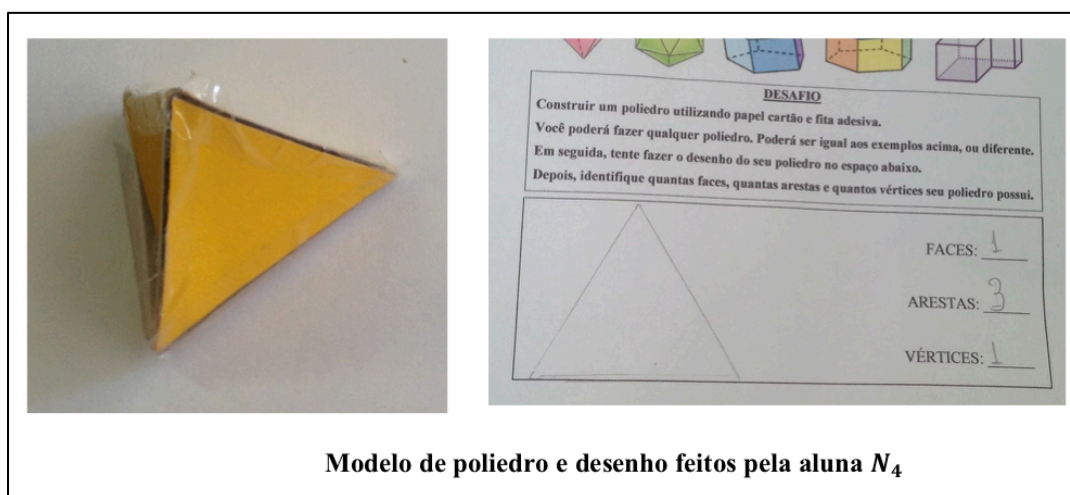
Fonte: Produção dos alunos

O aluno realizou satisfatoriamente a formação da representação do poliedro, pois esta permitiu seu reconhecimento e a identificação das suas propriedades. No entanto, a qualidade do desenho do aluno N_5 não foi representativa do restante da classe. Apesar de os alunos não

apresentarem dificuldades significativas nas construções dos modelos de poliedros, verificamos que muitos alunos tiveram dificuldade na representação figural e na determinação do número de faces, arestas e vértices, apesar de terem vários exemplos de figuras de poliedros na folha que receberam.

Da mesma forma que na aula anterior, também não identificamos dificuldades apresentadas especificamente pelos alunos indicados para recuperação de Matemática. A Figura 11 a seguir apresenta a produção da aluna N_4 , na qual o modelo de tetraedro foi representado por um triângulo.

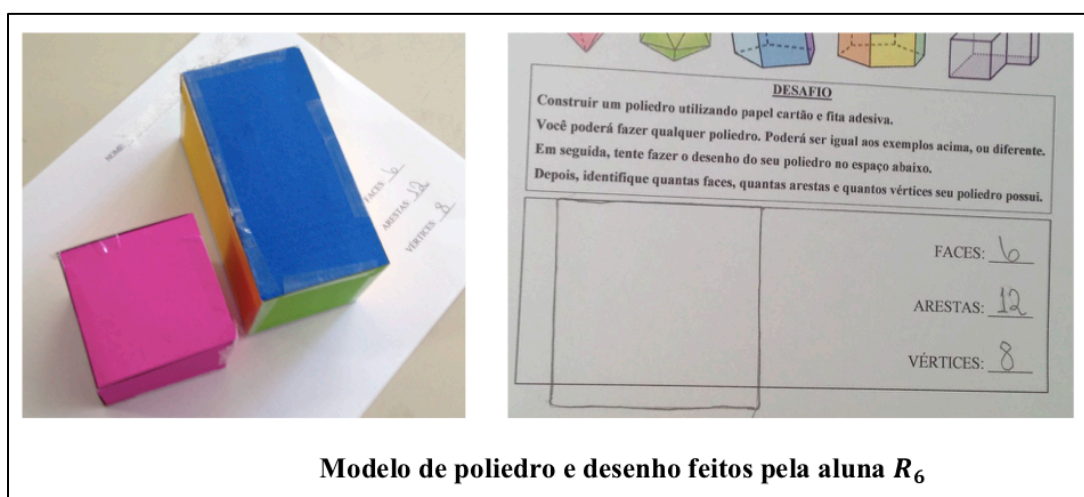
Figura 11 – Exemplo 2 de construção de modelo de poliedro



Fonte: Produção dos alunos

Na Figura 12 a seguir apresentamos a produção da aluna R_6 , que utilizou o mesmo procedimento: representou o poliedro por uma de suas faces planas.

Figura 12 – Exemplo 3 de construção de modelo de poliedro



Fonte: Produção dos alunos

Vários alunos apresentaram esse erro conceitual, independentemente de serem ou não indicados para a recuperação de Matemática. Além disso, a aluna R_6 – indicada para recuperação – apresenta corretamente o número de faces, arestas e vértices do poliedro, ao passo que a aluna N_4 – não indicada para recuperação – aparentemente relaciona essas propriedades com a figura plana. Dessa forma, destacamos mais uma vez que não observamos diferenças significativas entre os alunos indicados ou não para a recuperação paralela.

Em seguida, na fase de institucionalização, cada aluno apresentou sua construção para a classe e nesse momento foram recontados as faces, os vértices e as arestas, agora coletivamente e de forma correta, e os valores foram anotados na cartolina que serviu de base para apoiar o modelo de poliedro.

Os valores dos números de faces, vértices e arestas dos modelos foram registrados, com a identificação do aluno, em um quadro na lousa. Em seguida, para cada um, foi solicitado obter o resultado da expressão $F + V - A$, com as parcelas apresentadas nessa ordem, para não haver operações com números inteiros negativos. A Figura 13 apresenta o registro no quadro negro (os nomes dos alunos foram apagados na fotografia). Os alunos ficaram surpresos com a regularidade do resultado e em seguida foi apresentado o Teorema de Euler de forma ilustrativa.

Figura 13 – Sistematização dos elementos dos modelos de poliedros construídos

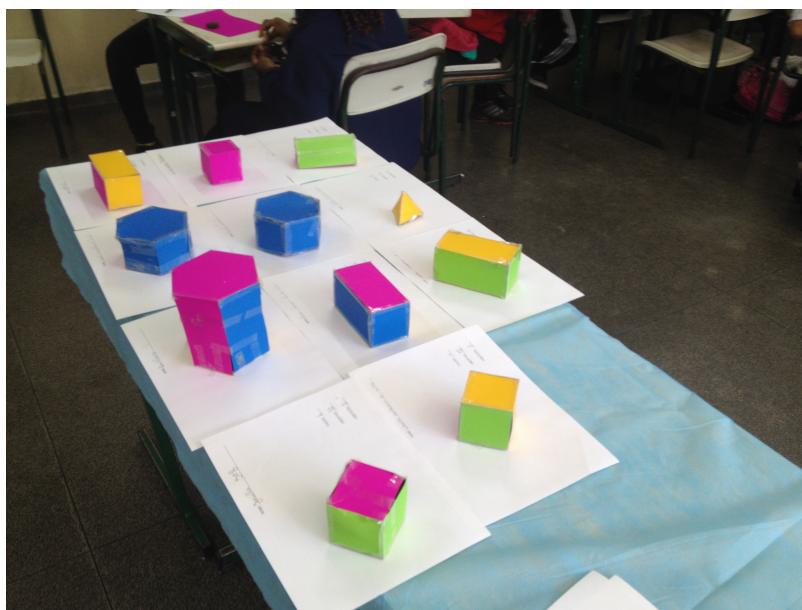
FACES	VÉRTICES	ARESTAS	F+V-A
6	8	12	2
6	8	12	2
6	8	12	2
18	25	41	2
6	8	12	2
6	8	12	2
8	12	18	2
5	6	9	2
4	4	6	2
8	12	18	2
5	6	9	2
7	10	15	2
8	12	18	2

Fonte: Produção nossa

Os poliedros não foram nomeados, pois não era esse o objetivo da aula, embora os alunos tenham identificado alguns poliedros pelos nomes. As construções ficaram expostas na sala de aula até a aula seguinte, para serem utilizadas na planificação da superfície dos

poliedros. A Figura 14 mostra uma parte da exposição dos modelos de poliedros construídos pelos alunos.

Figura 14 – Exposição das construções dos modelos de poliedros



Fonte: Produção dos alunos

Novamente a professora da turma, após o término da aula, pediu aos alunos que respondessem por escrito às perguntas formuladas por ela. As respostas refletiram o envolvimento dos alunos e o desejo da continuidade da sequência didática.

3.3 Desenvolvimento da Aula 3 – Planificação da superfície dos poliedros

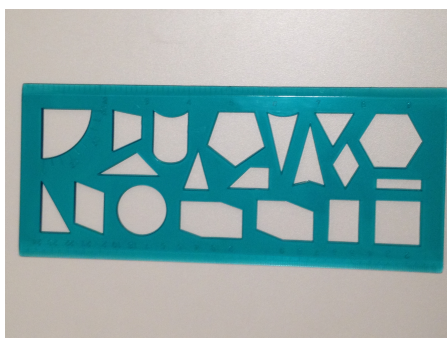
Para esta aula, os alunos se organizaram nos grupos definidos pela coleção *animais*, desenhados no crachá. Antes da proposta da atividade, a introdução da conversa a respeito de planificação foi feita com a visualização do globo terrestre em comparação com o mapa-múndi plano. A discussão foi conduzida no intuito da observação de que ambos representam o planeta e das aproximações necessárias para realizar a representação plana.

Para realizar a atividade, cada aluno retirou da exposição seu modelo de poliedro construído na aula anterior. A proposta foi desenhar a planificação da superfície do poliedro na própria cartolina que serviu de base para expor a construção (Apêndice G) e depois observar no desenho os elementos do poliedro (faces, arestas e vértices) já registrados nessa mesma cartolina.

Foi dada a sugestão de se retirar ou cortar a fita adesiva de algumas arestas, o suficiente para tornar plano o modelo, para visualizar a planificação antes de fazer o desenho

no papel. Cada aluno recebeu de presente uma régua geométrica, mostrada na Figura 15, para auxiliar no traçado caso sentisse necessidade.

Figura 15 – Régua geométrica



Fonte: Produção nossa

A maioria dos alunos teve a intenção inicial de contornar o próprio modelo já aberto, o que se mostrou impossível para os casos nos quais o modelo aberto era maior do que o espaço disponível para o desenho. A Figura 16 a seguir mostra a tentativa da aluna **R₇** de contornar no papel seu modelo de paralelepípedo aberto. Para esse conflito, foi necessária a intervenção da pesquisadora para esclarecer que a proposta era a de apresentar a planificação da superfície de um poliedro genérico representativo do modelo, com os mesmos elementos, porém não necessariamente com as mesmas dimensões, e nesse caso a régua geométrica poderia ser útil.

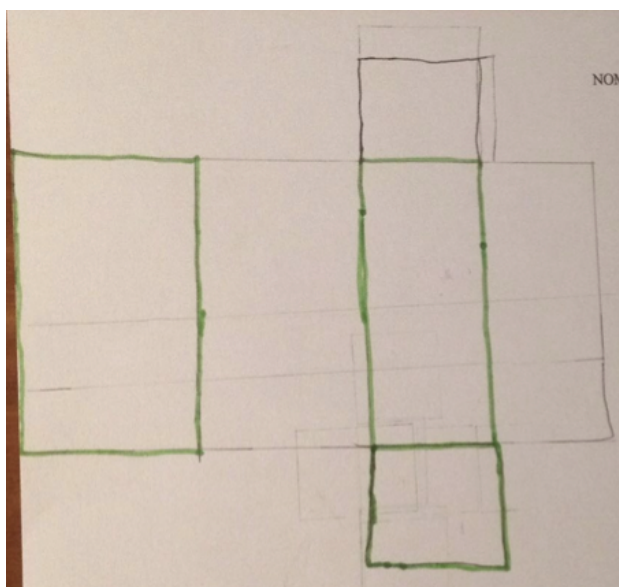
Figura 16 – Aluna produzindo uma planificação



Fonte: Produção dos alunos

A aluna **R₇** não utilizou a régua geométrica, porém o conflito pode ter contribuído para a realização correta da atividade proposta na aula, pois a aluna foi capaz de formar uma figura de planificação do paralelepípedo desenhando suas seis faces retangulares, unidas pelas arestas, mantendo o paralelismo entre as faces e respeitando o número máximo de faces que se interceptam em um vértice. A Figura 17 apresenta a planificação desenhada pela aluna **R₇**, na qual é possível observar que a produção da planificação não corresponde ao modelo em papel cartão, ou seja, a aluna não copiou o modelo ao desenhar a planificação.

Figura 17 – Planificação de um paralelepípedo



Fonte: Produção dos alunos

Para fazer essa reconfiguração a aluna precisou estabelecer relações entre o objeto, neste caso o paralelepípedo, e suas representações planas, que foi o objetivo desta aula.

Na fase de institucionalização, as planificações foram apresentadas para a classe e discutiu-se a respeito da possibilidade de haver mais de um desenho de planificação de superfície de um mesmo poliedro, dependendo de qual aresta teve a fita adesiva cortada.

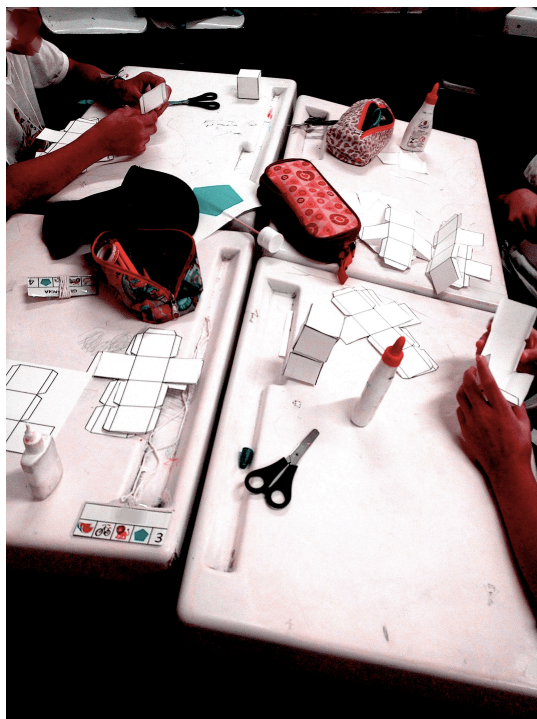
A partir da produção dos alunos concluímos que a atividade foi satisfatória com relação ao objetivo a que se propôs, isto é, de formar uma representação da planificação da superfície de um objeto de faces planas.

3.4 Desenvolvimento da Aula 4 – Medida da área de superfície

Para esta aula, os alunos se organizaram nos grupos pela coleção *figuras geométricas*, desenhadas no crachá.

Após a organização dos grupos, os alunos receberam tesouras, colas e as planificações do cubo (Apêndice H) para serem recortadas e montadas. A Figura 18 mostra um grupo realizando a tarefa de recortar e montar os modelos de cubo em cartolina.

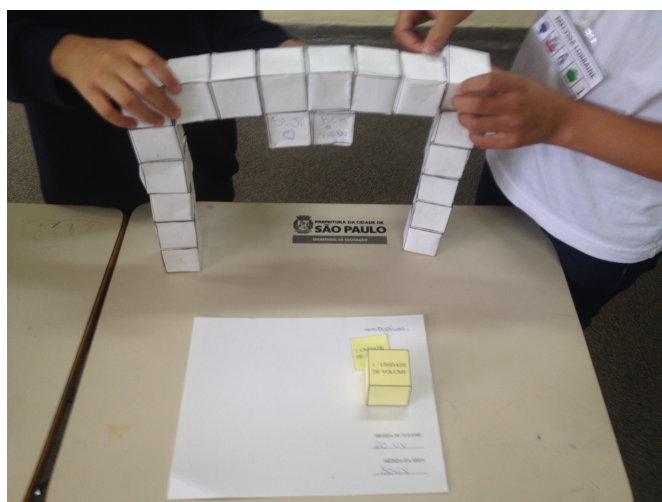
Figura 18 – Alunos recortando e montando os modelos de cubo



Fonte: Produção dos alunos

Em seguida, cada grupo usou a criatividade para construir um objeto colando a face de um cubo ao outro, utilizando todos os cubos. A Figura 19 mostra um portal de cidade, com a inscrição “Seja Bem Vindo” (sic), construído por um dos grupos.

Figura 19 – Objeto construído pelos alunos



Fonte: Produção dos alunos

Para facilitar a determinação da medida da área de superfície do objeto, os alunos foram orientados a numerar as faces expostas dos modelos de cubo. O número de faces obtido é a própria medida da área de superfície, já que a face de um modelo de cubo foi considerada unidade de medida de área.

Na fase de institucionalização, os resultados foram tabulados na lousa, e a discussão foi direcionada para a observação de que, apesar de todos os objetos construídos terem a mesma medida de volume, as medidas das áreas das superfícies externas foram diferentes. A Figura 20 mostra os resultados na lousa, em que os nomes dos grupos representam os desenhos da coleção *figuras geométricas* do crachá que definiram a distribuição dos alunos.

Figura 20 – Tabulação dos resultados das medidas das áreas

GRUPO	MEDIDA DO VOLUME	MEDIDA DA ÁREA DA SUPERFÍCIE EXTERNA
PENTÁGONO	20 U.V.	80 U.A.
HEXÁGONO	20 U.V.	59 U.A.
CÍRCULO	20 U.V.	79 U.A.
TRIÂNGULO	20 U.V.	64 U.A.

Fonte: Produção nossa

Na avaliação da realização desta atividade, ponderamos que a atividade poderia ter sido feita com menos cubos, obtendo-se o mesmo resultado, pois alguns dos objetos construídos ficaram frágeis e difíceis de serem transportados sem se deformar. Além do mais, recortar e construir os modelos de cubos demorou mais do que o planejado e restou pouco tempo de aula para a parte de criação e discussão.

Apesar disso, a atividade foi satisfatória para o objetivo a que se propôs de conceituar *área externa* de objetos de faces planas e identificar que área e volume são conceitos diferentes.

3.5 Desenvolvimento da Aula 5 – O desafio da construção de embalagem

Nesta aula os alunos foram organizados nos grupos pela coleção *meios de transporte*,

desenhados no crachá.

Cada aluno recebeu 12 (doze) blocos de madeira em forma de cubos, de mesmo tamanho. A proposição do problema foi feita de forma verbal. O desafio, como já explicado no capítulo anterior, consistiu em determinar um formato de embalagem para armazenar 12 cubos, que utilizasse a menor área de superfície possível. A Figura 21 mostra um grupo na tentativa de montar paralelepípedos sobrepondo os blocos.

Figura 21 – Alunos construindo modelos de paralelepípedos



Fonte: Produção dos alunos

O paralelepípedo 4 do Quadro 1 do capítulo anterior, com dimensões $2 \times 2 \times 3$, foi o primeiro a ser montado pelos alunos. Em seguida, na tentativa de obter outros paralelepípedos, os grupos chegaram à construção dos paralelepípedos 2 e 3 do Quadro 1, com dimensões $1 \times 2 \times 6$ e $1 \times 3 \times 4$ respectivamente. Nesse momento foi necessária nova intervenção com um questionamento a respeito da possibilidade de existirem outras montagens. Apenas um grupo apresentou a construção do paralelepípedo 1 do Quadro 1, com dimensões $1 \times 1 \times 12$, após o questionamento.

Na fase de institucionalização foi feita a apresentação de cada grupo à frente da sala: cada grupo deveria mostrar apenas uma construção, diferente da construção do grupo anterior, e dizer o valor da medida da sua área de superfície. Dessa forma, as quatro possibilidades foram apresentadas sem repetição. Em seguida, analisamos o Quadro 1 do capítulo anterior (ver p. 62) que foi preenchido na lousa durante as apresentações dos grupos. Questionamos

por que só havia essas quatro possibilidades e também debatemos a respeito de uma justificativa para a resposta ao desafio, ou seja, qual a razão para o paralelepípedo de dimensões $2 \times 2 \times 3$ possuir menor área de superfície, enquanto o de dimensões $1 \times 1 \times 12$ possui maior área de superfície. Com as hipóteses dos alunos foi possível concluir que o paralelepípedo $2 \times 2 \times 3$ era o mais “compacto”, o mais “fechado”, com menos área exposta.

A professora da turma, como já havia feito nas outras aulas, pediu aos alunos que respondessem por escrito às perguntas formuladas por ela. Os alunos afirmaram estarem satisfeitos com as aulas e com as suas produções.

Ao final de todo esse processo, entregamos uma pequena lembrancinha aos alunos, como agradecimento pela sua participação, e ressaltamos a importância da sua contribuição para nossa pesquisa.

No capítulo seguinte procedemos às análises das dimensões do domínio afetivo que foram identificadas durante as aulas em interações nos grupos.

CAPÍTULO 4 – OS EPISÓDIOS PELO OLHAR DO REFERENCIAL TEÓRICO

No intuito de identificar dimensões do domínio afetivo que emergem das interações entre alunos em atividades coletivas, particularmente daqueles alunos que se considera apresentarem dificuldades de aprendizagem – objetivo desta pesquisa – procedemos às análises dos dados coletados com base no aporte teórico que subsidiou a pesquisa. Para isso, selecionamos fragmentos de videogravações nos quais foi possível identificar dimensões do domínio afetivo, constituindo-se nas três unidades de análise apresentadas a seguir.

Cada uma dessas unidades de análise é composta pela descrição do episódio emocional, seguida das respectivas dimensões do domínio afetivo que nele foram identificadas. Na descrição dos episódios, transcrevemos as falas exatamente como foram pronunciadas. Para melhor fluência na leitura, utilizaremos os seguintes nomes fictícios para a identificação dos alunos e alunas com participação relevante nos episódios, preservando-se o gênero:

R_6 : Adriana;

R_7 : Camila;

N_8 : Kevin;

R_9 : Maria;

R_{10} : Roberto.

4.1 Unidade de análise 1 – Do modelo de cubo “torto”

O episódio que vamos descrever se passou na segunda aula da sequência didática, quando os alunos estavam construindo os modelos de poliedros com papel cartão.

Episódio emocional 1

Adriana estava desempenhando muito bem a atividade de construção do seu modelo de poliedro com papel cartão, inclusive ajudando sua colega de grupo que estava com dificuldade para unir as faces com a fita adesiva. Adriana já havia colado cinco faces do seu modelo de cubo. Antes, porém, de fechar com a última face, Adriana levanta o objeto em direção à câmera de vídeo (Figura 22) e exclama:

— *Perfeito torto gente, óh! Todo torto!*

Figura 22 – Aluna mostrando seu modelo



Fonte: Produção dos alunos

A primeira colega responde, em tom de brincadeira:

—*É verdade!*

Observe-se que essa foi a colega a quem Adriana ajudou, praticamente colando todas as fitas de seu modelo.

A outra integrante do grupo faz um comentário, em tom de crítica à resposta da primeira:

—*E ela ainda fala: “É verdade”!*

As três meninas riem da própria conversa. Adriana levanta novamente o objeto, movimentando-o no ar para mostrar todas as faces, girando o braço como querendo que todos vejam e, olhando para a câmera e para a professora alternadamente, reafirma:

—*Todo torto, óh... óh!*

Desta vez, a primeira colega discorda:

—*Mentira, tá nada, tá bonitinho!*

Adriana termina sua construção e imediatamente começa a construção de outro modelo de poliedro; ela foi a única da classe que finalizou a construção de dois modelos.

Na análise do episódio descrito destacamos a emergência de crenças. Observamos que

a percepção que Adriana tem de si mesma, ou seu autoconceito, fica evidenciada pela avaliação que faz do objeto que está construindo. Dessa forma, nesta unidade de análise, identificamos a manifestação de *crenças a respeito de si mesmo como aprendiz*.

Os três eixos que derivam dessa dimensão do domínio afetivo, a das crenças a respeito de si mesmo como aprendiz, conforme já descritos no Capítulo 1, são: expectativas de *locus* de controle, expectativas de autoeficácia e expectativas de êxito. Consideramos que no episódio foi possível observar a evidência das duas últimas, que apresentamos a seguir.

Examinando as ações de Adriana, inclusive sua iniciativa de ajudar a colega na atividade, percebemos se sente capaz de realizar a ação requerida e que acredita ter habilidade para levar a cabo a tarefa, ou seja, demonstra ter boa expectativa de autoeficácia. Uma pessoa com baixa expectativa de autoeficácia não se arriscaria a fazer a atividade de outrem. Além disso, o fato de querer fazer outro objeto quando terminou o primeiro indica que sentiu satisfação na realização da atividade.

No entanto, se focarmos na atitude da aluna de mostrar seu modelo de poliedro ao mesmo tempo em que explicita uma avaliação negativa do mesmo, percebemos que a aluna não estava satisfeita com seu trabalho e que esperava obter um resultado muito melhor, mais perfeito, ou seja, a aluna demonstra ter uma expectativa de êxito muito elevada.

Comparando o objeto construído por Adriana com os dos outros alunos, percebemos a severidade com que a aluna avalia o que ela mesma construiu, pois, na nossa avaliação, o modelo de Adriana estava melhor do que os da maioria dos alunos. Adriana, no entanto, não se sentiu orgulhosa com o resultado do seu trabalho, com evidente sentimento de frustração.

A partir disso, podemos inferir que uma elevada expectativa de êxito pode produzir autoavaliações negativas dos resultados de suas próprias ações, o que pode ser entendido como fracasso pelas pessoas do entorno. Ou seja, apesar de não ter uma baixa expectativa de autoeficácia, a pessoa projeta uma imagem de fracasso.

Na unidade de análise seguinte faremos uma apreciação de como essa imagem de fracasso pode interferir nas relações com o grupo.

4.2 Unidade de análise 2 – Do “erro”

O episódio que vamos descrever se passou na terceira aula da sequência didática, quando os alunos estavam fazendo a atividade de planificação dos poliedros. Foi sugerido que soltassem a fita adesiva de algumas arestas do modelo de poliedro construído anteriormente, de maneira a torná-lo plano, facilitando a visualização da planificação.

Episódio emocional 2

O barulho que se ouvia era o esperado para uma classe trabalhando em grupos, com os alunos falando em tom normal. Em um determinado momento, Adriana, que estava cortando as fitas adesivas das arestas, cortou-as de maneira a soltar completamente uma face. Nesse momento, Camila, ao seu lado no grupo, exclamou com uma intensidade na voz que se sobressaiu ao barulho da classe, chamando a atenção de todos:

—*Nossa! Tu errou!*

Imediatamente, Kevin, aluno de outro grupo, complementa a fala de Camila, também com uma intensidade forte na voz, de maneira que a classe inteira pôde ouvir:

—*Errou!*

Prontamente, faz-se um silêncio inesperado. Todos interrompem sua atividade e se voltam para Adriana (Figura 23). Uma aluna de outro grupo até mesmo flexiona o corpo para a frente no esforço de poder ver (ao fundo, à esquerda, na imagem). Todos olham para Adriana, que fica paralisada, observando de soslaio a reação dos colegas.

Figura 23 – Reação da classe ao “erro” da aluna



Fonte: Produção dos alunos

Maria, do mesmo grupo de Adriana, com expressão de profundo espanto, exclama:

—*Nossa... !*

E Kevin continua:

—*Tu errou!*

E Camila repete:

— *Tu errou!*

Nesse momento, a professora da classe intervém dizendo:

— *Não tem importância, é só colocar durex!*

Adriana deixa cair a tesoura e seu modelo de poliedro sobre a carteira e cruza os braços (Figura 24), exclamando:

— *Meu Deus! Não sei fazer isso!*

Figura 24 – O bloqueio da aluna



Fonte: Produção dos alunos

A professora da classe novamente procura incentivar a aluna:

— *Adriana, fica tranquila, não rasgou nada, é só colocar durex!*

E agora, Camila, quem antes havia chamado a atenção da classe para o “erro” de Adriana, procura contemporizar a situação:

— *É só pôr durex!*

E Adriana, ainda decepcionada (Figura 25), declara:

— *Não sei o que é pra fazer nesse negócio!*

Camila, desta vez incentivando a colega, diz:

— *Eu vou te ajudar.*

Aos poucos, Adriana retoma a atividade e dá continuidade à tarefa de desenhar a planificação do poliedro.

Figura 25 – A frustração da aluna



Fonte: Produção dos alunos

A seguir descreveremos uma passagem anterior a essa. Justificamos a cronologia inversa na descrição dos acontecimentos com a observação de que a passagem que vamos descrever, que ocorreu primeiro, aparentemente sem achados, somente passou a ter significado na análise do domínio afetivo quando comparada com a passagem que acabamos de descrever, que ocorreu depois com Adriana.

A aluna Maria, desse mesmo grupo, que demonstrou grande espanto com o “erro” de Adriana, dois minutos antes desse ocorrido cometeu o mesmo “erro” (colocamos o termo entre aspas para indicar que não se trata de um erro propriamente dito, porém, assim foi considerado, a partir de um julgamento feito inicialmente pela aluna Camila).

Episódio emocional 3

Na atividade de soltar as fitas adesivas das arestas, Maria desprende uma das faces do corpo de seu modelo de poliedro, exatamente como aconteceria mais tarde com Adriana. Sem a preocupação de esconder o fato, Maria exclamou com uma intensidade na voz capaz de ser ouvida pela classe:

— *Ai, soltou...*

Apenas uma aluna de seu grupo reage, pronunciando com entonação de decepção:

— *Eh...*

Camila, do mesmo grupo, ao contrário do que faria minutos mais tarde, não fez qualquer comentário, mesmo tendo observado atentamente o objeto de Maria com a face solta, e esse ocorrido não teve nenhuma repercussão. No entanto, com Adriana, o mesmo fato teve um desenrolar bem distinto.

Na apreciação que fazemos desses episódios, identificamos a emergência de emoções e crenças, descritores do domínio afetivo que foram definidos no Capítulo 1, que a seguir relacionamos com a unidade de análise.

No Episódio 2, com Adriana, as emoções se evidenciam pelas rápidas mudanças de comportamento. Destaca-se o sentimento desagradável da frustração, considerada uma reação de intensidade forte e direção negativa. O primeiro ímpeto da aluna foi o de largar tudo que tinha nas mãos e cruzar os braços, gesto indicativo da decisão de não continuar, de desistir, com uma visível identificação de bloqueio.

O bloqueio surge em momentos de forte confusão, quando se reconhece a falta de êxito em um processo, e provoca paralização, desânimo e frustração.

As emoções que envolvem sentimentos desagradáveis, como a frustração, exigem esforços para serem enfrentadas. No entanto, se houver persistência na realização da atividade, o bloqueio e a frustração podem favorecer a escolha de estratégias de resolução que utilizem outros caminhos que sejam mais simples e que possam ajudar nos resultados.

No caso do episódio com Adriana, a emoção teve um tempo de atuação curto. A aluna consegue vencer o desânimo e persevera na realização da atividade proposta, indicando que apresenta um bom nível de controle das suas emoções.

O suporte afetivo e cognitivo oferecido pela fala da professora pode ter facilitado a mudança de direção do estado emocional da aluna, que passou de negativo para positivo.

Na análise que fazemos do Episódio 2, a emoção negativa fisicamente visível emergiu no cenário simples da sala de aula e pode ser considerada no âmbito do afeto local, este concebido como um sistema dinâmico de mudança de emoções. No entanto, a contextualização das reações emocionais ocorre no cenário complexo da realidade social na qual as emoções são produzidas, no âmbito, portanto, do afeto global, em que a estrutura da crença é reforçada.

Com relação às crenças que identificamos nesse episódio, a primeira que vamos

analisar, no âmbito do afeto global, é a crença a respeito do erro, que incluímos na dimensão de crenças a respeito do ensino e da aprendizagem de Matemática. Consideramos que a crença a respeito do erro se situa no cenário complexo da escola como instituição inserida na sociedade, em um intervalo de tempo que extrapola os anos de permanência do aluno na escola, ou seja, é uma crença que se perpetua e não se limita ao tempo e ao espaço da escola.

Na situação analisada, ficou evidenciada uma concepção de erro como algo ruim, negativo, vergonhoso, que não deve ser cometido. Mesmo em uma proposta de atividade sem a finalidade de avaliação de resultados, nota-se a presença de um entendimento subjacente a respeito do erro, que é a crença na existência de uma maneira certa e exclusiva de realizar determinada tarefa e que não é possível realizá-la por outro caminho. Essa crença é inibidora da criatividade. Convém notar que os alunos poderiam ter feito o desenho da planificação mesmo com as faces do modelo de poliedro soltas, ou seja, não houve erro na realização da tarefa por Adriana. No entanto, a atitude decorrente dessa crença foi geradora de frustração e bloqueio.

A segunda crença identificada nesta unidade de análise faz parte da dimensão de crenças a respeito de si mesmo como aprendiz. Faremos, no entanto, uma inferência a respeito de como essa crença influi nas relações no interior do grupo. Para isso, partimos da observação das atitudes de Camila, nas duas passagens do episódio, conforme elucidamos a seguir.

Podemos considerar que Adriana teve uma pequena dificuldade no manuseio do objeto de papelão construído por ela, no momento de cortar a fita nas arestas – a mesma dificuldade demonstrada por Maria dois minutos antes. O que nos chama a atenção é o motivo pelo qual Camila evidencia o “erro” de Adriana, porém não o de Maria, estando as três no mesmo grupo. Ficou óbvio que Camila, quando se tratava de Adriana, teve uma atitude diferente da sua atitude quando se tratava de Maria. Descartamos a possibilidade de um desafeto, pois Camila, ao final, indica que irá ajudar Adriana. As atitudes, vistas como predisposições à ação, como respostas preferenciais ao evento ou objeto em questão, afetam o comportamento, dentro dos parâmetros contextuais.

Não pretendemos, entretanto, analisar a atitude de Camila, visto que o fato não se refere a uma atitude matemática ou a uma atitude diante da Matemática, interesse deste trabalho. Na apreciação que fazemos da atitude de Camila, queremos analisar de que maneira a crença de Adriana a respeito de si mesma determinou a atuação de seus pares. A interação com os pares depende do posicionamento de cada um no grupo, neste caso, o microcontexto da comunidade escolar.

Na unidade de análise anterior, nos referimos às autoavaliações negativas que Adriana faz em função de sua elevada expectativa de êxito. Essa crença a respeito de si mesma como aprendiz desencadeia atitudes ou posicionamentos que consequentemente irão interferir na interação com seus pares. Maria, por sua vez, mesmo sendo também indicada para a recuperação paralela de Matemática, demonstra estar satisfeita com seu trabalho. Entendemos que a diferença nas atitudes de Camila, em situações aparentemente idênticas ocorridas com Adriana e Maria, é decorrente da maneira como Camila se permite interagir com cada uma das duas colegas em função das crenças que elas têm a respeito de si mesmas.

4.3 Unidade de análise 3 – Da participação no grupo

O episódio que vamos descrever se passou na última aula da sequência didática, quando os alunos estavam resolvendo o problema da embalagem.

Episódio emocional 4

No grupo de Roberto havia quatro alunos. Ele estava visivelmente alheio à tarefa proposta. No início da aula, passou um longo tempo copiando da lousa, sendo que na lousa havia apenas algumas instruções e a proposta do problema, que não precisariam ser copiados.

Enquanto os outros três integrantes do grupo se preocupavam em descobrir as possíveis construções com formato de paralelepípedo, Roberto manuseava os blocos de madeira sem um objetivo aparente. É verdade que, quando os alunos receberam os modelos de cubo em madeira, começaram a brincar de construir com os blocos, o que era de se esperar. No entanto, logo depois, passaram a se ocupar da resolução do problema. Mas Roberto, ao contrário, continuou brincando com os blocos, construindo e derrubando, longe de realizar a tarefa proposta.

Em determinado instante, Roberto exclamou “*Consegui!*”, quando havia construído com os cubos de madeira uma parede com formato triangular. Mesmo com o argumento dos colegas de que aquilo não era um paralelepípedo, Roberto não procurou fazer outra construção. Seus colegas de grupo já haviam feito três construções diferentes em forma de paralelepípedos, das quatro possíveis, e Roberto continuava apenas brincando com os cubos, conforme mostra a Figura 26 a seguir.

Depois da fase de institucionalização, Roberto foi o único aluno que permaneceu copiando os resultados registrados na lousa.

Figura 26 – Grupo resolvendo o problema da embalagem



Fonte: Produção dos alunos

Neste episódio identificamos a evidência de atitudes que já foram referidas no Capítulo 1. Observando o modo de agir de Roberto, é possível identificar as componentes das suas atitudes que influenciaram seu comportamento: a componente cognitiva, a componente afetiva e a componente intencional.

Na componente intencional das atitudes de Roberto, observamos a tendência para o não envolvimento com o trabalho em grupo. Roberto se mostrou alheio às tentativas do grupo de solucionar o problema, demonstrando falta de comprometimento com relação ao aspecto colaborativo da proposta de tarefa coletiva.

A componente cognitiva das atitudes de Roberto foi indicativa das suas crenças a respeito da Matemática e a respeito do ensino e da aprendizagem da Matemática. Roberto não apresenta espírito crítico nem objetividade na realização da tarefa. Isso indica que o aluno não identifica esses atributos no pensamento matemático. Da mesma forma, a falta de iniciativa para apresentar propostas de solução e a insistência em fazer cópia da lousa revelam sua crença a respeito do ensino e da aprendizagem da Matemática. A atitude do aluno é sugestiva de seu entendimento de que a aprendizagem da Matemática ocorre de forma passiva, por exemplo, com a cópia no caderno, sem necessidade de reflexões, de busca de soluções, de troca de experiências, de análise de resultados etc.

A componente afetiva das atitudes de Roberto está mais presente em suas atitudes diante da Matemática. Roberto demonstra pouco interesse na aprendizagem, não manifesta

curiosidade e não tem perseverança na resolução do problema. A rejeição à tarefa não aparece de forma ostensiva, mas é revelada na falta de iniciativa na busca de uma solução, mesmo que individualmente.

Na análise que fazemos desses episódios fica evidente a interdependência das dimensões do domínio afetivo, ou seja, a influência que uma dimensão exerce no aparecimento ou na emergência de outra. Por exemplo, de que maneira a crença a respeito de si mesmo como aprendiz de Matemática pode produzir bloqueios e atitudes de rejeição, ou de que maneira a crença a respeito do ensino e aprendizagem da Matemática pode levar a atitudes de passividade e desinteresse.

Convém notar que não identificamos dados relacionados diretamente com a ansiedade matemática. Podemos, de forma não exaustiva, relacionar a ausência de ansiedade com alguns fatores: um deles pode ser a estratégia da sequência didática de realização do trabalho em grupo, que minimiza a responsabilidade individual na execução da tarefa; outro fator podem ser as dinâmicas com material manipulativo, de pouca exigência formal e sem intenção de avaliação sistemática de conteúdo; ou, ainda, a ausência de ansiedade pode estar relacionada ao contexto do trabalho da professora da turma no ensino de Matemática.

A seguir, diante dessas análises, encerramos nosso estudo com as considerações finais, afirmando nosso entendimento de que não existe aprendizado desvinculado do domínio afetivo, e disso decorre sua importância para a Educação Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS – IMBRICANDO OS RESULTADOS COM A PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Esta pesquisa procurou responder, por meio das observações das relações dos estudantes durante as atividades da sequência didática realizadas coletivamente, ao questionamento a respeito das dimensões do domínio afetivo que são identificadas em alunos com indicação de fracasso em Matemática escolar em interações na sala de aula.

Partimos de duas hipóteses: a primeira delas formula que os estudos a respeito do domínio afetivo não podem ser dissociados dos estudos sobre cognição, ou seja, cognição e afeto não podem ser investigados de maneira independente. A segunda hipótese estabelece que as investigações a respeito do domínio afetivo também não estão desvinculadas do contexto no qual o aluno está inserido.

A partir disso, definimos o objetivo da pesquisa, que foi o de identificar dimensões do domínio afetivo que emergem das interações entre alunos em atividades coletivas, particularmente aqueles alunos que se considera apresentarem dificuldades de aprendizagem. Em função da complexidade de atribuição de significado ao construto *fracasso escolar*, entendido como uma construção social e não como um atributo pessoal de determinados alunos, nesta pesquisa consideramos alunos com indicação de fracasso em Matemática escolar aqueles encaminhados para a recuperação paralela de Matemática.

No intuito de delimitar o foco das análises, estabelecemos os objetivos específicos de observar as relações interpessoais que se manifestam no ambiente da sala de aula, durante uma sequência didática a ser desenvolvida em grupo, e analisar a interação do aluno indicado para recuperação paralela de Matemática com seus colegas da classe de origem. Para isso, a abordagem metodológica foi a pesquisa qualitativa, por meio de estudo transversal durante a aplicação de uma sequência didática, planejada e aplicada pela pesquisadora, cuja coleta dos dados foi feita com as videograções dos grupos e da sala de aula durante as atividades coletivas.

A pesquisa foi realizada em uma escola da rede municipal de ensino situada na zona norte da cidade de São Paulo, em bairro próximo ao centro, que possui alunos moradores dos conjuntos residenciais populares e ocupações irregulares das adjacências. Os sujeitos da pesquisa foram os alunos de uma das classes de 5º ano do Ensino Fundamental dessa escola, composta por 21 alunos com idades entre 10 e 11 anos, sendo eles 12 meninas e 9 meninos, dos quais 9 foram indicados para a recuperação paralela.

Os dados foram extraídos das produções dos alunos, e as unidades de análise foram

constituídas pelo que denominamos *episódios emocionais* – fragmentos extraídos das gravações da sala de aula durante a aplicação da sequência didática, que foi elaborada para ser desenvolvida em cinco aulas, uma por semana, na sala de aula original da turma.

O tema da sequência didática foi a geometria, utilizando como ponto de partida a proposta de Duval para a visualização geométrica de figuras e sua Teoria de Registros de Representação Semiótica. Para a abordagem desse conteúdo utilizou-se a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau.

A primeira aula da sequência didática tratou do conceito de regiões planas, por meio da dinâmica de colorir figuras utilizando-se o Teorema das Quatro Cores. A segunda aula abordou o conceito de poliedro, com a construção de modelos de poliedros a partir de polígonos recortados em papel cartão. A terceira aula tratou da planificação da superfície dos poliedros e a quarta aula abordou o conceito de medida da área da superfície externa de objetos com faces planas. Por fim, a quinta e última aula propôs a resolução de um problema de aplicação prática que utilizou o conhecimento desenvolvido nas aulas anteriores.

A análise dos dados confirmou a emergência de crenças, atitudes e emoções de acordo com o modelo teórico de McLeod que serviu de base para a pesquisa. O modelo considera *domínio afetivo* como sendo uma extensa classe de sentimentos e estados de ânimo, geralmente considerados como algo diferente da cognição, cujos descritores básicos são as *atitudes*, as *emoções* e as *crenças*.

Na primeira unidade de análise observamos que, ao construir seu modelo de poliedro, a aluna manifesta sua crença a respeito de si mesma como aprendiz. Das subcategorias dessa crença foi possível identificar a expectativa de autoeficácia da aluna e sua expectativa de êxito. Tal crença foi promotora de uma autoimagem negativa, capaz de interferir na interação com seus pares – de cujas atitudes causaram na aluna frustração e bloqueio, identificados na segunda unidade de análise como pertencentes ao âmbito do afeto local. Nessa mesma unidade de análise identificamos uma crença do âmbito do afeto global que é a crença a respeito do *erro*, que incluímos na dimensão de crenças a respeito do ensino e da aprendizagem de Matemática. Essa concepção de erro como algo negativo e vergonhoso deixa transparecer a crença na existência de maneiras únicas para se realizar tarefas na aprendizagem de Matemática, o que desestimula a criatividade. Na terceira unidade de análise identificamos a evidência das componentes cognitiva, afetiva e intencional das atitudes do aluno, por meio da observação de sua tendência de não se envolver com o trabalho de grupo, pela identificação da crença que o aluno tem de que a aprendizagem de Matemática ocorre de forma passiva e, por fim, pela identificação da sua crença a respeito da Matemática

manifestada em sua atitude diante da Matemática.

Não observamos diferenças importantes entre o desempenho dos alunos com indicação de fracasso – os quais foram indicados para a recuperação paralela de Matemática – e o desempenho do restante dos alunos da classe. Identificamos, no entanto, que as crenças a respeito de si mesmos como aprendizes e as crenças a respeito da Matemática e do ensino da Matemática influíram no resultado das produções desses alunos.

Enfim, a análise dos dados evidenciou que as dimensões do domínio afetivo se manifestam sempre de maneira intrincada, sendo difícil identificá-las isoladamente. Da mesma forma, embora não fosse possível estabelecer uma relação de causalidade entre o domínio afetivo e a capacidade de aprendizagem do sujeito, foi possível observar sua interdependência.

Com respeito às situações didáticas, os alunos aceitaram o contrato didático no que tange à devolução do problema e atuaram nas situações adidáticas de ação e formulação com grande empenho. Em algumas situações adidáticas de validação ou foi necessária a intervenção da pesquisadora ou elas foram efetivadas no decorrer das situações de institucionalização. Isto posto, a utilização das situações didáticas na realização da sequência didática foi um fator positivo tanto para o desempenho dos alunos quanto para a obtenção dos dados para análise. A resolução das atividades em grupo foi também um fator positivo, pois favoreceu as interações entre os alunos necessárias para a obtenção dos dados, além de promover a participação da classe, melhorar a confiança e diminuir a ansiedade e o medo diante da resolução de problemas.

Esperamos que nosso estudo possa contribuir para colocar de manifesto que ter em consideração o afeto nas aulas de Matemática não significa promover atividades prazerosas, que não provoquem desequilíbrio e nem exijam esforço. Tampouco significa acreditar que basta estreitar os laços de afeição entre professor e aluno e zelar pelas relações de amizade e companheirismo na sala de aula para se obter sucesso na aprendizagem. Nossa pesquisa evidenciou que o domínio afetivo está associado ao processo de aprendizagem de maneira complexa, e que as pesquisas envolvendo esse tema ainda estão em busca de mais clareza para a compreensão dessa influência mútua, além de uma definição de domínio afetivo sem ambiguidades, tanto em relação à educação em geral quanto à educação matemática em especial.

Ainda que tenha sido possível identificar um aspecto da relação entre domínio afetivo e contexto, consideramos que para uma apreensão mais detalhada dessa relação seria necessária uma pesquisa longitudinal, capaz de relacionar a realidade social e cultural dos

alunos com as crenças a respeito da Matemática e do ensino de Matemática, o que, por restrições de escopo, não foi possível neste trabalho.

Nada obstante, as hipóteses formuladas no início da pesquisa foram verificadas, para as quais o domínio afetivo não pode ser investigado separadamente do cognitivo ou do contexto, pois as crenças, atitudes e emoções dos alunos influenciam seu aprendizado nas aulas de Matemática; e, concomitantemente, os alunos desenvolvem crenças, atitudes e emoções ao se envolverem nas atividades da sala de aula de Matemática. Podemos ir mais além e afirmar que domínio afetivo e aprendizagem constituem um único fenômeno. Ainda assim, olhar separadamente para esses aspectos pode nos ajudar a entender melhor esse fenômeno e, dessa forma, contribuir para o desenvolvimento da Educação Matemática.

Portanto, se a Educação Matemática pretende essencialmente o desenvolvimento do conhecimento matemático e das habilidades matemáticas, para tal julgamos importante considerar o domínio afetivo no ensino de Matemática e proporcionar aos alunos experiências produtivas e construtivas, de maneira que eles possam aprender a transformar, de negativas em positivas, as direções e qualidades de suas emoções, atitudes e crenças. Por conseguinte, nas aulas de Matemática os alunos simultaneamente desenvolvem conhecimentos, habilidades e respostas afetivas, os quais podem ser traduzidos em um processo de desenvolvimento de uma *identidade matemática*, forjada na prática da sala de aula e por ela modificada.

Embora as identidades estejam constantemente em transformação, de modo geral as primeiras respostas afetivas em relação à Matemática são formadas nos primeiros anos do Ensino Fundamental, e a natureza dessas respostas será importante para o desenvolvimento de identidades matemáticas fortes e produtivas. Estas, por sua vez, poderão capacitar aprendizagens futuras, favorecendo a consistência da formação dessas identidades matemáticas positivas.

Ademais, destacamos nosso entendimento a respeito da importância da atuação do professor para o desenvolvimento de identidades matemáticas que favoreçam a aprendizagem, tanto com relação aos resultados que se pretende obter, quanto com relação à qualidade das emoções que permeiam o ambiente durante o processo de aprendizagem. Ao professor, se o que pretende é um ensino profícuo e efetivo, é fundamental conhecer a natureza das identidades matemáticas, inclusive sua própria, e de que maneira elas são desenvolvidas nas salas de aula.

Portanto, na perspectiva de pesquisas futuras na área da Educação Matemática, sugerimos que se busque uma maior compreensão dos aspectos e fatores que promovem o desenvolvimento da identidade matemática em estudantes inseridos na educação formal.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora da UFPR, 2014.

_____. Modelo de ensino/aprendizagem baseado em situações-problema: aspectos teóricos e metodológicos. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 11, n. 2, p. 109-141, 2016. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2016v11n2p109>>. Acesso em: 16 dez. 2017.

_____. Fundamentos norteadores das teorias da Educação Matemática: perspectivas e diversidade. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemática**, v. 13, n. 27, p. 5-35, 2017.

AMADOR, I. P. **A Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental**: um estudo visando conhecer as principais dificuldades de ensino e aprendizagem em Cachoeira do Sul (RS). 17/08/2017. 138 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física), Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

AZANHA, J. M. P. Uma reflexão sobre a didática. In: SEMINÁRIO A DIDÁTICA EM QUESTÃO, 3, 1985, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Universidade de São Paulo, 1985. v.1. p. 24-32. Disponível em: <<http://endiipe.pro.br/site/eventos-antiores/>>. Acesso em: 5 set. 2016.

BELLI, A. A. **Percepções de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre Resolução de Problemas e Competências Socioemocionais**. 2017. 105 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017.

BRASIL. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA. DIRETORIA DE APOIO À GESTÃO EDUCACIONAL. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Apresentação / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014. 72 p. Disponível em: <http://pacto.mec.gov.br/imagens/pdf/cadernosmat/PNAIC_MAT_Apresentacao_pg001-072.pdf>. Acesso em: 1 abr. 2015.

CABALLERO CARRASCO, A.; CÁRDENAS LIZARAZO, J.; GÓMEZ DEL AMO, R. El dominio afectivo en la resolución de problemas matemáticos: una jerarquización de sus descriptores. **International Journal of Developmental and Educational Psychology**. Badajoz, v. 7, n. 1, p.233-246, 2014.

D'AMORE, B. **Elementos de Didática da Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

D'AMORE, B.; FONT, V.; GODINO, J. D. La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. **Paradigma**, vol. XXVIII, n. 2, dic. 2007. p. 49-77.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

DUVAL, R. Las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría. Desarrollo de la visualización, diferenciaciones de los razonamientos, coordinación de sus funcionamientos. In: DUVAL, R.; SAÉNZ-LUDLOW, A. **Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas**. Bogotá: Editorial Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2016. p.13-60.

EVANGELISTA, C. J. **As atitudes, os conhecimentos de estatística e a escolha profissional dos alunos do ensino médio de Ji-Paraná**. 2013. 139 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2013.

FREITAS, J. L. M. Teoria das situações didáticas. In: MACHADO, S. D. A. **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2015, p. 77-188.

FREITAS, R. S. **Autoconceito, atitude e desempenho em Matemática**: um estudo de algumas relações. 2014. 61 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática), Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, Vitória, 2014.

GARCEZ, A.; DUARTE, R.; EISENBERG, Z. Produção e análise de videogravações em pesquisas qualitativas. **Educação e Pesquisa**. São Paulo, v. 37, n.2, p. 249-262, maio/ago. 2011.

GIL, N.; BLANCO, L. J.; GUERRERO, E. El papel de la afectividad en la resolución de problemas matemáticos. **Revista de Educación**, 340, p. 551-569, mayo/ago. 2006.

GÓMEZ-CHACÓN, I. M. **Matemática emocional**: Los afectos en el aprendizaje matemático. 3. ed. Madrid: Narcea, 2000.

_____. La Tarea Intelectual en Matemáticas Afecto, Meta-afecto y los Sistemas de Creencias. **Boletín de la Asociación Matemática Venezolana**, v. X, n. 2, p. 225-248, 2003. Disponível em: <<http://eprints.ucm.es/21577/1/IGomez8.pdf>>. Acesso em: 7 set. 2016.

GROOTENBOER, P.; MARSHMAN, M. **Mathematics, Affect and Learning**: Middle School Students' Beliefs and Attitudes About Mathematics Education. Singapore: Springer, 2016.

HAZIN, I.; FRADE, C.; FALCÃO, J. T. R. Autoestima e desempenho escolar em Matemática: contribuições teóricas sobre a problematização das relações entre cognição e afetividade. **Educar**, Curitiba, n. 36, p. 39-54, 2010.

MAIA, M. G. B. ; MARANHÃO, M. C. S. A. Alfabetização e letramento em língua materna e em Matemática. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 21, n. 4, p. 931-943, 2015.

MARANHÃO, M. C. S. A. ; MANRIQUE, A. L. Pesquisas que articulam a Teoria das Situações Didáticas em Matemática com outras teorias: concepções sobre aprendizagem do professor. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 7, número temático, p. 424-443, 2014.

MARMITT, V. R. **Concepções e atitudes em relação à matemática**: maneiras de identificá-las e possibilidades de modificá-las. 2009. 187 f. Dissertação (Mestrado em Educação em

Ciências e Matemática), Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

MOREIRA, E. D. **A importância da afetividade no processo de ensino-aprendizagem de Matemática**. 2007. 189 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MOSCOVICI, S. **Representações sociais**: investigações em psicologia social. Trad. Pedrinho A. Guareschi. 11 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2015.

PALENZUELA, D. L.; PRIETO, G.; ALMEIDA, L. S.; BARROS, M. Una versión española de una batería de escalas de expectativas generalizadas de control (BEEGC). **Revista portuguesa de educação**, Minho, 10(1), p. 75-96, 1997.

PERRENOUD, P. Sucesso na escola: só o currículo, nada mais que o currículo! Trad. Neide Luzia de Rezende. **Cadernos de Pesquisa** [online], n. 119. p. 9-27. Jul. 2003.

ROCHA, L. M. **O domínio afetivo no comprometimento do aluno com o processo de aprendizagem em Matemática, no Ensino Médio**: estudo em uma escola federal. 2016. 149 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2016.

SÃO PAULO (Capital). Portaria nº 1084, de 31 de janeiro de 2014. Institui o “Projeto de Apoio Pedagógico Complementar – Recuperação” nas escolas municipais de ensino fundamental, de educação bilíngue para surdos e de ensino fundamental e médio da rede municipal de ensino. **Diário Oficial da Cidade de São Paulo**, São Paulo, SP, 1 fev. 2014. p. 18-19. Disponível em:
<<http://www.docidasp.imprensaoficial.com.br/NavegaEdicao.aspx?ClipId=9DFPUK58RH9U4e1D3HAB04QB1NK>>. Acesso em: 7 set. 2016.

SILVA, V. J. **As atitudes de estudantes do Ensino Médio em relação à disciplina de Matemática em escolas do Município de Viamão**. 2011. 118 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática), Pontifícia Universidade Católica do Rio grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

SILVA, J. K. T. **Um estudo complementar dos poliedros voltado para professores e alunos do ensino básico**. 2014. 69 f. Dissertação (Mestrado Profissional – Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade Estadual do Ceará, Centro de Ciências e Tecnologia, Fortaleza, 2014.

SOUSA, L. O teorema das quatro cores. **Revista Millenium/RE**. Viseu: Repositório Científico do Instituto Politécnico de Viseu. n. 24. p. 125-151, out. 2001. Disponível em:
<<http://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/647/1/O%20Teorema%20das%20Quatro%20Cores.pdf>>. Acesso em: 28 abr. 2017.

SOUZA, C. T. **O excesso de faltas às aulas de Matemática**: visão de estudantes e professores. 2014. 104 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática), Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

CONVITE

A(o) aluna(o)

(Nome da(o) aluna(o))

Você está sendo convidada(o) a participar de uma pesquisa sobre a influência da afetividade na aprendizagem, em uma atividade em grupo nas aulas de Matemática. No documento anexo constam todas as informações necessárias sobre a pesquisa que estamos realizando. A sua participação neste estudo será muito importante. Para que você possa participar, solicitamos ao responsável que leia e assine o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido a seguir.

Obrigada

Prof. Suzana Nobre

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Eu, Suzana Nobre, declaro que sou responsável pela pesquisa “A dimensão afetiva em alunos com indicação de fracasso em Matemática escolar, durante atividades em grupo de resolução de um problema de geometria”.

Esta pesquisa tem por objetivo contribuir para o diagnóstico das dificuldades de aprendizagem da Matemática, levando em conta a dimensão afetiva nas relações da(o) aluna(o) com a Matemática e com os colegas de grupo.

A pesquisa será realizada na própria sala de aula, no turno da manhã, na presença da professora titular da turma. Serão quatro sessões, nas quais os alunos da classe serão divididos em grupos, para a resolução de um problema de Matemática. Será feito o registro das sessões através de vídeo e gravação de áudio. Faremos também a observação direta das interações dos alunos durante a resolução do problema. Caso seja necessário, poderemos fazer entrevistas individuais.

A pesquisa não oferece nenhum risco ou desconforto para os sujeitos da pesquisa, uma vez que será realizada no próprio ambiente da sala de aula, com os próprios alunos da turma e com atividade compatível com o nível de aprendizado dos participantes.

Acreditamos que esta pesquisa seja de grande importância para a Educação Matemática e que poderá auxiliar nas práticas de Resolução de Problemas das aulas de Matemática.

Durante todas as sessões da pesquisa, o participante terá o direito de solicitar qualquer esclarecimento, bastando para isso entrar em contato direto com a pesquisadora na escola ou com o Conselho de Ética em Pesquisa da PUC/SP, situado à Rua Ministro Godói, 969 – Sala 63-C (Andar Térreo do E.R.B.M.) - Perdizes - São Paulo/SP - CEP 05015-001 Fone (Fax): (11) 3670-8466 – e-mail: cometica@pucsp.br.

O participante tem o direito de não aceitar participar ou de retirar sua permissão, a qualquer momento, sem nenhum tipo de prejuízo.

As informações desta pesquisa serão confidenciais, e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos participantes, sendo assegurado o sigilo sobre sua participação com o uso de nomes fictícios. Serão utilizadas gravações de áudio e vídeo. Como as gravações não serão divulgadas, garantimos o sigilo.

Não haverá nenhum tipo de gasto para os participantes.

Este documento está em duas vias, sendo uma pertencente ao responsável pelo participante voluntário e a outra arquivada com a pesquisadora.

AUTORIZAÇÃO

Eu, _____,
residente e domiciliado na _____,
portador da cédula de identidade, RG _____, CPF nº _____,
responsável pela(o) aluna(o) _____,
autorizo, de livre e espontânea vontade, a(o) aluna(o) a participar como voluntária(o) na
pesquisa “A dimensão afetiva em alunos com indicação de fracasso em Matemática escolar,
durante atividades em grupo de resolução de um problema de geometria”.

Confirmo que li o documento TCLE anexo e declaro estar ciente de que devo procurar a
pesquisadora na escola para eventuais esclarecimentos de dúvidas por mim apresentadas.

São Paulo, _____ de _____ de 2017.

Pesquisadora Responsável: SUZANA NOBRE _____

Aluna(o): _____

Responsável pela(o) aluna(o): _____

APÊNDICE B – Crachás para formação dos grupos

Nome:				
				1

Nome:				
				2

Nome:				
				3

Nome:				
				4

Nome:				
				5

Nome:				
				3

Nome:				
				4

Nome:				
				5

Nome:				
				1

Nome:				
				2

Nome:				
				5

Nome:				
				1

Nome:				
				2

Nome:				
				3

Nome:				
				4

Nome:				
				2

Nome:				
				3

Nome:				
				4

Nome:				
				5

Nome:				
				1

Nome:				
				4

Nome:				
				5

Nome:				
				1

Nome:				
				2

Nome:				
				3

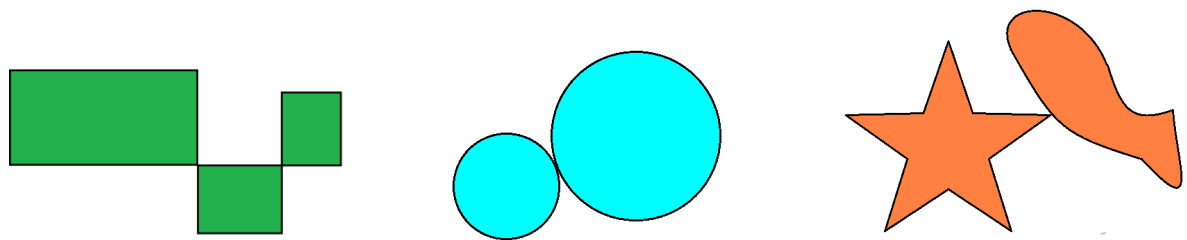
Apêndice C – Aula 1 – Regiões Planas

Região plana é uma parte do plano.

As figuras seguintes representam regiões planas vizinhas:



Estas **não** são consideradas regiões vizinhas:

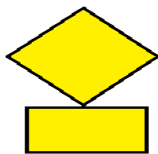


DESAFIO

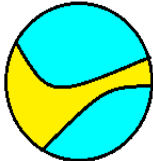
Pintar as figuras que serão distribuídas obedecendo às seguintes regras:

- **Regiões planas vizinhas não podem ter a mesma cor.**
- **O número de cores usadas deve ser o menor possível.**

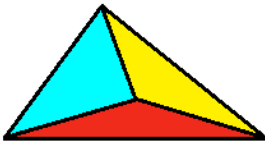
Exemplos:



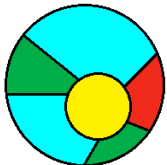
1 cor



2 cores



3 cores

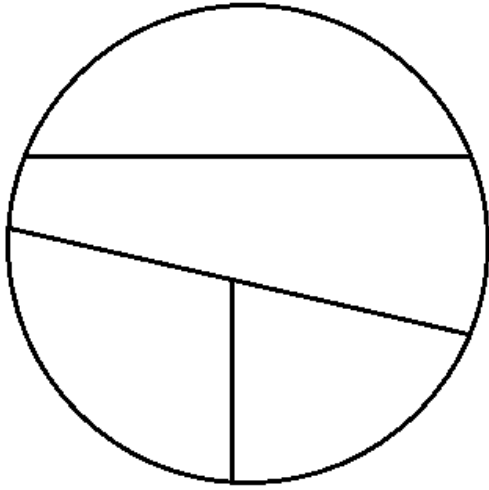


4 cores

APÊNDICE D – Aula 1 – Cartelinhas de grafos para colorir

Grupo: _____

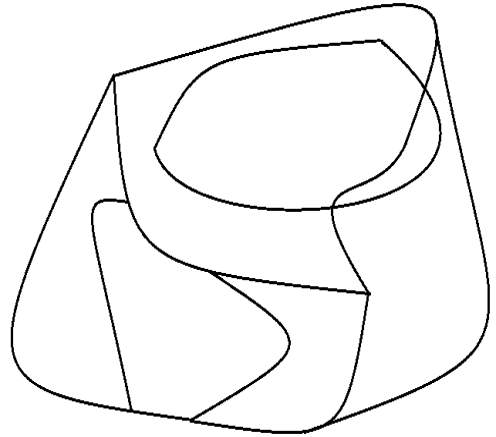
Nome: _____



Quantas cores você usou ? ____

Grupo: _____

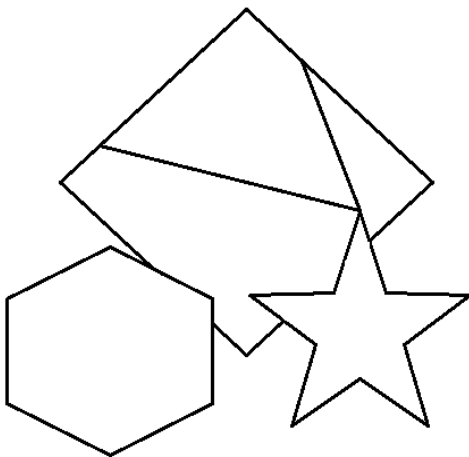
Nome: _____



Quantas cores você usou ? ____

Grupo: _____

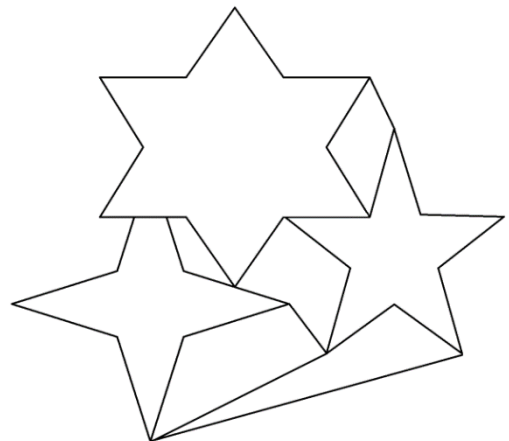
Nome: _____



Quantas cores você usou ? ____

Grupo: _____

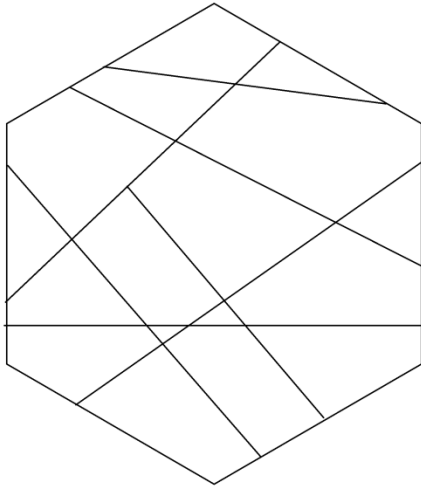
Nome: _____



Quantas cores você usou ? ____

Grupo: _____

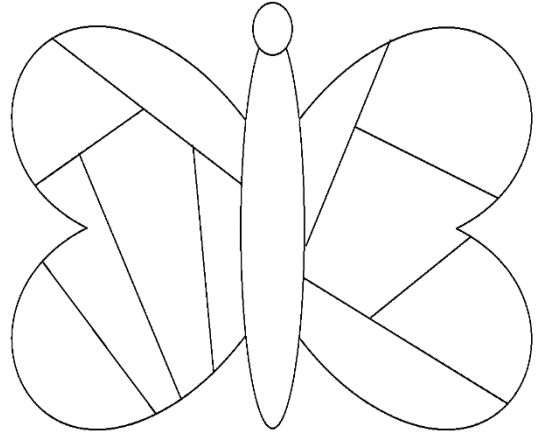
Nome: _____



Quantas cores você usou ? ____

Grupo: _____

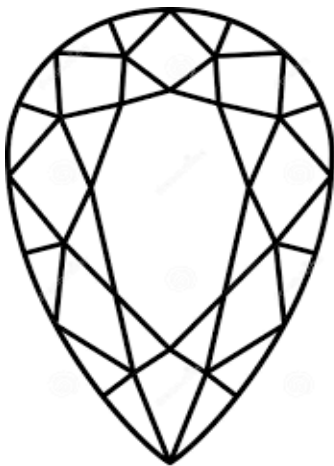
Nome: _____



Quantas cores você usou ? ____

Grupo: _____

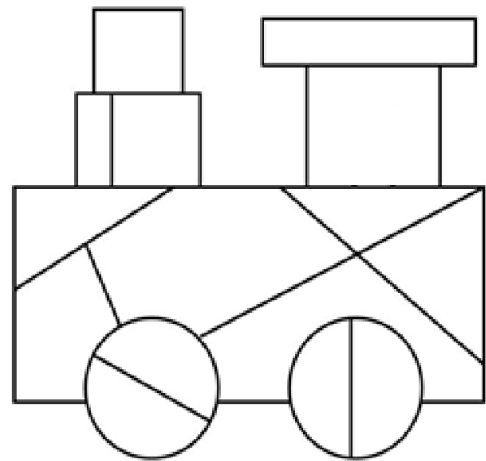
Nome: _____



Quantas cores você usou ? ____

Grupo: _____

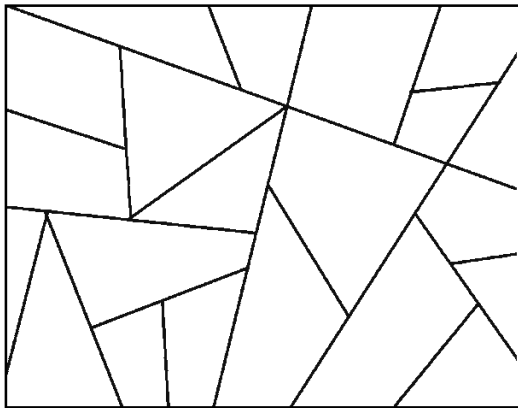
Nome: _____



Quantas cores você usou ? ____

Grupo: _____

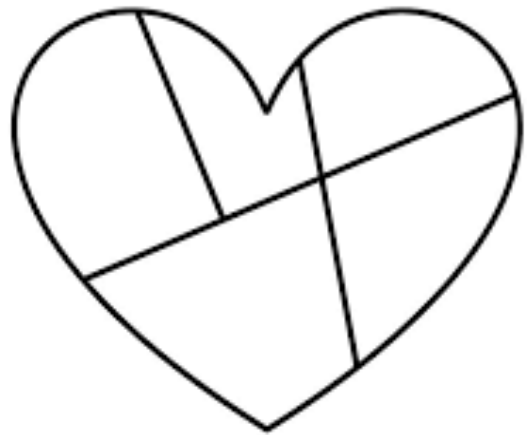
Nome: _____



Quantas cores você usou ? ____

Grupo: _____

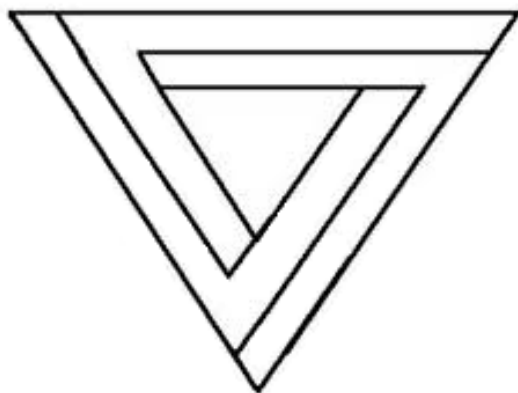
Nome: _____



Quantas cores você usou ? ____

Grupo: _____

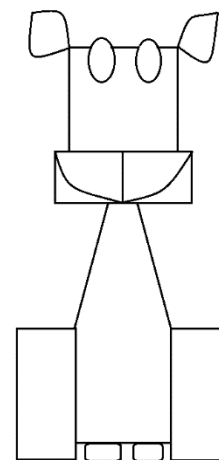
Nome: _____



Quantas cores você usou ? ____

Grupo: _____

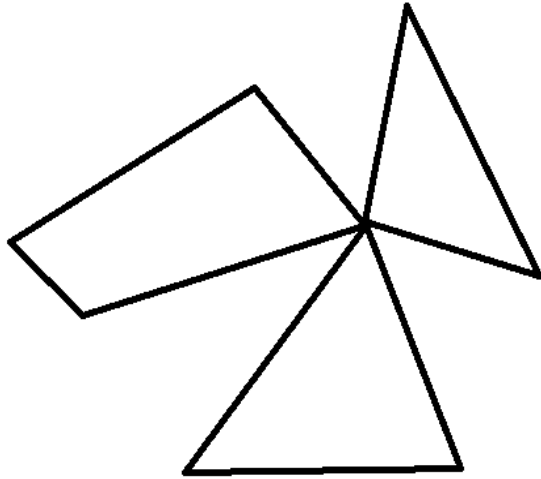
Nome: _____



Quantas cores você usou ? ____

Grupo: _____

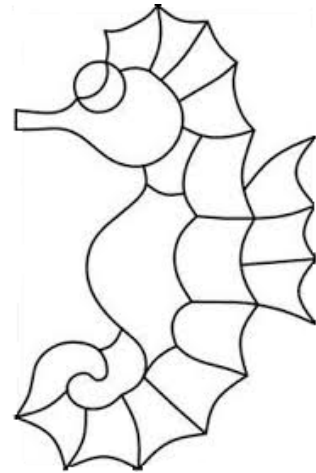
Nome: _____



Quantas cores você usou ? ____

Grupo: _____

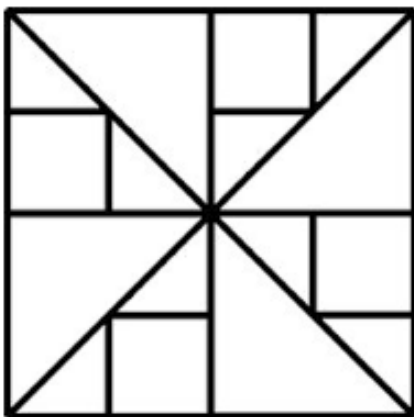
Nome: _____



Quantas cores você usou ? ____

Grupo: _____

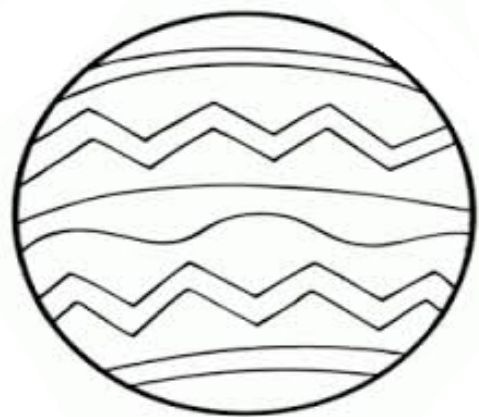
Nome: _____



Quantas cores você usou ? ____

Grupo: _____

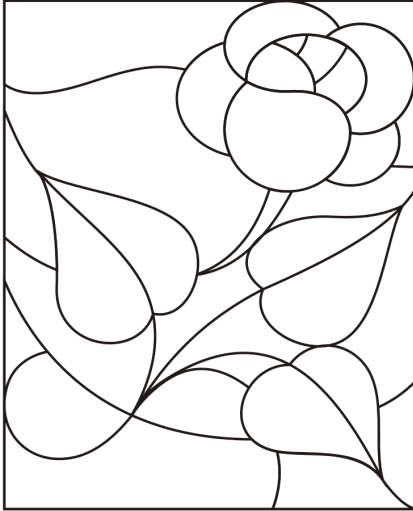
Nome: _____



Quantas cores você usou ? ____

Grupo: _____

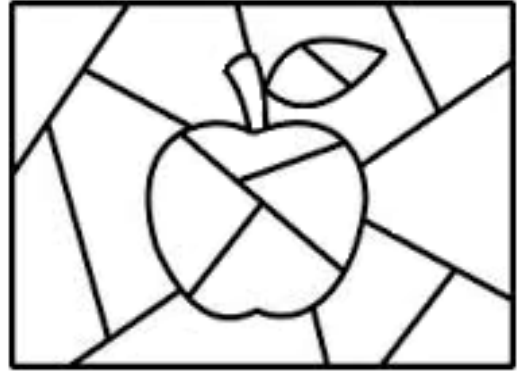
Nome: _____



Quantas cores você usou ? ____

Grupo: _____

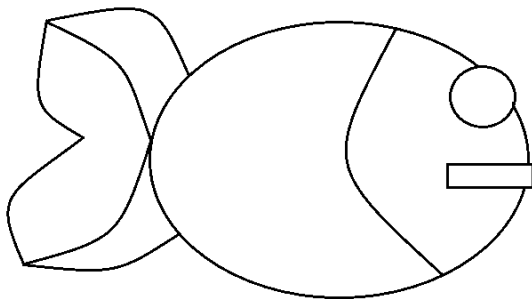
Nome: _____



Quantas cores você usou ? ____

Grupo: _____

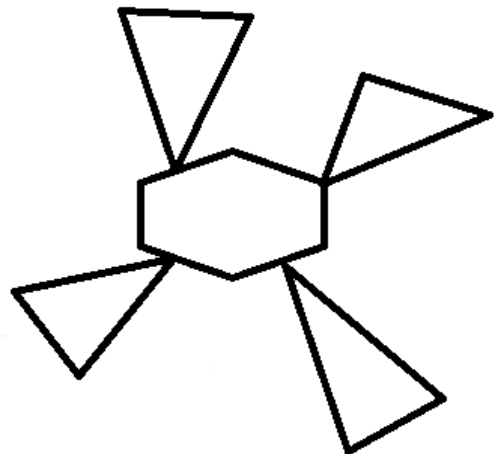
Nome: _____



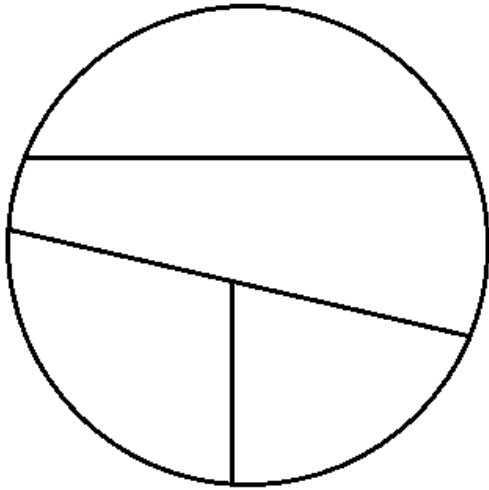
Quantas cores você usou ? ____

Grupo: _____

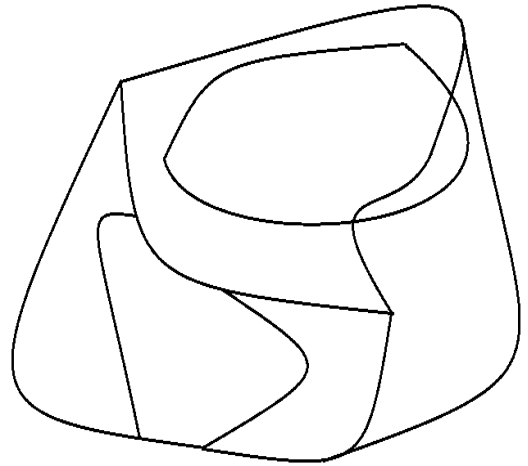
Nome: _____



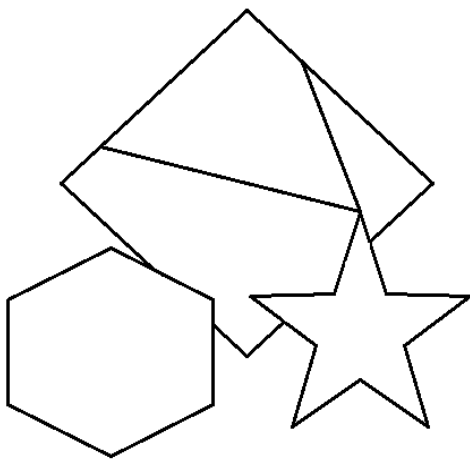
Quantas cores você usou ? ____

APÊNDICE E – Aula 1 – Cartelinhas com a solução para o desafio dos grafos

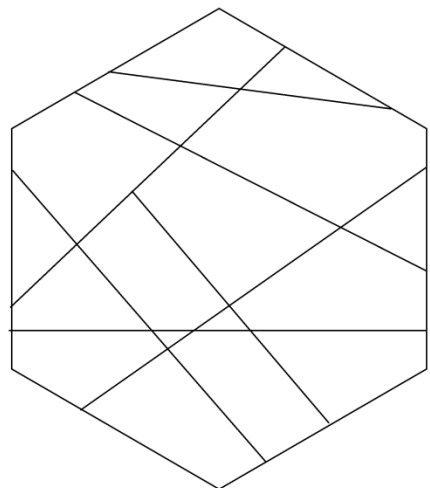
Pode ser colorido com 3 cores



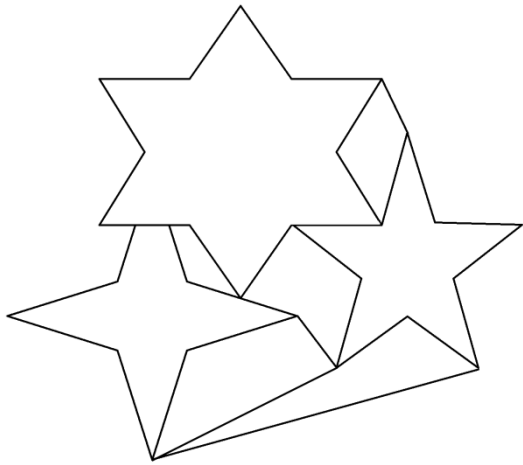
Pode ser colorido com 3 cores



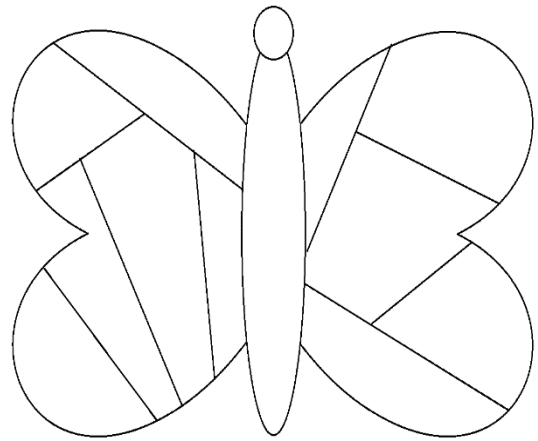
Pode ser colorido com 2 cores



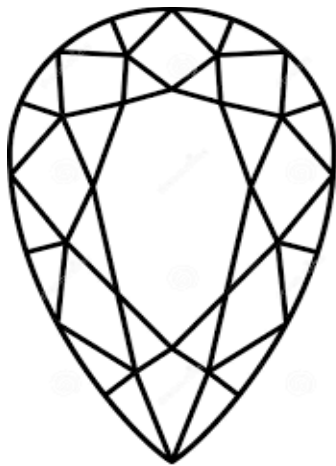
Pode ser colorido com 3 cores



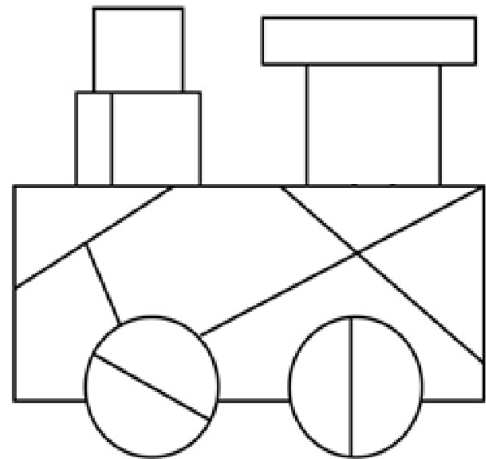
Pode ser colorido com 3 cores



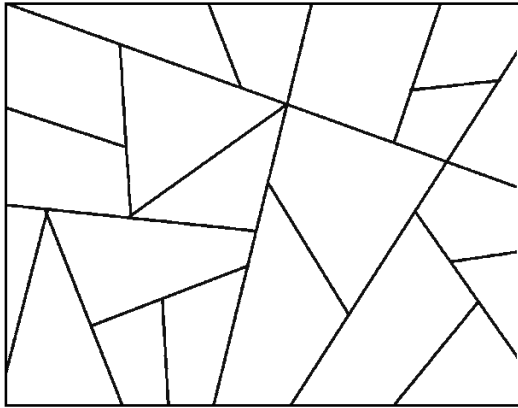
Pode ser colorido com 3 cores



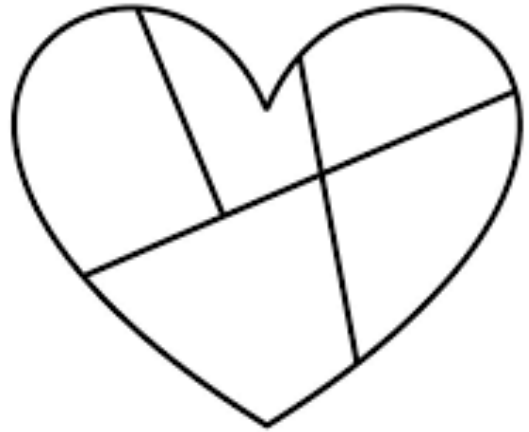
Pode ser colorido com 3 cores



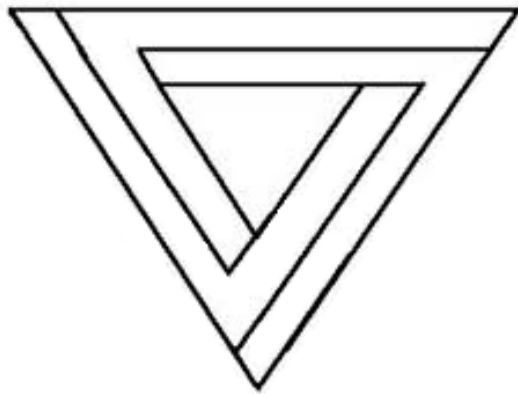
Pode ser colorido com 3 cores



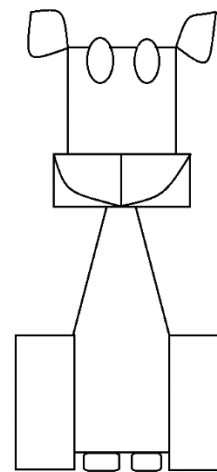
Pode ser colorido com 3 cores



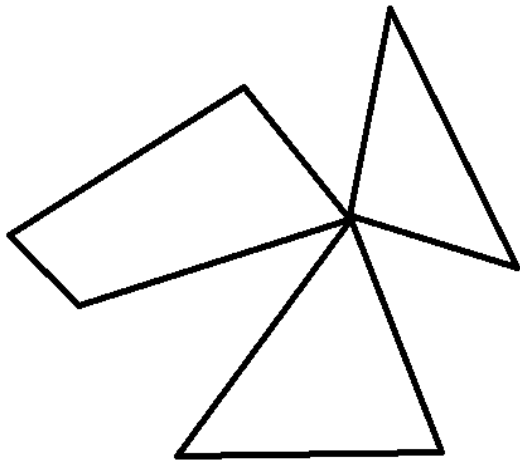
Pode ser colorido com 3 cores



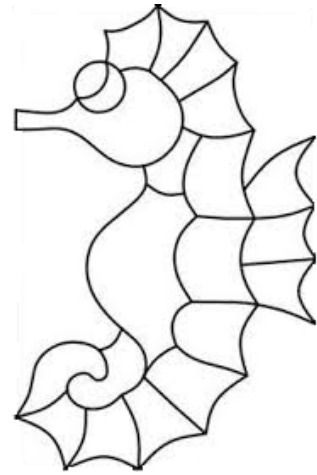
Pode ser colorido com 4 cores



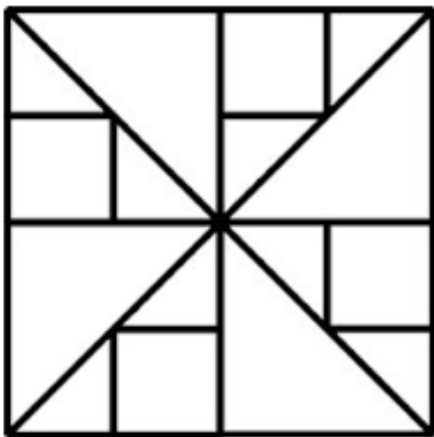
Pode ser colorido com 3 cores



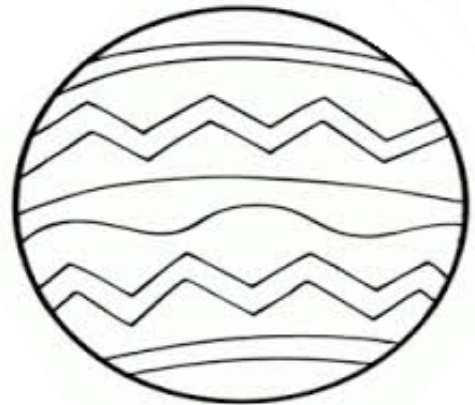
Pode ser colorido com 1 cor



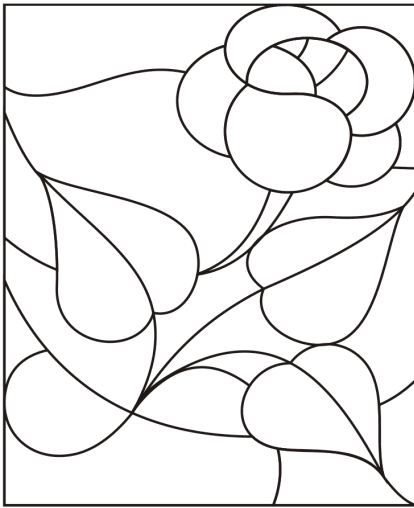
Pode ser colorido com 3 cores



Pode ser colorido com 3 cores



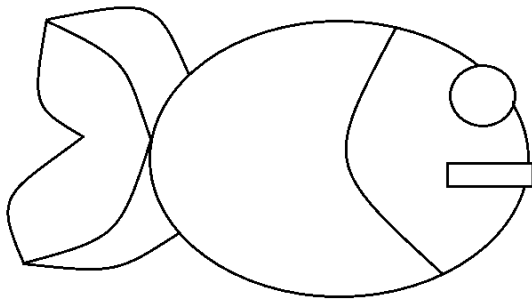
Pode ser colorido com 2 cores



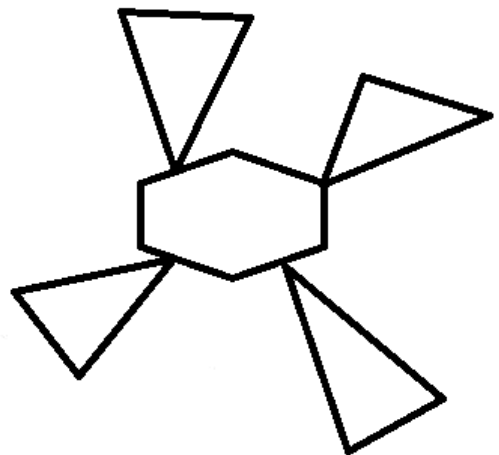
Pode ser colorido com 4 cores



Pode ser colorido com 4 cores



Pode ser colorido com 2 cores

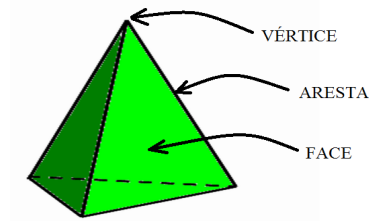


Pode ser colorido com 1 cor

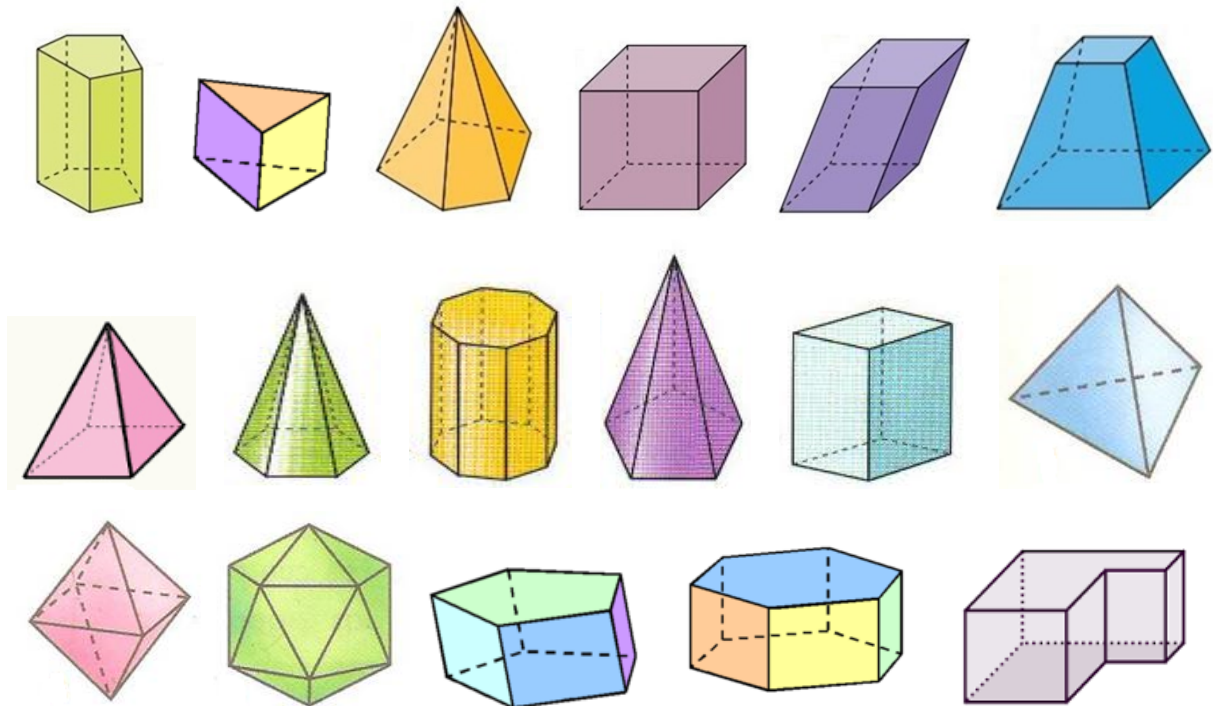
Apêndice F – Aula 2 – Poliedros

Poliedros são sólidos geométricos formados por três elementos básicos:

- Faces planas
- Vértices
- Arestas



Exemplos de poliedros:



DESAFIO

Construir um modelo de poliedro utilizando papel cartão e fita adesiva.

Você poderá fazer qualquer modelo de poliedro, igual ou diferente dos exemplos acima.

Depois, identifique quantas faces, arestas e vértices seu modelo de poliedro possui.

Em seguida, tente fazer o desenho do seu modelo de poliedro no espaço abaixo.

FACES: _____

ARESTAS: _____

VÉRTICES: _____

Apêndice G – Aula 2 – Base para colar o modelo de poliedro

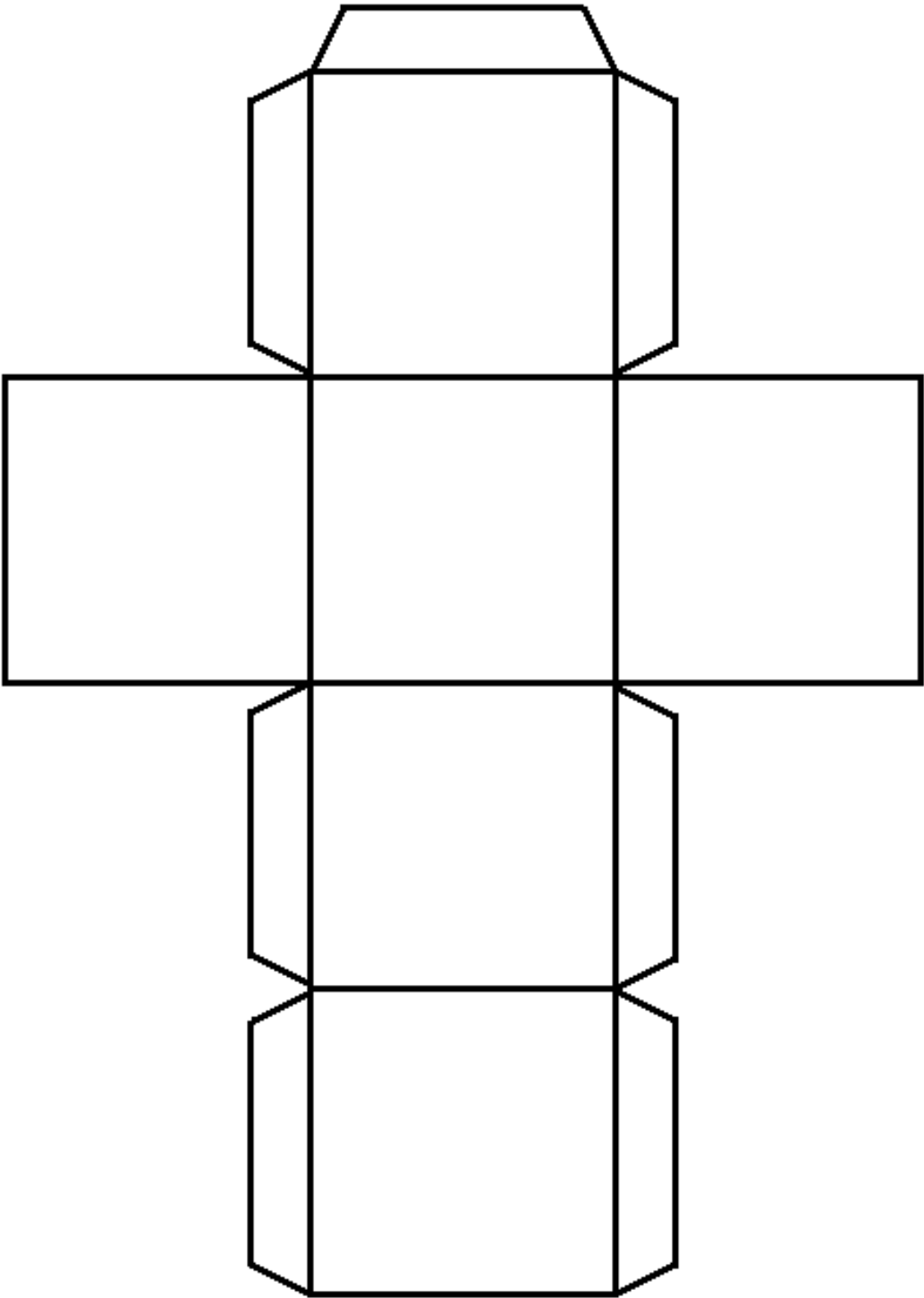
NOME: _____

FACES: _____

ARESTAS: _____

VÉRTICES: _____

Apêndice H – Aula 4 – Planificação da superfície do cubo para ser recortada



Apêndice I – Aula 4 – Base para colar o objeto construído

GRUPO: _____

MEDIDA DO VOLUME:

MEDIDA DA ÁREA:
