

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP**

Fernanda de Almeida Arruda

**Análise da articulação entre História da Matemática
e ensino nos livros didáticos:
o caso da equação de primeiro grau**

ESPECIALIAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**SÃO PAULO
2011**

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

Fernanda de Almeida Arruda

**Análise da articulação entre História da Matemática
e ensino nos livros didáticos:
o caso da equação de primeiro grau**

Monografia apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de ESPECIALISTA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA sob a orientação do Professor Doutor Fumikazu Saito.

SÃO PAULO
2011

Banca Examinadora

Dedico este trabalho à minha mãe e ao meu marido que sempre me deram apoio para estudar e também aos meus filhos.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Capa do livro “Matemática sem Limites”	20
Figura 2 – Capa do livro “Para Viver Juntos: Matemática”	20
Figura 3 – Capa do livro “A Conquista da Matemática”	21
Figura 4 – Capa do livro “Tudo é Matemática”	22
Figura 5 – Capa do livro “Araribá Matemática”	22
Figura 6 – Estátua de Al-Khowarizmi na cidade de Khiva, Uzbequistão	23
Figura 7 – Problema	24
Figura 8 – Palatine	25
Figura 9 – Resolução dos egípcios	26
Figura 10 – Resolução dos gregos	27
Figura 11 – Balança	31
Figura 12 – Problema e conceito de equação	32
Figura 13 – O sinal de igualdade	33
Figura 14 – Diofanto de Alexandria	33
Figura 15 – Origem das palavras Álgebra e Algoritmo	33
Figura 16 – História em quadrinho	34
Figura 17 – Balança em equilíbrio	35
Figura 18 – Notícias antigas do uso das equações	36
Figura 19 – Os gregos resolviam equações usando a Geometria	37
Figura 20 – Problema	39
Figura 21 – Retrato de René Descartes	40
Figura 22 – Coisa	40
Figura 23 – Curiosidades	40
Figura 24 – Como calcular a numeração do calçado	42
Figura 25 – Linha do tempo 1	43
Figura 26 – Linha do tempo 2	43
Figura 27 – Estátua de escriba	43

Lista de quadros

Quadro 1 – Definições	45
Quadro 2 – História	47

Sumário

INTRODUÇÃO.....	7
1. HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO.....	9
2. EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS.....	17
2.1 Materiais analisados.....	18
2.2 Como os livros escolhidos abordam o assunto Equações do Primeiro Grau e História da Matemática	23
CONSIDERAÇÕES FINAIS	52
Referências.....	54

INTRODUÇÃO

Atualmente, a Matemática é vista como fundamental para o desenvolvimento do pensamento lógico do homem e sua compreensão do mundo ao seu redor, porém há um excesso de informações e uso de situações do dia a dia que dificultam o entendimento e a aprendizagem de seus conteúdos.

Na sala de aula, muitos professores usam metodologias que se baseiam em exposição oral, tendo como recurso apenas a lousa. O professor frequentemente desenvolve atividades em que o aluno não é motivado a pensar, mas apenas a usar técnicas mecanizadas e decoradas, dando a falsa impressão de uma aprendizagem significativa.

O professor ensina o conceito, mostra os procedimentos e técnicas e logo em seguida, passa alguns exercícios de fixação para assegurar que realmente o aluno fixou o conteúdo ensinado.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) nos orientam que;

A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; aprender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. (BRASIL, 1998, p. 19)

Então, para evitarmos o ensino mecanizado, é preciso que o professor tenha boa formação inicial e busque uma formação continuada, visto que surgem várias propostas de ensino, novas ideias, novas metodologias, novas tecnologias para o ensino e aprendizagem da Matemática.

Sendo assim, o professor precisa cada vez mais buscar recursos didáticos diferentes, alternativas para sanar o descontentamento dos alunos que dizem não gostar e/ou não saber Matemática. Nesse sentido, Kammi observa que:

Inovar o ensino da matemática geralmente relaciona-se com o desenvolvimento de novas metodologias de ensino que complementem o conteúdo trabalhado com o objetivo de desenvolver a autonomia dos alunos bem como seu conhecimento lógico matemático analisado dentro de uma visão interativa e autônoma, na formação de indivíduos autônomos, capazes de raciocinar de forma independente, participativo e criativo. (KAMMI, 1995, p. 45, apud Alves, Oliveira e Neves, SBEM).

A esse respeito, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) cumprem um papel importante ao apontar que:

É importante destacar que a Matemática deverá ser vista pelo aluno como um conhecimento que pode favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua capacidade expressiva, de sua sensibilidade estética e de sua imaginação. (BRASIL, 1997, p.26).

Como professores, constatamos que são necessários novos estímulos para que os alunos voltem a se interessar pelo seu aprendizado e, por isso, nesse trabalho apontaremos um desses recursos, isto é, o uso da História da Matemática com foco nas equações do primeiro grau.

Primeiramente, mostraremos a importância da História da Matemática como recurso didático, pois como afirmam Nunes, Guerra e Almouloud:

Nossas reflexões nos conduzem a postular que a história é um dos instrumentos que pode promover a aprendizagem significativa da Matemática e esclarecer os conceitos e as teorias estudadas. (...) Propomos, também, que a reconstrução teórica e/ou prática dessa história pode proporcionar ao aluno oportunidades para evidenciar os significados da aprendizagem, evidenciando os obstáculos que surgiram na construção do conhecimento. (NUNES; GUERRA; ALMOULOU, 2010).

Em seguida, analisaremos alguns livros didáticos com o objetivo de apontar de que modo os autores introduzem o tema de Equações para os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental e como articulam este conteúdo com a História da Matemática.

1. HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO

No Brasil como em outros países, a História da Matemática tem chamado a atenção de educadores matemáticos há algum tempo, como podemos observar no grande número de estudos e trabalhos apresentados em vários congressos e encontros em Educação Matemática¹.

A inclusão da História da Matemática no ensino é importante porque ela propicia uma aprendizagem crítica e reflexiva. Segundo Antonio Miguel (1993):

(...) cidadãos matematicamente educados com base numa metodologia histórica que promova o pensamento independente e crítico e a autonomia intelectual é que estarão melhores preparados para propor, analisar, discutir e votar por medidas emancipadoras referentes ao papel a ser desempenhado no contexto das sociedades atuais pelas ciências em geral e pela matemática em particular. (MIGUEL, 1993, p. 114)

Segundo Miguel, a História da Matemática além ser fonte de objetivos, métodos, problemas práticos e curiosos, se caracterizaria por ser fonte desmistificadora, conscientizando o educando de que a Matemática é construção humana (Miguel, 1997, p.101).

Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) recomendam o uso da História da Matemática, observando:

Em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento. (BRASIL, 1998, p.43).

Entretanto, os PCN ressaltam:

Essa abordagem não deve ser entendida simplesmente que o professor deva situar no tempo e no espaço cada item do programa de Matemática ou contar sempre em suas aulas trechos da história da Matemática, mas que a encare como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conceitos, sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados. (BRASIL, 1998, p.43).

¹ São vários os encontros promovidos por educadores matemáticos. Dentre eles podemos citar o IX Seminário Nacional de História da Matemática, promovido pela Sociedade Brasileira de História da Matemática e pela Universidade Federal de Sergipe, em 2011; e o VI Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática realizado em São João Del Rei/MG em 2011.

Em outros termos, embora a inclusão da História da Matemática no ambiente educacional seja um valioso instrumento para o ensino-aprendizagem da Matemática, é preciso que a articulação entre História e ensino seja feita de maneira a oferecer contribuições pedagógicas e/ou didáticas e não apenas para satisfazer a curiosidade ou motivar os alunos.

De fato, isso é reforçado por Miguel que observa que se a História fosse motivadora,

(...) o ensino da própria História seria auto motivador. Não é isso, porém, o que atestaria a maioria dos professores de História os quais se defrontam em seu cotidiano não apenas com o desinteresse de seus alunos por esse campo do saber, como também com a enorme dificuldade de fazer com que eles compreendam a sua importância, a sua natureza, os seus objetivos e os seus métodos. (MIGUEL, 1997, p.76)

Como bem observa Miguel, a História da Matemática não deve ser utilizada apenas como um recurso que motive os alunos. Com efeito, há vários modos de articularmos história e ensino. Articulações estas que dependem não só da proposta que o professor tem em vista, mas também da concepção que ele tem do papel da História da Matemática em sala de aula.

Silva (2009), por exemplo, afirma que a História da Matemática auxilia na compreensão de conceitos matemáticos na medida em que ela explica a origem de certas ideias e procedimentos. Observa ainda, que a história ajuda a estabelecer conexões entre a Matemática e as demais Ciências e conscientiza os alunos das relações entre Matemática e sociedade. Mostra ainda que a História é uma fonte inesgotável de problemas curiosos e interessantes que permitem desenvolver e auxiliar a capacidade de resolução de problemas. Além disso, segundo Silva, a História da Matemática também auxilia a superar preconceitos e a visão eurocentrista de conhecimento ao mostrar as reais contribuições de civilizações não ocidentais.

Embora as potencialidades da História no ensino estejam, de certa maneira, clara aos educadores, Silva (2009) observa que os professores ainda não parecem saber como articular História e ensino. Nesse sentido, Silva sugere que a História poderia ser utilizada para se “criar em sala de aula momentos de discussão e reflexão em torno de questões como: Quem constrói a Matemática? Como e onde a

Matemática se desenvolve? Para que serve a Matemática?” (SILVA, 2009, p. 168, 169).

Como exemplo Silva propõe que, para se introduzir o estudo das equações do segundo grau, poderiam ser utilizados problemas históricos que estão nos livros escritos por Al-Khowarizmi. Visto que esses problemas não envolviam simbolismo algum, Silva acredita que os alunos poderiam assim introduzir uma discussão sobre a importância de seu uso.

Dentre outros pesquisadores que investigam sobre o uso da História da Matemática como recurso pedagógico encontramos ainda Nunes, Guerra e Almouloud (2010). Segundo esses autores a História é uma ferramenta que pode dar significado à aprendizagem e auxiliar na explicação de teorias e os conceitos estudados na matemática.

Acreditamos que a História da Matemática possa interagir e proporcionar ao aluno oportunidades para evidenciar os significados da aprendizagem, evidenciando os obstáculos que surgiram na construção do conhecimento. (NUNES; GUERRA; ALMOULOU, 2010).

Na concepção de Nunes, Guerra e Almouloud a História da Matemática pode ser utilizada como um organizador prévio em uma aula, pois,

(...) além de contextualizar o aprendizado de um determinado conteúdo, mostra formas de conectar essas novas ideias com outras já existentes na estrutura cognitiva. Ademais, pode ser altamente motivador para os alunos, uma vez que apresentam situações-problema cuja solução bem sucedida requer poder de raciocínio, flexibilidade de pensamento, improvisação, sensibilidade, astúcia, tática para compreender os princípios subjacentes, habilidades, destreza e conhecimentos prévios. (NUNES; GUERRA; ALMOULOU, 2010).

Para Nunes, Guerra e Almouloud, a articulação da História da Matemática com o ensino conduz o aluno a perceber a origem e também a evolução que teve a Matemática, mostrando-lhe que esta não é um conhecimento pronto e acabado. Assim, segundo Nunes, Guerra e Almouloud, a História da Matemática bem articulada com o ensino promove uma aprendizagem significativa, visto que cria a possibilidade de perceber não só a origem como também a evolução do conhecimento matemático.

Podemos dizer que são muitas as iniciativas como as de Silva, Nunes, Guerra e Almouloud. Miguel (1993), por exemplo, observa que História da Matemática poderia ser utilizada como um instrumento de promoção da aprendizagem significativa e compreensiva. Segundo Miguel,

Somente uma história pedagogicamente orientada, isto é, uma história viva, esclarecedora e dinâmica, vindo substituir as enfadonhas histórias evolutivas das ideias matemáticas, quase sempre desligadas das necessidades externas e/ou internas que estiveram na base de sua origem e transformação, poderia subsidiar uma prática pedagógica em matemática que cumprisse, efetivamente, as funções didáticas atribuídas à história. (MIGUEL, 1993, p. 111)

Por história viva, Miguel quer dizer que é necessário tomar o cuidado de não introduzir em sala de aula uma história que só encadeie cronologicamente os fatos de maneira enfadonha, isto é, uma história linear e progressista que só descreva acontecimentos e descobertas. Essa história além de não contribuir pedagogicamente, deixa de fora os fatores externos e internos que levaram à elaboração do conhecimento matemático que conhecemos hoje. Segundo Miguel, ao excluir tais fatores, esse tipo de história acaba por ocultar o processo da construção do conhecimento matemático.

Esse ponto também é reforçado por Ubiratan D'Ambrósio, para ele a História da Matemática deve mostrar ao aluno em que contexto certo conhecimento matemático foi desenvolvido, e situá-lo nas condições históricas da época de modo que ele perceba a importância do desenvolvimento do conhecimento para a sociedade. Assim, a História permitiria ao aluno mobilizar conhecimentos e fazer relações e conexões entre assuntos já abordados, conduzindo-o a uma maior compreensão da evolução do conceito, enfatizando as dificuldades epistemológicas inerentes ao conceito que está sendo trabalhado (D'Ambrósio, 1989).

Tudo isso significa que, ao utilizar a História da Matemática como recurso didático, é importante atentar para o tipo de história que devemos levar em consideração. A esse respeito, Saito (2010) observa que:

(...) o educador ao levar para a sala de aula as histórias que estão nos livros, atualmente baseadas em uma vertente historiográfica tradicional, tende a reforçar a linearidade do desenvolvimento do conhecimento. Desse modo, o conhecimento científico é apresentado aos alunos como uma sucessão de fatos, organizados de forma

lógica e cronológica, omitindo debates e outras questões “extra científicas”, que direta ou indiretamente, estiveram ligadas no momento de sua formulação. (SAITO, 2010, p. 5)

Não se trata, entretanto como observa Saito e Dias, de fazer do professor um historiador, mas sim “aproximá-lo do historiador da matemática de modo a elaborar uma estratégia, ou mesmo esboçar uma metodologia de trabalho, em que seja possível articular proficuamente História da Matemática e Educação Matemática”. (Saito e Dias, 2010, p.7).

Segundo Saito e Dias há vários pesquisadores que propõem articular História da Matemática e Ensino, porém observam que ainda faltam bases teóricas para essa articulação (2010, p.2). Para eles, existem três aspectos que são favoráveis para a articulação entre a História da Matemática e a Educação Matemática. O primeiro é que a História ajuda a modificar o pensamento de que a Matemática é apenas técnica e resoluções de problemas. O segundo aspecto é que a História dá significado aos objetos matemáticos. Ela proporcionaria outra interpretação tendendo a uma melhor compreensão desses objetos matemáticos, isto é, como afirmou Miguel (1997), ela “formaliza” os conceitos matemáticos:

(...) É no desenvolvimento histórico da matemática que podemos perceber as diferentes formalizações de um mesmo conceito. E, como numa aprendizagem significativa é desejável que o estudante tenha uma visão dessas diferentes formalizações, então, a história passaria a ser um recurso indispensável. (MIGUEL, 1997)

O último, segundo Saito e Dias, seria a interdisciplinaridade (ALFONSO-GOLDFARB, 2003), ou seja, a História aborda o desenvolvimento dos conceitos matemáticos vinculado a outras áreas do conhecimento.

Segundo Saito (2010) as propostas de articulação podem ser divididas em dois grandes grupos. Isto é, “entre aquelas que propõem uma intervenção direta em sala de aula e outras que buscam fornecer subsídios aos educadores”. No que diz respeito à intervenção direta em sala de aula, encontramos propostas que usam caminhos diferentes para o uso da História na Educação como, “o uso de fontes históricas associadas ao emprego de softwares” e “a reprodução de experimentos históricos”. Já as propostas que fornecem subsídios aos educadores, encontramos as que “propõem examinar as potencialidades pedagógicas da história” (p.3).

Podemos dizer, portanto, que a História da Matemática que devemos ter em consideração para ser articulada com o ensino deverá ser aquela que nos faça entender a Matemática como um conhecimento em construção, com erros e acertos e idas e vindas, influenciadas por fatores internos e externos a ela. Isso porque quando se entende como a Matemática se desenvolveu e como ela sofre influências e influencia os outros conhecimentos podemos entender melhor nossas dificuldades no contexto das ideias matemáticas.

Podemos dizer que há muitos argumentos favoráveis à introdução da História da Matemática na Educação Matemática. Contudo, Miguel (1997) apresenta também alguns argumentos que são obstáculos, que nos conduzem a refletir sobre as reais potencialidades da História da Matemática em sala de aula, são elas: ausência de literatura adequada; natureza imprópria da literatura disponível; o elemento histórico como fator complicador e, por último, a ausência na criança do sentido de progresso histórico (p. 95-100).

Na mesma direção, Viana (1998) também apresenta algumas objeções, dentre elas podemos destacar a afirmação que para se aprender o conteúdo matemático a ser ensinado pelo professor, o aluno não necessita da história, pois essa não é significativa para o seu aprendizado (p.3). Assim como Miguel, Vianna também se refere a pouca literatura adequada disponível aos professores e alunos, principalmente em língua portuguesa. Além disso, ele acrescenta que a literatura disponível é de difícil compreensão para que os professores possam fazer uso. Ademais, Vianna observa que “o caminho histórico é mais árduo para os estudantes que o caminho lógico”, isto é, o aluno precisaria passar pelos erros cometidos ao longo da história e isso provocaria atraso no conteúdo a ser ensinado. Segundo Viana, ainda soma-se a isso:

Apesar de encontrarmos fortes razões para defender o uso didático da história da matemática não encontrei nenhum estudo sobre os efeitos nos alunos provocados pelas mudanças que recentemente vem ocorrendo na maioria dos livros didáticos nacionais com vistas à inclusão de um conhecimento ‘histórico’. A julgar pelo que tenho visto nestes livros didáticos dificilmente se poderá encontrar alguma diferença de comportamento na aprendizagem dos alunos, pois o elemento histórico incorporado a estes livros não se reflete no conteúdo matemático dos mesmos. (VIANNA, 1998, p. 11).

Mas, ao mencionar fatos ocorridos em diferentes épocas e com diferentes povos, a História da Matemática exemplifica que problemas antigos podem estar presentes ainda hoje, e que soluções anteriores encaminharam as soluções atuais e assim, conceitos foram construídos, ampliados e difundidos. Isso pode levar os alunos a valorizar os conhecimentos matemáticos como instrumentos básicos para compreensão das situações de nosso cotidiano, o que dará mais sentido à aprendizagem.

A História da Matemática ajuda a perceber que a Matemática está longe de acabar, ela ainda continua em evolução e é muito importante na formação do professor. Assim, ainda que não se possa afirmar que o uso da História da Matemática conduziu a algumas mudanças no aprendizado, como afirmou Vianna (1998), também não podemos negar que essas novas propostas e iniciativas baseadas na história buscaram, com muito esforço, incluir aspectos históricos na educação matemática, pelo menos desde a publicação dos PCN para o Ensino Fundamental pelo Ministério da Educação em 1997 (Gomes, 2007).

Concordamos com Miguel (1997), quando ele conclui em seu levantamento que é preciso ficar numa posição intermediária antes de se convencer de que a História “tudo pode” ou de que “nada pode” dentro de uma sala de aula. Acreditamos que a história pode e deve desempenhar um papel subsidiário na Educação Matemática, desde que “devidamente reconstituída com fins pedagógicos e organicamente articulada com as demais variáveis que intervêm no processo de planejamento didático” (p.101). Mas também é preciso considerar que não há somente uma História à disposição do professor.

Como afirma Brolezzi,

(...) Não se trata apenas de ilustrar as aulas de Matemática com histórias que divirtam, como biografias de matemáticos famosos. Nem, simplesmente, de acrescentar mais conteúdo ao currículo elementar de Matemática, para recheá-lo de referências históricas diretas que, de algum modo, ajudem a demonstrar a importância ou a beleza do assunto que se quer ensinar. O que pretendemos fazer aqui é contribuir para o estudo de uma utilização muito mais profunda do recurso a História da Matemática. (BROLEZZI, 2000. p.1)

Sabemos agora como é importante o uso da História da Matemática no ensino, mesmo com alguns obstáculos (Miguel, 2007) e algumas objeções (Vianna,

1998). Mas é importante observar que não basta apenas juntar História da Matemática e Educação Matemática, antes é preciso estabelecer um diálogo entre historiadores e educadores matemáticos (Saito, 2010), pois esse diálogo propiciará uma melhor articulação entre História e Ensino de Matemática.

Assim, ao introduzir a História da Matemática no ensino, o professor deve mostrar a Matemática como uma criação humana, fazendo com que o aluno a encare como fruto da necessidade de modo a despertar o interesse deste aluno para essa disciplina. Partindo da constatação de Viana, ou seja, que elemento histórico incorporado em livros didáticos não se reflete no conteúdo matemático dos mesmos, no próximo capítulo veremos como a História da Matemática foi abordada nessas obras por seus autores. Buscaremos analisar alguns livros didáticos tendo como foco as Equações do Primeiro Grau com uma Incógnita.

2. EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS

Para o aluno aprender equações do primeiro grau, normalmente ensinadas no 7º ano do ensino Fundamental II, precisa também aprender álgebra, pois esta envolve entes matemáticos tais como as variáveis e as incógnitas.

Com a introdução de equações, um novo e diferente contexto é apresentado ao aluno, ou seja, ele é inserido na linguagem algébrica, uma linguagem que traduz em símbolos os valores numéricos.

Como afirma Ponte (2005):

(...) Ao lado das expressões numéricas, envolvendo números e operações com que contactaram anteriormente, surgem agora outras expressões, envolvendo novos símbolos e novas regras de manipulação, que remetem para outro nível de abstração. (PONTE, 2005, p. 149)

Podemos dizer assim que começa uma nova etapa do aprendizado da matemática, isto é, uma matemática abstrata.

Para muitos alunos esse início é bem difícil, uma vez que eles não conseguem dar significado a linguagem algébrica. Isso porque muitos acreditam que simplesmente atribuindo um valor a x , a equação estará resolvida ou estará resolvido o “ x da questão”. Infelizmente, os alunos creem que a álgebra não faz parte do seu cotidiano e isso acarreta incertezas e dificulta a aprendizagem, impedindo-os de utilizá-la como ferramenta em outras áreas do conhecimento como, na Física e na Química por exemplo.

Nesse sentido, os PCN nos orientam que, para trabalhar com a álgebra, precisamos recorrer a situações-problema, em que o aluno tenha a possibilidade de dar significado aos objetos matemáticos:

O ensino de Álgebra precisa continuar garantindo que os alunos trabalhem com problemas, que lhes permitam dar significado à linguagem e às ideias matemáticas. Ao se proporem situações-problema bastante diversificadas, o aluno poderá reconhecer diferentes funções de Álgebra (ao resolver problemas difíceis do ponto de vista aritmético, ao modelizar, generalizar e demonstrar propriedades e fórmulas, estabelecer relações entre grandezas). (BRASIL, 1998, p.84)

Podemos notar que o preparo dos alunos para a aprendizagem da álgebra parece ser um dos aspectos incentivados pelos PCN, visto que enfatizam sua importância e não simplesmente a aprendizagem do cálculo.

Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver alguns aspectos de álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas. Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a 'sintaxe' (regras para resolução) de uma equação (BRASIL, 1998 p. 50 - 51).

Assim, os PCN, consideram de suma importância as diferentes visões da álgebra e propõem atividades diversificadas que busquem articular aritmética e álgebra.

Nesse capítulo apontaremos como os autores de livros didáticos abordam o tema “equações do primeiro grau”. Visto que na maioria das vezes é através dos livros didáticos que os alunos têm contado com esse tipo de equação pela primeira vez. Acreditamos ser importante avaliarmos como esse assunto é apresentado, particularmente, no que diz respeito à sua articulação com a história da matemática.

Cabe observar que a apropriação desse tópico é fundamental para que o aluno do 7º ano seja capaz de resolver situações-problema que envolvam equação do primeiro grau. Além disso, nos anos que se seguem ele trabalhará com variações e aplicações deste conteúdo. Assim, analisamos alguns livros didáticos com o objetivo de apontar de que modo os autores introduzem o tema de Equações para os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental e como articulam este conteúdo com a História da Matemática.

2.1 Materiais analisados

Como vimos no capítulo anterior, a História da Matemática em sala de aula é recomendada pelos PCN como recurso didático:

Mediante um processo de transposição didática e aliada a outras metodologias e recursos, a História da Matemática se torna uma importante contribuição para o processo de ensino e aprendizagem

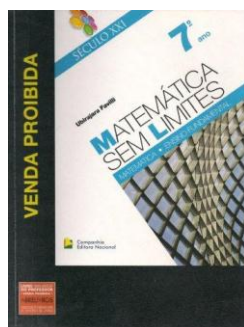
em Matemática. Mostrando a Matemática como uma criação humana, as diferentes culturas, diferentes momentos históricos, comparações entre processos matemáticos do passado e do presente, o aluno pode desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do conhecimento matemático. (BRASIL, 1998, p. 45).

De fato, os PCN parecem ter contribuído para que os autores de livros didáticos inserissem a História da Matemática em seus livros. Isto é notório, por exemplo, no livro dos autores Giovanni, Castrucci e Giovanni Junior. O livro didático intitulado *A Conquista da Matemática*, publicado em 1998, abordava superficialmente a História. Porém, a edição de 2007, posterior à publicação dos PCN, passou a incorporar mais conteúdos de História da Matemática, mas este é um caso isolado, visto que nem todos os livros já trazem conteúdos de história.

Vamos delimitar nossa análise a cinco livros didáticos. Escolhemos esses livros justamente por articularem história em seus conteúdos. Os livros adotados foram: *Matemática sem Limites*, 7º ano, publicado pela Companhia Editora Nacional em 2009, de autoria de Ubirajara Favilli; *Para Viver Juntos: matemática*, 7º ano publicado pelas Edições SM Ltda., em 2008, cujos autores são Carlos N. C. de Oliveira; *A Conquista da Matemática*, de autoria de José Ruy Giovanni, publicado em 2007; *Tudo é Matemática*, de autoria de Luiz Roberto Dante, publicado em 2010; e *Projeto Araribá: Matemática*, obra coletiva, publicada em 2010.

O primeiro livro, *Matemática sem Limites*, 7º ano, cuja capa está apresentada na figura 1, é de autoria de Ubirajara Favilli, bacharel em Matemática pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, Licenciado em Matemática pelas Faculdades Integradas Teresa Martin. Publicado em 2009, o livro contém cinco capítulos. Possui manual do professor contendo 80 páginas, no qual constam sugestões de livros didáticos, vídeos, programas de computadores, indicações de leituras, referências bibliográficas e respostas de exercícios.

Figura 1 – Capa do livro “Matemática sem Limites”



O segundo livro, *Para Viver Juntos: Matemática*, 7º ano, cuja capa está apresentada na figura 2, é de autoria de Carlos N. C. de Oliveira, licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo, especialista em Educação Matemática pelo Centro Universitário Fundação Santo André; e Marco Antonio Martins Fernandes, licenciado em Matemática pela Fundação Instituto de Ensino para Osasco. O livro foi publicado em 2008 e é composto por nove capítulos. Em cada capítulo traz orientações tais como, objetivos, apresentação, conteúdos, pré-requisitos, comentários, indicações de leituras, conceitos-chave do módulo, o tema no dia a dia, um tópico intitulado “não deixe de explorar” e outros intitulados “ampliação do conteúdo”, “atividade extra”, “para navegar na internet” e “respostas de exercícios”.

Figura 2 – Capa do livro “Para Viver Juntos: Matemática”

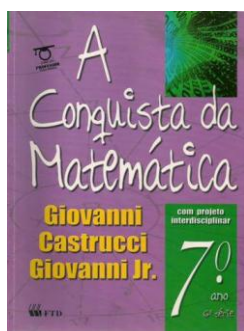


O terceiro livro, *A conquista da Matemática*, 7º ano, cuja capa está apresentada na figura 3, é de autoria de Jose Ruy Giovanni, bacharel, licenciado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo; Benedito Castrucci, Cogear – PUC – SP – Especialização em Educação Matemática

bacharel, licenciado em Ciências Matemáticas pela Universidade de São Paulo; e José Ruy Giovanni Junior, licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Trata-se de uma coleção da editora F.T.D. composta por livros para todos os anos do ensino fundamental.

Publicado em 2007, o livro é composto por 10 capítulos e traz indicação de leituras, glossário, bibliografia, respostas de exercícios, e um projeto de intervenção pedagógica. Ao final do livro, os autores apresentam 63 páginas de orientações para o professor de Matemática.

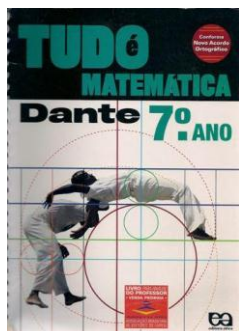
Figura 3 – Capa do livro “A Conquista da Matemática”



O quarto livro, *Tudo é Matemática*, 7º ano, cuja capa está apresentada na figura 4, de autoria de Luiz Roberto Dante, livre-docente em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” de Rio Claro, doutor em Psicologia da Educação (Ensino da Matemática) pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Mestre em Matemática pela Universidade de São Paulo. O livro foi publicado pela editora Ática e está na 3ª edição (2010).

O livro é composto por 10 capítulos e traz atividades suplementares, glossário, bibliografia, respostas de exercícios e leituras complementares. Ao final do livro, constam 64 páginas que compõem o manual pedagógico do professor de Matemática.

Figura 4 – Capa do livro “Tudo é Matemática”



O quinto e último livro analisado faz parte de uma coleção denominada Projeto Araribá, organizada e publicada pela editora Moderna. Esse Projeto é composto por livros das disciplinas que constitui o currículo do ensino fundamental.

O livro escolhido para a análise foi publicado em 2010. Trata-se de uma obra coletiva, elaborada por Juliane Matsubara Barroso, Ana Paula Souza Nani, Cintia Alessandra Valle Burkert Machado, Dario Martins de Oliveira, Débora Regina Yogui, Fabio Martins de Leonardo, Fausto Arnaud Sampaio, Flávia Renata Pereira de Almeida Fugita, Juliana Ikeda, Luciana de Oliveira Gerzoschkowitz Moura, Maria Aparecida Costa Bravo, Maria Cecília da Silva Veridiano e Maria Cecília Soave Leme Oliva.

Essa obra, cuja capa está reproduzida na figura 5, está organizada em seis unidades temáticas, seguidas das respostas dos exercícios, bibliografia consultada e um guia de recursos didáticos para o professor.

Figura 5 – Capa do livro “Araribá Matemática”



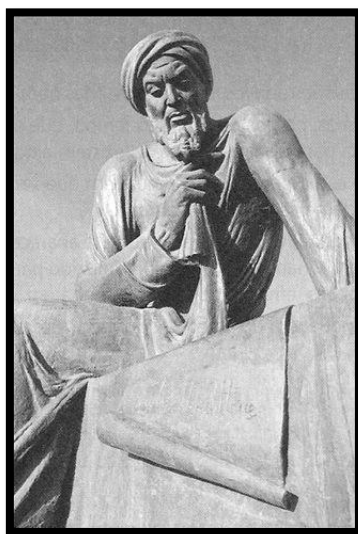
Feita essa breve descrição, apresentamos a seguir, como estes livros abordam o tema “Equações de primeiro grau”.

2.2 Como os livros escolhidos abordam o assunto Equações do Primeiro Grau e História da Matemática

Para facilitar o entendimento, usaremos as siglas (ML) para o livro *Matemática sem Limites*; (VJ) para o livro *Para Viver Juntos: Matemática*; (CM) para o livro *A Conquista da Matemática*; (TM) para o livro *Tudo é Matemática* e, por fim, (AM) para o livro *Projeto Araribá: Matemática*.

No primeiro livro ML, o capítulo 3 é destinado aos fundamentos de álgebra e contém tópicos referentes a expressões algébricas, equações e sistemas de equações. Na primeira página deste capítulo há uma foto da estátua de Al-Khowarizmi que está na cidade de Khiva, em Uzbequistão. Ao se referir à estátua, o autor menciona “Muhammad ibn Musa AL-Khowarizmi (século VIII), matemático e astrônomo, nasceu na Ásia Centra, região do Mar de Aral, em Khorezm, hoje Khiva no atual Uzbequistão” (Favilli, U., 2009, p.57) (Figura 6).

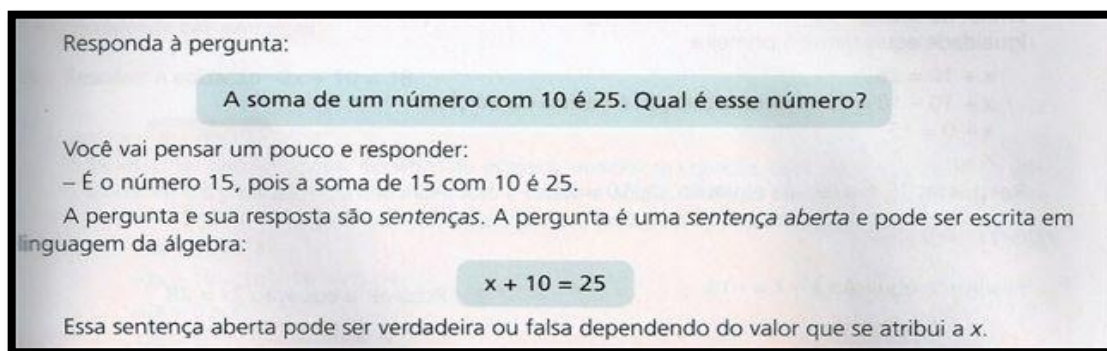
Figura 6 – Estátua de Al-Khowarizmi na cidade de Khiva, Uzbequistão



(Favilli, U., 2009, p. 57)

Notamos aqui que o autor tem a preocupação de apresentar esse matemático e astrônomo pela sua importância para a Álgebra. No que diz respeito à equação de primeiro grau, o autor aborda, num primeiro momento, o que são expressões algébricas para, em seguida, introduzir as equações. Para a introdução das equações o autor formula uma pergunta, como vemos na figura 7.

Figura 7 – Problema



(Favilli, U., 2009, p. 63)

Observamos que o autor expõe um problema na linguagem natural e, em seguida, descreve sua generalização em linguagem matemática. Apresenta a letra x para representar um número qualquer e, com isso, espera que o aluno seja capaz de realizar a escrita algébrica por meio de uso de letras em expressões matemáticas, traduzindo a sentença de uma língua materna para uma língua algébrica e vice-versa. Além disso, espera que o aluno reconheça que a sentença formada representa uma equação do primeiro grau.

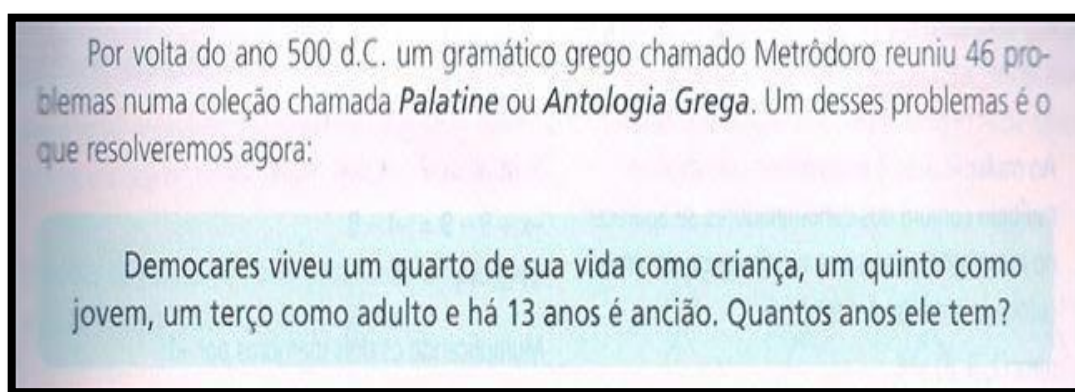
Na sequência, notamos que o autor define equação do primeiro grau e incógnita. A incógnita é definida como “a letra que representa o número desconhecido” (p.64). Define também raiz de uma equação, explicando que a resolução de uma equação “significa encontrar o valor que se deve colocar no lugar da incógnita para que se obtenha uma sentença verdadeira, efetuando-se as operações indicadas” (Favilli, U., 2009, p.64).

Após essa apresentação, são elencados e resolvidos vários exercícios, em seguida, solicita-se aos alunos resolverem outros exercícios.

Podemos dizer que esse livro não deixa o aluno formular os principais conceitos relacionados à equação de primeiro grau. Nesse sentido, o livro incentiva apenas o aluno a seguir os exemplos e repeti-los.

A História da Matemática aparece em diversos “boxes”, como no exemplo a seguir, da figura 8.

Figura 8 – Palatine



(Favilli, U., 2009, p. 71)

Aqui, o autor traz a coleção *Palatine* e informa que essa coleção é a prova de que resolver problemas relacionados com equações do primeiro grau é um tema muito antigo.

Com o objetivo de introduzir equações com denominadores, o autor expõe o problema descrito na figura 8. Em seguida, o autor apresenta sua resolução com o uso da linguagem algébrica. “Seja x a idade de Democares quando o problema foi proposto” (p.71)

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{5} + \frac{x}{3} + 13 = x$$

É interessante observar que o autor buscou colocar uma curiosidade histórica para introduzir as equações com denominadores, entretanto, a proposta não articula a parte histórica com o conteúdo a ser ensinado.

No problema seguinte, também com o uso da História da Matemática, o autor procurou demonstrar o uso do método da falsa posição para a resolução do problema, tal como era feito pelos antigos egípcios, mostrando em seguida, como os gregos resolviam usando geometria. Observamos isso nas figuras 9 e 10.

Figura 9 – Resolução dos egípcios

A álgebra que aprendemos no Ensino Fundamental trata basicamente das operações com números desconhecidos, representados por letras, e das resoluções de equações do 1º e 2º graus, embora seja uma ciência muito vasta e sofisticada. Sua história é tão antiga quanto a história da humanidade, que se inicia aproximadamente no ano 3.500 a.C. por ocasião da descoberta da escrita. Documentos matemáticos muito antigos, que contêm referências algébricas, resistiram ao tempo e chegaram até nós. Naquela época não se escrevia matemática com a simbologia que utilizamos hoje, isso demorou muito para acontecer.

Cada povo desenvolveu um método de resolução de equações. Um problema formulado há 4.000 anos pelos egípcios é:

Um número e sua quarta parte, juntos, fazem 15. Diga-me, qual é esse número?

Para resolver esse simples problema algebricamente representamos o número desconhecido por n transformamos a frase na equação:

$$n + \frac{n}{4} = 15$$

Multiplicamos a equação por 4 e encontramos:

$$n = 12$$

Os egípcios utilizavam a regra da falsa posição, que consiste nos seguintes procedimentos:

- Atribui-se um valor arbitrário a n , por exemplo 2, e efetuam-se as operações no 1º membro da equação:

$$2 + \frac{2}{4} = \frac{8}{4} + \frac{2}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

Logo, 2 não é o número procurado.

- Monta-se a regra de 3:

n está para 15 assim como 2 está para $\frac{5}{2}$.

$$\frac{n}{15} = \frac{2}{\frac{5}{2}}$$

$$\frac{n}{15} = \frac{4}{5}$$

$$n = 15 \times \frac{4}{5}$$

$$n = \frac{60}{5}$$

$$n = 12$$

(Favilli, U., 2009, p. 84)

Figura 10 – Resolução dos gregos

Já a álgebra grega era geométrica, isto é, utilizavam métodos geométricos para resolver equações. Vamos resolver o problema com a metodologia grega.

- Construímos um retângulo com área 15. Pode ser um retângulo de lados 3 e 5.

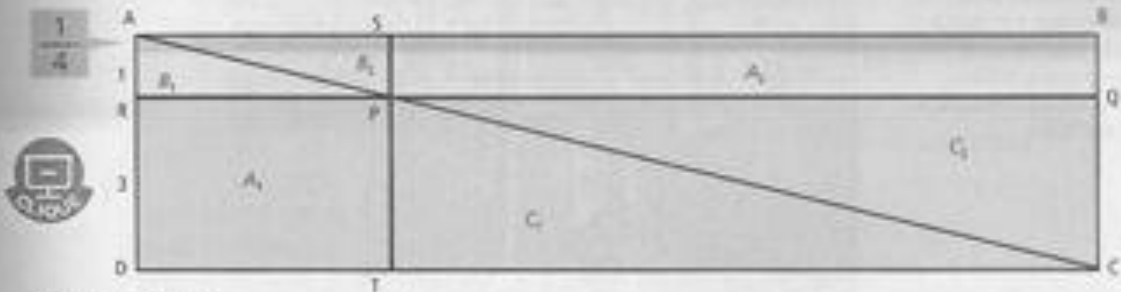


$$n + \frac{n}{4} = 15 \Rightarrow n \left(1 + \frac{1}{4}\right) = 5 \times 3 \quad (*)$$

- Anexamos a esse retângulo um retângulo de lados 5 e $1 + \frac{1}{4}$.



Trazemos a diagonal desse novo retângulo e a prolongamos até que encontre o prolongamento do lado 5 no ponto C e construímos o retângulo ABCD.



- Conclusões:
A área do triângulo ABC é igual à área do triângulo ADC, isto é:

$$A_1 + B_1 + C_1 = A_2 + B_2 + C_2$$

De onde se conclui que $A_1 = A_2$, pois $B_1 = B_2$ e $C_1 = C_2$.
Como $A_1 = 15$, segue que $A_2 = 15$.

Mas $A_2 = PQ \times \left(1 + \frac{1}{4}\right)$.

Portanto, $PQ \times \left(1 + \frac{1}{4}\right) = 15 \quad (**)$

Comparando (*) com (**), concluímos que $PQ = n$.
A "álgebra" grega consiste em se construir essa figura, e a solução da "equação" é o segmento PQ.

Notas

- $B_1 \rightarrow$ área do triângulo PAR
- $B_2 \rightarrow$ área do triângulo SAP
- $A_2 \rightarrow$ área do retângulo SBQP

(Favilli, U., 2009, p. 85)

Na figura 9, o autor apresenta o método da falsa posição utilizado pelos egípcios há 4000 anos. O método é apresentado em forma de aplicação de técnicas de cálculo. Como podemos notar, o autor mostra que o método consistia em atribuir um número qualquer ao valor da incógnita, buscando encontrar o resultado da sentença. O autor mostra que caso o resultado não seja alcançado na primeira tentativa, deve-se estabelecer uma proporção entre as razões do número desconhecido com o resultado da sentença e a razão entre o número atribuído no início e o resultado não desejado.

A presença da história no início da atividade tem o objetivo de apenas contar um fato histórico e não de narrar o desenvolvimento do método de resolução da falsa posição para determinação da solução de uma equação, nem articular o método com o conteúdo abordado.

O método da falsa posição foi retirado do *Papiro de Ahmes*, que fora copiado no Egito, por volta de 1650 a.C. por um escriba. Mais tarde chamado de *Papiro de Rhind*, em homenagem a Henry Rhind, um escocês, que o adquiriu em 1858 (Eves, 2004, p.69). Esse papiro encontra-se atualmente no British Museum - Londres (exceto uns poucos fragmentos que estão no Brooklyn Museum – Estados Unidos) São 85 problemas numéricos de origem prática, com uso de pães, cerveja, distribuição de rações para o gado e aves, alguns ligados à agricultura e divisão de terras e muitos são resolvidos por uma equação linear com uma incógnita, usando-se o método da falsa posição. (Boyer, 1974, pg. 9).

Esse método “consistia em assumir um valor para a quantidade desconhecida, cujo valor assumido se errado, era corrigido por um processo parecido com ‘regra de três’”. (Cajori, 2007, p. 158) Os problemas eram simples com resoluções usando equações lineares com uma incógnita chamada *hau* ou *aha*.

Como exemplo, mostraremos o problema 25 do Papiro que continha o seguinte enunciado: “Uma quantidade mais um meio dela dá 16. Qual é a quantidade?”.

Hoje com a anotação algébrica é muito fácil resolver traduzindo o problema como:

$$x + \frac{x}{2} = 16$$

Mas, naquela época, quando ainda não existia a notação e símbolo algébrico, como eles teriam resolvido esse problema?

Usando o método da falsa posição, eles devem ter pensado: se o número fosse 2, a soma dele mais sua metade daria 3. Mas a soma do número mais sua metade, no problema dado, dá 16.

Então, supunham um valor para esse número desconhecido que eles chamavam de *aha*, tal que, da metade do número ficasse um número inteiro para facilitar os cálculos. Assim, no caso de $aha = 2$, obtinham como resultado 3. Mas, para o valor suposto *aha*, *aha* mais sua metade, teria que ser igual a 16. Desde que já conheciam proporcionalidade, os valores de x e 2 e os valores dos resultados 16 e 3, permitiam-lhes pensar que $\frac{2}{x} = \frac{3}{16}$ e, então $3x = 32, x = \frac{32}{3}$ que é a solução do problema.

Em notação moderna, o problema se apresenta assim:

$$x + \frac{x}{2} = 16$$

$$\text{Se } x = 2,$$

$$\text{Então, } 2 + \frac{2}{2} =$$

$$2 + 1 = 3$$

$$\text{E, para } x = x,$$

$$x + \frac{x}{2} = 16$$

Então a igualdade $\frac{2}{x} = \frac{3}{16}$ pode ser identificada como uma proporção onde vale a propriedade fundamental das proporções. Assim, $3x = 32, x = \frac{32}{3}$.

Eves (2004) nos dá outro exemplo com o uso do método da falsa posição:

(...) Assim, para resolver $x + x/7 = 24$ assume-se um valor conveniente para x , digamos $x = 7$. Então $x + x/7 = 24$. Como 8 deve ser multiplicado por 3 para obter 24, o valor correto de x deve ser $3(7)$ ou 21. (EVES, 2004, p. 73)

Geronimo (2011) em sua dissertação afirma que Sá (2008, apud Geronimo, 2011) “observa que esse método é bastante útil para resolver determinados problemas, entretanto, chama a atenção para o fato de que ele é adequado somente para resolver equações do tipo $ax = b$ ” (Geronimo, 2011, p. 42). E afirma também:

A partir do desenvolvimento da álgebra simbólica, o método de falsa posição caiu em desuso. Mas, apesar disso, é possível propor problemas que podem ser resolvidos por esse método para alunos do ensino fundamental. O uso de métodos indiretos pode ajudar a introduzir a noção de incógnita e a desenvolver estratégias para a resolução de problemas. (GERONIMO, 2011, p. 42)

O método da falsa posição, apesar de não ser mais usado como técnica de resolução de equação é apresentada no livro ML como curiosidade sobre como os egípcios há 4000 anos resolviam os problemas do cotidiano que envolvia números desconhecidos. Infelizmente o livro apenas ilustra e não há discussão ou mesmo atividade para que os alunos aprendam na prática. Fica apenas como boxe ou informação de como eram feitas as resoluções. Não há uso efetivamente da História como recurso no aprendizado.

Na figura 10, o autor apresenta um método geométrico de resolução de equações desenvolvido pelos gregos. Para tanto, o autor apresenta a construção de um retângulo de área 15 unidades que representa o resultado da sentença proposta no problema citado na figura 9.

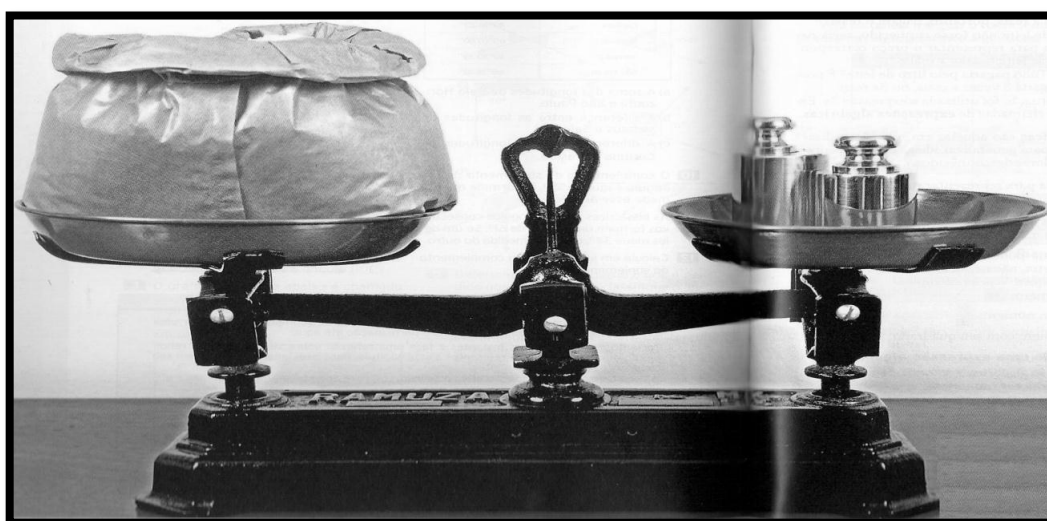
Para a determinação das medidas dos lados do retângulo, o autor apresenta números inteiros em que o produto resulta 15, estabelecendo a relação entre a soma do número inteiro com o seu quarto de inteiro resultando em 15.

Analisando a figura 10, verifica-se a construção de um retângulo maior em relação ao primeiro, no qual se realizará o estudo entre as áreas formadas pela construção da diagonal AC. Notamos que, a articulação que o autor faz é interessante, pois ele demonstra com isso a importância da resolução algébrica, um método mais fácil comparado àquele utilizado pelos gregos.

Nossa conclusão em relação a esse livro, é que o autor buscou, de certa maneira, trazer a História da Matemática para a sala de aula sem recorrer apenas a biografias. A comparação entre a resolução pelo método de falsa posição, utilizada pelos egípcios, e o método geométrico, utilizado pelos gregos, é um exemplo disso.

No livro VJ, o capítulo 6 é dedicado às Equações e Inequações e, logo no começo do capítulo, o autor apresenta uma balança (figura 11) e quatro problemas. Um desses problemas é expresso da seguinte maneira: “O pai de José tem o triplo da idade dele. Você pode imaginar uma forma de representar essa frase usando a linguagem matemática?” (Oliveira, C.; Fernandes, M., 2008, p. 117).

Figura 11 – Balança



(Oliveira, C.; Fernandes, M., 2008, p. 117)

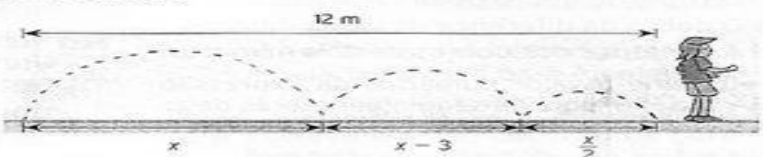
Podemos dizer que a estratégia do autor não é fazer o aluno resolver o problema, mas fazê-lo pensar em retirar ou acrescentar quantidades iguais nos pratos das balanças, a fim de determinar os valores desconhecidos. Com essa estratégia, o autor parece querer fazer o aluno perceber a necessidade da utilização de letras para representar a sentença. Já em seguida define o que são equações.

Assim como no primeiro, esse segundo livro, no primeiro subtítulo “Noções de Álgebra”, também apresenta o conceito de expressões algébricas, definindo

incógnita como “a letra x que representa um número desconhecido na equação” (Oliveira, C.; Fernandes, M., 2008, p. 122). Além disso, define variáveis, valor numérico, termos algébricos semelhantes, raiz de uma equação e conjunto universo. No segundo subtítulo desse capítulo, “Equações”, o autor apresenta um problema e define equação, como vemos na figura 12.

Figura 12 – Problema e conceito de equação

Gabriela e suas amigas estavam passeando no parque quando resolveram saltar sobre uma pista de 12 metros. Gabriela completou a pista toda com três saltos. No segundo salto, a distância que ela saltou foi 3 metros menor que a do primeiro salto, e no terceiro salto, a distância foi igual à metade da do primeiro salto.



Para representar essa situação, pode-se escrever a seguinte sentença matemática.

$$x + x - 3 + \frac{x}{2} = 12$$

Note que essa sentença contém o sinal de igual, ou seja, é uma igualdade, e a letra x está representando a distância atingida no 1º salto de Gabriela. Por isso, a sentença é denominada **equação**.

Como a letra x representa um número desconhecido na equação, ela é a **incógnita** da equação.

Os termos à esquerda do sinal de igual formam o **1º membro** da equação e os termos à direita do sinal de igual formam o **2º membro** da equação.

Equação é uma sentença matemática expressa por uma igualdade que contém pelo menos uma incógnita.

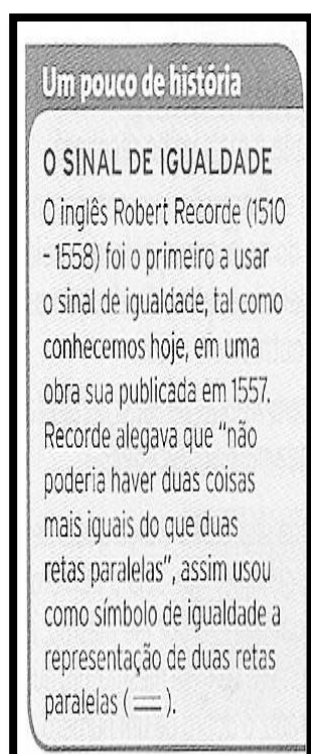
(Oliveira, C.; Fernandes, M., 2008, p. 122)

Podemos dizer que nesse livro, a abordagem de equações é diferente em relação ao livro ML, pois traz uma situação relacionada com brincadeiras que fazem parte do cotidiano dos alunos, estabelecendo em seguida passos a serem considerados para se obter a representação matemática da sentença, determinando assim, a sentença algébrica que é a equação. O autor define equação de primeiro grau como aquela que pode: “ser reduzida, através de operações elementares, à forma $ax = b$, em que a e b são racionais e $a \neq 0$.” (Oliveira, C.; Fernandes, M., 2008, p. 126). Dada a definição, o autor explica o que são equações equivalentes e

demonstra os princípios de equivalência, aplicando na sequência vários exercícios com predominância de problemas.

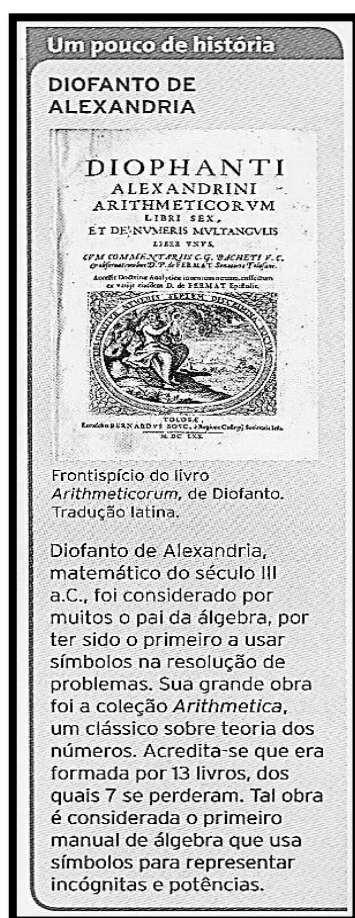
O uso da História da Matemática nesse livro também se apresenta em forma de “boxes”, como podemos ver nas figuras 13, 14 e 15.

Figura 13 – O sinal de igualdade



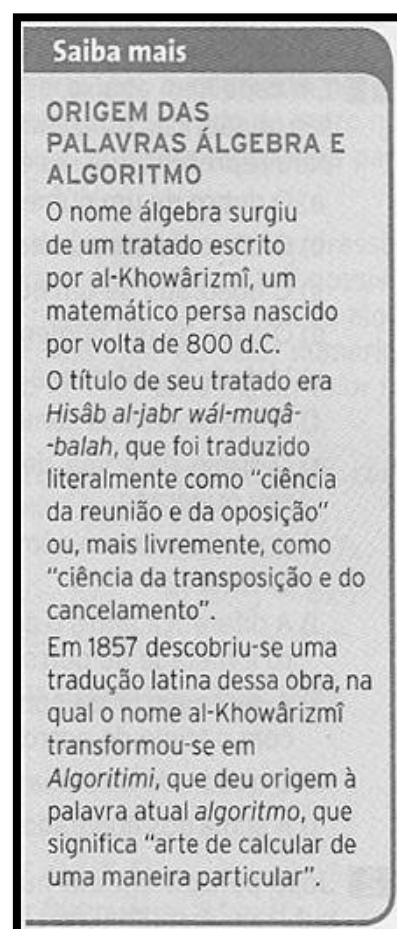
(Oliveira, C.;
Fernandes, M., 2008,
p. 122)

Figura 14 – Diofanto de Alexandria



(Oliveira, C.; Fernandes,
M. 2008, p. 123)

Figura 15 – Origem das palavras Álgebra e Algoritmo



(Oliveira, C.; Fernandes, M.,
2008, p. 119)

Notamos que diferentemente do livro ML, esse livro traz apenas biografia e curiosidades da história e também informa que Diofanto foi considerado o “pai da Álgebra”.

O terceiro livro CM no capítulo “Estudando as equações”, assim como no livro ML, também aborda em seu começo para ensinar as equações, um problema, mas

diferente dos anteriores essa abordagem é feita através de uma história em quadrinhos, como podemos observar na figura 16.

Figura 16 – História em quadrinho



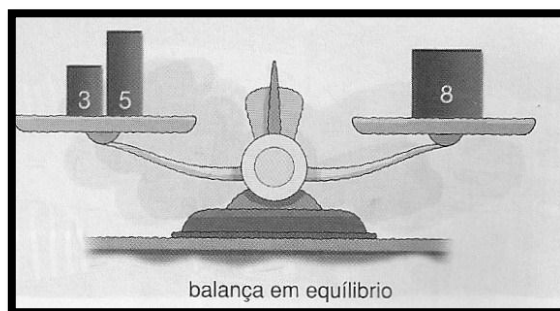
(Giovanni; Castrucci; Giovanni Jr., 2007, p. 117)

O autor mostra o que é sentença matemática, demonstra os princípios de equivalência e dá o conceito de equação e incógnita. Apresenta a noção de conjunto universo e conjunto solução de uma equação e equações equivalentes. O autor define:

Toda sentença matemática expressa por uma igualdade, na qual haja uma ou mais letras que representam números desconhecidos dessa sentença, é denominada **equação**. Cada letra que representa um número desconhecido chama-se **incógnita**. (GIOVANNI; CASTRUCCI; GIOVANNI JR., 2007, p.122)

Notamos que, nesse livro, fica nítida a comparação de equação com uma balança de dois pratos sempre em equilíbrio. Além disso, a balança é apresentada para estabelecer uma analogia com os princípios de equivalência. Isso pode ser constatado na figura 17.

Figura 17 – Balança em equilíbrio



(Giovanni; Castrucci; Giovanni Jr., 2007, p. 128)

Note que o autor, por meio da balança, ilustra que

$$3 + 5 = 8$$

O autor observa que adicionando um mesmo número aos dois membros de uma igualdade, obtemos uma nova igualdade, ou seja:

$$a = b$$

$$a + c = b + c$$

E que multiplicando os dois membros de uma igualdade por um mesmo número, diferente de zero, obtemos uma nova igualdade, ou seja:

$$a = b$$

$$a \cdot c = b \cdot c, \quad \text{com } c \neq 0$$

(Giovanni; Castrucci; Giovanni Jr., 2007, p. 128).

Podemos dizer que, nesse livro, a balança tem o objetivo de mostrar a igualdade dos membros de uma equação. O autor procura, dessa maneira, com o uso de um material concreto, fazer o aluno perceber o que é uma equação. A utilização da balança parece ser bastante interessante, mas como afirma Beltrame (2009):

O procedimento de utilizar a balança de dois pratos, analisado a partir da proposta de Lins e Gimenes (2006), pode ser visto como atividades que buscam criar condições ou situações para produzir significados para os alunos, chamada de abordagem facilitadora. No

entanto, é preciso ser realista em perceber até que ponto a utilização da balança de dois pratos pode ser considerada como uma abordagem facilitadora, pois este tipo de utensílio não faz parte do cotidiano dos alunos. (BELTRAME, 2009, p. 127):

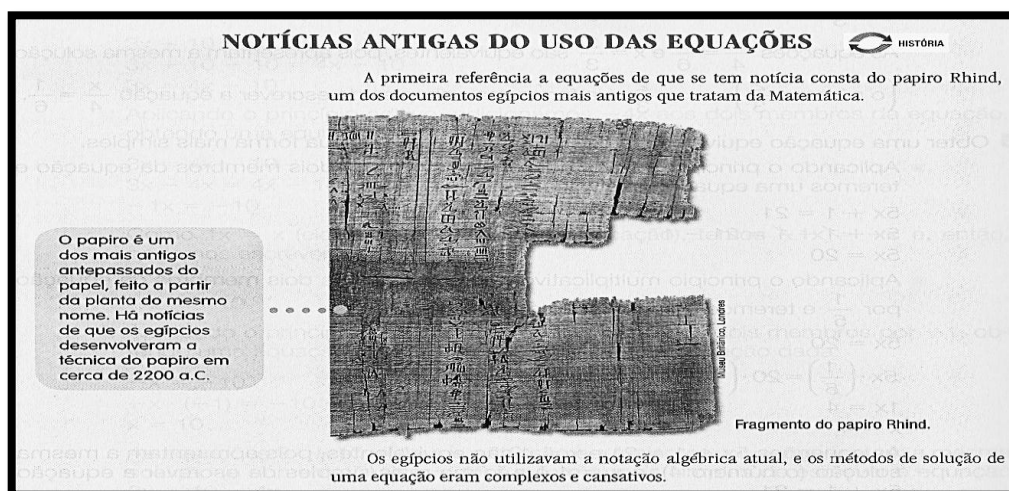
De fato, o livro traz vários exemplos com o uso de balanças e sempre fazendo um paralelo de seu uso e a notação algébrica, mostrando que a balança deve ficar em equilíbrio, do mesmo modo que a equação, utilizando-se dos princípios aditivos e multiplicativos.

Ademais, o autor expõe problemas com suas resoluções e sugere vários exercícios para serem resolvidos. Apresenta ainda uma parte dedicada apenas a resoluções de problemas e outra à aplicação das equações. Um exemplo é o cálculo da medida da área de um retângulo em que o autor explica que:

(...) se indicarmos por A o número que representa a área, por b o número que representa a medida da base (ou o comprimento), e por h o número que representa a medida da altura (ou a largura), essa regra poderá ser abreviada e escrita sob a forma de uma equação: $A = b \cdot h$. (GIOVANNI; CASTRUCCI; GIOVANNI JR., 2007, p.151).

O autor traz a História da Matemática para introduzir as equações do primeiro grau com uma incógnita. Ele recorre ao papiro de Rhind, apresentando biografias de Euclides e Al-Khowarizmi e as equações nos dias de hoje, tal como podemos observar nas figuras 18 e 19.

Figura 18 – Notícias antigas do uso das equações



(Giovanni; Castrucci; Giovanni Jr., 2007, p. 132)

Figura 19 – Os gregos resolviam equações usando a Geometria

Os gregos resolviam equações usando a Geometria

Na obra *Os elementos*, de Euclides, encontramos soluções geométricas de equações do 2º grau. Mas esse estudo veremos no quarto volume desta coleção.



Rafael – A Escola de Atenas (detalhe). Vaticano

Euclides viveu por volta de 300 a.C. e um de seus grandes feitos foi escrever os 13 volumes de *Os elementos*. Esse trabalho descreve toda a aritmética, a álgebra e a geometria conhecidas até então no mundo grego.

Al-Khowarizmi é considerado o matemático árabe de maior expressão do século IX. Ele escreveu *Sobre a arte hindu de calcular*, em que faz uma exposição completa dos numerais hindus. Seu livro *Al-jabr Wa'l muqabalah* contém uma exposição clara e sistemática sobre resolução de equações. Por esse motivo, al-Khowarizmi é chamado “pai da Álgebra”.



O avanço árabe

Foram os árabes que, cultivando a Matemática dos gregos, promoveram um acentuado progresso na resolução de equações. No trabalho dos árabes, destaca-se o de al-Khowarizmi (século IX), que resolveu e discutiu equações de vários tipos.

As equações nos dias de hoje

Atualmente as equações são usadas, entre outras coisas, para determinar o lucro de uma firma, para calcular a taxa de uma aplicação financeira, para fazer a previsão do tempo etc.



Joko Weiner/Folha Imagem

Operadores durante pregão na Bolsa de Mercadorias.

(Giovanni; Castrucci; Giovanni Jr., 2007, p. 133)

Aqui também o autor apenas apresenta a vida de matemáticos, como nos livros anteriores, e também se refere, como no VJ, ao “pai da álgebra”, que nesse caso é o Al-Khowarizmi. Tal fato nos chamou a atenção, pois essa informação poderia confundir o professor. Enquanto no livro VJ, o autor afirma que Diofanto foi considerado o “*pai da álgebra*”, neste livro, este outro autor atribui a paternidade da álgebra a Al-Khowarizmi.

A esse respeito cabe observar que a História da Matemática, pautada em tendências historiográficas atuais, não está mais preocupada em atribuir a paternidade das ideias matemáticas. Buscando compreender o processo da construção do conhecimento matemático, a história tem buscado desta maneira, compreender as ideias matemáticas e seu objeto sob uma perspectiva mais contextualizada (SAITO; BROMBERG, 2010). Assim, notamos que a informação sobre o “pai da álgebra”, seja ele Al-Khowarizmi ou Diofanto, é acessória e não acrescenta nada no que diz respeito ao conteúdo de equações de primeiro grau a ser ensinado.

No livro TM, o capítulo cinco é dedicado às equações do 1º grau com uma incógnita e aborda dois problemas, indicando que estes podem ser expressos em forma algébrica.

Para trabalhar elementos desconhecidos, sugerindo o uso de incógnitas, traz como subtítulo: “Procura-se elemento desconhecido” e faz algumas perguntas: “Você gosta de histórias de aventura? Prefere revistas ou filmes? Você percebeu que é comum nessas histórias aparecerem personagens desconhecidos, que só no final da trama são descobertos?” (Dante, L., 2008, p.110). Além disso, traz algumas charadas e define incógnita como “a letra que está no lugar do número desconhecido” (Dante, L., 2008, p.113) e equações como “igualdades que contêm pelo menos uma letra que representa um número desconhecido” (Dante, L., 2008, p.113).

Convém aqui observar que diferentemente dos outros livros analisados, este relaciona equação com a ideia de descobrir o número desconhecido. O autor introduz as equações do primeiro grau com o tópico “Usando letras para encontrar números desconhecidos” em que propõe situações escritas em linguagem natural para a linguagem matemática e dá ênfase a resolução com o uso de operações inversas, tal como podemos observar na figura 20:

Figura 20 – Problema

Qual é o número cujo triplo menos 7 é igual a 9?
 Escolhemos uma letra para representar o número desconhecido. Por exemplo, n .
 Seu triplo é representado por $3n$. Então:

$$3n - 7 = 9$$

Para encontrar o valor de n , é preciso *desfazer as operações* usando suas inversas:

$$3n - 7 = 9$$

$$3n = 9 + 7$$

A inversa da subtração é a adição.

$$3n = 16$$

$$n = 16 : 3$$

A inversa da multiplicação é a divisão.

$$n = \frac{16}{3} \text{ ou } n = 5 \frac{1}{3}$$

Logo, o número procurado é $5 \frac{1}{3}$.

Verificando:

$$3n - 7 = 9$$

$$3 \cdot 5 \frac{1}{3} - 7 = 3 \cdot \frac{16}{3} - 7 = 16 - 7 = 9$$

(Dante, L., 2008, p.112)

Até esse ponto do livro, a palavra equação não é mencionada, mas após a resolução de alguns exercícios com a finalidade de descobrir o valor de x , as equações são apresentadas e o autor define equação do primeiro grau como “uma equação é do 1º grau com uma incógnita (x) quando pode ser escrita na forma $ax = b$, com $a \neq 0$ ” (Dante, L., 2008, p.118).

Notamos que este livro, assim como o CM, procura explicar equações do 1º grau com uso de balança de dois pratos como recurso comparativo do termo igualdade e equilíbrio. Da mesma forma que os outros dois livros anteriores, este também expõe situações-problema envolvendo a resolução de equações do 1º grau com uma incógnita, e aplica vários exercícios para serem resolvidos.

No que diz respeito à História da Matemática, neste livro também são usados boxes, como mostram as figuras 21, 22 e 23.

Figura 21 – Retrato de René Descartes



(Dante, L., 2008, p. 112)

Figura 22 – Coisa



Você sabia
que...

... no fim do século XI os alemães chamavam o elemento desconhecido de “coisa”? Seria algo parecido com isso: “O dobro da coisa mais um é igual a 9. Qual é o valor da coisa?”

$\text{dobro da coisa} + 1 = 9$	$\text{coisa} = 8 : 2$
$\text{dobro da coisa} = 8$	$\text{coisa} = 4$

(Dante, L., 2008, p. 112)

Figura 23 – Curiosidades

Ler

A *álgebra* antiga era a parte da Matemática que estudava as equações e os métodos de resolvê-las. A palavra *álgebra* deriva da expressão árabe *al-jabr* (reunir), usada no título do livro *Al-jabr w'al-mugabalah* ou *A arte de reunir desconhecidos para igualar uma quantidade conhecida*, escrito no século IX por Al-Khwarizmi, o mesmo matemático árabe que introduziu o sistema decimal e os algarismos indianos no Ocidente. A *álgebra* começa a ser usada na Europa para designar o estudo das equações com uma ou mais incógnitas a partir do século XI, quando a obra de Al-Khwarizmi é traduzida para o latim.

Os problemas algébricos mais antigos conhecidos hoje datam do século XVII a.C. Estão registrados em um papiro descoberto em 1858 na cidade de Luxor, no Egito, por um antiquário escocês chamado Henry Rhind. Veja o enunciado de um deles: “Ah, seu inteiro, seu sétimo, fazem 19”. Na linguagem matemática atual pode ser traduzida por $x + \frac{x}{7} = 19$.

O intervalo de tempo transcorrido entre a escrita do papiro de Rhind e a elaboração dessa forma de apresentar uma equação $\left(x + \frac{x}{7} = 19\right)$ é de 34 séculos!

O chamado “pai da álgebra” foi Diofante, matemático grego que viveu em Alexandria, no Egito, no século IV d.C., o primeiro a usar sistematicamente símbolos para representar as incógnitas.

(Dante, L., 2008, p. 135)

Esse livro diferentemente dos outros, já faz uma síntese da História da Álgebra, trazendo a figura de René Descartes e informando que a ideia de se usar as últimas letras do alfabeto (x, y e z) foi dele. Além disso, afirma que Diofante foi o “pai da álgebra”.

É interessante observar que esse livro (figura 22) faz menção à palavra “coisa” como simples curiosidade. No que diz respeito à ideia de “coisa”, Pinto e Fiorentini (1997) observam que:

Num determinado período da história da álgebra, a palavra “coisa” assumiu/encarnou um modo social de falar no interior da própria matemática. Esta foi a forma (palavra) encontrada e cunhada pelo matemático árabe Al-Khowarizmi (aproximadamente ano 810), para representar a ideia de incógnita no estudo das equações. Este período, no qual os cálculos algébricos não eram ainda expressos por símbolos, mas por palavras, ficou sendo reconhecido como a fase retórica da linguagem algébrica. Na álgebra retórica dos árabes, a palavra “coisa” não era substituída por símbolo algum nem por letra nenhuma. Esta era a álgebra possível para os matemáticos da época, que ainda não usavam a linguagem simbólica. (PINTO, R. A; FIORENTINI, D., 1997, p. 60).

Embora o autor tenha se referido à “coisa”, ele, infelizmente, não explora o seu significado histórico, que poderia introduzir a noção de incógnita como fez Geronimo (2011); ao trabalhar com um jogo de RPG para alunos do 7º ano, ele partiu do pressuposto de que

(...) o RPG pode introduzir a noção de incógnita, na medida em que, os problemas propostos podem ser resolvidos por muitos métodos indiretos que trabalham com a noção de valores desconhecidos. A partir dessa noção, proporcionada pelos problemas presentes no jogo, os estudantes começam a desenvolver raciocínios mais sofisticados para a resolução de problemas, até trabalharem com uma noção intuitiva de incógnita. (GERONIMO, 2011, p. 43).

Ou seja, Geronimo (2011) observa que é possível dar um significado para a introdução dos conhecimentos, de forma indireta.

No último livro AM, a parte 4 é dividida pelos autores entre as equações que compõe a unidade 7; sistemas, a unidade 8; e inequações, a unidade 9. Focaremos aqui na unidade 7 que é dedicada às equações.

Para introduzir o t3pico de equa33es, o livro mostra como calcular a numera33o do cal33ado aqui no Brasil e como eram os cal33ados em v33rias 3pocas, tal como mostra a figura 24.

Figura 24 – Como calcular a numera33o do cal33ado

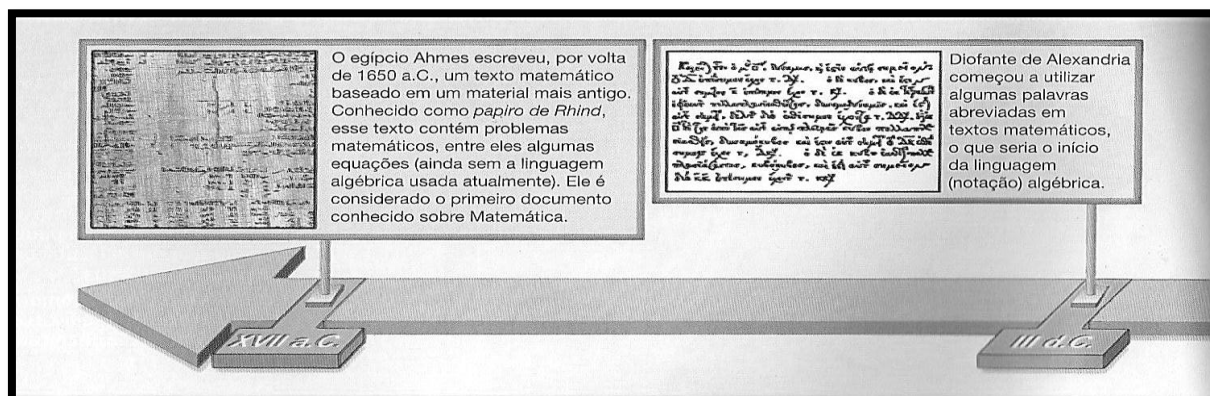


(Barroso, et. al, 2010, p. 131)

Em seguida, assim como nos outros livros, os autores apresentam express33es alg33bricas, igualdade das equa33es, raiz da equa33o, conjunto universo, equa33es equivalentes, princ33pio de equival33ncia, e equa33o do 1º grau com uma inc33gnita. Define equa33o como “uma senten33a matem33tica com sinal de igualdade que apresenta pelo menos uma letra representando um n33mero desconhecido” e tamb33m define como “cada letra de uma equa33o 33 denominada inc33gnita e representa um termo desconhecido”. (Barroso, et. al, 2010, p.139)

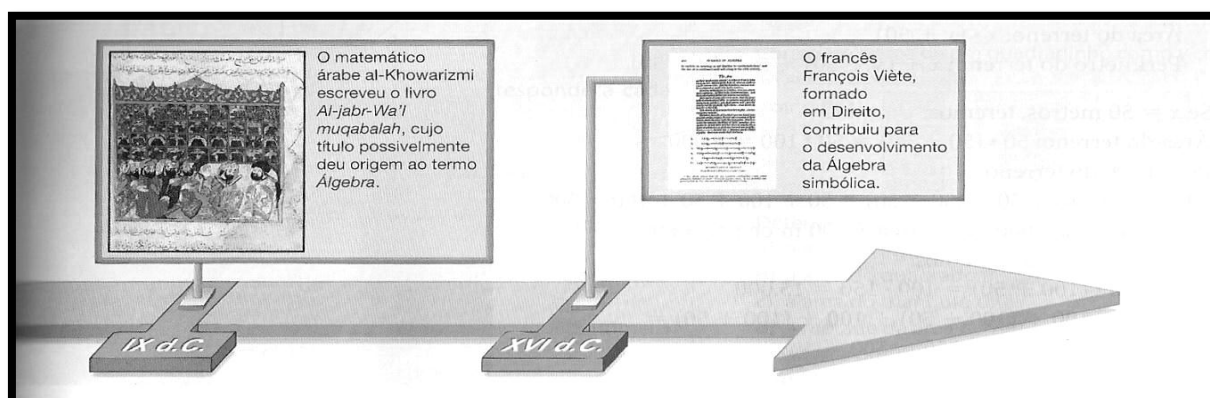
A balança 33 aqui tamb33m empregada para mostrar que uma equa33o 33 uma igualdade. Al33m disso, traz muitos exerc33cios com uso da geometria e principalmente problemas relacionados ao cotidiano. Este livro pareceu-nos bastante interessante, pois, nos d33 a entender que a hist33ria 33 importante para o professor, tal como podemos observar nas figuras 25, 26 e 27.

Figura 25 – Linha do tempo 1



(Barroso, et. al, 2010, p. 132)

Figura 26 – Linha do tempo 2



(Barroso, et. al, 2010, p. 133)

Figura 27 – Estátua de escriba



(Barroso, et. al, 2010, p. 131)

O emprego da História da Matemática, entretanto, se faz por meio de uma linha do tempo, utilizada para mostrar alguns momentos da evolução da álgebra. O livro indica leitura complementar para o professor: *Equações e a origem da Álgebra*, que consta no guia e recursos didáticos que é um complemento para o professor.

Como podemos observar com a análise feita, os livros trazem a linguagem algébrica como ferramenta importante para a resolução de problemas, porém os livros ML, VJ assim como e o CM, já trazem as definições e os procedimentos para resolução das equações.

Em virtude da simples aplicação de técnicas, os alunos não conseguem perceber os princípios de equivalência na equação, que são realizados por meio das quatro operações matemáticas, tais como, adição, subtração, multiplicação e divisão.

Diferentemente, os livros TM e AM procuram desenvolver os conceitos expostos com uso de situações contextualizadas, evitando cálculos complicados e sem significado para os alunos.

Apresentamos a seguir um quadro que resume as definições de equações, equações do primeiro grau e incógnita encontradas nos livros didáticos.

Quadro 1 – Definições

Livro	Definição de equação	Definição de equação do primeiro grau	Definição de incógnita
ML		“Uma sentença como $x + 10 = 25$ é chamada de equação do primeiro grau. A equação é do 1º grau porque o expoente da incógnita é 1, lembre-se que $x^1 = x$ ”	“A letra que representa o número desconhecido chama-se incógnita”
VJ	“Equação é uma sentença matemática expressa por uma igualdade que contém pelo menos uma incógnita”	“Uma equação é chamada de equação do primeiro grau se puder ser reduzida, através de operações elementares, à forma $ax = b$, em que a e b são números racionais e $a \neq 0$ ”	“Como a letra x representa um número desconhecido na equação, ela é a incógnita da equação”
CM	“Toda sentença matemática expressa por uma igualdade, na qual haja uma ou mais letras que representem números desconhecidos dessa sentença, é denominada equação”	“Toda equação que, reduzida à sua forma mais simples, assume a forma $ax = b$, em que x representa a incógnita e a e b são números racionais, com $a \neq 0$, é denominada equação do primeiro grau com uma incógnita”	“Cada letra que representa um número desconhecido chama-se incógnita”
TM	“Equações são igualdades que contêm pelo menos uma letra que representa um número desconhecido”	“Uma equação é do 1º grau com uma incógnita (x) quando pode ser escrita na forma $ax = b$, com $a \neq 0$ ”	“Incógnita é a letra que está no lugar do número desconhecido”
AM	“Equação é uma sentença matemática com sinal de igualdade que apresenta pelo menos uma letra representando um número desconhecido”	“As equações do 1º grau com apenas uma incógnita podem ser escritas como uma equação equivalente da forma $ax + b = 0$, em que a e b são números racionais conhecidos e a é diferente de zero. Nesse caso, a incógnita é x”	“Cada letra de uma equação é denominada incógnita e representa um termo desconhecido”

Analisando este quadro, podemos observar que os autores do livro ML não define equação como os autores dos outros livros. Todas essas definições encontradas nos livros têm por base a igualdade entre quantidades e trazem a ideia de que a equação está ligada diretamente a um problema específico.

Em todos os livros a incógnita é definida como número desconhecido e representado por situações estáticas. A esse respeito, um estudo nos permitiu refletir sobre a definição de incógnita, presente nesses livros, e notamos o quanto é importante o aspecto aritmético na resolução de equações para que os alunos entendam o que representa a incógnita e não fiquem presos a processos e métodos mecânicos.

Porém como afirma Ribeiro (2007), em trabalho que analisa livros didáticos, notamos que nesses livros “(...) não se discute o que é uma igualdade, a não ser pela característica de uma igualdade conter o sinal de igual.” (RIBEIRO, 2007, p. 108). Além disso, Ribeiro (2007) levanta questões em relação ao uso do sinal de igual nas sentenças matemáticas. Por exemplo, no caso de $2 + 3 = 5$, Ribeiro observa que representa uma igualdade, podendo ser classificada como uma equação. Mas ao mesmo tempo, Ribeiro também questiona que essa sentença por não apresentar um valor desconhecido, isto é, uma incógnita, também não poderia ser classificada de equação.

No que diz respeito à classificação das equações, apenas o livro ML mostra que uma equação é dita ser do primeiro grau porque o expoente da incógnita é 1. Os demais demonstram que a equação para ser do primeiro grau precisa ser do tipo $ax + b = 0$.

Cabe observar que a classificação das equações em ordens é recente e até mesmo o termo equação é recente.

Como afirma Smith (1925),

Nosso método atual de classificação de equações de acordo com seu grau é um tema moderno. A primeira tentativa notável de uma classificação sistemática é encontrada na álgebra de Omar Khayyam (c. 1100), mas a classificação dada lá não é o nosso presente. **Tradução nossa.** (SMITH, 1925 p. 442-443)

Notamos neste livro que a definição de equação está intimamente ligada a vários outros conceitos, tais como sentença matemática aberta, sentença matemática fechada, grau da equação, igualdade, raiz, conjunto universo e conjunto solução, princípios de equivalência e incógnita.

No que se refere à História da Matemática, apresentamos a seguir um quadro que resume os principais aspectos abordados nas obras analisadas do conteúdo analisado.

Quadro 2 – História

Livro	Uso da Historia da Matemática
ML	Retrato de Al-Khowarizmi e sua biografia; um problema egípcio resolvido pelo método da falsa posição e pelo método geométrico.
VJ	Robert Recorde foi o primeiro a usar o sinal de =; obra de Diofanto e sua biografia; origem da palavra álgebra e algoritmo.
CM	Foto do papiro de Rhind; retratos de Al-Khowarizmi e Euclides e suas biografias
TM	Retrato de René Descartes; uso da palavra coisa; origem da palavra álgebra; Biografia de Al-Khowarizmi; Papiro de Rhind.
AM	Linha do tempo (Papiro de Rhind, Diofante, Al-Khowarizmi e François Viète); foto da estátua de um escriba

Ao observar esse quadro nos parece que os autores acataram o que sugerem os PCN, sobre o uso da História da Matemática. Contudo, observamos que a História só aparece como introdução de capítulos, notas no final dos capítulos e informações complementares, informando-nos apenas sobre acontecimentos, datas e mitos biográficos.

No livro ML, o capítulo 3, destinado à álgebra, mostra o retrato de Al-Khowarizmi e sua contribuição à álgebra. Podemos dizer que a parte histórica não se encontra articulada com o conteúdo nesse capítulo.

Além disso, para introduzir equações com parênteses, o livro ML conta a história e mostra a resolução de um problema da coleção chamada *Palatine* ou *Antologia Grega* (Favilli, U., 2009, p.71) e novamente não articula História e Ensino, e o livro já traz sua resolução e não faz com que o aluno busque a solução. Ademais, num tópico denominado *A álgebra de ontem e de hoje*, a obra traz a resolução de um problema formulado há 4000 anos pelos egípcios (Favilli, U., 2009, p.84 - 85) pelo método da falsa posição e método algébrico, tentando assim, articular o conteúdo à História. Todavia, não articula História e Ensino e também já explica a resolução.

No manual do professor do livro ML, o autor afirma que o uso da História da Matemática como um recurso dará ao aluno uma perspectiva para que entenda questões do tipo: Para que serve esse conteúdo? Por que tenho de aprender equações? (Favilli, U., 2009, p.10). Além disso, observa que a história serve como auxílio para o “professor mostrar a importância da evolução da matemática para a resolução de situações do cotidiano”. E finaliza informando que esse conhecimento “permitirá aos alunos que façam a reconstrução do raciocínio da espécie humana, o que dará mais sentido à aprendizagem.” (Favilli, U., 2009, p.11). Entretanto, quando aborda o conteúdo, o autor não articula satisfatoriamente história e ensino.

O livro VJ não comenta nada sobre o uso da História da Matemática, apresentando apenas boxes com informações e *flashes* da história. Ela é ilustrada por biografias, principalmente sobre Diofanto, e a origem das palavras álgebra e algoritmo. Podemos dizer que dentre os livros analisados, este é o que menos aborda a história.

O livro CM antes da introdução de equações do primeiro grau apresenta uma foto de um fragmento do papiro de Rhind, e conta um pouco sobre ele (Giovanni, Castrucci, Giovanni Jr., 2007, p. 132). Os autores explicam que a primeira referência à equação consta no papiro. Além disso, o autor explica que “os gregos resolviam equações usando a Geometria”, e que os “métodos de solução de uma equação eram complexos e cansativos” (Giovanni, Castrucci, Giovanni Jr., 2007, p. 132). Também traz o uso das equações para o cotidiano, informando que são usadas para “calcular a taxa de uma aplicação financeira, para fazer a previsão do tempo etc.” (Giovanni, Castrucci, Giovanni Jr., 2007, p. 133). Aqui, provavelmente, o autor quis mostrar a utilização das equações nos dias de hoje, dando assim uma importância

em sua aprendizagem e também satisfazendo a curiosidade de alunos quando perguntam para que é preciso aprender e onde esse conteúdo seria usado.

Ainda em relação a esse livro, na parte de orientações para o professor, a História da Matemática é apresentada pelos autores em forma de boxes “com tratamento gráfico diferenciado, agradável” (Giovanni, Castrucci, Giovanni Jr., 2007, p.6). O autor ainda explica que é “para destacar a sua importância” (Giovanni, Castrucci, Giovanni Jr., 2007, p.6) e cita algumas leituras da História da Matemática para enriquecer a prática pedagógica.

Assim como o livro VJ, o livro TM, também traz apenas boxes com informações e “flashes” da História. Quando mostra que “normalmente usamos as últimas letras do alfabeto (x, y, z) para representar o número”, explica que “essa ideia foi proposta por René Descartes (1596-1650), na primeira metade do século XVII” (Dante, L., 2008, p. 112).

VJ traz também outro box informando que “no fim do século XI os alemães chamavam o elemento desconhecido de *coisa*” (Figura 22). Nessa parte, o autor poderia ter trazido uma discussão sobre o que é incógnita e seu significado para a matemática, entretanto, ele não o faz.

No manual pedagógico do professor do livro TM, os autores observam que é importante recorrer à História e afirmam que se deve “utilizar a História da Matemática como um excelente recurso didático. Comparar a Matemática de diferentes períodos da História ou de diferentes culturas” (Dante, L., 2008, p.16). Todavia, quando avaliamos o conteúdo do livro, referente às equações de primeiro grau, os autores não articulam conteúdo e História, tal como nos outros livros analisados.

Por sua vez, o guia de recursos didáticos para o professor, que acompanha o livro AM, inclui a História da Matemática como um tema transversal. No caso das Equações do Primeiro Grau, o autor sugere traçar “uma linha do tempo que expõe a contribuição de alguns matemáticos à notação algébrica” (Barroso, et. al, 2010, p. 88) e explica a utilização desta, apontando para a “importância das diferentes culturas no desenvolvimento da álgebra” (Barroso, et. al, 2010, p.88). Além disso, propõe um texto sobre a utilização da álgebra no decorrer da história.

Observamos nesse guia, que a História da Matemática apenas é importante para o conhecimento do professor e não para o aluno. Além disso, o autor propõe apresentar uma história que, contada com textos, não têm relações diretas uns com os outros, ou seja, não possui uma sequência de cada assunto abordado, que a nosso ver, não permite ao professor ter uma visão clara do desenvolvimento da História da Matemática. Ou seja, é importante que, ao articular História e Ensino, o professor tenha uma visão da construção do conhecimento matemático, pois como afirma Brolezzi,

(...) o conhecimento histórico requerido por parte do professor é muito mais profundo, Não basta saber alguns dados biográficos que possam ilustrar as aulas, nem saber localizar no espaço e no tempo o conteúdo do currículo. É necessário ir além, adentrando os processos de criação da Matemática, tal como nos apresenta a sua história. Esse mergulho na história da criação matemática leva à descoberta de uma infinidade de modos de se chegar a um resultado, desde que se respeite a lógica própria da construção do conhecimento, a qual permite uma ampla variedade de abordagens. (BROLEZZI, 2000 p.46)

Podemos dizer que, embora os autores desses livros buscassem introduzir a História da Matemática, não o fizeram de modo a articular História e Ensino de Matemática. Assim, a História da Matemática nessas obras não parece constituir-se um recurso didático importante.

De fato, a maior parte do conteúdo de História da Matemática nesses livros se dá em seções extras com tópicos apenas informativos para alunos interessados, o que significa que se não estivesse ali, não faria diferença. Ou seja, ao articular História e Ensino é preciso que o livro traga alguma atividade ou sugerir ideias que levem o aluno a compreender o desenvolvimento do conceito a ser aprendido. Nesse particular, Vianna (1998) em seu estudo nos diz que:

(...) nestes livros didáticos dificilmente se poderá encontrar alguma diferença de comportamento na aprendizagem dos alunos, pois o elemento histórico incorporado a estes livros não se reflete no conteúdo matemático dos mesmos. (VIANNA, 1998, p.11)

Esses livros didáticos atuais como já foi dito anteriormente, apresentam uma Matemática já pronta e acabada, trazendo uma História apenas figurativa ou recreativa. Nesse tipo de abordagem, a origem dos conceitos não aparece, dando a falsa impressão de que o que está colocado nos livros é definitivo. De fato, o que

encontramos nos livros didáticos são histórias que só encadeiam cronologicamente os fatos. Uma história linear e progressiva de acontecimentos e descobertas, com isso deixa-se de fora os fatores externos e internos que levaram a elaboração daquele conhecimento, tal como observam Saito e Dias (2010) em seu estudo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o estudo realizado em relação aos trabalhos de pesquisas na área de Educação Matemática com História da Matemática, constatamos que muitos educadores e historiadores da Matemática afirmam que a História não deve ser apenas contada cronologicamente. A História no ensino da Matemática deve ajudar a modificar o pensamento matemático do aluno, por um processo que mostra o estudo, o desenvolvimento, os fatores históricos, econômicos e sociais que influenciaram o seu desenvolvimento e principalmente os erros e acertos durante o processo do desenvolvimento do conteúdo matemático em questão.

Em relação à articulação entre História da Matemática e Ensino de Matemática nos livros didáticos, com foco nas equações do primeiro grau, notamos que é importante que durante o processo de ensino o professor e o material didático forneçam condições para que os alunos desenvolvam o pensamento matemático de acordo com as condições acima.

No entanto, o que constatamos nos livros analisados é que a História da Matemática aparece apenas como curiosidade, trazendo informações sobre a vida de alguns matemáticos ou técnicas matemáticas que eram utilizadas em outras épocas. Ou seja, esse material que analisamos não traz nem esclarece sobre o processo como o conteúdo matemático ou técnicas de resolução foram desenvolvidos ao longo dos séculos. Assim, como confirma Vianna (1998), esses livros não articulam História da Matemática com o conteúdo a ser ensinado, por isso o uso da História em livros didáticos deixa a desejar.

A História ajuda os alunos a construírem o significado dos objetos matemáticos. Em relação ao ensino de equação durante o processo de ensino e aprendizagem deve-se fazer com que o aluno construa a concepção do significado de equação, no qual é a representação algébrica de um problema, que apresenta uma questão a ser resolvida chamada de incógnita, e esta por sua vez, é representada por símbolos, tais como as letras do alfabeto.

Concordando, de modo geral, com as ideias relativas às potencialidades da história da matemática que se vêm difundindo, devemos admitir, porém, que há muito por fazer no sentido de que elas de fato possam ser introduzidas às práticas

escolares. A possibilidade de integração da história da matemática a essas práticas é muito atraente porque nos dá respostas para questões do cotidiano das salas de aula.

Portanto, mais do que incluir a História da Matemática na Educação Matemática como um elemento que possivelmente atraia a curiosidade e o interesse dos estudantes, é preciso apresentá-la como um entre outros recursos didáticos que estão à disposição dos educadores.

Referências

ALVES, Angela Xavier; NEVES, Sandra Socorro Miranda; OLIVEIRA, José Sávio Bicho. **História da Matemática: Contribuições e descobertas para o ensino-aprendizagem de matemática**. Disponível em: <http://www.sbemrn.com.br/site/II%20erem/comunica/doc/comunica14.pdf>. Acesso em 15 set. 2011

BARROSO, Juliane Matsubara, et al. **PROJETO ARARIBÁ – Matemática** – 3.ed. – São Paulo: Moderna, 2010. (7º ano).

BELTRAME, Juliana Thais. **A Álgebra nos Livros Didáticos: Um estudo dos usos das variáveis, segundo o Modelo 3UV**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2009.

BELTRAN, Maria Helena Roxo; SAITO, Fumikazu; TRINDADE, Laís dos Santos Pinto. **História da ciência**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 2 ed. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BROLEZZI, Antonio Carlos. **O acesso à história da Matemática pelo professor de Matemática**. Revista Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v.2, n.2, p. 35 – 50, 2000.

CAJORI, Florian. **Uma História da Matemática**. Tradução: Lázaro Coutinho. Rio de Janeiro, Ciência Moderna, 2007.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática**. 3. ed. São Paulo: Ática, 2008. (7º ano).

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. 3 ed. Campinas, SP. Unicamp, 2004.

FAVILLI, Ubirajara. **Matemática sem limites**. I Ed. – São Paulo: Companhia Editora Nacional, 2009. (7º ano).

GERONIMO, Rafael Rix; **Elaboração e Proposta de um RPG (Role Playing Game) a partir do Papiro de Rhind**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2011.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI JUNIOR, José Ruy. **A conquista da matemática**. São Paulo: FTD, 2007. (7º ano).

GOLDFARB, Ana Maria Alfonso; GOLDFARB, José Luiz; WAISSE, Márcia H. M. Ferraz e Silvia. **Centenário Simão Mathias: Documentos, Métodos e Identidade da História da Ciência** - Seleção de Trabalhos. São Paulo: PUC-SP, 2009.

GOMES, Maria Laura Magalhães. **Em favor de um diálogo entre a história da educação matemática e as práticas educativas em matemática**. IX ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, Belo Horizonte – MG, 18 a 21 de Julho de 2007.

MIGUEL, Antonio. **Três estudos sobre história e educação matemática**. Tese (Doutorado em Metodologia do Ensino). Universidade Estadual de Campinas, 1993.

MIGUEL, Antonio. **As potencialidades pedagógicas da historia da matemática em questão: Argumentos reforçadores e questionadores**, ZETETIKÉ – CEMPEM – FE/UNICAMP, v.5, nº 8, Jul/Dez. 1997.

NUNES, José. Messildo. Viana; Guerra, Renato. Borges; Almouloud, Saddo. Ag. **O contexto da História da Matemática como Organizador Prévio**, Revista Boletim de Educação Matemática – BOLEMA, v.23, nº 35B, p.537 a 561, abril 2010.

OLIVEIRA, Carlos N. C. de; FERNANDES, Marco Antonio Martins. **Para Viver Juntos: Matemática**. São Paulo: Edições SM, 2008. (7º ano).

RIBEIRO, Alessandro Jacques. **Equação e seus multisignificados no ensino de matemática: contribuições de um estudo epistemológico**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2007.

PINTO, Renata Anastácio; FIORENTINI, Dario, **Cenas de uma aula de álgebra: produzindo e negociando significados para “a coisa”**. Zetetiké – CEMPEM – FE/UNICAMP, - v.5 – nº 8 – Jul/Dez. de 1997, p. 45 – 71.

PONTE, João Pedro. **As equações nos manuais escolares**. Revista Brasileira de História da Matemática, v.4, n.8, p.149-170, out/2004 – mar/2005.

SAITO, Fumikazu. **História da Ciência e Ensino: em busca de diálogo entre historiadores e educadores**. Disponível em:
<http://revistas.pucsp.br/index.php/hcensino/article/view/3069/2028>. Acesso em:
 15 set. 2011

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. **Interface entre história da matemática e ensino: uma aproximação entre historiografia e perspectiva lógico-histórica**. In: IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. SBEM. p.G05-G05, Brasília, 2009.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. **A resolução de situações-problema a partir da construção e uso de instrumentos de medida segundo o tratado *Del modo di misurare* (1564) de Cosimo Bartoli**, PBL 2010. Congresso Internacional. São Paulo, Brasil, 8-12 de fevereiro de 2010.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. **Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumentos de medida do século XVI**. Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011.

SILVA, Circe Mary Silva. **Qual o papel da História da Matemática na Educação Matemática?** Anais do Seminário Nacional de História da Matemática/Organizado por Iran Abreu Mendes e Miguel Chaquiam. Belem: SBHMat, 2010.

SMITH, D. E. **History of Mathematics**. Boston, New York: Ginn and Company, 1925, 2 vols, V. 2, p. 442-443.

VIANNA, Carlos Roberto. **Usos didáticos para a História da Matemática**. In: Anais do I Seminário Nacional de História da Matemática (Ed.) Fernando Raul Neto. Recife-PE, p. 65 – 79 1998.