

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

Fabiana de Andrade Siqueira

Ensino e a Aprendizagem de Números Racionais na Forma Fracionária:
perspectivas sobre metodologias de ensino e o uso de tecnologias entre 2022 e
2024

Mestrado em Educação Matemática

São Paulo

2025

Fabiana de Andrade Siqueira

Ensino e a Aprendizagem de Números Racionais na Forma Fracionária:
perspectivas sobre metodologias de ensino e o uso de tecnologias entre 2022 e
2024

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE em Educação Matemática, sob a orientação do prof. Dr. Marcio Vieira de Almeida

São Paulo
2025

Sistemas de Bibliotecas da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo -
Ficha Catalográfica com dados fornecidos pelo autor

Siqueira, Fabiana de Andrade
Ensino e a Aprendizagem de Números Racionais na Forma
Fracionária: perspectivas sobre metodologias de ensino e o
uso de tecnologias entre 2022 e 2024. / Fabiana de Andrade
Siqueira. -- São Paulo: [s.n.], 2025.
144p. ; cm.

Orientador: Marcio Vieira de Almeida.
Dissertação (Mestrado)-- Pontifícia Universidade Católica de
São Paulo, Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação
matemática.

1. Educação Matemática. 2. Números Racionais na forma
fracionária. 3. Regras prescritivas. 4. Tecnologias. I.
Almeida, Marcio Vieira de. II. Pontifícia Universidade
Católica de São Paulo, Programa de Estudos Pós-Graduados em
Educação matemática. III. Título.

CDD

Banca Examinadora

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) — Código de Financiamento 001. Processo nº 88887.894682/2023-00.

This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) — Finance Code 001 Process nº 88887.894682/2023-00.

Dedicatória

A Deus, por tudo e por tanto!

Agradecimentos

Agradeço ao meu marido e à minha filha por estarem sempre ao meu lado e me apoiarem ao longo de todo o percurso do mestrado, mesmo abrindo mão de momentos preciosos e de viagens para que eu pudesse me dedicar exclusivamente as leituras e escritas, e assim, poder concluir esta pesquisa.

Aos meus pais, sou imensamente grata por todo o carinho e apoio constante.

Agradeço de coração ao meu orientador, Dr. Marcio Vieira de Almeida, pela ajuda, pelos conselhos, pelas orientações e por ter aceitado realizar este desafio comigo, com tanto comprometimento e afeto.

Meu muito obrigada aos membros da banca, Dra. Celina Aparecida Almeida Pereira Abar e Dr. Zaqueu Vieira Oliveira, pelas valiosas contribuições durante minha qualificação, cujas sugestões foram essenciais para o desenvolvimento e concretização desta.

Por fim, agradeço a Deus por nunca soltar a minha mão.

RESUMO

SIQUEIRA, Fabiana de Andrade. **Ensino e a aprendizagem de números racionais na forma fracionária**: perspectivas sobre metodologias de ensino e o uso de tecnologias entre 2022 e 2024.

O presente trabalho teve como propósito realizar um levantamento bibliográfico em pesquisas realizadas no Brasil entre 2022 e 2024 que abordam o ensino e a aprendizagem dos números racionais em sua forma fracionária, concentrando-se em analisar as metodologias diversificadas que são utilizadas no uso de regras prescritivas para a realização das operações e dando enfoque naquelas que se valem do ensino sem o uso de regras prescritivas. O intuito foi identificar como essas metodologias podem propor situações de aprendizagem que permitam aos alunos compreender e generalizar a realização dessas operações. Com isso, nosso objetivo central foi responder à seguinte questão de pesquisa: Quais informações foram reveladas pelas pesquisas realizadas entre 2022 e 2024 sobre as metodologias de ensino adotadas por professores no ensino de operações com frações, considerando tanto o uso de regras prescritivas quanto abordagens alternativas? Para responder a essa questão, foram analisadas 26 pesquisas de mestrado disponíveis no banco de teses e dissertações da CAPES e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). A análise consistiu em segmentar as pesquisas e organizá-las em tabelas que destacassem os recursos metodológicos utilizados para o ensino de frações, ressaltando o uso de atividades diversificadas e o uso de tecnologias. Os resultados indicam que em muitas pesquisas é possível identificar regras prescritivas ao ensinar operações com frações. Mesmo quando tentam diversificar as atividades, utilizando expressões como “divide pelo de baixo e multiplica pelo de cima” diante das dificuldades apresentadas pelos alunos. Esses achados ressaltam a necessidade de desenvolver pesquisas que proponham atividades capazes de auxiliar os professores a ensinar operações com frações de maneira que os alunos possam atribuir significado a essas operações, em vez de simplesmente memorizar métodos de resolução.

Palavras-chave: Educação Matemática; Frações; Operações; Regras Prescritivas; Tecnologias.

ABSTRACT

SIQUEIRA, Fabiana de Andrade. **Teaching and Learning of Rational Numbers in Fractional Form: Perspectives on Teaching Methodologies and the Use of Technology Between 2022 and 2024.**

The present study aimed to conduct a bibliographic survey of research carried out in Brazil between 2022 and 2024 on the teaching and learning of rational numbers in their fractional form. We focused on analyzing the diversified methodologies that employ prescriptive rules for performing operations, as well as those that dispense with such rules. Our objective was to identify how these approaches can design learning situations that enable students to understand and generalize the execution of fractional operations. Accordingly, our central research question was: What insights have studies conducted between 2022 and 2024 revealed regarding the teaching methodologies adopted by teachers for fraction operations, considering both prescriptive-rule-based and alternative approaches? To address this question, we analyzed 26 master's-level investigations retrieved from the CAPES Theses and Dissertations Repository and the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations (BDTD). The analysis involved segmenting the studies and organizing them into tables that highlighted the methodological resources used to teach fractions, with particular attention to diversified activities and technology integration. The results indicate that prescriptive rules remain prevalent in many studies: even when activities are varied, teachers frequently resort to expressions such as “divide by the denominator and multiply by the numerator” in response to students' difficulties. These findings underscore the need for research that designs instructional activities allowing students to attribute conceptual meaning to fraction operations rather than merely memorize procedural algorithms.

Keywords: Mathematics Education; Fractions; Operations; Prescriptive Rules; Technology.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Símbolos que representavam as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{3}$	23
Figura 2 – Sigla com as especificações da BNCC	43
Figura 3 – Demonstração sobre possibilidades de resposta para a multiplicação de frações	69
Figura 4 – Resolução de situação-problema por meio de desenho.	70
Figura 5 – Sugestão de resolução de problema utilizando números mistos.	73
Figura 6 – Sugestão de resolução de problema utilizando números mistos.	75
Figura 7 – Sugestão de resolução de divisão entre frações.	77
Figura 8 – Captura de tela da sugestão de busca fornecida pela BDTD.	79
Figura 9 – Captura de tela de uma questão da plataforma NEARPOD.	90
Figura 10 – Captura de tela sobre uma resolução de exercício com a plataforma do GeoGebra.	91
Figura 11 – Captura de tela sobre o recurso visual para o ensino de frações.	93
Figura 12 – Captura de tela sobre o uso do Elasticimind para comparação de frações	94
Figura 13 – Captura de tela sobre o jogo Fraciomia contendo poemas de frações equivalentes	96
Figura 14 – Captura de tela do exercício utilizado sobre a parte de um todo.	99
Figura 15 – Captura de tela do Jogo Corrida das Cores.	102
Figura 16 – Captura de tela sobre situação-problema proposta e resolução do aluno.	103
Figura 17 – Captura de tela sobre o exercício utilizado com Escala Temperada....	104
Figura 18 – Captura de tela sobre a resposta esperada pelo autor para a questão da figura 17.	104
Figura 19 – Captura de tela sobre a introdução da adição com denominadores diferentes.	105
Figura 20 – Captura de tela sobre a abordagem do MMC pelo método prático.....	106
Figura 21 – Captura de tela sobre a história em quadrinho envolvendo a adição de frações.	106
Figura 22 – Captura de tela sobre adição de frações com xícaras demarcadas....	108
Figura 23 – Captura de tela sobre a sugestão de atividade para a operação de adição de frações	109

Figura 24 – Captura de tela sobre a reprodução de um exercício com cálculo de uma parte.....	110
Figura 25 – Aplicação de Frações iguais e a reta numérica	113

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tipos de Programas de Mestrado.....	83
Tabela 2 – Classificação das dissertações por regiões do país.	84
Tabela 3 – Classificação das dissertações por Instituição de Ensino.	84
Tabela 4 – Classificação das dissertações por ano.....	86
Tabela 5 – Classificação das dissertações por público alvo.	86
Tabela 6 – Classificação das dissertações em relação ao segmento de ensino.....	87
Tabela 7 – Classificação das dissertações em relação ao período de realização. ...	87

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Habilidades relacionadas aos números racionais, definidas pela BNCC.....	44
Quadro 2 – Contribuições das pesquisas consultadas nos estudos preliminares.....	51
Quadro 3 – Sugestão de diretrizes ao se desenvolver estratégias computacionais com frações	64
Quadro 4 – Segmentação das pesquisas encontradas	81
Quadro 5 – Segmentação das dissertações que utilizaram recursos tecnológicos...	89
Quadro 6 – Segmentação das dissertações que possuem o foco nas operações com frações	98

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CEFAM	Centro Específico de Formação do Aluno do Magistério
EAD	Educação a distância
EFAF	Ensino Fundamental Anos Finais
EMAI	Educação Matemática nos Anos Iniciais
ENADE	Exame Nacional de Desempenho de Estudantes
GEEM	Grupo de Estudos do Ensino de Matemática
GHEMAT	Grupo associado de Estudos e Pesquisas em História da Educação Matemática
IFC	Instituto Federal Catarinense
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MM	Matemática Moderna
MMM	Movimento Matemática Moderna
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PUC	Pontifícia Universidade Católica
PE	Produto Educacional
SAEB	Sistema de Avaliação de Educação Básica
SENAC	Serviço Nacional de Aprendizagem Comercial
SENAI	Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial
TAD	Teoria Antropológica do Didático
UCS	Universidade de Caxias do Sul
UEPB	Universidade Estadual da Paraíba

UEPG	Universidade Estadual de Ponta Grossa
UERJ	Universidade Estadual do Rio de Janeiro
UFCG	Universidade Federal de Campina Grande
UFMA	Universidade Federal do Maranhão
UFMS	Universidade Federal do Mato Grosso do Sul
UFPB	Universidade Federal da Paraíba
UFPR	Universidade Federal da Paraíba
UFRRJ	Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
UFSCAR	Universidade Federal de São Carlos
UFSE	Universidade Federal de Sergipe
UNIFESP	Universidade Federal de São Paulo
UNESP	Universidade Estadual Paulista
UNIDERP	Universidade para o Desenvolvimento do Estado e da Região do Pantana
UNIOESTE	Universidade Estadual do Oeste do Paraná
UPF	Universidade de Passo Fundo
USP	Universidade de São Paulo
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

LISTA DE SÍMBOLOS

%	Porcento
---	----------

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	17
Capítulo 2	
A EVOLUÇÃO HISTÓRICA DAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES	22
CAPÍTULO 3	
A EVOLUÇÃO DO ENSINO DO CONCEITO DE FRAÇÕES NO BRASIL DO SÉCULO XIX ATÉ A BNCC	26
3.1. Tendência Formalista Clássica	27
3.2. Tendência Empírico-Ativista	35
3.3. Tendência Formalista Moderna.....	35
3.4. Tendências Tecnicistas e suas Variações	36
3.5. Tendência Construtivista	37
3.6. Tendência Sócioetnocultural	39
CAPÍTULO 4	
METODOLOGIA.....	47
CAPÍTULO 5	
ESTUDOS PRELIMINARES.....	51
CAPÍTULO 6	
LEVANTAMENTO E ANÁLISE DE DADOS.....	79
6.1 Pesquisas que Abordam o Ensino de Frações com o Uso de Tecnologia.....	88
6.2 Pesquisas que Abordam o Ensino das Operações com Frações com Metodologias Diversas.....	97
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	112
REFERÊNCIAS	117
ANEXO A – RESUMOS DOS TRABALHOS CONSIDERADOS NESTA DISSERTAÇÃO.....	123

INTRODUÇÃO

A motivação para a realização desta pesquisa advém de minha¹ experiência profissional, na qual frequentemente me deparo com alunos demonstrando considerável dificuldade na compreensão das operações com números racionais na forma fracionária. Esses alunos muitas vezes apresentavam dúvidas sobre como resolver as operações, realizando perguntas como: “Deve-se multiplicar o numerador pelo numerador e o denominador pelo denominador?” ou “Qual fração deve ser invertida para realizar a divisão, a primeira ou a segunda?”. Diante de tais situações, percebe-se que o ensino das operações com frações precisa ser abordado por meio de atividades diversificadas que propiciem significados, ao invés de simples repetições de frases memorizadas, que talvez não façam sentido para o aluno, como cita Silva (1997, p. 47), e que entendemos que ainda acontece atualmente:

Percebe-se um enfoque mecanicista no ensino de frações, a partir do livro didático. O conteúdo é apresentado a partir de definições e de modelos que devem ser reproduzidos mecanicamente, levando a um desenvolvimento precário da linguagem e do reconhecimento de frações, a partir de modelos estáticos que não permitem a aquisição plena desse conhecimento. Um formalismo excessivo permeia as obras, sendo que muitas partem simplesmente de uma definição de fração e no lugar do desenvolvimento do conteúdo a partir de um trabalho de construção, apresentam algoritmos prontos para serem reproduzidos, por exemplo, o “produto em cruz”.

Em minha prática docente, observo que o ensino das frações frequentemente está associado a regras pré-estabelecidas, com os professores apresentando algoritmos prontos e tradicionais em sala de aula. Aos alunos, cabe apenas decorar essas regras operatórias. Contudo, frequentemente ocorre que, por não construírem nem atribuírem significado a essas operações, os alunos podem não compreender verdadeiramente os conceitos subjacentes. Por exemplo, ao realizar uma operação de adição, o aluno pode encontrar o denominador comum, mas somar os numeradores sem encontrar as frações equivalentes, indicando que a aprendizagem não foi adequada. Isso pode demonstrar que o discente não compreende as relações matemáticas envolvidas, limitando-se a reproduzir mecanicamente o algoritmo apresentado, assim como cita Walle (2009).

Os estudantes perguntam, “Eu preciso de um denominador comum, ou apenas adiciono os números de parte inferior como na multiplicação?”, “Qual você inverte, o primeiro ou o segundo número?”. As regras algorítmicas não

¹ No início do primeiro capítulo, por se tratar de um relato pessoal da pesquisadora, utilizaremos a primeira pessoa do singular. No restante do texto, utilizaremos a terceira pessoa do plural.

se aplicam imediatamente a números mistos. Mais regras! E talvez o argumento mais importante seja que essa abordagem para a matemática está impedindo-o de pensar. (Walle, 2009, 346)

Silva (1997) aborda a formação básica recebida pelos professores de matemática em cursos superiores, destacando algumas lacunas que ocorrem nesse processo e enfatizando como estes são preparados para ensinar as operações com frações.

Parece-nos, através de nossa prática, que muitos professores são colocados em sala de aula totalmente despreparados para lidar com a complexidade da tarefa que têm a realizar, tanto no que diz respeito ao domínio dos conteúdos, quanto em relação ao processo de desenvolvimento cognitivo por que passam seus alunos. Normalmente seu referencial de prática, são as lembranças que têm dos procedimentos de seus próprios professores, sem clareza de uma escolha pedagógica, que irá interferir diretamente na interação necessária entre professor, aluno e conteúdo a ser ensinado, o que vem a ser o suporte de um bom trabalho em sala de aula. (Silva, 1997, p. 2)

Maia (2022), que corrobora com a ideia de Silva (1997), traz o enfoque nas dificuldades sobre a aprendizagem dos números racionais. Ela indica que percebeu uma

[...] grande defasagem no aprendizado relacionado aos números racionais, especialmente quanto à representação fracionária. Os alunos com os quais convivia, futuros professores, apresentavam grande dificuldade em comparar frações, realizar operações com frações, fazer conversões entre os registros decimal, fracionário e percentual, compreender os significados de fração, equivalência e resolver problemas que envolvessem esses conteúdos. (Maia, 2022, p.17).

O que nos² leva a pensar que isso pode estar acontecendo com grande parte dos docentes que estão atuando em sala de aula, sendo essencial que seja proporcionado a estes, não apenas o domínio dos conteúdos específicos, mas também a possibilidade de desenvolver habilidades pedagógicas inovadoras e críticas, dessa forma, preparando os futuros docentes a adaptarem seus métodos de ensino às diversas realidades e necessidades dos estudantes, promovendo uma educação de qualidade.

Como cita Silva (1997, p. 10)

Com o objetivo de tornar os professores mais criativos e reflexivos sobre sua prática, os pesquisadores devem levar aos professores seus estudos e resultados de pesquisas a fim de lhes proporcionar condições de desenvolver uma nova prática pedagógica.

Maia (2022, p. 158) corrobora com a ideia sobre a importância das pesquisas científicas. De acordo com essa autora

² A partir desse ponto falaremos na primeira pessoa do plural.

É importante ressaltar que, apesar da ampla quantidade de teses e dissertações relacionadas com o ensino e a aprendizagem dos números racionais e aquelas que em alguma medida trabalham com materiais e tecnologias, ainda há muito o que pesquisar ou investigar em relação à essa especificidade.

Partindo das ideias de Silva (1997) e Maia (2022) sobre a necessidade de os pesquisadores levarem suas pesquisas aos professores, entendemos que seja relevante destacarmos metodologias de ensino de operações com números racionais na forma fracionária que não sejam focadas apenas em algoritmos, e busquem se valer de situações contextualizadas que deem sentido aos cálculos realizados pelos alunos.

Para Silva e Almouloud (2008), os alunos não costumam apresentar dificuldade na adição de números fracionários de mesmo denominador, por isso o foco passa a ser fazê-los compreender que quando os denominadores são diferentes, as frações têm nomes diferentes, ou seja, é como se o denominador identificasse a que “família” aquela fração pertence, por exemplo, a família dos meios, dos terços, dos quartos. Em decorrência disso, se faz necessário transformá-las em outras equivalentes a elas, que tenham o mesmo nome, isto é, o mesmo denominador. Os autores ressaltam que “O próprio termo já mostra a sua função, o denominador denomina, dá nome às partes em que o inteiro foi dividido”. (Silva, Almouloud, 2008, p. 59)

Essas questões, que pudemos observar que ocorriam durante as aulas, nos trouxe a ideia de pesquisarmos sobre métodos diferentes de ensinar as operações com frações de forma que as atividades propostas levassem os alunos a construir o conhecimento de forma significativa, atribuindo sentido as operações realizadas.

A partir de leituras que trazem o enfoque nas operações com os números fracionários, passamos a buscar pesquisas que fossem relevantes nessa área. São elas: Silva (1997 e 2005), Merlini (2005), Meier (2012) e Maia (2022), estas mostram dificuldades na concepção dos docentes sobre o conceito de frações, evidenciando por exemplo, que muitos só conseguem associar uma fração a uma figura, se esta estiver necessariamente dividida em partes iguais, isso pode levar os alunos a desenvolverem obstáculos didáticos, justamente porque os professores trazem exemplos e exercícios que seguem sempre o mesmo padrão. Meier (2012) cita que “A repetição é válida, desde que resguardado o sentido de realizarmos o ato que está sendo repetido, do contrário, resulta na falta de criatividade na matemática” (p. 62).

A partir das experiências vivenciadas, das pesquisas realizadas e da importância da formação dos professores, este estudo teve como objetivo principal analisar as pesquisas realizadas no Brasil entre os anos de 2022 e 2024 que abordam o ensino e a aprendizagem dos números racionais na sua forma fracionária, tendo um olhar sobre o uso de regras prescritivas como método de ensino e se utilizaram recursos tecnológicos ou outros recursos didáticos como ferramentas facilitadoras de aprendizagem.

O motivo da escolha do período foi por ele ser imediatamente posterior a pesquisa de Estado da Arte desenvolvido em Maia (2022) sobre o mesmo tema que estamos estudando, inclusive a pesquisa dela serviu como inspiração para a nossa. Buscamos identificar de que maneira essas metodologias podem criar situações de aprendizagem que permitam aos alunos compreender e generalizar o processo de aquisição das operações com frações.

Nossa pesquisa está estruturada em seis capítulos. O primeiro capítulo é esta introdução que apresentou a trajetória da autora e a problemática na qual a pesquisa está inserida.

No segundo capítulo, faremos uma análise da evolução histórica do conceito de frações, identificando também um anacronismo nas concepções tradicionais sobre o tema. Além disso, exploraremos a evolução desse conceito ao longo do tempo, destacando as contribuições dos matemáticos para sua formulação.

No terceiro capítulo, realizaremos uma análise da abordagem do conceito de frações ao longo dos anos no Brasil, examinando as diretrizes educacionais de cada período e os livros didáticos utilizados em diferentes épocas, até a implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a proposta para o ensino de frações.

No quarto capítulo descreveremos a abordagem metodológica adotada para o desenvolvimento desta pesquisa, especificando o tipo de estudo realizado, suas etapas e o processo de desenvolvimento.

No quinto capítulo realizaremos os estudos preliminares com dissertações e teses que investigaram as concepções dos professores sobre o ensino de frações, suas abordagens na introdução desse conteúdo e as diversas metodologias empregadas. Além disso, examinaremos as diretrizes sugeridas pelo autor americano John Van de Walle (2009), que propõe metodologias para o ensino das operações com frações, com o objetivo de garantir que os alunos compreendam o significado dessas operações, em vez de apenas memorizarem regras.

No sexto capítulo, segmentaremos as pesquisas realizadas entre 2022 e 2024, com o objetivo de analisar como as diversas propostas de intervenção no ensino das operações com frações têm sido aplicadas em estudos acadêmicos brasileiros, incluindo abordagens que utilizam tecnologia e metodologias variadas.

Nas considerações finais, será realizado um fechamento que sintetiza e reforça os principais pontos discutidos ao longo do trabalho, abordando as ideias centrais e o propósito da pesquisa. Nessa seção, serão apresentadas as principais descobertas, destacando os elementos mais relevantes observados durante o estudo. Além disso, serão apontadas recomendações, propondo novas áreas de investigação e possíveis ações a serem realizadas no que tange às operações com números racionais na forma fracionária.

CAPÍTULO 2

A EVOLUÇÃO HISTÓRICA DAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

Para compreendermos as razões pelas quais os alunos enfrentam dificuldades ao aprender as operações com frações, é essencial investigarmos a evolução histórica das ideias relacionadas a essas operações.

Costa (1971), cita que “A criação dos números fracionários resulta da consideração de objetos que se podem subdividir, ou de certas grandezas contínuas, como a distâncias e a duração”. (p. 218).

O autor também aborda o fato que no manual redigido pelo sacerdote Ahmes (1680 a.C. – 1620 a.C.) é citado que os egípcios praticavam com habilidade os cálculos com frações, além disso, pode-se encontrar neste papiro uma tábua para decomposição de frações em que os numeradores são iguais à unidade, e com o auxílio deste, Ahmes (Costa, 1971, p. 218) resolvia problemas como o seguinte: “dividir 100 pães entre 5 pessoas, em partes crescendo por diferenças iguais, e de modo a que a soma das duas partes menores seja igual ao sétimo da soma dos outros três”.

Situações como essa nos leva a perceber que o ensino das operações com frações é uma prática consolidada ao longo do tempo. Ao trazer essa reflexão para o contexto atual, podemos considerar a possibilidade de trabalhar essas operações por meio de metodologias que estimulem a curiosidade dos alunos, afastando-se do uso de repetições mecânicas e frases desconexas. É essencial adotar abordagens que envolvam o estudante de forma ativa, proporcionando situações práticas e contextualizadas que permitam a construção de modo que o discente possa dar sentido a elas.

O autor faz uma constatação, que se o papiro de Ahmes (1660 a.C. – 1620 a.C.) era utilizado na antiguidade como um modelo de como era o ensino dos matemáticos egípcios, então, na verdade era uma coleção de receitas extremamente engenhosas. Mas nos surge um questionamento em relação a isso, será que não continuamos reproduzindo algumas “receitas” no ensino de nossos alunos em pleno século XXI? Em que diversas vezes são repetidas frases como: “divide pelo de baixo e multiplica pelo de cima” nas operações de adição e subtração de frações.

Também é citado por Costa (1971) que mesmo que o uso das frações ocorra desde a remota antiguidade, apenas nos tempos modernos, estas passaram a ser tidas por verdadeiros números, além disso, “os geômetras clássicos – entre eles Euclides, na sua teoria das proporções – consideravam as frações como nomes de relações entre números” (p. 218). E que posteriormente, em torno do século VI, o cálculo das frações foi conduzido ao ocidente, pelos árabes.

Em 1585, na Aritmética de Simon Stevin (1548-1620), aparece, o que o autor chama de “uma exposição completa do cálculo dos *numeri rupti*”, que significa números quebrados, segundo tradução livre, e que este traz uma abordagem completa sobre as operações fundamentais já realizadas com os números fracionários até aquele momento.

Contudo, Roque (2012) traz uma visão atualizada sobre como os egípcios utilizavam e a compreensão que eles tinham sobre as frações. A autora cita que no sistema egípcio, os números fracionários eram representados por meio de símbolos diferentes dos que eram utilizados para representar os inteiros. E que dentro dessa representação eles as separavam em dois tipos: as frações comuns tinham símbolos próprios para serem representadas, estas eram escritas em hieráticos e hieróglifos.

Por exemplo, na Figura 1, apresentamos a representação de duas frações:

Figura 1 – Símbolos que representavam as frações 1/2 e 2/3.

$$\frac{1}{2} \quad \text{𐍌}$$

$$\frac{2}{3} \quad \text{𐍌𐍌}$$

Fonte: Adaptado de Roque, 2012.

As frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$ também tinham símbolos próprios, já as outras frações eram escritas com um marcador em formato oval em cima o que, para nós hoje, é o numerador e em baixo as barras representaria o que para nós é o denominador, como no caso do $\frac{1}{7}$ que era representado por 𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌.

Roque (2012 p. 34) diz que o símbolo oval colocado em cima do número não possuía para os egípcios o sentido do que entendemos por numerador. Pois, para eles o símbolo não possui um sentido cardinal, e sim ordinal, o que significa que seria

mais prudente dizer que as frações eram utilizadas apenas como o inverso dos números. Essa ideia de Roque (2012) contrapõe a ideia de Costa (1971) que alegava que os egípcios tinham a mesma concepção sobre frações que temos hoje. Roque (2012) cita que “configura-se um certo abuso de linguagem dizer que, na representação egípcia, as frações possuem ‘numerador 1’. Seria mais adequado dizer que essas frações egípcias representavam o inverso dos números” (p. 34).

Outro exemplo abordado por Roque (2012) trata da divisão egípcia, explicando que ela ocorre em etapas.

[...] se quisermos distribuir 58 coisas por 87 pessoas teremos de dividir primeiramente cada coisa em dois, obtendo 116 ($= 58 \times 2$) metades. Daremos, então, uma metade para cada pessoa, restando 29 ($= 116 - 87$) metades. Em seguida, dividiremos cada metade por três, obtendo 87 ($= 29 \times 3$) metades divididas por três, ou seja, 87 sextos. O resultado é quanto cada um vai receber do todo, e esse raciocínio está expresso na representação egípcia de $\frac{58}{87}$ como $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$. (Roque, 2012, p. 35).

Logo, é preciso compreender que mesmo que os egípcios utilizassem as frações, a forma como eles a utilizavam não tem relação com a qual nós as aplicamos hoje em dia, por essa razão, Roque (2012) alega que muitos acabam realizando um anacronismo em relação a aplicação destas.

A maioria dos relatos históricos sobre a matemática egípcia indica que se tratava de uma matemática essencialmente prática, baseada em métodos empíricos de tentativa e erro (como pode ser entendido o método da falsa-posição). No entanto, essa acusação de falta de espírito científico pode revelar um tipo de anacronismo. A busca de generalidade e universalidade que caracteriza a cientificidade das nossas práticas pode ser encontrada na matemática egípcia, mas de um modo distinto. (Roque, 2012, p. 40).

Então, para Roque (2012), as operações de multiplicação e divisão de frações eram feitas de forma similar as operações com os números inteiros, de modo a empregar sequências de duplicações e divisões por 2. Esse processo era realizado sem modificar o numerador, pois assim como supracitado as frações egípcias sempre possuíam o número 1 em seu numerador. Logo, a ideia era: se é necessário fazer $\frac{1}{4}$ multiplicado por 2, eles compreendiam que bastava dividir o 4 por 2 e $\frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2}$. Era dessa forma que eles realizavam as operações quando os denominadores eram pares.

Já, quando os denominadores eram ímpares, seu cálculo era mais complexo, por tal razão, este cálculo era realizado apenas 1 vez e colocavam a resposta em um tipo de tabela, assim, todas as vezes que eles precisavam dessa resposta a consultavam.

Ao considerarmos as observações de Roque (2012) sobre a maneira como os egípcios consultavam essas tabelas para obterem respostas antecipadas, evitando a necessidade de realizar novos cálculos, nos surge uma reflexão: existe uma similaridade com a forma como muitos alunos atualmente adquirem conhecimento sobre frações? Frequentemente, os estudantes memorizam frases e métodos de forma mecânica, reproduzindo-as sem realmente compreender seu significado.

Consideramos crucial que o ensino das operações com frações seja conduzido por meio de atividades que permitam aos alunos compreender os conceitos abordados, em vez de simplesmente usarem e repetirem regras desconectadas.

As ferramentas, as técnicas e os métodos desenvolvidos por aqueles que fazem matemática podem corresponder a necessidades cotidianas ou inerentes às próprias práticas matemáticas. A separação entre a neutralidade das técnicas e a importância do contexto, tido como motivação externa para o seu desenvolvimento, é um dos traços que permeiam até hoje nossa visão da matemática. Mas tal dicotomia é baseada em uma compreensão superficial do que seja um pensamento concreto ou abstrato, em que o concreto corresponde ao contexto externo, e o abstrato ao campo simbólico, interno à matemática. (Roque, 2012, p. 47)

Neste capítulo, obtivemos um panorama da evolução das frações, além de percebermos um anacronismo na concepção de como estas eram compreendidas. Observamos também a evolução desse conceito ao longo do tempo e como os matemáticos contribuíram para sua construção. No próximo capítulo, abordaremos o ensino de frações ao longo dos últimos dois séculos no Brasil.

CAPÍTULO 3

A EVOLUÇÃO DO ENSINO DO CONCEITO DE FRAÇÕES NO BRASIL DO SÉCULO XIX ATÉ A BNCC

Neste capítulo, realizaremos uma análise da abordagem do conceito de frações ao longo dos anos no Brasil, com base nas diretrizes educacionais de cada período e nos livros didáticos adotados em cada época. Além disso, traremos as contribuições do Fiorentini (1995) sobre sua concepção de categorias descritivas das tendências em Educação Matemática nesse período, que se dividem em: formalista clássica (Ensino centrado em definições, regras e provas formais; o aluno apenas reproduz conhecimentos prontos); empírico-ativista (Ensino baseado na experiência e na atividade do aluno; aprender fazendo e experimentando); formalista moderna (Influenciada pela Matemática Moderna, foco em estruturas abstratas como conjuntos, mas ainda com ensino distante da realidade do aluno); tecnicista e suas variações (Ensino voltado para a eficiência e o treinamento de habilidades operatórias, muitas vezes seguindo métodos rígidos e controlados.); construtivista (Aprendizagem como construção ativa do conhecimento pelo aluno, valorizando seus esquemas mentais e seu desenvolvimento cognitivo inspirado em Piaget) e a sócioetnoculturalista (A aprendizagem acontece por meio da interação social e cultural; o conhecimento é construído no meio social inspirado em Vygotsky).

Morais, Bertini e Valente (2021) apresentam os resultados das pesquisas realizadas pelo GHEMAT Brasil (Grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre História da Educação Matemática) na forma de um livro, abordando a maneira como as frações foram ensinadas do século XIX até a criação da BNCC (Base Nacional Comum Curricular).

Os autores partiram da ideia de que as frações têm sido um tópico de intensa discussão didático-pedagógica, revelando-se um tema controverso. Com isso, dada sua relevância, é essencial realizar uma análise histórica para aprimorar a compreensão de sua presença nas escolas ao longo do tempo, além de entender os processos e dinâmicas envolvidos na construção de uma matemática voltada para o ensino, especificamente no contexto da educação sobre frações.

Um aspecto destacado pelas pesquisas realizadas pelo GHEMAT Brasil é o significado e a definição atribuído as frações nos textos escolares. Essa definição não

segue os termos rigorosos do campo disciplinar matemático. O termo “significado” refere-se à maneira pela qual o professor deve abordar um determinado tema da matemática do ensino, visando introduzi-lo em suas aulas, especialmente no primeiro contato do aluno com o novo assunto.

Os autores realizaram uma análise ampla, na qual pode-se examinar a cultura escolar da segunda metade do século XIX, caracterizando-a, no que se refere à matemática do ensino, pelo binômio verbo-utilidade, em que os autores o definem da seguinte forma: o ensino de frações visava justificar uma educação que fosse útil fora da escola, de modo que o que o professor ensinava tivesse relevância para as demandas da vida cotidiana. Assim, o verbo vinha primeiro, na escola, seguido pela ação, fora dela.

3.1. Tendência Formalista Clássica

Fiorentini (1995) descreve que até o final da década de 50, o ensino da matemática no Brasil, salvo algumas exceções, era marcado pela ênfase nas ideias e estruturas da Matemática clássica, com particular destaque para o modelo euclidiano e visão platônica da disciplina. Abordaremos essa tendência sob a visão de Moraes, Bertini e Valente (2021).

Moraes, Bertini e Valente (2021), baseiam-se em dois livros amplamente utilizados na época: *Pequeno Curso de Arithmética* de Motta lançado em 1859 e *Primeira Arithmética para Meninos* de Souza Lobo de 1874. Na análise de como essas obras tratam as frações, é possível observar duas sequências distintas de introdução das frações na aritmética. A primeira, presente na obra de Motta (1859), segue a sequência: “Operações Fundamentais, Frações Ordinárias, Frações Decimais e Sistema Métrico”. A segunda, de Souza Lobo lançado em 1874, inverte essa ordem: “Operações Fundamentais, Frações Decimais, Sistema Métrico Decimal e Frações Ordinárias”.

Buscando explicações para essa mudança na abordagem do ensino de frações, em termos de diferentes sequências, os autores acreditam que é possível justificar que o ensino de frações ordinárias antes das decimais estava alinhado às recomendações dos manuais pedagógicos que orientavam o trabalho do professor. Um exemplo notável é o manual “Curso Prático de Pedagogia - destinado aos alunos das escolas normais primárias, aspirantes ao magistério e aos professores em

exercício”, traduzida e amplamente utilizada no Brasil, escrita pelo francês Daligault e publicada em 1870.

Colocamos imediatamente depois das quatro regras [...] o estudo das frações ordinárias, porque o conhecimento desta parte da Aritmética é quase indispensável para a solução pelo método da unidade dos problemas relativos a regra de três de juros e etc. (Daligault, 1870, p. 233 *apud* Morais, Bertini e Valente, 2021, p. 23).

Morais, Bertini e Valente (2021), alegam que a inversão dessa sequência, como puderam observar nas obras de Souza Lobo, encontra justificativa na adoção do sistema métrico decimal, conforme a Lei nº 1157 de 26 de junho de 1862. Essa legislação estabeleceu que as escolas teriam um prazo de dez anos para incluir no ensino os cálculos utilizando o novo sistema. Consequentemente, os autores de livros daquela época se mobilizaram para antecipar o estudo dos números decimais e suas operações, de modo a garantir, em sequência, o estudo do sistema métrico decimal.

Para compreendermos plenamente as ações educacionais daquele período, é essencial analisarmos o contexto político do país. Segundo Gomes (2012), após a independência do Brasil em 1822, na instalação dos trabalhos da Assembleia Constituinte que elaboraria a Constituição, D. Pedro I enfatizou a necessidade de uma legislação específica para a instrução pública. A Constituição de 1824, vigente durante todo o período imperial (1824-1889), declarava a gratuidade da instrução primária para todos os brasileiros. No entanto, somente após muitos debates sobre a educação popular, em 15 de outubro de 1827, a Assembleia Legislativa aprovou a primeira lei de instrução pública nacional no Império do Brasil. Esta lei determinava a criação de escolas de primeiras letras em todas as cidades, vilas e lugares populosos. A Matemática estava inclusa no ensino das primeiras letras, que abrangia ler, escrever e contar.

É relevante observar que a lei de outubro de 1827 diferenciava a educação para meninos e meninas, prevendo escolas separadas para ambos os sexos. O currículo das escolas para meninos incluía leitura, escrita, as quatro operações aritméticas, prática de frações ordinárias e decimais, proporções, noções gerais de geometria, gramática da língua nacional, moral cristã e doutrina católica. As escolas para meninas, localizadas nas áreas mais populosas e dirigidas por professoras, tinham um currículo diferenciado que excluía a geometria e a prática de frações ordinárias, mas incluía o ensino de habilidades importantes para a economia doméstica.

Foi interessante constatar a existência, no passado, de escolas separadas para meninos e meninas, com currículos distintos para cada gênero, além do fato de que o ensino de frações era exclusivo para os meninos. Podemos perceber, entretanto, que, nos últimos anos, a forma como se vê a matemática deixou de estar vinculada a questões de gênero, embora ainda hoje se observe uma predominância masculina nos cursos superiores das áreas de exatas.

Do ponto de vista do significado das frações, durante a segunda metade do século XIX, também variava dependendo da sequência adotada. Considerando a sequência “operações-frações-decimais”, as frações são entendidas como operadores que dividem itens do cotidiano em partes iguais, das quais se deseja tomar algumas. Já na sequência “operações-decimais-frações”, as frações são vistas como razões entre dois números, utilizadas em problemas de conversão entre diferentes sistemas de medidas.

A graduação na matemática do ensino de frações também é influenciada pelas diferentes sequências. Para a sequência “operações-frações-decimais”, a ordem de graduação dos tópicos relativos às frações sugere que os alunos devem, inicialmente, entrar em contato com as propriedades das frações, compreendendo exemplos numéricos de cada enunciado. Por exemplo, Moraes, Bertini e Valente (2021), citam que ao ensinar que uma fração aumenta quando se multiplica seu numerador por qualquer número tem - se “Assim, a fração $\frac{6}{10}$ ficará elevada a $\frac{12}{10}$ se multiplicarmos o numerador por 2” (p. 25) e que após compreenderem as propriedades com exemplos, o ensino deve prosseguir para as operações, suas regras e a utilização das propriedades já abordadas. Para cada operação, uma regra é introduzida, acompanhada de exemplos numéricos.

Mesmo sabendo que esta metodologia se refere a livros do século XIX, sabemos que este método ainda é utilizado, por muitos professores, assim como cita Branquinho (2023):

[...] muitas vezes, ensinamos da mesma maneira que aprendemos, principalmente com tópicos mais complexos que não compreendemos tão bem, em geral. Acredito ser o caso da divisão por frações. É mais fácil dizer ao discente: “repete a primeira e multiplica pelo inverso da segunda fração”. Se o conceito de fração não está bem solidificado, como compreender uma operação tão complexa quanto à divisão por frações? (Branquinho, 2023, p. 27).

Justamente um dos fatores que mais nos intriga, e por isso, o que nos motiva a buscar meios, em nossa pesquisa, para quebrar tais paradigmas e introduzir os

conceitos operacionais de uma maneira diferente, contextualizada, e que possibilite uma compreensão real destes, sem o uso de regras decoradas.

No caso da sequência “operações-decimais-frações”, a ordem graduada dos tópicos relativos às frações indica que, inicialmente, o aluno deve distinguir frações próprias de impróprias, realizando exercícios com exemplos. Em seguida, o aluno aprende a extrair os inteiros contidos em uma fração imprópria, o que implica realizar a divisão entre numerador e denominador. A seguir, são abordadas as propriedades das frações com vistas à conversão de frações ordinárias em números decimais e vice-versa. Finalmente, a redução de frações ao mesmo denominador é ensinada, seguida das operações com frações, utilizando regras e exemplos numéricos.

Segundo Gomes (2012), a Proclamação da República ocorreu em um momento em que 85% da população brasileira era analfabeta. Benjamin Constant (1836 - 1891) foi o responsável por uma reforma educacional em 1890, consubstanciada no Decreto 981, que abordava a instrução pública de nível primário e secundário no Distrito Federal, então localizado no Rio de Janeiro. Essa lei visava romper com a tradição humanista e literária do ensino secundário ao adotar um currículo que privilegiava disciplinas científicas e matemáticas. No ideário positivista do filósofo francês Auguste Comte (1798 - 1857), seguido por Benjamin Constant e os militares brasileiros que lideraram a Proclamação da República, a Matemática era considerada a mais importante das ciências. Consequentemente, essa disciplina adquiriu grande relevância na proposta da Reforma, especialmente nos sete anos que compunham a educação secundária.

Gomes (2012) destaca que o Colégio Pedro II, referência para esse nível de educação, passou a se chamar Ginásio Nacional com o estabelecimento da República. A frequência ao ensino secundário, cujo principal objetivo era a preparação para a educação superior, não era obrigatória. Muitos estudantes, sem realizar um curso regular, faziam os chamados exames preparatórios para ingresso nos cursos superiores, entre os quais se destacavam as disciplinas de Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria.

No que concerne ao ensino primário, o início da República marcou a implantação de um novo modelo de organização escolar, os grupos escolares, sendo São Paulo o estado pioneiro nessa medida em 1893. Esse modelo, que rapidamente se difundiu pelos demais estados, estruturava as classes em séries progressivas, cada série em uma sala com um professor, e grupos de quatro ou cinco séries

reunidos em um mesmo prédio. Em Minas Gerais, os grupos escolares foram estabelecidos em 1906, durante o governo de João Pinheiro (1853 - 1920), e se organizavam em quatro séries.

Então, nesse período, compreendido entre a Independência e as décadas finais do século XIX, esperava-se que os alunos desenvolvessem habilidades para resolver cálculos de partição, e que fossem capazes de calcular quantidades associadas às partes especificadas de um problema do cotidiano. Por exemplo, “Um homem deixou $\frac{2}{5}$ de sua fortuna para 4 parentes. Quanto cada um recebeu?” resolver questões como essa, era visto como essencial para aplicação na vida fora da escola.

Quando as frações eram ensinadas após os decimais, havia a necessidade de os alunos realizarem cálculos que envolvessem a conversão entre os sistemas já aprendidos e o sistema decimal, além de operações dentro do próprio sistema decimal. Por exemplo, resolver problemas como “Seis hectolitros de uma mercadoria custaram \$50; quanto custarão 10 litros?” exigia habilidades de cálculo dentro do contexto decimal.

Para Moraes, Bertini e Valente (2021), o ensino de frações nesse período era caracterizado por um método predominantemente verbalista e centrado no professor. A ênfase estava em exercitar o cálculo numérico, com a expectativa de que os alunos aplicassem essas habilidades na vida diária após sua formação escolar. Os professores eram orientados a guiar os alunos nesse processo de aprendizado, garantindo que estivessem preparados para utilizar esses conhecimentos no cotidiano. De acordo com Daligault (1870, *apud* Moraes, Bertini e Valente 2021) era orientado ao professor que

Para fazer com que os alunos adquiram o conhecimento prático do cálculo, o professor deve lhes dar sobre cada uma das operações numerosos problemas a resolver. Mas, sobretudo, no estudo das frações é que deve multiplicar as aplicações. (Daligault, 1870, p. 234 *apud* Moraes, Bertini e Valente, 2021, p. 26).

Acreditamos que essa afirmação contraria nossas concepções, pois naquela época, prevalecia a ideia de que a compreensão do conteúdo seria alcançada exclusivamente por meio da prática repetitiva de exercícios. No entanto, defendemos que o desenvolvimento do conceito não se restringe apenas à repetição de atividades, mas sim à proposta de uma série diversificada de exercícios, os quais devem permitir ao aluno explorar e compreender as diferentes situações e operações presentes em cada contexto.

De acordo com os autores, surgem considerações sobre o desenvolvimento cognitivo infantil, a compreensão dos conceitos ensinados e a relevância de integrar aspectos da vida cotidiana ao ambiente escolar e à sala de aula. E, por conta dessas inquietações, dois movimentos educacionais começam a acontecer: o método intuitivo e a Escola Nova. De acordo com os autores:

O primeiro deles marca o cenário educacional brasileiro no final do século XIX e início do século XX, por meio da proposição de um ensino pela intuição, pelos sentidos e pela observação. Para Valdemarin (2001), os conceitos *observar* e *trabalhar* sintetizam o método intuitivo, na medida em que a *observação* gera o raciocínio e o *trabalho* permite a realização de atividades similares às daquelas da vida adulta. O segundo adentra as discussões brasileiras entre as décadas de 1920 e 1930. Vidal (2000) destaca algumas das proposições centrais da Escola Nova: o aluno como centro dos processos de aquisição do conhecimento; a utilização do método de projetos que propunha mudanças no tempo e espaço escolar, uma vez que o tempo escolar deveria estar baseado no tempo do interesse dos alunos e o espaço deveria proporcionar condições de trabalho em grupo; mudanças do papel do aluno de observador para experimentador; e a racionalização e a ciência como bases do trabalho do aluno. (Morais, Bertini e Valente 2021, p. 28, grifo dos autores).

Para ampliar nosso entendimento sobre os conceitos associados à Escola Nova, Gomes (2012) cita que durante a década de 1920, em um contexto de profundas mudanças políticas, econômicas e sociais, diversos estados brasileiros, assim como o Distrito Federal, implementaram reformas significativas no sistema educacional, com foco na educação primária e na formação de professores para esse nível. Essas reformas foram impulsionadas pelo movimento pedagógico conhecido como Escola Nova ou Escola Ativa, que buscava introduzir na escola primária ideias desenvolvidas na Europa e nos Estados Unidos desde o século XIX, conforme as propostas de educadores de diversos países.

Esta, abraçava um amplo espectro de teorias, destacando-se alguns princípios fundamentais. Diana Vidal (2003 *apud* Gomes, 2012) identifica entre esses princípios a valorização da criança no processo de aprendizagem, a adoção de normas higiênicas na disciplina corporal dos alunos, a cientificidade na transmissão de conhecimentos sociais e práticos, e a promoção do ato de observar e entender como fundamentais a construção do conhecimento dos alunos. Maria Ângela Miorim (*apud* Gomes, 2012), por sua vez, ressalta duas ideias centrais presentes nas diversas correntes da Escola Nova: o “princípio da atividade” e a introdução na escola de situações da vida real, influenciando especialmente a abordagem matemática nos primeiros anos de ensino.

Segundo Gomes (2012) em Minas Gerais, no contexto das reformas lideradas por Francisco Campos (1891 - 1968), então secretário de educação do governo estadual, no mandato de Getúlio Vargas (1882–1954), foi estabelecida em 1929 a Escola de Aperfeiçoamento. Essa instituição tinha como objetivo oferecer às professoras da rede pública primária um curso alinhado com os princípios da Escola Nova, preparando-as adequadamente para implementar as novas diretrizes pedagógicas.

Em 1908, durante o quarto Congresso Internacional de Matemática realizado em Roma, foi estabelecida uma comissão internacional sob a presidência do matemático alemão Felix Klein (1849 - 1925), com o propósito de examinar o ensino secundário de Matemática em diversos países, incluindo o Brasil. Este evento marcou o primeiro movimento internacional significativo para modernizar a educação nesta disciplina. As principais propostas desse movimento incluíam a unificação dos conteúdos (Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria) em uma única disciplina, denominada Matemática, que até então, eram ensinadas por diferentes professores e com livros distintos. Além da introdução do ensino de cálculo diferencial e integral no nível secundário.

A implementação das ideias modernizadoras em larga escala nas escolas secundárias brasileiras ocorreu em 1931, por meio de uma série de decretos destinados a organizar de forma nacional o sistema educacional do país.

Já em 1945, é proposta uma nova alteração na sequência do ensino, conforme citado por Souza (1945, *apud* Moraes; Bertini; Valente, 2021) que destaca a necessidade de priorizar o ensino de frações decimais inicialmente, devido às seguintes razões: nosso sistema numérico é decimal, as frações decimais são amplamente utilizadas na vida prática, permitem comparações mais rápidas e eficientes, além de operações que são geralmente consideradas menos complexas do que as operações com frações ordinárias.

Essas justificativas destacam a relevância das frações decimais para as atividades cotidianas e a percepção de sua maior acessibilidade em comparação com as frações ordinárias. Esse enfoque pode ser associado a um dos princípios da Escola Nova, que preconiza um ensino que avança do simples para o complexo.

De maneira geral, o ensino de frações durante o período que abrange a disseminação do método intuitivo e da vertente da Escola Nova, está alinhado a um objetivo comum: aproximar os conhecimentos matemáticos da vida prática cotidiana.

Assim como consta em um trecho da Proposta de Matemática da Reforma Francisco Campos de 1931 (*apud* Gomes, 2012, p. 19), que afirma que o estudante deve ser “um descobridor e não um receptor passivo de conhecimentos”, além de recomendar a renúncia “à prática da memorização sem raciocínio, ao enunciado abusivo de definições e regras ao estudo sistemático das demonstrações já feitas”. Esse propósito implica em uma abordagem graduada das frações, utilizando exercícios e problemas que começam com objetos familiares às crianças no cotidiano, priorizando a prática sobre a explicitação formal de definições.

Em 1942, surge a estruturação do ensino secundário, introduzida pela reforma de Francisco Gomes, que estabelecia um curso fundamental de cinco anos, após a conclusão do ensino primário, no qual a Matemática era uma disciplina presente em todos os anos.

Segundo Gomes (2012), os professores da época enfrentaram dificuldades significativas de adaptação, agravadas pela escassez de livros didáticos que estivessem alinhados com as novas diretrizes educacionais. Além disso, houve oposição por parte dos defensores do ensino das humanidades clássicas, especialmente do latim, que criticavam o que consideravam um excesso de conteúdos no programa da reforma e a fusão das disciplinas matemáticas em uma única área. A formação específica de professores para o ensino secundário em nível superior teve início no Brasil somente em 1934, na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo (USP). No mesmo ano, foi criada a Faculdade Nacional de Filosofia, onde os estudantes podiam obter o diploma de licenciado em Matemática após realizar o bacharel em Matemática e cursar Didática.

Já, entre 1942 e 1946, a educação brasileira passou por novas reformas por meio de uma série de decretos-lei que estabeleceram o Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial (Senai) e o Serviço Nacional de Aprendizagem Comercial (Senac), além de normatizarem os ensinos industrial, comercial, primário, secundário, normal e agrícola. A Lei Orgânica do Ensino Secundário de 1942 organizou o ensino secundário em dois ciclos: ginásial, com duração de quatro anos, e colegial, com três anos, nas modalidades clássico e científico. Também foi criado o ramo secundário técnico-profissional, dividido em industrial, comercial e agrícola, além do normal, voltado à formação de professores para o ensino primário. Segundo Gomes (2012) essas reformas foram centralistas e dualistas, separando o ensino secundário,

destinado às elites, do ensino profissional, voltado para a população, e concedendo acesso aos cursos superiores apenas aos graduados do ensino secundário.

3.2. Tendência Empírico-Ativista

Para Fiorentini (1995), a partir da década de 1950 a pedagogia ativa emerge como uma resposta crítica à abordagem educacional tradicional, que não levava em consideração as particularidades do desenvolvimento infantil, especialmente suas diferenças biológicas e psicológicas. Nesse contexto, a pedagogia nova propõe uma reorganização do foco pedagógico, o papel do professor, ao invés de ser o centro do processo de ensino, transforma-se em um orientador ou facilitador da aprendizagem, sendo um sujeito “ativo”. O currículo, por sua vez, deve ser estruturado de acordo com os interesses dos alunos, promovendo um aprendizado que respeite e acompanhe seu desenvolvimento psico-biológico. Os métodos de ensino são baseados em atividades realizadas em pequenos grupos, utilizando materiais didáticos diversificados e proporcionando um ambiente estimulante, que favoreça a realização de jogos, experimentos e o manuseio de materiais manipulativos, promovendo uma aprendizagem mais concreta e envolvente.

Então, as disciplinas escolares, incluindo a Matemática, passaram por mudanças significativas devido às transformações econômicas, sociais e culturais no Brasil. A democratização da escola trouxe um novo público de estudantes, oriundos das camadas populares, que há muito tempo reivindicavam acesso à educação. Isso resultou em um aumento substancial no número de alunos tanto no ensino primário quanto no secundário. Para atender a essa demanda expandida, houve uma flexibilização nas exigências para a seleção de professores, e essas mudanças marcaram um período de significativa transformação nas condições e práticas escolares, refletindo novas necessidades e exigências culturais.

3.3. Tendência Formalista Moderna

Fiorentini (1995) destaca que a educação matemática no Brasil passou por um período de significativa mudança, impulsionado pela realização dos Cinco Congressos Brasileiros de Ensino de Matemática (1955, 1957, 1959, 1961 e 1966) e pelo envolvimento de matemáticos e professores no movimento internacional de reformulação e modernização dos currículos escolares, o qual ficou conhecido como o Movimento da Matemática Moderna (MMM).

Morais, Bertini e Valente (2021) corroboram a afirmação de Fiorentini (1995), citando que a década de 1960 marcou um período de transformação significativa no sistema educacional brasileiro, impulsionado por mudanças internas, como a expansão da cobertura e a melhoria qualitativa do ensino primário, bem como por influências externas que promoveram a modernização do ensino. Que por conta da introdução da Matemática Moderna (MM), que foi um produto de movimentos internacionais, pioneiramente apresentada no Brasil pelo Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (GEEM) no IV Congresso Nacional de Ensino de Matemática em 1962. Durante essa década, o GEEM concentrou-se na elaboração de livros-texto, organização de congressos, simpósios e cursos voltados para a MM, destinados aos professores.

No âmbito das ações do GEEM, foi desenvolvida uma coleção de livros experimentais baseados nos princípios da MM, que incluíam a abordagem das frações com o objetivo de construir os números racionais. Nesse contexto, as frações eram apresentadas como uma das representações dos números racionais, contribuindo para uma nova abordagem educacional focada na compreensão mais profunda e abstrata dos conceitos matemáticos.

3.4. Tendências Tecnicistas e suas Variações

Fiorentini (1995) chama de tecnicismo pedagógico uma corrente de origem norte-americana que, visando otimizar os resultados educacionais e tornar a escola mais “eficiente” e “funcional”, propõe, como solução para os problemas do ensino e da aprendizagem a adoção de técnicas específicas de ensino e gestão escolar. Essa abordagem foi a pedagogia predominante durante o regime militar pós-1964, que buscava moldar a escola de acordo com os princípios de racionalização do sistema de produção capitalista.

Para o autor, do ponto de vista sócio-filosófico, essa tendência tem como base o funcionalismo, que vê a sociedade como um sistema organizado e funcional, um todo harmônico em que o conflito é considerado uma anomalia e a manutenção da ordem é vista como essencial para o progresso. Dentro dessa visão, a escola, enquanto parte desse sistema, teria um papel fundamental na sua preservação e estabilidade. Mais especificamente, a educação escolar teria como objetivo preparar o indivíduo para “integrá-lo” à sociedade, tornando-o apto e funcional dentro do sistema.

Em síntese, podemos dizer que a tendência tecnicista, ao tentar romper com o formalismo pedagógico, apresenta um novo reducionismo, acreditando que as possibilidades da melhoria do ensino se limitam ao emprego de técnicas especiais de ensino e ao controle/organização do trabalho escolar. (Fiorentini, 1995, p. 18).

Ou seja, durante esse período, ocorreu uma tentativa de alinhar as instituições educacionais às necessidades do mercado de trabalho e da economia, com ênfase na formação de uma mão de obra eficiente e adaptada às demandas do capitalismo. Dessa forma, o modelo educacional desenvolvido reflete uma perspectiva utilitarista da educação, centrada na obtenção de resultados práticos e na preparação dos alunos para atender às exigências do sistema produtivo.

3.5. Tendência Construtivista

Para Fiorentini (1995), embora Piaget não tenha se dedicado à formulação de uma teoria específica de ensino ou aprendizagem sob a ótica educacional, foi justamente a partir de sua epistemologia genética que o construtivismo emergiu como uma abordagem pedagógica, exercendo uma influência significativa nas inovações do ensino da matemática. De maneira geral, essa influência pode ser considerada positiva, pois proporcionou um maior embasamento teórico para a introdução ao estudo da matemática, substituindo práticas mecânicas e mnemônicas de ensino da aritmética por abordagens pedagógicas que, com o apoio de materiais concretos, visam à construção das estruturas do pensamento lógico-matemático e/ou ao desenvolvimento dos conceitos numéricos e das operações matemáticas.

Morais, Bertini e Valente (2021) realizaram a escolha de uma coleção de livros daquela época para demonstrar como o ensino das frações era proposto, a coleção escolhida foi “Curso Moderno de Matemática para o Ensino de Primeiro Grau”, escrita por Franchi, Sanchez e Liberman. Esta se destacou por ser a segunda coleção mais vendida entre 1964 e 1980. Organizada em quatro volumes, a coleção aborda o ensino iniciando com as frações ordinárias e progredindo para as frações decimais, conceitos que são formalizados a partir do terceiro ano da escola primária. Paralelamente ao ensino destas, são desenvolvidas as quatro operações matemáticas e suas propriedades fundamentais ao longo dos quatro primeiros anos da escola primária.

No primeiro volume, o estudo das frações no ensino de matemática começa explorando conceitos como “metade, dobro, triplo, terça parte, quádruplo, quarta parte”, sem fazer menção à definição formal de fração nos termos tradicionais,

buscando inicialmente estabelecer um significado prático para trabalhar com os alunos. O conceito de fração não é mencionado no Guia do Professor, indicando uma abordagem inicial que não enfatiza a definição formal das frações no contexto matemático.

Nesse 1º ano da escola primária, Liberman, Sanches e Franchi (1975), afirmam que o trabalho deverá ser realizado no concreto, pois a formação de conceitos irá se dar nos anos seguintes. Elas apontam para a primeira fase da aprendizagem dos alunos: as operações concretas, que têm início por volta dos sete ou oito anos, progredindo para as etapas de operações abstratas ou formais. (Morais; Bertini; Valente, 2021, p. 43)

Essa forma de caminhar do concreto para o abstrato pode ser representada na teoria de Jean Piaget (Parecer, 1971. p. 304 *apud* Coppe; Siqueira, 2021 p. 43), que fala sobre os períodos sensório-motor e das operações concretas, que levam as operações formais.

Morais, Bertini e Valente (2021) alegam que o conceito de fração também é abordado no segundo ano da escola primária, conforme descrito no segundo volume da coleção. No entanto, as atividades para os alunos não se concentram diretamente no conceito formal de fração, mas sim nas ideias relacionadas a ele, utilizando situações cotidianas que os discentes já vivenciaram, tendo como objetivo prepará-los para compreender o conceito de fração como a introdução a um novo conjunto numérico, os racionais, que será abordado no terceiro ano da escola primária.

Então, no terceiro volume da coleção, o tema “número racional” é abordado. No tópico “Informações Básicas para o Professor”, o guia formaliza o conceito de número racional, afirmando que “um número é racional absoluto se, e somente se, pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, onde a e b são números naturais e $b \neq 0$ ”. (Sanches; Liberman, 1975, p. 28 *apud* Coppe; Siqueira, 2021, p. 51). Após essa definição, o livro apresenta alguns exemplos e afirma que todo número natural é racional, mas que existem números racionais que não são naturais.

Fração – É a representação do número racional na forma $\frac{a}{b}$, onde a e b são números naturais a $b \neq 0$. Assim, $\frac{1}{2}$ e 0,5 representam o mesmo número racional, sendo que $\frac{1}{2}$ é fração e 0,5 (não é fração) é a representação decimal de $\frac{1}{2}$. (Sanches; Liberman, 1975, p.28 *apud* Coppe; Siqueira, 2021, p. 53).

De acordo com os autores, as frações equivalentes são abordadas neste volume; no entanto, as orientações sobre como encontrá-las são apresentadas diretamente, sem uma explicação detalhada ou atividades propostas para que os alunos as descubram por conta própria. Além disso, os números racionais na forma

de fração, em que a resposta é maior que 1 unidade, e a reta numérica também são discutidos. O conteúdo do volume é finalizado com a representação de números racionais na forma mista.

Além disso, a coleção “Curso Moderno de Matemática para o Ensino de 1º Grau” (Sanches; Liberman, 1974 *apud* Coppe; Siqueira, 2021, p. 55) concentra seus exercícios e problemas no ensino de frações com o objetivo principal de construir o conceito de “número racional” por meio de um trabalho exaustivo sobre a equivalência de frações. Inicialmente, a abordagem é intuitiva, envolvendo a manipulação de objetos, visando a etapa das operações concretas. Em seguida, a abordagem progride para representações pictóricas, culminando na definição formal de número racional. Termos como “metade” e “dobro” são utilizados sem qualquer menção à terminologia específica de frações.

Enquanto a continuidade do conjunto dos números naturais para os racionais é clara para o professor, essa transição não é tão evidente para o aluno. Moraes, Bertini e Valente (2021, p. 56) citam que: “há necessidade de expansão dos conjuntos numéricos e as frações são o elo que possibilita isso, servem como representações dos números racionais”.

O período conhecido como Movimento da Matemática Moderna (MMM) ocorreu entre o final do século XIX e meados do século XX. Esse movimento estava vinculado a uma proposta que tinha como objetivo hegemonizar um novo modo de produção do conhecimento matemático, centrado nas estruturas algébricas. No entanto, o MMM enfrentou inúmeras críticas, culminando na publicação do livro “O Fracasso da Matemática Moderna” por Kline, em 1976. Consequentemente, o MMM começou a ser desconstruído em meados da década de 1970.

3.6. Tendência Sócioetnocultural

Fiorentini (1995) cita que o fracasso do movimento modernista, aliado às dificuldades observadas na aprendizagem da matemática por alunos das classes econômicas mais desfavorecidas, motivou, a partir da década de 1960, foco renovado nos aspectos socioculturais da educação matemática. Inicialmente, acreditava-se que as pesquisas educacionais das décadas de 1950, 1960 (nos EUA) e 1970 (no Brasil) contribuiu para a visão que os alunos dessas classes sociais apresentavam deficiências culturais que os impediam de acompanhar o ensino escolar e alcançar sucesso na educação formal.

A partir de estudos dessa natureza, surge a teoria da diferença cultural, que propõe que as crianças de classes sociais mais baixas não são carentes de conhecimento ou de estruturas cognitivas, mas podem, de fato, não ter habilidades formais tão desenvolvidas em áreas como a escrita e a representação simbólica. Nesse contexto, começa a se valorizar as ideias da Etnomatemática, que reconhecem a diversidade de conhecimentos matemáticos e culturais presentes em diferentes grupos sociais.

E então ocorre um marco significativo na história da organização do ensino brasileiro que foi a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases para o Ensino de 1º e 2º graus (LDB 5692) em 1971. Moraes, Bertini e Valente (2021) citam que esta legislação reestruturou o sistema educacional em dois níveis distintos. O primeiro grau, com duração de oito anos, em que unificou os antigos ciclos primário e ginásio, eliminando a necessidade do Exame de Admissão para progressão após os quatro primeiros anos de estudo e o segundo grau que foi concebido como um curso voltado à preparação profissional, visando atender à demanda por formação técnica e desviando parte dos estudantes da busca pelo ensino superior, que não disponibilizava de vagas suficientes para todos os concluintes do ensino secundário.

Na década de 1980, surge um novo campo: a Educação Matemática, que se dedica a analisar as transformações ocorridas no ensino das frações após o declínio do MMM. As referências para essa análise incluem documentos desde os últimos anos do século XX até os dias atuais. Então em 1996, foi promulgada a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), que estabelece os principais parâmetros para o sistema educacional brasileiro, incluindo sua estruturação e organização.

Moraes, Bertini e Valente (2021) abordam diversos documentos significativos, como: o Currículo Paulista, os materiais do projeto EMAI (Educação Matemática nos Anos Iniciais) tanto os de uso dos estudantes quanto os utilizados pelos professores, além dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Os PCN apresentam uma proposta diferente daquela defendida pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM). Eles sugerem a resolução de problemas como foco central do ensino de matemática, assim como relatado por Fiorentini (1995), e propõem o programa etnomatemática como um movimento significativo nessa nova perspectiva.

Em 20 de dezembro de 2017 a BNCC foi homologada pelo então ministro da Educação, Mendonça Filho sob o mandato de presidente Michel Temer (2016 - 2018).

E esta, como documento normativo, define “o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (Brasil, 2017, p. 7). A partir desse documento, foram produzidos materiais educativos destinados aos alunos da rede pública de ensino. Moraes, Bertini e Valente (2021) analisaram esses materiais e concluíram que o ensino dos números racionais é proposto para os dois anos finais da primeira etapa do Ensino Fundamental, equivalendo ao 4º e 5º ano do Ensino Fundamental Anos Iniciais. Nos anos anteriores, sugere-se trabalhar com conceitos como metade, além dos sistemas monetários e de medidas.

Os autores alegam, que na sequência proposta, os números racionais são introduzidos após as operações com os números naturais, a noção de metade e o uso de sistemas monetários e de medidas. E, os PCN (1997), propõem que o trabalho com a representação decimal dos números racionais precede a representação fracionária.

As orientações dos PCN para o ensino da matemática no segundo ciclo dos anos iniciais consideram o ensino das frações como essencial para a aprendizagem dos números racionais e que para a construção deste conceito, é enfatizada a importância da utilização das frações em diferentes situações do cotidiano. Nesse ciclo, os alunos devem ser expostos a situações-problema cujas soluções não se restringem aos números naturais, permitindo uma aproximação ao conceito de número racional. Além disso, os PCN destacam que a representação decimal é mais frequente no cotidiano do que a forma fracionária, atribuindo essa predominância ao uso disseminado das calculadoras decimais (Brasil, 1997).

No entanto, na BNCC (2017), no Currículo Paulista de 2019 e no material do Projeto EMAI de 2020, essa ordenação não é tão evidente. Por exemplo, na listagem das habilidades da BNCC, a representação fracionária é mencionada antes da representação decimal para o quarto ano, enquanto essa sequência é invertida nas habilidades listadas para o quinto ano. No material do Projeto EMAI, ambas as representações são discutidas conjuntamente na primeira atividade que aborda os números racionais no livro do quinto ano.

Os documentos analisados sugerem que os números racionais devem ser apresentados a partir de problemas cuja solução não pode ser encontrada no conjunto dos números naturais. Além disso, é enfatizada a importância de abordar os diferentes significados desses números.

De acordo com Moraes, Bertini e Valente (2021), na BNCC, são destacados os significados de quociente e parte-todo para os números racionais. No material do professor do projeto EMAI para o quinto ano, além dos significados de quociente e parte-todo, também é mencionado o significado de chance. A análise da progressão do ensino, dos exercícios e problemas foi realizada principalmente com base no material do projeto EMAI, pois os demais documentos fornecem apenas diretrizes de caráter mais geral. A progressão do ensino de frações inicia-se pela aproximação aos números racionais, observando sua presença na vida cotidiana. Em seguida, explora-se a representação fracionária, abordando seus diferentes significados. Essa progressão inclui a exploração da comparação e equivalência de frações, bem como a relação entre as representações fracionárias, decimais, porcentagem e a estruturação dos exercícios e problemas é essencial para definir essa progressão.

O material do professor, por meio das orientações fornecidas para cada atividade proposta, explicita essas relações. Assim, a abordagem dos números racionais começa a partir de sua presença em diferentes representações (fracionária e decimal) dentro de um contexto situacional.

Os autores finalizam citando que:

Por fim, em tempos atuais, a matemática da Educação Matemática do ensino de frações segue o curso das transformações curriculares vindas desde o final dos anos 1980, em que os conteúdos não têm importância por si mesmos, os objetos deverão mesmo serem pensados como ferramentas a serem acionadas para resolver problemas, em atividades que demandam conteúdos matemáticos, para o desenvolvimento de competências. (Moraes; Bertini; Valente, 2021, p. 77).

A BNCC traz as cinco unidades temáticas para o ensino da Matemática, dentre elas a unidade temática Números.

Que tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. No processo da construção da noção de número, os alunos precisam desenvolver, entre outras, as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática. (Brasil, 2017, p. 268).

Além disso, é citado que:

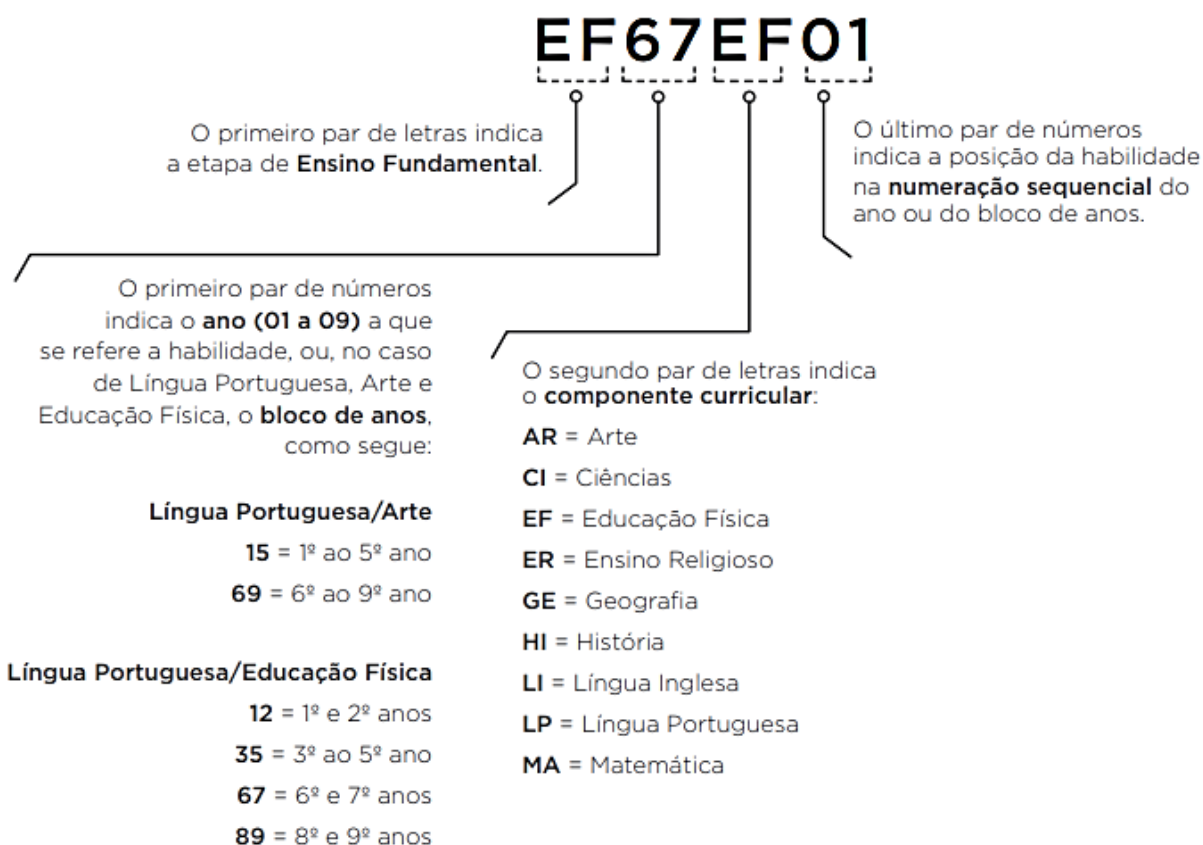
Na perspectiva de que os alunos aprofundem a noção de números, é importante colocá-los diante de tarefas, como as que envolvem medições, nas quais os números naturais não são suficientes para resolvê-las. Indicando a necessidade dos números racionais tanto na representação decimal quanto na fracionária. (Brasil, 2017, p. 269).

Essa colocação já nos evidencia que as operações com frações são fundamentais para o desenvolvimento do pensamento matemático, justamente por

ampliar as ideias de que os números naturais não dão conta de resolver todas as situações aos quais os alunos serão expostos, até aquele momento.

A BNCC utiliza códigos alfanuméricos para descrever as habilidades que serão desenvolvidas, cada um desses códigos indica, de forma sequencial, o nível escolar, o ano de estudo, o componente curricular e o número específico da habilidade correspondente. Como exemplo demonstrado na Figura 2.

Figura 2 – Sigla com as especificações da BNCC



Fonte: Brasil, 2017.

De acordo com a BNCC (2017), as noções preliminares sobre frações são introduzidas no 4º ano do Ensino Fundamental. Nessa etapa, espera-se que os alunos reconheçam, com o auxílio da reta numérica, frações unitárias com denominadores 2, 3, 4, 5, 10 e 100 como unidades de medida menores que um inteiro. No 5º ano, esse conhecimento deve ser expandido. Os alunos devem aprender a utilizar a reta numérica para identificar e representar frações maiores ou menores que a unidade, reconhecer frações equivalentes, comparar e ordenar frações, e usar representações percentuais (ex. 10%, 25%, 50%, 75% e 100%), além de compreender partes como décima, quarta, metade, três quartos e um inteiro. As habilidades descritas na BNCC (2017) em relação aos números racionais em sua forma fracionária do 4º ano do

Ensino Fundamental Anos Iniciais até o 9º ano do Ensino Fundamental Anos Finais, foram colocadas no Quadro 1.

Quadro 1 - Habilidades relacionadas aos números racionais, definidas pela BNCC

EF04MA09	Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{100}$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.
EF05MA03	Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.
EF05MA04	Identificar frações equivalentes.
EF05MA05	Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.
EF05MA06	Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.
EF06MA07	Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.
EF06MA08	Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.
EF06MA09	Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.
EF06MA10	Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.
EF06MA13	Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.
EF06MA30	Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por um número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimento aleatório.
EF07MA05	Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.
EF07MA06	Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.
EF07MA07	Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas.
EF07MA08	Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.
EF07MA09	Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.

EF07MA10	Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.
EF07MA11	Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias.
EF07MA12	Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.
EF08MA02	Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.
EF08MA04	Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.
EF08MA05	Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica
EF09MA03	Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.
EF09MA04	Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.

Fonte: adaptado de Brasil (2017)

Acreditamos ser importante ressaltar, que de acordo com a BNCC (Brasil, 2017), as operações com frações surgem apenas no sexto ano, antes disso, são trabalhadas as ideias sobre o conceito de frações, e as operações com números racionais na forma de número decimal.

De acordo com a BNCC (Brasil, 2017, p. 298)

Cumpra também considerar que, para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática. No entanto, é necessário que eles desenvolvam a capacidade de abstrair o contexto, apreendendo relações e significados, para aplicá-los em outros contextos.

Conforme preconizado pela BNCC, acreditamos que seja crucial promover o ensino de frações por meio de atividades e situações-problema que incentivem os alunos a formular e validar hipóteses sem depender diretamente de regras que ofereçam respostas prontas, possibilitando-lhes refletir durante o processo de resolução para compreender a lógica subjacente às operações matemáticas envolvidas.

Podemos perceber que a educação no Brasil passou por transformações profundas nas dimensões políticas, sociais, econômicas e culturais no final do século XIX e início do século XXI. O ensino de Matemática, como parte integrante desse sistema educacional, reflete essas mudanças, em cada período histórico, a Matemática, assim como as outras áreas do conhecimento, é influenciada por fatores

que moldam o ambiente educacional, tanto externos, quanto internos, relacionados à natureza dos conhecimentos específicos. Os fatores internos têm ganhado importância crescente não apenas nos conteúdos, mas também nos processos de ensino-aprendizagem e na formação dos profissionais da Educação. Isso tem impactado significativamente as propostas e recursos curriculares e didático-pedagógicos. Atualmente, uma das principais demandas no Brasil para aprimorar o ensino da Matemática é a formação de professores capazes de atender a população, em suas especificidades e individualidades.

Como resposta a essa necessidade, os cursos de formação de docentes, tanto na graduação quanto na pós-graduação, têm se expandido consideravelmente nos últimos anos. Por tais razões, concluímos que nossa pesquisa pode ser de grande valia para os professores que desejam utilizar recursos diversos para ensinar frações, sem recorrer a regras prescritivas que não permitem a construção do conhecimento de forma intuitiva.

Esse déficit dos docentes, muitas vezes, é refletido nos resultados de provas de avaliação nacional. No artigo de Sales, Aguiar e Oliveira (2021), sobre o desempenho na aprendizagem de fração segundo a prova Brasil, entre 2013 e 2019, os autores realizaram uma análise comparativa ao longo dos anos do desenvolvimento dos alunos em questões relacionadas a frações e citam que:

Diante do que foi exposto, observou-se através dos resultados obtidos que quanto mais os alunos são expostos as questões sobre frações, melhores são os resultados. Dessa forma, verificou-se que durante as avaliações dos anos de 2017 e 2019, houve um aumento no número de acertos e consecutivamente da nota projetada em relação aos anos de 2013 e 2015. (Sales; Aguiar; Oliveira, 2021, p.16)

Neste capítulo, analisamos a evolução do ensino das frações no Brasil ao longo do tempo. No próximo capítulo apresentaremos nossa metodologia de estudo.

CAPÍTULO 4

METODOLOGIA

Neste capítulo apresentaremos a abordagem metodológica utilizada nesta pesquisa, detalhando o tipo de pesquisa, suas etapas e desenvolvimento.

A presente pesquisa adota uma abordagem qualitativa, na qual as hipóteses são desenvolvidas ao longo do estudo, com o intuito de compreender os fenômenos observados. Em outras palavras, a pesquisa qualitativa pode ser definida como aquela que se baseia principalmente na análise dos objetos de estudo, focando em dados não numéricos e priorizando o caráter subjetivo. Este tipo de investigação busca descrever, observar, interpretar e documentar os fenômenos, entre outros aspectos.

Portanto, esta investigação se enquadra nessa categoria por valorizar tanto as etapas percorridas quanto as conclusões alcançadas, e não apenas os resultados obtidos. Assim como cita Gerhardt e Silveira (2009, p. 31).

A pesquisa qualitativa não se preocupa com representatividade numérica, mas, sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, etc. Os pesquisadores que adotam a abordagem qualitativa opõem-se ao pressuposto que defende um modelo único de pesquisa para todas as ciências, já que as ciências sociais têm sua especificidade, o que pressupõe uma metodologia própria.

Para Zanella (2011) os pesquisadores qualitativos focam no processo em si, e não apenas nos resultados ou produtos finais. O interesse principal reside em compreender como um fenômeno específico se manifesta. Em geral, esses pesquisadores começam com questões ou interesses mais amplos, que se tornam progressivamente específicos ao longo da investigação. Nesse contexto, as dimensões e categorias de análise surgem durante a coleta e análise dos dados. É importante destacar que, na pesquisa qualitativa, a coleta e a análise de dados ocorrem simultaneamente.

Com isso, nossa pesquisa se enquadra em uma abordagem qualitativa, pois iremos analisar o que as pesquisas realizadas no Brasil entre os anos de 2022 e 2024 que abordam o ensino e a aprendizagem dos números racionais na sua forma fracionária, tendo um olhar sobre o uso de regras prescritivas como método de ensino e se estas utilizaram recursos tecnológicos ou outros recursos didáticos como ferramentas facilitadoras de aprendizagem.

A pesquisa científica permeia todos os campos da ciência, incluindo o campo da educação, em que há inúmeros estudos já publicados. Este processo de investigação visa solucionar problemas, responder a questões específicas ou aprofundar o conhecimento sobre determinado fenômeno.

Gil (2008) diz que a pesquisa é necessária quando não há informações suficientes para responder um determinado problema, ou quando as informações disponíveis estão tão desorganizadas que não podem ser adequadamente relacionadas ao problema de interesse de um pesquisador ou grupo de pesquisa.

A pesquisa científica abrange diversas modalidades, dentre as quais se destaca a pesquisa bibliográfica, que será discutida na presente dissertação, detalhando as etapas necessárias para sua realização.

Portanto, temos como intuito proporcionar maior familiaridade com o problema, visando torná-lo mais visível e buscando encontrar soluções diversas para a questão do ensino de operações com frações. Trata-se de uma pesquisa bibliográfica por se basear em material já elaborado, principalmente trabalhos acadêmicos (dissertações e teses).

Gil (2008) discorre sobre a pesquisa bibliográfica como uma modalidade que utiliza fontes secundárias, ou seja, materiais já publicados, como livros, artigos científicos, teses, dissertações e outros documentos. Segundo o autor, esse tipo de pesquisa tem o objetivo de colocar o pesquisador em contato direto com todo o material já escrito sobre o tema de estudo, proporcionando uma visão ampla e aprofundada sobre o assunto.

O autor ainda destaca que a pesquisa bibliográfica é fundamental em diversos tipos de investigação, pois permite conhecer as principais teorias e conceitos já estabelecidos e evita a duplicidade de esforços. Além disso, facilita a construção de um referencial teórico robusto, que servirá de base para a análise dos dados coletados.

Segundo Fonseca (2002, p.32):

A pesquisa bibliográfica é feita a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de web sites. Qualquer trabalho científico inicia-se com uma pesquisa bibliográfica, que permite ao pesquisador conhecer o que já se estudou sobre o assunto. Existem, porém pesquisas científicas que se baseiam unicamente na pesquisa bibliográfica, procurando referências teóricas publicadas com o objetivo de recolher informações ou conhecimentos prévios sobre o problema a respeito do qual se procura a resposta (Fonseca, 2002, p. 32).

Para Souza, Oliveira e Alves (2021) a pesquisa bibliográfica fundamenta-se no estudo de teorias previamente publicadas, tornando essencial que o pesquisador se aproprie do conhecimento existente por meio de uma leitura criteriosa e sistemática do material analisado. Na condução desse tipo de pesquisa, o pesquisador deve ler, refletir e escrever sobre o conteúdo estudado, dedicando-se a aprofundar os fundamentos teóricos. É crucial as obras selecionadas sejam organizadas de maneira que contribuam para a construção da pesquisa, consistindo no levantamento e na revisão de publicações sobre a teoria que orientará o trabalho científico. Esse processo exige dedicação, estudo e análise por parte do pesquisador, com o objetivo de reunir e examinar textos já publicados para fundamentar e apoiar o desenvolvimento do trabalho científico.

Segundo Souza, Oliveira e Alves (2021, p. 69):

As características de uma pesquisa bibliográfica são as fontes confiáveis e concretas que fundamentam a pesquisa a ser realizada. As fontes de uma pesquisa são classificadas em:

- fontes primárias: são informações do próprio pesquisador, bibliográfica básica. Exemplos: artigos, teses, anais, dissertações, periódicos e outros.
- fontes secundárias: são bibliografias complementares, facilitam o uso do conhecimento desordenado e trazem o conhecimento de modo organizado. Exemplo: Enciclopédias, dicionários, bibliografias, bancos de dados e livros e outros.
- fontes terciárias: são as guias das fontes primárias, secundárias e outros. Exemplos: catálogos de bibliotecas, diretórios, revisões de literatura e outros.

Gil (2002, p. 44), cita que “A pesquisa bibliográfica é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos”.

Além disso, o autor descreve as etapas necessárias para elaborar uma pesquisa bibliográfica:

- a) escolha do tema;
- b) levantamento bibliográfico preliminar;
- c) formulação do problema;
- d) elaboração do plano provisório do assunto;
- e) busca das fontes;
- f) leitura do material;
- g) fichamento;
- h) organização lógica do assunto; e
- i) redação do texto. (Gil, 2002, p. 59)

Partindo das ideias de Gil (2002) iremos responder alguns dos tópicos supracitados, pois os outros já foram respondidos ao longo da pesquisa:

Respondendo ao tópico **a**, nosso tema se refere a uma análise sobre as pesquisas realizadas entre 2022 e 2024 sobre o tema operações com números racionais na forma fracionária. Nessa análise, teremos um olhar mais direcionado as

pesquisas que utilizaram recursos tecnológicos e que ensinaram frações sem o uso de regras e frases prescritivas.

Já sobre o tópico **b**, no Capítulo 5 em que serão apresentados os estudos preliminares, os trabalhos consultados nos ajudaram por fornecerem contribuições significativas para nossa pesquisa ao abordarem aspectos essenciais da Educação Matemática. Silva (1997, 2005) e Moreira e David (2004) investigaram o papel do professor, destacando a importância da formação continuada para uma compreensão clara do objeto matemático ensinado. Merlini (2005) e Martinho (2020) mostraram que atividades diversificadas e materiais manipuláveis podem promover uma aprendizagem sem a necessidade de repetição de regras. Menoti (2014) e Barbosa (2021) evidenciaram que uma sequência didática com objetivos claros torna a aula produtiva, e que o uso de recursos digitais pode aumentar o engajamento dos alunos. Druck (2006) destacou que a compreensão inadequada de frações compromete a aprendizagem em álgebra e geometria, defendendo a necessidade de se utilizar métodos diversificados de ensino. Maia (2022) corroborou essas ideias, mostrando que a abordagem contextualizada de números racionais, por meio de situações-problema, pode auxiliar na obtenção de melhores resultados de aprendizagem.

Com relação ao tópico **c**, temos como foco analisar as pesquisas já realizadas e percebermos se nas pesquisas que utilizam recursos tecnológicos e ensinam por meio de situações contextualizadas, sem o uso de regras, conseguem atingir resultados de aprendizagem mais significativos. A partir disso, surge nossa questão de pesquisa: Quais informações foram reveladas pelas pesquisas realizadas entre 2022 e 2024 sobre as metodologias de ensino adotadas por professores no ensino de operações com frações, considerando tanto o uso de regras prescritivas quanto abordagens alternativas?

Sobre o tópico **e**, nossas fontes serão 26 pesquisas encontradas nos bancos da CAPES e BDTD sobre operações com frações, entre os anos de 2022 e 2024. No Capítulo 6, apresentaremos como foram selecionadas e analisadas essas pesquisas.

No próximo capítulo, apresentaremos os estudos preliminares desenvolvidos no âmbito desta pesquisa.

CAPÍTULO 5

ESTUDOS PRELIMINARES

Neste capítulo realizaremos nossos estudos preliminares (que estão mostrados no Quadro 2) em dissertações, teses e em um capítulo do livro de autoria de John A. Van Walle (1944 – 2006) que abordam as concepções dos professores sobre o ensino de frações, suas abordagens na proposta de inserção do conteúdo aos alunos e as metodologias diversificadas empregadas e suas contribuições para nossa pesquisa.

Quadro 2 – Contribuições das pesquisas consultadas nos estudos preliminares

Silva (1997, 2005) e Moreira e David (2004)	Investigaram o papel do professor, destacando a importância da formação continuada
Merlini (2005) e Martinho (2020)	Mostraram que atividades diversificadas e materiais manipuláveis podem promover uma aprendizagem sem a necessidade de repetição de regras.
Menoti (2014) e Barbosa (2021)	Evidenciaram que uma sequência didática com objetivos claros torna a aula produtiva, e que o uso de recursos digitais pode aumentar o engajamento dos alunos.
Druck (2006)	Destacou que a compreensão inadequada de frações compromete a aprendizagem em álgebra e geometria, defendendo a necessidade de se utilizar métodos diversificados de ensino.
Maia (2022)	Corroborou essas ideias, mostrando que a abordagem contextualizada de números racionais, por meio de situações-problema, pode auxiliar na obtenção de melhores resultados de aprendizagem.

Fonte: Produção nossa.

Silva (1997) destaca a importância de os professores possuírem um conhecimento amplo e diversificado sobre as frações, uma vez que muitos educadores apresentam dificuldades em compreender esses conceitos e não utilizam

as diferentes abordagens teóricas ao ensinar os alunos. Como resultado, muitas vezes se limitam à concepção de fração como parte/todo, ignorando outras interpretações possíveis que deveriam abordar.

Ela cita que em suas pesquisas encontrou contribuições importantes de pesquisadores como Kieren (1976), Marshall (1993), Carpenter (1994), Nunes (1993) e outros que trazem as seguintes concepções de frações: parte/todo, medida, quociente, razão e operador.

Silva (1997), optou por abordar as concepções de parte/todo, medida e quociente em seu mestrado e deixou as concepções de razão e operador para abordar em 2005 em sua tese, todas essas definições serão abordadas ao decorrer deste capítulo.

A metodologia utilizada em sua pesquisa de mestrado foi a Engenharia Didática e esta foi realizada com um grupo de 23 alunos do CEFAM (Centro Específico de Formação do Aluno do Magistério), da cidade de Franco da Rocha em São Paulo em 6 sessões com duração de 3 horas cada uma. A pesquisa foi dividida em 4 partes: Estudos preliminares, Análise *a priori* e elaboração da sequência, Experimentação e Análise *a Posteriori* e validação. Seguindo a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau.

Silva (1997) pode concluir que muitos alunos, que serão futuros professores, só conseguiam associar uma fração a uma figura, se esta estivesse necessariamente dividida em partes iguais, que estes não possuíam o conhecimento sobre a concepção de medida, dificuldade na relação entre quociente com decimais e em correlacionar com frações, alguns casos que relacionaram a adição de frações com adição de numerador com numerador e denominador com denominador. Com isso, a pesquisadora cita que é necessário que existam cursos de formação continuada para que os docentes possam aprofundar seus conhecimentos e assim ser possível que os alunos possam compreender de forma significativa os diversos conceitos sobre fração.

Tal conclusão vem ao encontro do que acreditamos, de que é fundamental a formação continuada para complementar a formação acadêmica dos professores, pois este processo permite o aprofundamento e a ampliação dos conhecimentos adquiridos, e como resultado, os alunos podem adquirir um entendimento mais significativo e substancial do conteúdo aprendido.

Silva (2005) aborda as ideias que um determinado grupo de professores possui sobre a concepção de números fracionários e como eles propõem o ensino deste conteúdo para alunos da quinta série (atualmente, 6º ano do EFAF). O foco da pesquisa era verificar se a abordagem de uma formação continuada seria eficaz para provocar uma mudança nas concepções que estes professores possuíam sobre frações, proporcionando-lhes um conhecimento mais amplo, que os permitisse superar concepções errôneas e adquirir um novo entendimento mais profundo, promovendo assim novas práticas docentes em sala de aula.

Silva (2005) teve como base de fundamentação teórica Merlyn Behr (1983) que fala sobre conceituar os números racionais a partir da relação parte-todo, medida, quociente, razão e operador. Além disso, foi utilizado em seu referencial teórico Michèle Artigue (1990) com a noção de concepção e a Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard (1999).

A pesquisadora concluiu que os professores participantes da pesquisa ficaram impressionados ao perceberem que não possuíam o conhecimento que acreditavam ter sobre o conteúdo. Foi relatado que, embora os professores soubessem sobre as várias concepções dos números fracionários, não possuíam habilidades suficientes para colocá-las na prática de forma organizada, de modo que mobilizassem uma estrutura matemática mais ampla e favorecessem a construção do conhecimento por parte dos alunos. Além disso, Silva (2005) concluiu que mesmo após a formação continuada, estes não estavam capacitados para formar os alunos com conteúdos básicos, pois não adquiriram autonomia e capacidade adequada para aprofundar seus conhecimentos de forma a compreender a necessidade de se apropriar de resultados de pesquisas realizadas para servir de suporte para suas aulas.

Para que ocorresse uma quebra de paradigmas e estes pudessem aprender, foi necessário que vivenciassem um desequilíbrio grande, assim como diz Jean Piaget (1978 *apud* Rosa, 2009) que o indivíduo aprende por meio de uma ação. Ou seja, o desenvolvimento ocorre por uma questão de assimilação e acomodação, regulados pelo processo de equilibração.

De acordo com Piaget (1978), o conhecimento lógico matemático é uma construção que resulta da ação mental da criança sobre o mundo, construído a partir de relações que a criança elabora na sua atividade de pensar o mundo, e também das ações sobre os objetos. Portanto não pode ser ensinada por repetição ou verbalização, a mente não é uma tábula rasa. (Rosa, 2009, p. 804).

Entendemos por meio da pesquisa de Silva (2005) que não adianta que sejam repetidas diversas vezes a mesma orientação sobre como resolver as operações com frações, é necessário que o aluno experimente, levante conjecturas, comprove hipóteses, até que compreenda as relações existentes nas atividades e construa seu próprio conhecimento de forma significativa.

Martinho (2020) investigou se o uso de materiais manipuláveis possibilita uma melhor compreensão das operações de adição e subtração de frações. Esta pesquisa foi realizada com alunos do sétimo ano de uma escola pública de Belo Horizonte, onde foi aplicada uma sequência didática contendo nove tarefas que abordava os temas: equivalência de frações, comparação de frações e operações de adição e subtração de frações. Para a concretização da pesquisa foram utilizadas 13 aulas com 50 minutos cada uma, nestas aulas foram utilizados o kit de frações no quadriculado e as tiras de frações, e em uma das tarefas, o jogo Papa Todas de Frações de Katia Smole *et. al* (2007).

Martinho (2020) cita que em sua experiência como professor, o conceito de frações talvez seja um dos menos consolidados pelos alunos, ao longo dos anos. Segundo o autor:

Dificuldades em operações básicas, como adição, subtração, multiplicação e divisão de frações, acumulam-se durante o Ensino Fundamental, e é bastante comum encontrar estudantes no terceiro ano do Ensino Médio, nessa escola, que não consolidaram as habilidades mínimas necessárias nesse assunto. (Martinho, 2020, p. 19).

O autor discute as diversas dificuldades enfrentadas no ensino das frações, destacando a percepção generalizada de que frações são um conteúdo difícil de ser aprendido, além disso, aponta para a formação inadequada dos professores, uma vez que a educação acadêmica destes frequentemente não aborda o tema de maneira suficiente.

Outro fator crítico identificado por nós, é a abordagem dos livros didáticos, que, em grande parte, promovem o uso de regras sem fornecer contextos significativos.

Miguel (2015) também cita que:

Entre os conteúdos abordados no ensino de Matemática na educação básica a noção de número racional sob a forma fracionária tem se revelado como um dos mais áridos e com maior dificuldade de compreensão pelos alunos (Miguel, 2015, p.97).

Para ele, esse conteúdo costuma ser tratado por meio de abordagens que utilizam técnicas de cálculos operatórios memorizados, apenas por serem repetitivos.

Além disso, essas técnicas têm pouca durabilidade na retenção dos procedimentos, o que resulta, inevitavelmente, na não construção do conceito de fração.

Concordamos com Miguel (2015) e Martinho (2020) ao citarem que não é raro encontrar alunos com extremas dificuldades em trabalhar com frações ao longo de toda a educação básica, em nossa experiência já vivenciamos situações em que o aluno se depara com uma expressão numérica que possui uma fração aparente como, por exemplo, $\frac{12}{4}$ e o discente diz não conseguir resolver o exercício por não saber o que fazer com a fração.

Nessa mesma perspectiva, Moreira e David (2004) também falam sobre a falta de preparo dos docentes em relação a ensinar as operações com números racionais fracionários, pois existe a concepção de que o conteúdo é muito simples, porém, na prática, os professores não possuem as habilidades suficientes para ensinar, e o grande entrave é que a construção dos conceitos dessas operações é extremamente complexa para o aluno.

Do ponto de vista da preparação do futuro professor para o trabalho pedagógico de construção dos racionais positivos nas salas de aula da escola, o olhar que o processo de formação projeta sobre $\mathbb{Q}$ pode ser submetido a fortes questionamentos. Ao longo da formação matemática na licenciatura, o conjunto dos números racionais é visto como um objeto extremamente simples, enquanto as pesquisas mostram que, em termos da prática docente, a sua construção pode ser considerada uma das mais complexas operações da Matemática escolar. (Moreira; David, 2004, p.5)

Justamente por compreender que a dificuldade com as operações com frações pode surgir não apenas nos alunos, mas também ocorrer com os professores, Merlini (2005) desenvolve sua pesquisa com os dois públicos. Ela investiga as estratégias utilizadas por alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental (que hoje corresponde aos 6º e 7º anos do EFAF), para resolver problemas sobre frações que abordam os conceitos de número, parte-todo, medida e operador multiplicativo.

O estudo de Merlini (2005) foi dividido em dois momentos, o primeiro foi a realização de um diagnóstico com 120 alunos, sendo que estes foram divididos em dois grupos, sessenta alunos da 5ª série e sessenta alunos da 6ª série; e na segunda parte foram realizadas entrevistas clínicas com 12% da amostra.

A autora cita que, em relação a concepção parte-todo, grande parte dos alunos despreza o todo, de forma que estes fazem contagens das partes sem desenvolver uma relação entre elas, tanto em quantidades discretas, quanto nas contínuas. E que, por muitas vezes, com a intenção de encontrar uma resposta o discente realiza

alguma operação (adição, subtração, multiplicação ou divisão) entre o numerador e o denominador, sem dar nenhum significado a ela.

A autora pode concluir que os alunos realizam diferentes estratégias para um mesmo significado, sem perceber que estão fazendo isso, além disso, a forma de ensinar o conceito de frações acaba privilegiando alguns conceitos, principalmente o que se refere à parte-todo e ao operador multiplicativo.

Pesquisas como a de Merlini (2005) nos mostra que ainda existe um enfoque por parte dos professores em realizar o ensino das frações com foco no conceito parte-todo, muitos docentes, em busca de tornar suas aulas mais dinâmicas levam chocolates ou pizzas para a sala de aula e mostram essa relação de comer um pedaço de oito partes da pizza, ou ainda pegar dois quadradinhos de chocolate de doze pedaços. Mas, o problema acontece por darem grande ênfase nesse conceito e não darem a mesma ênfase nos demais.

Assim como relata Miguel (2015):

É fácil constatar que os docentes que atuam na escolarização elementar (1º ao 5º ano do ensino fundamental) costumam utilizar as situações de relação entre parte e todo como o principal contexto para o ensino do número racional absoluto na forma fracionária. (Miguel, 2015, p. 98).

A partir disso, ele faz a colocação de que, baseado em sua experiência em sala de aula e na formação continuada de professores, acredita ser necessário adotar uma abordagem que contemple os diferentes significados de fração, pois pôde constatar que há uma confusão conceitual na representação numérica de situações envolvendo fração e razão, em que há uma restrição ao significado da relação parte-todo. Isso resulta em um trabalho muito intenso com as grandezas contínuas, mas que não ocorre da mesma forma com as grandezas discretas.

Menoti (2014) desenvolveu sua pesquisa por meio da resolução de problemas e utilizou como modelo as Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem de Martin Simon (1995). Assim como outros pesquisadores, ela também defende o fato de que ao analisar o ensino das frações na Educação Básica é possível observar que o conceito de frações fica limitado a ideia de parte-todo, sem dar ênfase as demais concepções como razão, divisão, equivalência de frações e operações.

Barbosa (2021) realizou sua pesquisa com o foco de propor atividades com o uso de recursos digitais para retomar o conceito de frações, mas o que realmente nos chamou a atenção é que essa pesquisa foi realizada com alunos do Ensino Médio. O pesquisador cita que:

Em nossa experiência como professor de Matemática, na Educação Básica, por mais de 20 anos, percebemos que os alunos apresentam muitas dificuldades no aprendizado das frações e passam por essa etapa sem estabelecer as bases necessárias para este conhecimento. Corroborando com esta percepção, muitos colegas, professores das áreas de Física e Química se queixam que os alunos chegam ao Ensino Médio sem saber operar com frações. (Barbosa, 2021 p. 13)

Por colocações como essas, acreditamos que o ensino das frações precisa acontecer de forma mais significativa, com atividades diversificadas e também contextualizadas, sem as receitas prontas e repetições desconexas, para que essas dificuldades sejam sanadas ainda no Ensino Fundamental e que não se torne um problema persistente na vida desses alunos, de modo que não gere dificuldades desnecessárias na aprendizagem de outros conteúdos, e até mesmo gerando dificuldades em outras disciplinas, como em Física.

Seguindo essas ideias, Iole de Freitas Druck, professora universitária, tem se dedicado ao estudo das dificuldades que os alunos enfrentam no aprendizado de conceitos matemáticos fundamentais, como frações. Seu trabalho busca compreender as barreiras cognitivas e pedagógicas que surgem durante o processo de ensino e aprendizagem.

Em seus estudos, Druck (2006) defende que o conceito de fração deve ser abordado de forma profunda, considerando não apenas as técnicas de design, mas também as relações conceituais entre as frações.

Concordamos com as ideias de Druck (2006) e Barbosa (2021) que alegam que quando existem dificuldades no conceito de frações, essas acarretam diversos entraves nos variados níveis de escolaridade, que afetam a aprendizagem de números, operações, álgebra e funções. Druck (2006) define três noções cruciais que deveriam receber maior atenção dos professores ao se ensinar o conceito de frações, são eles:

- A** - A própria ideia do conceito de frações;
- B** - A relação de equivalências entre frações;
- C** - O significado das quatro operações fundamentais no universo das frações. (Druck, 2006, p. 1)

Dentro da noção A, Druck (2006) cita que, para que uma criança consiga compreender corretamente a ideia abstrata de fração, é necessário que haja o convívio com diversas situações-problema em que este conceito tenha uma intervenção significativa. Ou seja, dar ao aluno sempre o mesmo tipo de exemplo ou exercício, não irá fazer com que este desenvolva as relações entre as ideias de

frações, e para que isso ocorra de forma significativa, a pesquisadora acredita que o convívio com as frações simples deva acontecer desde a pré-escola, pois as nomenclaturas das frações são muito extensas, (meio, terço, quinto, onze avos, décimos, centésimos...), logo, não faz sentido que tantas informações sejam adquiridas num pequeno espaço de tempo.

Além disso, a pesquisadora traz a necessidade de deixar claro para o aluno que:

Uma vez fixado, o todo funciona como *padrão* único de referência para o problema – neste sentido, *unidade*. Mas, dependendo do problema, também é necessário ficar claro que se deve dispor de um estoque de vários “todos” equivalentes – o que nos permite obter as frações impróprias, maiores do que a unidade. Por outro lado, a *igualdade* entre as partes não envolve forma, cor ou outras características materiais dos modelos, mas é na verdade uma *equivalência* entre partes, dada pela igualdade entre algum tipo de medida – aquela que se aplique às partes enfocadas (podendo ser área, massa, número de elementos, volume, capacidade...), geralmente não explicitada no problema. (Druck, 2006, p. 4, grifo do autor).

Por esta razão é necessário se valer dos mais diversificados exemplos, e não aqueles que remetem sempre o uso de figuras geométricas, além disso, a pesquisadora também alega que as nomenclaturas das frações não sejam abordadas na inserção do conteúdo, pois elas prejudicam a aprendizagem, que primeiro o aluno precisa construir uma concepção clara sobre metade, terça parte ou quarta parte para só assim, aprenderem as denominações.

Outra crítica que a autora faz, neste contexto, está relacionada a forma como muito livros didáticos abordam as frações reduzindo a definições que não ajudam o aluno a dar significado ao que se está aprendendo. A autora, cita que:

Muitas coleções de livros didáticos para o Ensino Fundamental apresentam os conteúdos mencionados no subtítulo na seguinte ordem: primeiro é introduzida a divisão de números naturais; em série posterior frações são trabalhadas; mais adiante ainda aparecem as razões; os números racionais comparecem ao final. Normalmente o próximo conteúdo é abordado sem nenhuma indicação sobre como se relaciona com o(s) anterior(es). Muitas vezes são dadas definições que simplesmente reduzem um conceito ao outro, do tipo “razão é fração” ou “fração é divisão”, “racional é um número de forma p/q , onde p e q são números inteiro, com $q \neq 0$ ”. (Druck, 2006, p. 4).

Essa forma de tentar simplificar o conteúdo, faz com que os alunos criem mais dúvidas para compreender e relacionar as situações contextualizadas, além disso, para a autora o uso de todas essas identificações, mais ou menos explicitadas, é amplamente difundido e tecnicamente correto do ponto de vista matemático. No entanto, elas representam obstáculos significativos para a aprendizagem. É crucial refletir sobre essas questões, percebê-las claramente e avaliar se tais identificações

não estão confundindo os alunos e impedindo sua compreensão. A consciência dos professores sobre esse tipo de dificuldade pode promover a elaboração de transposições didáticas ou situações mais eficazes para o tratamento desses conceitos em sala de aula.

A noção B, que a pesquisadora aborda, fala sobre a relação de equivalências entre frações, neste tópico, Druck (2006) aborda a importância de que o aluno compreenda esse conceito, para só posteriormente as operações com frações serem abordadas, pois não adianta decorar as sequências de frações equivalentes como $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \dots$ o que realmente importa é que os alunos compreendam o significado de as frações serem equivalentes.

Por fim, a pesquisadora traz a terceira noção que fala sobre o significado das quatro operações fundamentais no universo das frações.

No que se refere às operações de adição e subtração, a autora alega que as ações correspondentes a essas operações no conjunto dos números naturais, também fazem sentido no conjunto dos racionais, representadas como frações. Logo, se houver alguma dificuldade na resolução das situações-problema, essa será técnica e não conceitual. Além do que, os alunos que possuem o conceito de equivalência de frações bem construído, não terá dificuldades em encontrar mecanismos para encontrar soluções para os problemas propostos.

Porém, o oposto acontece quando entramos em multiplicação e divisão de frações. Druck (2006) cita que:

Nos casos da *Multiplicação e Divisão* dificuldades conceituais importantes se apresentam de início, pois os significados que os alunos já trazem, associados a tais operações, não mais fazem sentido no contexto das frações. Seria absurdo perguntar, por exemplo, qual é o valor da soma de $\frac{7}{9}$ consigo próprio $\frac{2}{3}$ de vezes. Não existe coleção com quantidade fracionária (fração própria) de elementos entre os quais seja viável estabelecer combinações. Ou seja, o produto como soma de parcelas iguais ou como número de combinações entre elementos de dois conjuntos perde tipicamente o sentido no campo das frações. O mesmo se passa com a ideia de repartição equitativa para a divisão: o que significa, por exemplo, repartir $\frac{1}{2}$ banana por $\frac{1}{3}$ de pessoas? (Druck, 2006, p.9).

Por esses motivos, antes de abordar o conteúdo de multiplicação e divisão de frações é necessário atribuir significados para elas, propondo situações reais que possibilitem ao aluno dar sentido a essas operações, e para que isso aconteça, é importante que as soluções envolvam naturalmente essas operações. Druck (2006) também diz que:

Mais ainda, é importante que os alunos se convençam que é razoável chamar de multiplicação e de divisão os procedimentos utilizados. A análise de problemas análogos envolvendo números inteiros (ou frações aparentes), deve levar o aluno a recair no uso das operações já conhecidas ao resolvê-lo aplicando os “novos significados”, introduzidos para frações. (Druck, 2006, p. 10)

Então, se for possível auxiliar nossos alunos a compreenderem as relações existentes no conceito de frações e suas aplicabilidades de forma significativa, não seria necessário repetir frases como “copia a primeira, inverte a segunda e multiplica numerador pelo numerador e denominador pelo denominador”.

Maia (2022) realizou um estado da arte sobre o ensino e a aprendizagem dos números racionais na Educação Básica, nas Licenciaturas em Matemática e Pedagogia no Brasil entre 1997 e 2021, tendo um olhar especial sobre os materiais e tecnologias utilizadas. Foram identificadas 199 pesquisas utilizando bancos de dados da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), posteriormente, 196 pesquisas foram consideradas para a pesquisa. Os dados foram organizados em uma planilha eletrônica para categorizar os estudos em cinco áreas temáticas principais: Ensino e aprendizagem, Saberes docentes e formação de professores, Materiais e tecnologias, Documentos oficiais e livros didáticos, e por último, História, Filosofia e Epistemologia.

A pesquisa buscou correlacionar esses estudos com as diretrizes da BNCC, examinando especialmente o uso de materiais e tecnologias no ensino e aprendizagem de números racionais. A análise descritiva e interpretativa focou em 61 pesquisas que exploraram ou utilizaram materiais e/ou tecnologias nesse contexto.

Os resultados indicaram uma lacuna significativa em estudos que relacionam diretamente a prática docente com o aprendizado dos alunos, especialmente no entendimento dos significados das frações e sua aplicação prática em sala de aula.

A análise realizada por Maia (2022) e Silva (2005) demonstra que os docentes ainda enfrentam dificuldades no ensino de frações. Essas pesquisas indicam que, embora alguns professores acreditem dominar o conteúdo, quando confrontados com situações mais complexas e fora do cotidiano, sua compreensão demonstra ser insuficiente. Esse cenário sugere que a aprendizagem dos alunos está diretamente ligada à capacidade de ensino dos professores, consequentemente, a lacuna no conhecimento dos docentes resulta em uma educação superficial e pouco aprofundada para os estudantes.

Maia (2022) concluiu que há uma necessidade de realizar mais pesquisas sobre o ensino dos números racionais, abrangendo tanto a perspectiva dos alunos quanto a formação dos professores de matemática. Essas pesquisas devem focar no aprimoramento do uso de recursos tecnológicos e no domínio dos conceitos matemáticos, com o objetivo de melhorar a qualidade do ensino e da aprendizagem.

A partir das conclusões de Maia (2022) sobre a necessidade de realizar mais pesquisas sobre o ensino das frações, surgiu o interesse em dar continuidade a sua tese, investigando quais pesquisas foram realizadas no Brasil entre os anos de 2022 e 2024, dando ênfase nas operações com frações. Com isso, nosso objetivo principal é analisar as pesquisas realizadas no Brasil entre os anos de 2022 e 2024 que abordam o ensino e a aprendizagem dos números racionais na sua forma fracionária, tendo um olhar sobre o uso de regras prescritivas como método de ensino e se estas utilizaram recursos tecnológicos ou outros recursos didáticos como ferramentas facilitadoras de aprendizagem.

Considerando a importância de aprender as operações com frações, tanto no contexto acadêmico quanto na vida cotidiana, é possível identificar diversos aspectos relevantes. Dentre eles, destaca-se o desenvolvimento do pensamento matemático, uma vez que a compreensão dos conceitos fundamentais de divisão, proporções e razões é essencial para a resolução de problemas mais complexos em áreas como álgebra, geometria e cálculo. No entanto, considerando que ainda existem dúvidas sobre o significado e a aplicação de cada um desses conceitos, recorreremos às definições de Silva (1997, 2005), a fim de esclarecê-los.

Silva (1997, p.106) define a concepção parte/todo como:

- “Depende da divisão de um inteiro em partes ou séries iguais, equivalentes como quantidades de superfície ou quantidade de objetos”.

Já, sobre medida, Silva (1997, p. 131) diz:

- A concepção de medida como “ a/b representa a ocorrência da sub-unidade $1/b$, a vezes, ou seja, a unidade de medida foi dividida em b partes”.

Silva (1997, p. 150) define quociente como:

- “A divisão $a \div b$ pelo número fracionário $\frac{a}{b}$, associando a fração diretamente à operação de divisão de um número natural por outro.

Sobre razão, Silva, (2005 p. 125) cita que:

- “A representação $\frac{2}{3}$, por exemplo, associada à concepção de razão, não permitiria a leitura ‘dois terços’ e, sim, ‘dois para três’”, pois essa seria entendida como um índice comparativo.

Por fim, Silva, (2005, p. 134) define operador como:

- “O fracionário $\frac{a}{b}$ é manipulado como ‘algo que atua sobre uma quantidade’ e a modifica produzindo uma nova quantidade”. Ou seja, “essa ação pode ser entendida pela ação de operador fracionário que modifica um estado inicial e produz um estado final”.

Essas, definições nem sempre são desenvolvidas ou abordadas em livros didáticos, e muitas vezes, não são propostos exercícios que possibilitem uma compreensão mais clara dessas para os alunos.

Em nossos estudos preliminares nos deparamos com o livro de John A. Van de Walle (2009), este é um educador e pesquisador na área de ensino de matemática, que possui contribuições sobre o estudo do ensino de frações e à didática da matemática. Sua abordagem pedagógica valoriza a compreensão conceitual e a resolução de problemas, em contraste com métodos tradicionais de ensino, que se concentram na memorização de frases. O autor também desenvolve trabalhos de formação de professores, pois defende a ideia de que os educadores devem estar bem preparados para lidar com as diversas dificuldades que os alunos enfrentam ao aprender matemática, incentivando-os a adotar uma abordagem construtivista, que priorize a construção do conhecimento pelos próprios estudantes.

Concordamos com Walle (2009) que cita:

Uma compreensão sólida de frações é a fundamentação mais crítica para os cálculos com frações. Sem esta fundamentação, os alunos quase certamente irão aprender regras sem compreensão, uma meta inaceitável. (Walle, 2009 p. 345).

O autor aborda a questão sobre os princípios subjacentes às operações com frações, e que estas compartilham analogias com as operações envolvendo os números inteiros, embora adaptados à natureza das frações. Por exemplo, na adição e subtração de frações, é essencial a compreensão de que o numerador é um indicador do número de partes e o denominador como um especificador do tipo dessas partes.

Com isso, no contexto da multiplicação por frações, é importante lembrar que o denominador funciona como um divisor, o que facilita a determinação das partes correspondentes ao outro fator.

Quanto à divisão por uma fração, tanto a abordagem de divisão quanto a de medida desempenham papéis fundamentais na análise dos dados, pois a concepção de partição, ou seja, a divisão em partes iguais, conduz a um procedimento distinto daquele derivado do conceito de medida ou subtração.

Ainda dentro dessas ideias abordadas por Walle (2009), a habilidade de realizar estimativas em cálculos que envolvem as frações, está associada aos princípios fundamentais das operações matemáticas e ao conceito de frações. Ao contrário da aplicação de algoritmos precisos, a realização de estimativas não requer uma metodologia específica. Em vez disso, a capacidade de estimar deve ser integrada de forma essencial ao processo de ensino e aprendizagem das operações com frações, com o objetivo de manter o foco dos alunos nos conceitos fundamentais das operações matemáticas e na magnitude esperada dos resultados.

A estimativa dos cálculos com fração está ligada quase completamente aos conceitos das operações e de frações. Um algoritmo de cálculo não é necessário para fazer estimativas. A estimativa deve ser uma parte integral do desenvolvimento do cálculo para manter a atenção dos alunos sobre os significados das operações e o tamanho esperado dos resultados. (Walle, 2009, p. 345)

Walle (2009) enfatiza a importância de compreender a inter-relação entre o cálculo envolvendo as frações, decimais e porcentagens e o raciocínio proporcional. Como os decimais e as porcentagens são representações alternativas das frações, podem contribuir significativamente para a fluência computacional, especialmente no contexto da estimativa. Walle (2009) nos traz o seguinte exemplo: $2,452 \times 0,513$ é maior ou menor que $2\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ ou que $1\frac{1}{4} = 1,25$. E ainda que vinte e cinco por cento de R\$ 132,00 pode ser calculado como $\frac{1}{4}$ de 132. O autor também aborda o fato de que a multiplicação de frações pode auxiliar na concepção das frações como operadores, ou seja, na relação existente entre os conceitos de razão e proporção, mais especificamente no que diz respeito às noções de escala.

Concordamos com Walle (2009), quando este utiliza o termo “a perigosa pressa para as regras”, em que são apresentadas as regras de resolução já na apresentação das operações como forma de resolvê-las. Não permitindo que o aluno construa os significados das operações. O autor cita que é crucial que sejam oferecidas amplas

oportunidades aos alunos para desenvolverem o senso numérico fracionário, dependendo do nível escolar, é essencial retardar as práticas, ou seja, trabalhar situações contextualizadas e priorizar a consolidação dos conceitos, ao se perceber que os alunos ainda não estão prontos de forma conceitual. Para o autor o professor consegue identificar quando o aluno demonstra ainda não ter consolidado a aquisição do conteúdo ao realizar perguntas como: “Eu preciso de um denominador comum, ou apenas adiciono os números de parte inferior como na multiplicação?”, “Qual você inverte, o primeiro ou o segundo número?” (Walle, 2009, p. 346).

Essa antecipação precoce das regras para os cálculos com as frações traz consequência prejudiciais, pois o uso excessivo das regras não proporciona aos alunos uma compreensão das operações e de seus significados. Se valendo apenas destas eles carecem de ferramentas para avaliar a coerência de seus resultados, além disso, a superficialidade no domínio das regras tende a se dissipar rapidamente. Conforme as diversas regras para cálculos com frações são acumuladas, elas podem se transformar em uma confusão sem sentido para os alunos. Walle (2009, p. 346) diz que ainda que as diretrizes curriculares imponham o ensino de toda as operações com frações no 6º ano, é aconselhável que o professor não seja precipitado em alcançar rapidamente os procedimentos algorítmicos, mas que, priorize a construção dos procedimentos informais, criados por eles mesmos por meio de situações diversificadas.

A partir disso, Walle (2009, p.346) sugere “As seguintes diretrizes devem ser mantidas em mente ao desenvolver estratégias computacionais com frações” explicadas no Quadro 3.

Quadro 3 – Sugestão de diretrizes ao se desenvolver estratégias computacionais com frações

Diretrizes	Descrição
1- Comece com tarefas simples contextualizadas.	Neste caso o objetivo é estabelecer um contexto que atribua sentido à operação e às frações presentes.
2- Conecte o significado do cálculo com fração com o cálculo com números inteiros.	Quando propomos aos alunos a operação $2\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$ deveríamos na verdade realizar a seguinte pergunta: “O que 2×3 significa?” Pois, os princípios inerentes a cada operação são consistentes, e há vantagens em conectar esses conceitos de forma integrada.

3- Faça com que a estimativa e os métodos informais desempenhem um papel importante no desenvolvimento de estratégias.	“$2\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$ deve ser maior ou menor que 1? Maior ou menor que 3?” A prática de estimativa mantém a atenção nos significados atribuídos aos números e às operações matemáticas, promove o pensamento reflexivo e contribui para o desenvolvimento do senso numérico informal no contexto das frações.
4- Explore cada uma das operações usando modelos.	Incorpore uma diversidade de modelos durante as atividades de aprendizagem, incentivando os alunos a justificarem suas soluções por meios destes, incluindo representações visuais simples. É imprescindível reconhecer que, em alguns casos, algumas soluções podem ser alcançadas por meio de modelos que não são tradicionalmente associados aos métodos convencionais de cálculo. Esta abordagem promove uma compreensão mais profunda das frações e suas operações, estimula o desenvolvimento de estratégias mentais e estabelece uma base para a transição para algoritmos convencionais no futuro.

Fonte: Walle, 2009, p. 346

A partir disso, Walle (2009) sugere situações distintas de como se pode obter uma aprendizagem na qual o estudante possa atribuir significado às operações com frações. Para realizar tal feito, ele os divide em tópicos, e o primeiro a ser abordado são as operações de adição e subtração, em forma de uma exploração informal. No qual, mostra que é importante que os alunos pensem em diversas formas de resolver uma situação-problema, permitindo assim que estes extrapolem as ideias dos cálculos e passem a se valer também de representações visuais.

Ainda nesse aspecto, ele traz a questão de que, na maioria das vezes, o ensino das operações com frações acontece com a exploração dos denominadores iguais, ao qual enfatiza que é algo completamente desnecessário, pois, em sua opinião, se o aluno possui compreensão dos conceitos de frações, estes devem ser capazes de realizar essas operações imediatamente. Já aqueles que não se sentem confiantes em resolver problemas simples, provavelmente, ainda não internalizaram adequadamente os conceitos fundamentais das frações e certamente irão enfrentar dificuldades em avançar para tópicos mais complexos. Portanto, a facilidade com que os alunos conseguem adicionar ou subtrair frações com o mesmo dominador deve ser

vista como uma importante avaliação de seu domínio dos conceitos básicos sobre o conteúdo antes de avançar para algoritmos mais avançados, o que significa que os estudantes que não percebem essas operações como triviais, ainda não internalizaram os significados de numerador e denominador, e por esse motivo, é provável que qualquer progresso simbólico adicional seja mal compreendido e não surta o efeito aguardado.

Logo, a abordagem que considera o numerador como indicador da contagem e o denominador como especificador do que está sendo contado, facilita a visualização da adição e subtração de frações com denominadores iguais, tornando-as análogas à adição e subtração de números inteiros.

Walle (2009) também aborda a questão dos denominadores diferentes, em que indica uma ideia que pode ser aplicada em sala de aula. Ele propõem uma adição de frações em que apenas uma delas precisa ser modificada. Situações que utilizam, por exemplo, quartos e oitavos, ajudariam os alunos a compreenderem o conteúdo. Em seguida, poderia ser proposto um problema em que ambas as frações precisassem ser modificadas. Nesse caso, os alunos seriam estimulados a resolver o problema sem o uso de desenhos, incentivando-os a perceber que o uso de frações equivalentes pode ser uma ferramenta mais eficaz do que o uso de desenhos.

Além disso, o autor propõe que, ao abordar o erro comum de adicionar numeradores e denominadores, em vez de corrigi-los imediatamente, deve-se aproveitar a oportunidade para uma discussão, apresentando situações, como, por exemplo: Se uma criança come $\frac{1}{2}$ de um chocolate e $\frac{2}{3}$ de outro chocolate se ele teria comido $\frac{3}{5}$ destes chocolates? Sugere-se então demonstrar que o erro ocorre quando se utiliza um modelo de fração no qual o todo não é um tamanho fixo, como no caso de fatias de pizza circulares, pois cada fração é modelada como um todo diferente, levando a confusão na soma das frações.

O autor finaliza essa parte abordando a questão nos números mistos, em que cita não ser imprescindível desenvolver um algoritmo específico para a adição e subtração deles, em vez disso, é mais interessante integrar estes números em todas as atividades propostas, permitindo ao aluno que resolva esse problema de modo que atribua significado as operações realizadas com as partes inteiras e, logo após, com as frações, pois é muito provável que os discentes abordem a adição ou subtração dos inteiros antes de lidarem com as frações.

Na sequência, Walle (2009) aborda a operação de multiplicação com as frações, destacando algumas etapas que considera importante para a construção do conhecimento sobre a multiplicação de frações, são elas: Partes unitárias sem subdivisões, Subdivisão das partes da unidade, Fatores maior que 1 e Estimativas. Além disso, o autor fala sobre a importância de utilizar, o que chama de “história-problema simples”, que consiste na contextualização da operação que se deseja realizar. Ele cita que essas histórias não precisam ser muito elaboradas, mas é necessário pensar nos números que serão utilizados, e que o uso destas a torna uma ferramenta pedagógica auxiliar no processo de desenvolvimento cognitivo.

Walle (2009), traz dois exemplos de histórias-problema:

- Há 15 carrinhos na coleção de carros de brinquedo de Michael. Dois terços dos carros são vermelhos. Quantos carros vermelhos Michael tem?
- Suzana tem 11 biscoitos. Ela quer compartilhá-los com suas três amigas. Quantos biscoitos Suzana e cada uma de suas amigas receberão? (Walle, 2009, p.352)

Determinar a parte fracionária de um número inteiro, conforme exemplificado em ambas as situações, não difere da operação de identificar uma fração de um todo. No cenário apresentado sobre os carrinhos de Michael, a análise pode ser conduzida considerando os 15 carros como a totalidade, com a intenção de obter $\frac{2}{3}$ dessa totalidade. Inicialmente, para alcançar $\frac{1}{3}$, pode-se realizar a divisão de 15 por 3. A multiplicação, independentemente do número de terços envolvidos, implica em uma operação de divisão por 3, em que o denominador atua como um divisor nesse processo.

De forma similar, temos a resolução do problema dos biscoitos de Suzana, em que envolve a mesma lógica, ou seja, dividir por 4 é equivalente a multiplicar por $\frac{1}{4}$. Logo, se considerarmos os 11 biscoitos como o total, a questão se torna: Quantos biscoitos constituem um quarto dessa totalidade? Então, nesse contexto, a subdivisão dos biscoitos facilita a compreensão do conceito. Walle (2009) ressalta que os problemas nos quais o primeiro fator ou multiplicador é um número inteiro também desempenham um papel significativo na abordagem pedagógica desses conceitos.

Para explicar sobre as partes unitárias sem subdivisões Walle (2009) traz três exemplos:

- Você tem sobrando $\frac{3}{4}$ de uma pizza. Se você der $\frac{1}{2}$ da sobra de pizza a seu irmão, quanto de uma pizza inteira seu irmão terá?

- Alguém comeu $\frac{1}{10}$ do bolo, deixando apenas $\frac{9}{10}$. Se você comer $\frac{2}{3}$ do bolo que sobrou, quanto de um bolo inteiro você comerá?
- Glória usou $2\frac{1}{2}$ tubos de tinta azul para pintar o céu em seu quadro. Cada tubo possui $\frac{4}{5}$ onças³ de tinta. Quantas onças de tinta azul Glória usou? (Walle, 2009, p. 352)

Então, podemos perceber que nesses contextos, as unidades ou frações presentes não exigem subdivisão. No primeiro problema, é pedido $\frac{1}{3}$ de três objetos, no segundo $\frac{2}{3}$ de nove objetos, e no último, $2\frac{1}{2}$ de quatro objetos. Logo, a ênfase mantém-se na determinação do número de partes da unidade do todo, sendo que o tamanho das partes determina o número de elementos formados. Walle (2009) ainda enfatiza que é essencial incentivar os alunos a modelar e solucionar os problemas se valendo de seus próprios métodos, utilizando quaisquer que sejam as representações visuais que escolherem. No entanto, é primordial que sejam capazes de articular e justificar seu raciocínio durante o processo de resolução.

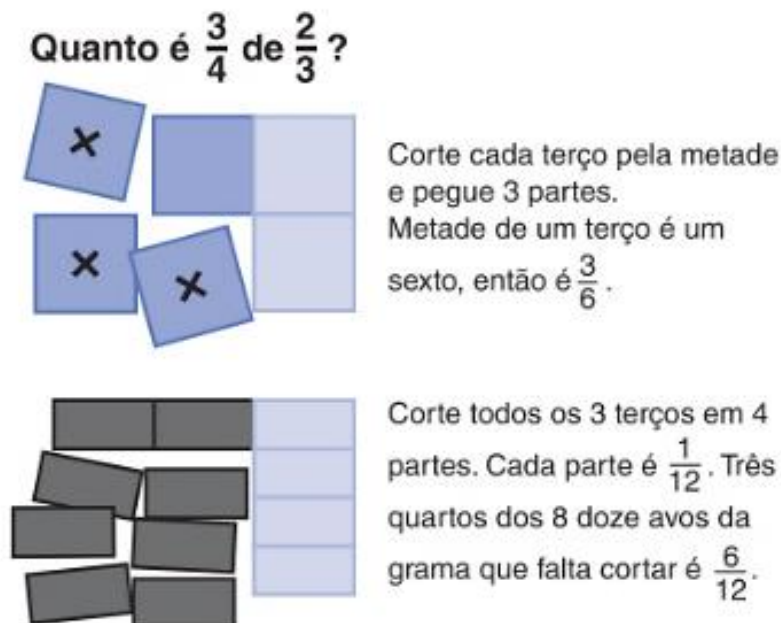
Porém, quando surgem as situações em que os pedaços precisam ser subdivididos em partes menores do que a unidade, Walle (2009) cita que os problemas se tornam mais desafiadores, e traz o seguinte exemplo:

Zack ainda tem $\frac{2}{3}$ do gramado para cortar. Após o almoço, ele cortou $\frac{3}{4}$ da grama que faltava. Quanto do gramado inteiro Zack cortou após o almoço? (Walle, 2009, p. 353)

No cenário apresentado, é fundamental determinar quartos de dois elementos, correspondentes aos dois terços da grama que ainda precisam ser cortados. Mais uma vez, a estrutura conceitual, em que o numerador denota a quantidade contada e o denominador especifica o que é contado. Na Figura 3, Walle (2009) mostra possíveis soluções que os alunos poderiam ter pensado e esboçado.

³ Antiga unidade de medida de peso de diversos países, com valores que variam entre 24g e 33g.

Figura 3 – Demonstração sobre possibilidades de resposta para a multiplicação de frações



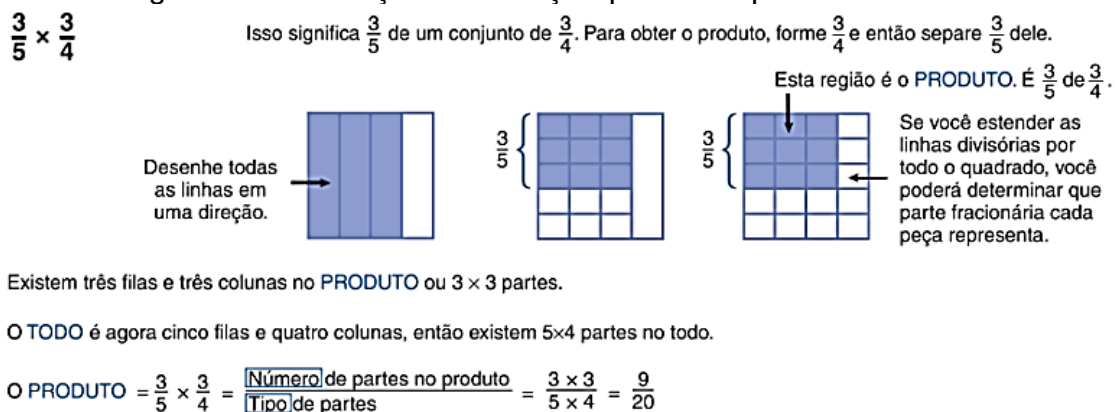
Fonte: Walle, 2009, p. 353

Sobre a importância de permitir que os alunos levantem hipóteses e comprovem por meio de desenhos variados, garantindo que haja uma evolução no nível de dificuldade dos problemas propostos, e só após sejam introduzidas as operações diretas, Walle (2009) cita que:

Se você dedicar um tempo adicional para que seus alunos explorem a multiplicação de frações como acabamos de descrever, o algoritmo da multiplicação tradicional será relativamente simples de desenvolver. Passe de problemas contextualizados para um cálculo direto. Faça os alunos usarem um quadrado ou um retângulo como modelo. (Walle, 2009, p. 353).

A partir disso, o autor propõe uma atividade baseada em problemas que poderiam ser aplicados em sala de aula. O primeiro passo seria entregar aos alunos um desenho de $\frac{3}{4}$ de um quadrado, com a instrução de utilizar esse desenho para calcular o produto de $\frac{3}{5}$ por $\frac{3}{4}$, ressaltando que o objetivo é determinar uma fração da parte sombreada do quadrado, mantendo a unidade de medida e a metodologia de subdivisão das partes em relação ao quadrado completo. Conforma ilustrado na Figura 4.

Figura 4 – Resolução de situação-problema por meio de desenho.



Fonte: Walle, 2009, p. 354

Sobre a atividade supracitada, Walle (2009) cita:

Evite empurrar os alunos para formalizar a regra ou algoritmo de multiplicar os números na parte superior e inferior. Muitos estudantes simplesmente contarão cada menor parte nos desenhos e não notarão que os números de filas e colunas são realmente os dois numeradores e os dois denominadores, respectivamente. Você pode orientar os alunos nesse sentido propondo um problema com o esboço inicial, mas pedindo que eles determinem o produto sem mais desenhos. Experimento $\frac{7}{8} \times \frac{4}{5}$, onde os números tornam quase obrigatório você multiplicar. (Walle, 2009, p. 354).

Sobre os fatores maiores que 1, o autor menciona que muitos livros sugerem aos alunos que, quando se tem um número misto, é necessário convertê-lo em frações impróprias para, só assim, realizar as multiplicações entre eles, porém, Walle (2009) cita que tal operação não é necessária, desde que a concepção sobre multiplicação de frações esteja bem construída pelo aluno, então este poderá perceber que $2\frac{1}{2}$ é o mesmo que $2 + \frac{1}{2}$, logo poderá multiplicar $\frac{3}{4} \times 2\frac{1}{2}$ da seguinte forma $\frac{3}{4} \times 2$ e $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ e farão a adição destes resultados.

Para fechar a parte de multiplicação com frações, o autor apresenta uma abordagem sobre as ideias de estimativas, de forma que o aluno possa cogitar qual será o resultado que irá obter antes realizar a sua operação. Por exemplo, se a multiplicação for $3\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{4}$, arredondando para 4 e 2, o aluno já descobre que seu resultado será algo próximo a 8. Além disso, para obter uma estimativa de 60% de R\$ 36,69, o aluno pode fazer a relação que 60% equivale a $\frac{3}{5}$ e se este arredondar o valor para R\$ 35,00, pode então concluir que $\frac{1}{5}$ equivale a R\$ 7,00, logo $\frac{3}{5}$ será

R\$ 21,00. Estimativas como essas, faz com que o aluno consiga perceber a relação existente entre os conteúdos, assim como cita o autor.

Ao trabalharem com decimais e porcentagens, essas habilidades serão revisitadas e mais uma vez, a matemática parecerá mais conectada do que desconectada. (Walle, 2009, p. 355).

Ao iniciar as ideias sobre divisão o autor aborda a utilização da famosa frase “Inverta o divisor e multiplique” (Walle, 2009, p. 355). Frase que já vimos por diversas vezes ser utilizada por professores em salas de aula, e inclusive a forma como aprendemos, tanto no ensino básico, quanto no ensino superior, foi reproduzindo esse mantra, ao qual muitos ainda não atribuem sentido ou significado. A fim de dissipar esse problema, Walle (2009) diz que é imprescindível contextualizar a operação de divisão, especialmente quando lidamos com frações, a partir de uma perspectiva já conhecida pelo aluno. Ou seja, que seja similar às outras operações aritméticas, logo, é importante revisar os dois conceitos fundamentais subjacentes à divisão: partição e medida. Relembrando que a divisão pode ser interpretada como uma forma de partição, em que um conjunto é dividido em partes iguais, em que cada uma representa uma fração do total. Em segundo lugar, a divisão pode ser concebida como uma operação de medida, em que uma quantidade é distribuída em partes equivalentes, representadas por frações.

Para ilustrar esse conceito, o autor diz que é possível formular problemas contextualizados que exijam a divisão de frações, propondo exercícios que abordem tanto o conceito de divisão quanto o de medida e que estes estejam misturados entre si. Ele explica que a abordagem dos problemas de divisão é tradicionalmente associada à divisão de recursos entre entidades discretas, como no exemplo comum de distribuir maçãs entre amigos. No entanto, essa estrutura de divisão também pode ser aplicada a problemas envolvendo taxas ou medidas contínuas. Por exemplo, ao calcular a taxa de deslocamento em uma caminhada, o problema pode ser abordado de maneira semelhante à divisão de recursos, embora a quantidade seja representada de forma diferente, como distância percorrida em um intervalo de tempo específico. Assim, ao formular perguntas como “Quanto representa uma unidade?” ou “Qual é a quantidade correspondente a cada pessoa?”, é possível estabelecer uma analogia entre os problemas de partição tradicionais e aqueles que envolvem taxas ou medidas contínuas. Essa abordagem facilita a compreensão e a resolução de problemas

variados, promovendo uma visão unificada da teoria de partição em contextos diversos.

Embora a representação de uma quantidade total como uma fração com um divisor inteiro possa parecer uma extensão natural das situações de compartilhamento, essa representação ainda se baseia na determinação do valor total e na quantificação individual de unidades. Portanto, ao enfrentar tais questões, é importante observar que estamos, essencialmente, respondendo às indagações fundamentais sobre a totalidade da quantidade em questão e sobre a medida atribuída a cada unidade individual. Essa perspectiva permite uma abordagem para analisar e resolver problemas que envolvem frações com divisores inteiros, ao mesmo tempo que reconhece a continuidade da conexão com os princípios subjacentes à teoria de partição.

Então, Walle (2009, p.356) traz dois exemplos para justificar a situação supracitada.

- Cássia tem $5\frac{1}{4}$ metros de tira para fazer três laços para presentes de aniversário. Quanta tira ela deve usar para cada laço se ela quiser usar o mesmo comprimento de tira em cada laço? (Walle, 2009, p. 356)

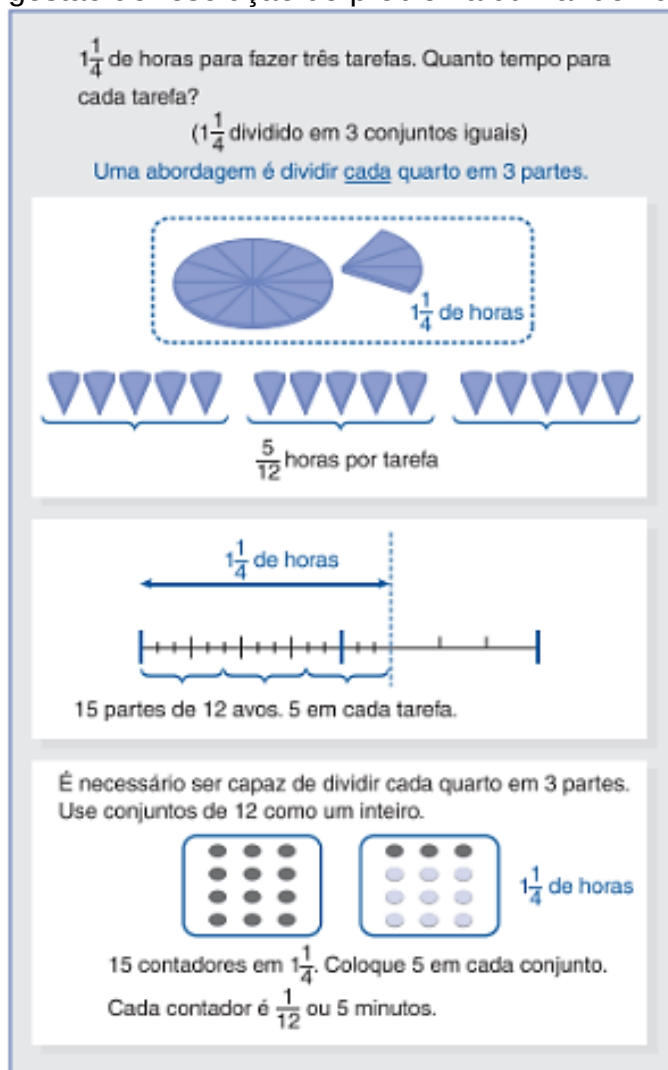
Quando o valor $5\frac{1}{4}$ é concebido em termos de frações, é possível interpretá-lo como 21 quartos a serem distribuídos ou como $\frac{7}{4}$ para cada unidade integral. De um modo alternativo, uma abordagem consiste em inicialmente alocar 1 metro para cada unidade, deixando um remanescente de $2\frac{1}{4}$ metros, equivalente a 9 quartos. Esses 9 quartos podem então ser divididos igualmente, resultando em 3 quartos para cada unidade, totalizando $1\frac{3}{4}$ metros por unidade. Independentemente do método escolhido, a divisão das unidades não requer subdivisão adicional para distribuição equitativa. No problema subsequente, entretanto, pode ser necessário subdividir as partes da unidade em frações menores para realizar a divisão de maneira adequada.

“- Marcos tem $1\frac{1}{4}$ de hora para terminar suas três tarefas domésticas. Se ele dividir seu tempo uniformemente, quanto tempo ele pode dar a cada uma das tarefas?” (Walle, 2009, p. 356).

Ao considerar a pergunta “Quanto tempo para uma tarefa?”, é importante observar que os 5 quartos de uma hora disponíveis para Marcos não são divisíveis de forma exata em três partes iguais. Portanto, é necessário subdividir algumas ou todas as partes para alcançar uma distribuição equitativa. Nas três abordagens ilustradas,

todos os quartos são subdivididos em três partes iguais, resultando em frações de doze avos. Consequentemente, cada tarefa demanda um total de 15 doze avos, ou $\frac{15}{12}$ horas. Essa solução pode ser verificada convertendo-se $1\frac{1}{4}$ de horas em minutos, o que resulta em 75 minutos, e então dividindo-se esses 75 minutos em 3 tarefas, o que equivale a 25 minutos por tarefa. O que pode ser demonstrado na Figura 5:

Figura 5 – Sugestão de resolução de problema utilizando números mistos.



Fonte: Walle, 2009, p. 356.

Para Walle (2009), embora o conceito de compartilhamento possa parecer inadequado quando o divisor é uma fração, é crucial reconhecer que tanto os problemas de partição quanto problemas de taxas, são essencialmente centrados na questão fundamental de distribuir quantidades de forma equitativa entre as partes envolvidas. Como no caso de encontrar o todo dado uma parte, isto é, determinar a

quantidade total com base em uma fração da mesma. Por exemplo, ao analisar a situação em que um conjunto de 18 contadores é representado por $2\frac{1}{4}$, a primeira etapa consiste em calcular a quantidade representada por um quarto e, subsequentemente, multiplicá-la por 4 para obter a totalidade do conjunto. Esse processo pode ser aplicado de maneira análoga em problemas subsequentes para alcançar uma solução. Para exemplificar, Walle (2009, p. 356) traz o seguinte exemplo: “Elizabeth comprou $3\frac{1}{3}$ quilos de tomates a R\$ 2,50. Quanto ela pagou por quilo?”

O autor propõe modificar a escrita para: A quantidade dada de R\$ 2,50 é distribuída por $3\frac{1}{3}$ quilos. Quanto custa 1 quilo? E solicitar que o problema seja resolvido da mesma forma que seria solucionado um problema parte-todo.

Assim, dado que em $3\frac{1}{3}$ unidade existem 10 terços, é possível inferir que cada terço representa um décimo dos R\$ 2,50, ou seja, 25 centavos. Como um terço corresponde a um décimo do total fornecido, pressupõe-se que o custo de cada terço é de 25 centavos. Como há três terços em um quilo, conclui-se que o custo de um quilo é de 75 centavos. Portanto, cada quilo custa 75 centavos.

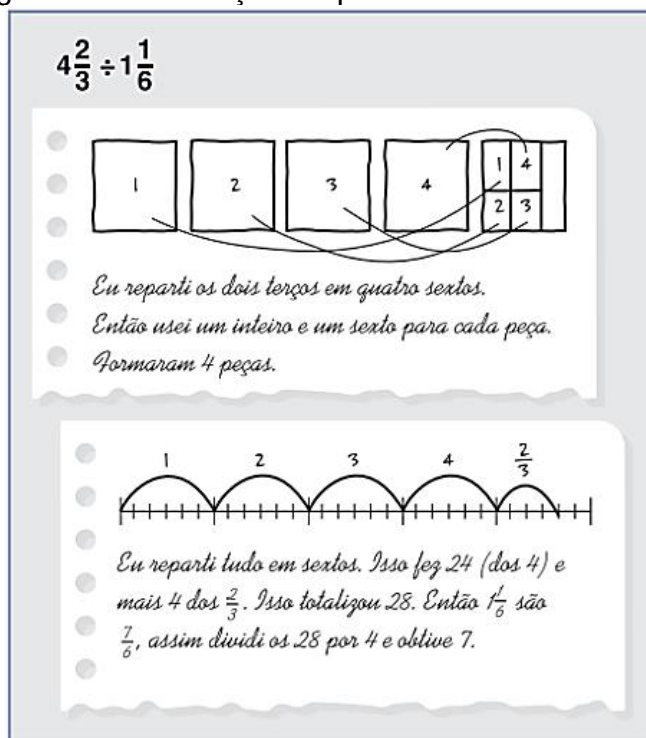
Walle (2009) cita que na maioria dos currículos das séries iniciais e finais do Ensino Fundamental, as explorações sobre divisão com frações são frequentemente abordadas dentro do contexto de medidas. Ao abordar uma divisão como $13 \div 3$, esse conceito é interpretado como “Quantos conjuntos de 3 cabem dentro de 13?”. Nesse sentido, é preferível apresentar cenários contextualizados para facilitar a compreensão do conceito. Por exemplo, considerando a situação em que alguém possui $\frac{13}{4}$ de litro de limonada e deseja saber quantas garrafas, cada uma com capacidade de $\frac{3}{4}$ de litro, podem ser enchidas, a ideia básica é lidar com o quarto restante após o preenchimento das primeiras quatro garrafas. Se uma quinta garrafa for preenchida, apenas um quarto será adicionado nela. Portanto, a resposta seria $4\frac{1}{3}$ garrafa. Esse enfoque na contextualização contribui para a compreensão dos alunos e serve como base para o desenvolvimento de algoritmos para a divisão de frações.

Walle (2009) propõem o seguinte problema:

Linda tem $4\frac{2}{3}$ metros de tecido. Ela está fazendo roupas de bebê para o bazar. Cada padrão de vestidinhos precisa de $1\frac{1}{6}$ metros de tecido. Quantos vestidinhos ela poderá fazer com o tecido que tem? (Walle 2009, p. 357)

É possível solucioná-lo de forma que a quantidade fornecida está expressa em terços, enquanto o divisor está em sextos. Para medir objetos de $1\frac{1}{6}$ em algum ponto da resolução, é necessário recorrer aos sextos. Duas abordagens são apresentadas na Figura 6 para lidar com essa situação.

Figura 6 – Sugestão de resolução de problema utilizando números mistos.



Fonte: Walle, 2009, p. 358.

Na sequência, Walle (2009) traz as situações em que as respostas não são números inteiros.

João está construindo um pátio. Cada seção exige $\frac{2}{3}$ de uma jarda cúbica de concreto. O caminhão de concreto carrega $2\frac{1}{4}$ jardas cúbicas de concreto. Se não houver quantidade suficiente para completar uma seção, João pode fazer uma divisão e concretar uma seção parcial. João pode fazer quantas seções com o concreto de uma carga de caminhão? (Walle, 2009, p. 357)

Após resolver o problema de acordo com o método padrão, uma abordagem alternativa pode ser empregada: converter todos os números para a mesma unidade, neste caso, doze avos. Assim, o problema se simplifica para: quantos conjuntos de 8 doze avos estão contidos em um conjunto de 27 doze avos?

O autor traz a questão que existem dois algoritmos diferentes para a divisão de frações: o algoritmo de denominador comum e o algoritmo de inverter e multiplicar, em seguida serão realizadas as abordagens sobre cada um deles.

O algoritmo de denominador comum emprega o conceito de medida ou subtração repetida da divisão. Considerando o problema $\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$, ao expressar ambos os números em termos da mesma unidade fracionária, a resposta é equivalente ao problema de número inteiro $10 \div 3$. Nesse contexto, o nome da parte fracionária (denominador) torna-se menos relevante, e o foco principal é na divisão dos numeradores. Walle (2009, p. 358) “A regra ou algoritmo resultante, então, é: para dividir frações, primeiro identifique denominadores comuns e então divida os numeradores”. Por exemplo, ao resolver $\frac{5}{3} \div \frac{1}{4}$, podemos representar como: $\frac{20}{12} \div \frac{3}{12} = 20 \div 3 = 6\frac{2}{3}$.

Sobre o algoritmo de inverter e multiplicar o autor cita que o procedimento é frequentemente utilizado no currículo do Ensino Fundamental, porém, o mesmo é um dos que tem pior compreensão. Walle (2009) cita que foi realizada uma pesquisa por Liping Ma (1999) que revelou que a maioria dos professores chineses não apenas utilizam e ensinam esse método, mas que estes compreendem o porquê de sua eficácia. Em contrapartida, o mesmo não ocorre com os professores nos Estados Unidos, pois estes demonstram uma lacuna significativa em sua compreensão da divisão de frações.

Ao revisitar os problemas de partição discutidos anteriormente, é possível observar que a resolução destes, leva ao uso do algoritmo de inverter e multiplicar. O próximo exemplo traz o dividendo e o divisor como frações próprias, para ilustrar esse ponto. “Um pequeno balde pode ser preenchido até $\frac{7}{8}$ usando $\frac{2}{3}$ de um galão de água. Quanto o balde pode comportar se for completamente preenchido?” (Walle, 2009, p. 359)

Primeiro, é possível ignorar temporariamente que a quantidade é $\frac{2}{3}$ de um galão de água. Em vez disso, vamos focar em encontrar um balde inteiro, supondo que a água dada represente $\frac{7}{8}$ do todo. Um balde cheio é representado por $\frac{8}{8}$. Como a água no balde representa sete das oito partes necessárias para enchê-lo completamente, pode-se resolver o problema dividindo a água por 7 e depois multiplicar o resultado por 8. Então, se recordarmos que o denominador em uma fração divide o inteiro em

partes, indicando o tipo de parte. O denominador, portanto, age como um divisor. Enquanto isso, o numerador indica a quantidade dessas partes, atuando como um multiplicador. No contexto deste problema, estamos dividindo $\frac{2}{3}$ por 7 e, em seguida, multiplicando o resultado por 8. Portanto, é possível, expressar esse processo como a multiplicação de $\frac{2}{3}$ por $\frac{8}{7}$.

De acordo com Walle (2009) é muito comum que os livros didáticos das séries finais do Ensino Fundamental ofereçam uma justificativa simbólica para o procedimento de inverter e multiplicar. Como no exemplo apresentado na Figura 7.

Figura 7 – Sugestão de resolução de divisão entre frações.

$\frac{3}{4} \div \frac{5}{6} = \square$

Escreva a equação em uma forma equivalente como o produto com um fator desconhecido.

Multiplique ambos os lados por $\frac{6}{5}$.

($\frac{6}{5}$ é o inverso de $\frac{5}{6}$.)

Mas também $\frac{3}{4} \div \frac{5}{6} = \square$

$\frac{3}{4} = \square \times \frac{5}{6}$

$\frac{3}{4} \times \frac{6}{5} = \square \times (\frac{5}{6} \times \frac{6}{5})$

$\frac{3}{4} \times \frac{6}{5} = \square \times 1$

$\frac{3}{4} \times \frac{6}{5} = \square$

Portanto,

$\frac{3}{4} \div \frac{5}{6} = \frac{3}{4} \times \frac{6}{5} = \square$

Em geral

$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

Fonte: Walle, 2009, p. 360.

O que é notório é que o autor não critica o uso do método de inverter e multiplicar, mas, sim enfatiza a importância de seu ensino baseado em justificativas que demonstram sua validade. A crítica apresentada por Walle (2009) está relacionada ao uso indiscriminado desse método, o que pode privar os alunos da compreensão do significado por trás dessa forma de resolução. Quando a divisão de frações é apresentada como uma regra imposta e desprovida de significado, os alunos correm o risco de simplesmente memorizá-la sem compreender sua lógica subjacente. E que o uso de situações-problema para contextualizar as operações auxilia no processo de construção dos significados dessas operações.

Conforme abordado por Walle (2009) em relação às quatro operações com frações, é essencial que o professor incorpore uma ampla gama de situações-

problema no ensino deste conteúdo, pois isso proporciona aos alunos contextos significativos para aplicar e compreender os conceitos matemáticos. Ao resolver problemas do mundo real que envolvem frações, os alunos são estimulados a desenvolver habilidades de pensamento crítico e criativo, capacitando-os a interpretar e representar situações matemáticas de maneira contextualizada. Além disso, a utilização de diversas situações-problema ajuda a ilustrar a relevância das frações na vida cotidiana, proporcionando uma aprendizagem que possa integrar teoria e prática de forma significativa.

Neste capítulo, foram realizados os estudos preliminares sobre as pesquisas mais relevantes relacionadas ao tema estudado e observadas as concepções de Walle (2009) acerca das estratégias para introduzir o conteúdo de operações com frações, enfatizando um método que permita aos alunos descobrir de forma autônoma os procedimentos de cálculo, em vez de receberem uma regra de antemão.

No próximo capítulo, apresentaremos os dados coletados nesta pesquisa, ou seja, segmentaremos as pesquisas realizadas entre 2022 e 2024, para responder aos objetivos anunciados nesta pesquisa.

CAPÍTULO 6

LEVANTAMENTO E ANÁLISE DE DADOS

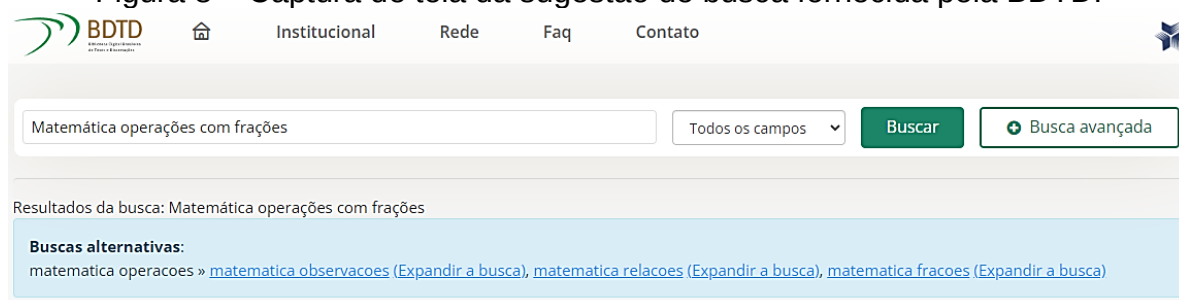
Neste capítulo abordaremos as pesquisas realizadas entre 2022 e 2024, com o intuito de examinar as diferentes propostas de intervenção no ensino das operações com frações, tendo um olhar sobre o uso de regras prescritivas como método de ensino e se estas utilizaram recursos tecnológicos ou outros recursos didáticos como ferramentas facilitadoras de aprendizagem.

Iniciamos com uma pesquisa por meio do site da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)⁴, escolhemos iniciar a busca nesse site, pois é o local em que se encontra o maior acervo de pesquisas já realizadas no Brasil. No momento da realização da busca neste repositório, em junho de 2024, o site indicava um acervo de 926086 documentos, e quando utilizamos a busca pelo termo Educação Matemática, nos deparamos com 14362 documentos entre dissertações e teses.

Na primeira busca (04/07/2024), colocamos os termos: Matemática operações com frações, sem o uso de aspas, e obtivemos 74 resultados. Na sequência, utilizamos um filtro disponível na plataforma para o ano de publicação dos trabalhos, para que fossem selecionadas as publicações entre 2022 e 2024. E obtivemos o retorno de apenas 8 pesquisas.

Na parte superior do site ele nos deu algumas opções de expandirmos nossa busca, então clicamos na opção matemática e fracoes (escrito dessa forma, sem acentos e cedilha), como podemos observar na Figura 8, (no terceiro link em azul). Então obtivemos um retorno de 49 pesquisas.

Figura 8 – Captura de tela da sugestão de busca fornecida pela BDTD.



Fonte: BDTD (2024).

⁴ Endereço eletrônico: <https://bdtd.ibict.br/vufind/>

A partir das 49 pesquisas que resultaram de nossa busca, começamos a verificar se elas de fato possuíam o enfoque que desejamos, ou seja, se elas iriam abordar o tema, operações com frações, ou se utilizaram o termo fração fora do contexto que estamos buscando.

O primeiro trabalho encontrado falava sobre frações e suas operações com foco na resolução de problema, porém, este apresentava um erro quanto ao ano da defesa, indicando 2024, quando na realidade foi defendido em 2014. Consequentemente, este estudo já fez parte da pesquisa de Maia (2022) e será rejeitado por não se enquadrar no perfil da nossa pesquisa.

Dos 49 resultados obtidos, um estava duplicado, que foi a pesquisa de Pereira (2022), e outro apresentava o erro supracitado em relação ao ano de defesa. Portanto, excluindo esses dois, ficamos com 47 pesquisas.

Das 47 pesquisas restantes, excluimos 20 trabalhos por não terem relação com nosso objeto de estudo, utilizando o termo “fração” em outros contextos, como, por exemplo, a pesquisa de Souza (2023) que falava sobre o fracionamento do bagaço de cana-de-açúcar, em que utiliza a ideia de fração fora do contexto em que desejamos pesquisar. Além disso, descartamos a pesquisa de Pereira (2022), esta faz uma abordagem aos gêneros de textos em livro didático de matemática focando na linguagem do estudo das frações no ensino fundamental, além da finalidade da pesquisa não ser a que buscamos, a mesma foi defendida pelo Programa de Pós-Graduação em Letras optamos por descartá-la.

Outra pesquisa descartada era intitulada como: “Uma Introdução a Equações Diofantinas e Aproximações de Números Reais” (Taketomi, 2023). Após a leitura, constatamos que a mesma não se referia as frações no corpo do trabalho, apesar de ter aparecido em nossa busca inicial na BDTD.

Um ponto relevante a destacar é que encontramos uma pesquisa (Vernizzi, 2022) em nosso filtro inicialmente datada de 2021, mas que na realidade foi defendida em 2022. Portanto, esta pesquisa será incluída em nosso escopo de análise. Com isso, após a busca no site BDTD, ficamos com 25 pesquisas para análise.

Em seguida, acessamos o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES⁵ e realizamos uma busca utilizando os mesmos termos: Matemática operações com frações. Inicialmente, sem filtrar por ano, foram encontradas 39 pesquisas. Após

⁵ Endereço eletrônico: <https://www.gov.br/capes/pt-br>

aplicar o filtro para os anos de 2022 a 2024, apenas 1 única pesquisa foi encontrada, e coincidentemente essa pesquisa não havia sido encontrada nas buscas anteriores pelo site do BDTD.

Optamos por realizar uma nova pesquisa no dia seguinte, pois percebemos que surgem resultados distintos ao realizarmos novas pesquisas, mesmo utilizando os mesmos critérios na busca, assim como cita Maia (2022, p. 50).

Vale destacar que por várias vezes foram repetidos os filtros explicitados anteriormente e o banco da CAPES retornava valores diferentes, acrescentando ou excluindo trabalhos, o que mostra um ponto de fragilidade do sistema.

Posteriormente, realizamos uma nova pesquisa no site da CAPES utilizando termos diferentes do que havíamos utilizado anteriormente (Operações com frações, operações com racionais fracionários e operações matemáticas com frações), para identificarmos se surgiriam novas pesquisas, então utilizamos os termos: Operações com frações, resultando em 239 pesquisas. Ao filtrar os anos entre 2022 e 2024, foram encontradas apenas 3 pesquisas. Dessas, duas já haviam sido identificadas anteriormente no site da BDTD, e apenas 1 pesquisa apareceu, coincidentemente sendo a pesquisa anteriormente mencionada. Com isso, nosso total de pesquisas selecionadas passou a ser 26.

No Quadro 4, para facilitar a análise dos dados, nomeamos as dissertações utilizando letras do alfabeto, atribuindo-lhes títulos que correspondem a essas letras. Tendo como título da coluna a letra N de Nomenclatura.

Quadro 4 – Segmentação das pesquisas encontradas

N	ANO	AUTOR	TÍTULO	NÍVEL	IES
A	2023	AGANETTI, G. F. R. L.	Ensino de frações e números decimais: desafios de professores do 6º ano do ensino fundamental da rede estadual de minas gerais.	MA	UNIDERP
B	2022	BATISTA, M. L.	A unidade afeto-cognição em situações de ensino que envolvam música e matemática para a apropriação do conceito de fração.	MA	UTFPR
C	2022	BRANQUINHO, L. R.	Divisão por frações: compreensão profunda da matemática fundamental de futuros professores de matemática.	MP	UERJ
D	2022	CARVALHO, I. R. C.	O uso da linguagem para ensinar frações na transição do quinto para o sexto ano do ensino.	MA	USP
E	2023	CAVALCANTE, R. S. P.	A etnomatemática na culinária familiar: (re)significando o conceito de fração a partir dos saberes populares em uma turma do ensino fundamental.	MA	UFRRJ

F	2022	COELHO, A. E. M.	Estratégias de cálculo com números racionais: um estudo envolvendo manipulação de materiais, oralidade e cálculo mental com alunos do 5º ano do ensino fundamental de uma escola pública.	MA	UNIDERP
G	2022	CORREIA, E. M. O.	Números fracionários no livro didático do 5º ano do ensino fundamental: um estudo praxeológico.	MA	PUC
H	2023	COSTA, A. M.	Frações contínuas: abordagem histórica, aplicações e proposta didática no ensino básico.	MP – PROFMAT	UFCG
I	2023	FERREIRA, J. O. S.	Aprendizagem de frações e suas operações por meio da resolução de problemas: uma experiência com estudantes do sexto ano do ensino fundamental de uma escola pública federal do maranhão.	MP	UFMA
J	2022	JANDREY, D. F.	A matemática do ensino de frações na coleção “matemática, metodologia e complementos” de Ruy Madsen Barbosa (1966).	MA	UFMS
K	2022	BARBOZA JUNIOR, J. R.	Plataforma digital acessível para o ensino de frações.	MP – PROFEI	UNESP
L	2022	MARTINS, M. A. S.	Scape book de frações: possibilidades e desafios do seu uso em uma turma do 6º ano do ensino fundamental.	MA	UFP
M	2023	LIMA NETO, J. F. L.	Razão e proporção: suas diversas alternativas nas resoluções de problemas.	MP – PROFMAT	UFPB
N	2024	NUCCI, A. P. E. S.	Correlações entre o desempenho escolar e as atitudes em relação às frações de alunos do 9.º ano do ensino fundamental.	MA	UNESP
O	2023	PEDROZO, C. A. R.	Investigando o ensino de frações no ensino fundamental.	MP – PROFMAT	UEPG
P	2022	ROCHA, E. R.	Diferentes sons e tons em aulas de matemática: um estudo sobre frações.	MA	UFSCAR
Q	2022	SANTOS, E. Q.	A matemática da música: uma abordagem para o ensino de frações através da teoria musical.	MA	UFSCAR
R	2022	SANTOS, R.	Uma caracterização do saber profissional do professor que ensinava aritmética a partir de exemplares da revista de ensino (1902-1930).	MA	UFSE
S	2022	SILVA, A. C.	Uso das histórias em quadrinho no ensino de frações no sexto ano do ensino fundamental.	MP	UPF
T	2022	SILVA, C. M. S.	Processos educativos no ensino de frações: a contribuição do jogo digital fraciomia a partir da percepção dos acadêmicos do curso de licenciatura em matemática do instituto federal catarinense (ifc) – <i>campus camboriú/sc</i> .	MA	IFC
U	2022	SILVA, D. R.	Os parâmetros curriculares nacionais e os debates sobre o ensino de frações.	MA	UNIFESP
V	2022	SILVA, R. P.	Contribuições da sala de aula invertida para o estudo de frações.	MA	UEPB

W	2022	TERRES, J. G. P.	Mentalidade matemática de crescimento e aprendizagem sobre frações: estratégias de ensino nos anos iniciais do ensino fundamental.	MA	UCS
X	2023	THIELE, L.	Aprendizagem de frações no 6º ano do ensino fundamental na perspectiva de medição: um enfoque fenomenológico.	MA	UNIOESTE
Y	2022	VERNIZZI, M. A. Z.	O ensino de operações com números racionais em sua representação fracionária: formação continuada de professores.	MA	PUC
Z	2023	WEISHEIMER, F. F. X.	Estudos de aula e estratégias de resolução de problemas sobre frações de estudantes do 5º ano do ensino fundamental.	MA	UFPR

Fonte: Produção nossa.

Ao analisarmos as 26 pesquisas selecionadas, observamos que todas são dissertações de mestrado acadêmico ou mestrado profissional. Compreendemos que uma dissertação demora menos tempo para ser realizada do que uma tese, porém, notavelmente, desde a defesa da tese de Maia em 2022, não obtivemos retorno no site da CAPES nem no BDTD sobre a existência de alguma tese sobre o tema frações no Brasil.

Por essa razão, optamos por analisar de que forma essas pesquisas foram separadas dentro do mestrado e percebemos que, de acordo com o Tabela 1, temos:

Tabela 1 – Tipos de Programas de Mestrado

Tipo de Programa	Frequência
Mestrado Acadêmico	19
Mestrado Profissional	3
Mestrado Profissional – PROFMAT	3
Mestrado Profissional – PROFEI	1
Total	26

Fonte: Dados da pesquisa.

Isso nos mostra que o mestrado acadêmico ainda é o mais oferecido em todo o Brasil, mas que as pesquisas de mestrado profissional estão crescendo no país, o que julgamos ser bem interessante, pois essas desenvolvem um Produto Educacional o que pode auxiliar aos professores que buscarem formas de inovar em suas aulas.

Demos continuidade em nossa análise segmentando as pesquisas por regiões do Brasil, visando obter um panorama detalhado sobre a realização dessas pesquisas no país, como vemos na Tabela 2.

Tabela 2 – Classificação das dissertações por regiões do país.

Tipo de Programa	Frequência	Dissertações
Centro-oeste	3	A, F e J
Nordeste	5	H, I, M, R e V
Norte	0	-----
Sudeste	10	C, D, E, G, K, N, P, Q, U e Y
Sul	8	B, L, O, S, T, W, X e Z
Total	26	

Fonte: Dados da pesquisa.

Observamos que a região Sudeste se destaca pelo elevado número de dissertações voltadas para o estudo das frações nos últimos dois anos, seguida pela região Sul. No entanto, as regiões Nordeste e Centro-Oeste, apresentam um número relativamente pequeno de dissertações comparada as outras regiões. Nos chamou a atenção o fato de que nos últimos dois anos, de acordo com os sites da CAPES e BDTD, não constam pesquisas na região Norte do país sobre o tema operações com frações.

Aprofundando essa análise por regiões, também realizamos a segmentação por instituição de estudos, que podemos ver na Tabela 3.

Tabela 3 – Classificação das dissertações por Instituição de Ensino.

INSTITUIÇÃO	FREQUÊNCIA	DISSERTAÇÕES
IFC	1	T
PUC-SP	2	G, Y
UCS	1	W
UEPB	1	V
UEPG	1	O
UERJ	1	C
UFCG	1	H
UFMA	1	I
UFMS	1	J
UEPB	1	M
UFPR	2	L, Z
UFRRJ	1	E
UFSCAR	2	P, Q
UFSE	1	R
UNIFESP	1	U
UNESP	2	K, N
UNIDERP	2	A, F
UNIOESTE	1	X
UPF	1	S
USP	1	D
UTFPR	1	B
Total	26	

Fonte: Dados da pesquisa.

Ao analisarmos as pesquisas separadas por instituições de ensino, notamos algo que consideramos interessante, elas estão distribuídas de forma espaçada, poucas vezes se repetindo na mesma instituição. Isso sugere que, em diferentes locais e contextos, surgem questões e debates sobre o ensino de frações, o que, em nossa opinião é de extrema importância, pois acreditamos que o ensino dos conceitos e das operações com frações desempenha um papel fundamental na formação matemática dos alunos, pois trata-se de um conceito fundamental para a compreensão de diversos conteúdos e propriedades numéricas que permeiam a matemática. Compreender frações vai além da simples habilidade de manipular números racionais, envolve a capacidade de representar e interpretar.

Algo que nos chamou atenção, é que na pesquisa da Maia (2022) a PUC-SP foi a instituição que obteve a maior quantidade de pesquisas sobre o tema, sendo 26 pesquisas entre os anos de 1997 e 2021. Algo que também ocorreu conosco, em que a PUC – SP obteve 2 pesquisas entre os anos de 2022 e 2024, tendo o mesmo número que as seguintes instituições UFPR, UFSCAR, UNESP e UNIDERP.

A partir disso, nos surgiu a curiosidade de sabermos se alguma dessas pesquisas possuíam o mesmo orientador, ao que descobrimos que sim, as duas pesquisas realizadas pela UNIDERP, que são as pesquisas de Aganetti (2023) e Coelho (2022), foram orientadas pelo Dr. José Luiz Magalhães de Freitas, que é professor titular em exercício como pesquisador Sênior do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, atuando como professor permanente no programa de pós-graduação em Educação Matemática.

Também realizamos a categorização das pesquisas (Tabela 4) de acordo com os anos de publicação e identificamos uma diferença significativa entre os anos de 2022 e 2023. Em 2022, houve 11 defesas a mais em comparação a 2023. Isso possivelmente ocorreu devido ao acúmulo e postergação das defesas em 2022, um ano pós-pandêmico, resultando em um número maior de dissertações defendidas naquele ano.

Além disso, observa-se que, até o presente momento em 2024, apenas uma dissertação apareceu em nossa busca. Este fato pode ser atribuído pelo motivo de que somente um semestre foi percorrido até a escrita desta dissertação, e que podem ocorrer novas defesas no segundo semestre.

Tabela 4 – Classificação das dissertações por ano.

ANO	FREQUÊNCIA	DISSERTAÇÕES
2022	17	B, C, D, F, G, J, K, L, P, Q, R, S, T, U, V, W e Y.
2023	8	A, E, H, I, M, O, X e Z.
2024	1	N
Total	26	

Fonte: Dados da pesquisa.

Outra segmentação importante para a compreensão do nosso objeto de pesquisa é a separação por público-alvo. Essa análise nos permitirá entender se as pesquisas estão sendo conduzidas com um enfoque mais direcionado aos professores, aos alunos ou a análise de campos histórico ou metodológicos, ou seja, quando a pesquisa faz uma revisão bibliográfica sem um grupo de pesquisa como alunos ou professores.

Tabela 5 – Classificação das dissertações por público alvo.

SUJEITOS DA PESQUISA	FREQUÊNCIA	DISSERTAÇÕES
Alunos	13	B, E, F, I, K, L, M, N, P, S, V, W e X.
Professores	5	A, C, D, T e Z.
Campo histórico ou metodológico	8	G, H, J, O, Q, R, U e Y.
TOTAL	26	

Fonte: Dados da pesquisa.

A análise dos dados da tabela 5 revelam que 13 das pesquisas realizadas entre os anos de 2022 e 2024 sobre operações com frações têm enfoque nos alunos. Em contrapartida, 5 pesquisas se concentram na atuação dos docentes, enquanto as outras 8 abordam aspectos históricos ou metodológicos. Portanto, das 26 pesquisas analisadas, 18 estão voltadas para a compreensão do que ocorre no ambiente da sala de aula, no que se refere à aprendizagem das operações com frações.

Partindo do fato que a maioria das pesquisas são voltadas para os alunos, realizamos uma nova segmentação, desta vez focada no segmento de estudo em que essas pesquisas se concentram, que veremos na Tabela 6.

Tabela 6 – Classificação das dissertações em relação ao segmento de ensino.

SEGMENTO	FREQUÊNCIA	DISSERTAÇÕES
EFAI	3	B, F e W.
EFAF	8	E, I, K, L, N, S, V e X
ENSINO MÉDIO	0	
EJA	1	P
Não Identificado	1	M
TOTAL	13	

Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com a BNCC, o conteúdo de operações com frações deve ser introduzido no sexto ano. No entanto, algumas pesquisas indicam, que em alguns casos, a adição de frações começa a ser abordada no quinto ano, como um complemento ao conceito de frações. Por essa razão, encontramos pesquisas que foram realizadas no EFAI.

Ademais, embora o enfoque principal das operações com frações ocorra no sexto ano, também identificamos pesquisas com alunos do 7º e até do 9º ano. Isso sugere que o domínio desse conceito muitas vezes é insuficiente, destacando a necessidade de investigar a aprendizagem das operações com frações nesses anos.

Precisamos destacar que na pesquisa de Lima Neto (2023) não fica claro em qual segmento os alunos estudam, mas pela leitura da dissertação, acreditamos que sejam alunos de cursinho preparatório pré-vestibular. Além disso, a pesquisa de Rocha (2022), ocorreu na Educação de Jovens e Adultos (EJA).

Realizamos também, uma segmentação dos dados para identificar se as pesquisas analisadas foram conduzidas durante o período de ensino remoto emergencial, caracterizado pelas aulas online, ou se ocorreram no período de aulas presenciais regulares, com o intuito de compreender o contexto em que elas foram realizadas.

Tabela 7 – Classificação das dissertações em relação ao período de realização.

PERÍODO	FREQUÊNCIA	DISSERTAÇÕES
Emergencial (on-line)	3	C, D e T.
Aulas presenciais	13	A, B, E, I, K, L, M, N, P, S, W, X e Z.
Misto entre os dois período ou híbrido	2	F e V
TOTAL	18	

Fonte: Dados da pesquisa.

Observamos que 13 pesquisas foram conduzidas no período pós-pandêmico, enquanto 3 pesquisas foram realizadas no formato online durante a pandemia. Além disso, 1 pesquisa iniciou no formato online e foi concluída de forma presencial, e outra pesquisa ocorreu durante a implementação do modelo híbrido. As demais pesquisas não puderam ser analisadas quanto ao formato de realização, pois não continham informações sobre a amostra, não especificando se ocorreram de forma online ou presencial.

Nesta subseção, foi possível obter um panorama das pesquisas recentes sobre operações com frações no Brasil nos últimos dois anos. Observou-se que todas as pesquisas selecionadas foram dissertações, sendo que 20 delas foram conduzidas em programas de mestrado acadêmico. Além disso, pudemos notar que a região Sudeste ainda se destaca, contribuindo com o maior número de estudos realizados.

Um aspecto relevante identificado foi o interesse diferenciado por parte de algumas universidades no tema das frações, evidenciado pelo maior número de pesquisas realizadas nessas instituições, algumas das quais sob orientação do mesmo doutor, como as pesquisas de Aganetti (2023) e Coelho (2022).

Nas subseções seguintes, realizaremos outras duas segmentações. Na subseção 6.1, serão agrupadas as pesquisas que adotaram o uso de tecnologia como metodologia de ensino, pois temos como objetivo analisar a aplicação desse recurso no contexto educacional. Na subseção 6.2, abordaremos as pesquisas que não utilizaram tecnologia, focando na análise das metodologias aplicadas nesses estudos. Por fim, examinaremos as pesquisas que não seguiram regras prescritivas em suas abordagens metodológicas, destacando a flexibilidade e a adaptação dos métodos utilizados.

6.1 Pesquisas que Abordam o Ensino de Frações com o Uso de Tecnologia

Para cumprirmos com os objetivos da pesquisa focamos em dois pontos que iremos abordar com mais ênfase: Quais pesquisas utilizaram recursos metodológicos tecnológicos e quais pesquisas aplicaram situações que ensinavam o conteúdo de operações com frações sem utilizar regras. Nesta seção vamos considerar pesquisas que utilizaram recursos tecnológicos no ensino das operações com frações.

Nas pesquisas que utilizaram recursos metodológicos tecnológicos, nosso objetivo é analisar os tipos específicos de recursos adotados e suas respectivas contribuições para o processo de aprendizagem dos alunos. Além disso, iremos

examinar a metodologia aplicada, o público-alvo envolvido e os resultados alcançados. Primeiramente, no Quadro 5 vamos analisar quais pesquisas utilizaram recursos tecnológicos:

Quadro 5 – Segmentação das dissertações que utilizaram recursos tecnológicos

N	RECURSO TECNOLÓGICO	REFERÊNCIA
C	Plataforma NEARPOD	Branquinho (2022)
H	Software Geogebra	Costa (2023)
K	Plataforma digital acessível para o ensino de frações	Barboza Junior (2022)
T	Jogo digital Fraciomia	Silva (2022)
X	Aplicativo Elasticmind	Thiele (2023)

Fonte: Produção nossa.

Branquinho (2022) realizou sua pesquisa com o intuito de desenvolver um Produto Educacional (PE), por ser uma das condições para a obtenção do título no âmbito de um Programa de Mestrado Profissional. Ela desenvolveu um curso focado no ensino da divisão de frações, destinado a professores de matemática. Esse curso foi elaborado utilizando a plataforma NEARPOD, que permite a criação de apresentações, compartilhamento de aulas, jogos, quizzes e outras atividades interativas, acessíveis através de um link ou código de acesso.

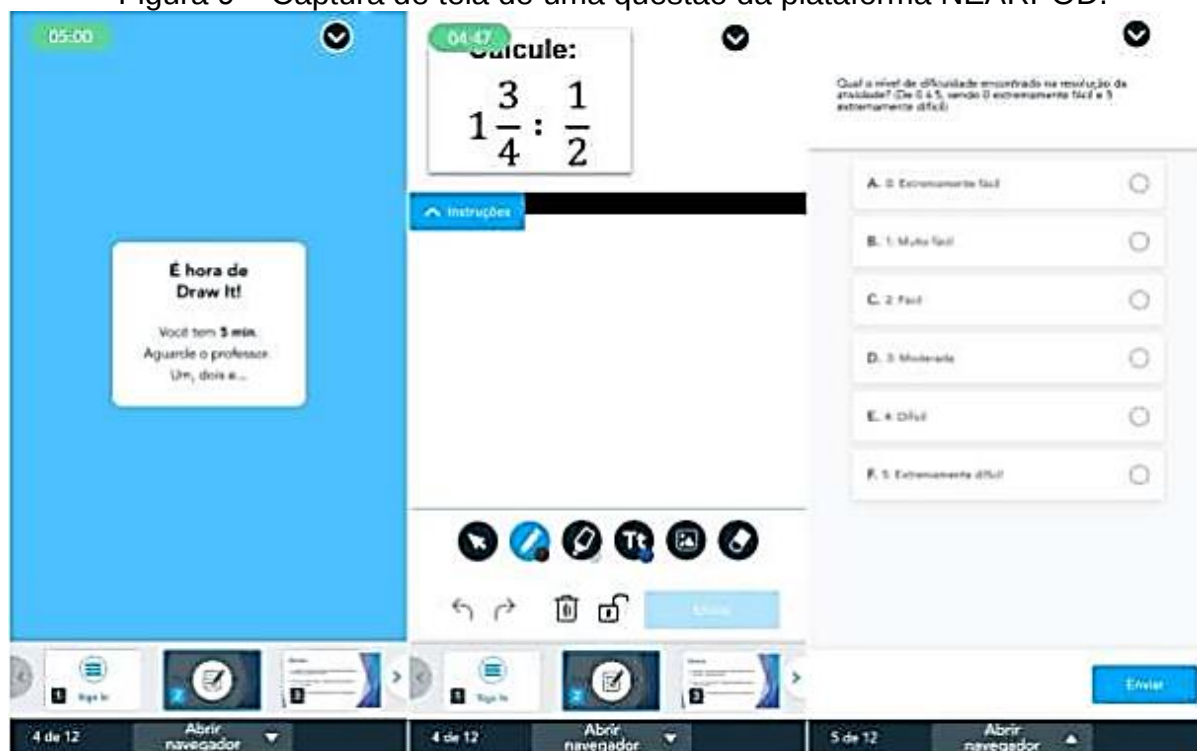
Os participantes das análises dos dados obtidos a partir do PE foram entre 13 e 15 (variava de acordo com os dias e a conexão da internet), estes eram professores que estavam cursando o mestrado juntamente com a pesquisadora. O curso foi estruturado em quatro encontros, durante os quais foram realizadas diversas atividades, organizadas da seguinte maneira: I – Atividades diagnóstica. II – Divisão de frações: da divisão à frações. III – Divisão de frações: Significado e Análise de problemas e IV – Análise de erro como uma possibilidade.

Um aspecto que chamou atenção foi que, após as quatro etapas do curso foi realizada uma enquete com 14 dos professores participantes e metade deles indicaram que continuariam ensinando a divisão de frações do mesmo modo que já faziam, antes das atividades realizadas. Por outro lado, a outra metade demonstrou interesse em pesquisar mais sobre o assunto e buscar novas alternativas pedagógicas. Ainda assim, a pesquisadora concluiu que o curso obteve êxito em propor situações que estimulam o professor a repensar o ensino de divisão de frações sem o uso de regras prescritivas. O que nos mostra que trabalhos de pesquisa são

essenciais para trazer novas ideias aos professores que buscam inovar em suas aulas.

Na Figura 9, são apresentadas as três telas do NEARPOD, conforme foram exibidas aos alunos durante as intervenções realizadas por Branquinho (2022). Nesse contexto, podemos observar que o foco da abordagem estava na operação de divisão envolvendo uma fração expressa na forma de número misto e uma fração própria.

Figura 9 – Captura de tela de uma questão da plataforma NEARPOD.



Fonte: Branquinho, 2022, p. 70

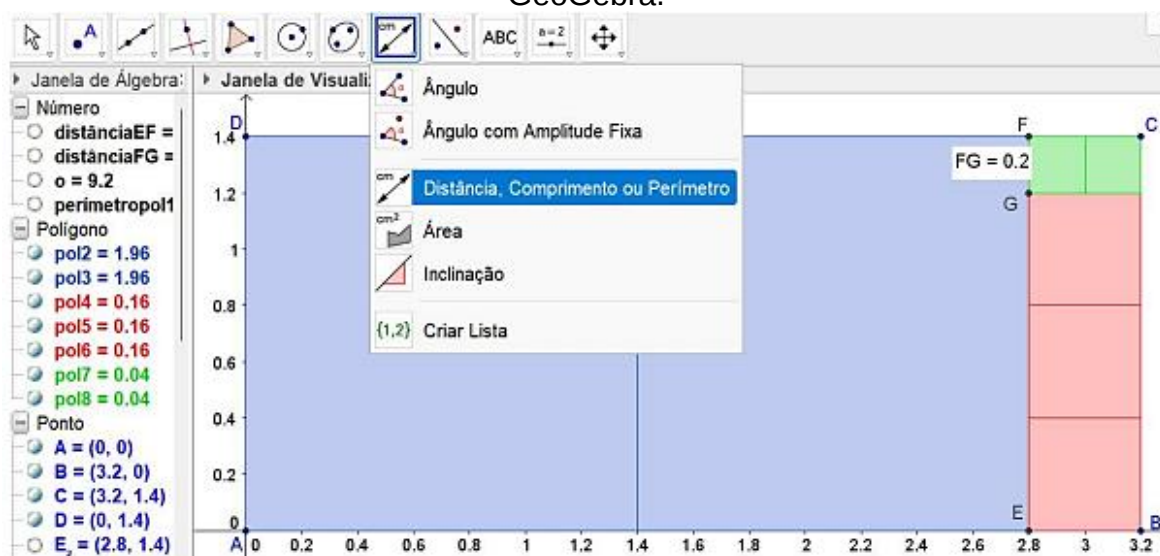
A Figura 9 apresenta três telas distintas. A primeira tela exibe um aviso informando que a atividade deverá ser realizada dentro de um tempo específico. Na segunda tela, está disponibilizada uma atividade acompanhada de um espaço destinado à resolução que será escrita pelo usuário. Por fim, a terceira tela apresenta uma enquete sobre a opinião do usuário em relação ao nível de dificuldade da questão.

Costa (2023) conduziu uma pesquisa por meio de uma revisão bibliográfica, apresentando a escrita das frações contínuas como uma consequência do algoritmo de Euclides, utilizando a interpretação geométrica. Além disso, ele explora a representação das frações contínuas como uma forma de determinar a irracionalidade de um número qualquer. O autor baseia sua pesquisa nos conceitos apresentados a estudantes do Ensino Fundamental e Médio, propondo duas sequências didáticas

distintas, adequadas a cada nível, atendendo aos objetivos da BNCC, e auxiliando no desenvolvimento das seguintes habilidades: compreensão do algoritmo de Euclides, determinação e reconhecimento da escrita de frações contínuas e suas propriedades e o uso adequado do software GeoGebra para a resolução de problemas.

Nesta etapa, Costa (2023) utiliza o *software* GeoGebra para fornecer uma interpretação geométrica do processo do algoritmo de Euclides e discute os segmentos comensuráveis. Com o auxílio do software, ele demonstra a determinação dos quadrados máximos, proporcionando uma compreensão visual e prática do algoritmo. Como é apresentado na Figura 10.

Figura 10 – Captura de tela sobre uma resolução de exercício com a plataforma do GeoGebra.



Fonte: Costa, 2023, p. 63.

O objetivo do autor é que os alunos compreendam como realizar o processo do Algoritmo de Euclides geometricamente e se familiarizem com os comandos do GeoGebra. Costa (2023) acredita que os objetivos do trabalho foram atingidos, pois a pesquisa forneceu uma abordagem do tema que resgata a parte histórica, expõe as principais definições e resultados, além de apresentar uma proposta didática para a educação básica. Nesse contexto, o trabalho pode também servir como uma ferramenta de consulta para professores que estejam interessados em conhecer o tema e observar uma alternativa didática que utilize novas tecnologias e desenvolva diferentes habilidades.

Embora esta pesquisa não esteja diretamente relacionada às operações com frações, a abordagem com o GeoGebra sugere possíveis aplicações do software no ensino dessas operações.

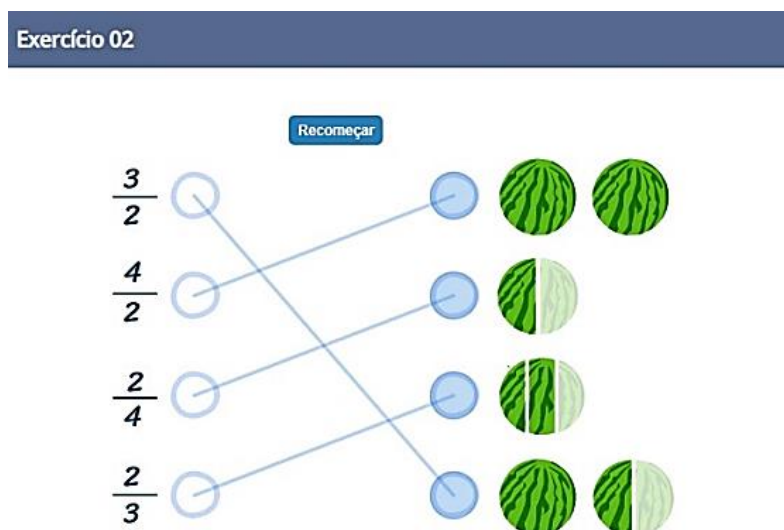
Barboza Junior (2022) desenvolveu em sua pesquisa um Produto Educacional que integra recursos de acessibilidade digital em sua concepção. O pesquisador realizou um levantamento de estudos sobre acessibilidade digital voltada a plataformas, recursos e objetos educacionais. Então o autor selecionou e analisou diversas plataformas e objetos educacionais utilizando um roteiro de análise que incluía itens sobre acessibilidade digital.

Em sua pesquisa, o autor demonstra que não existem muitas plataformas ou aplicativos que sejam voltados a alunos que possuem deficiência visual, e menos ainda que sejam voltados para a disciplina de matemática.

Na sequência, Barboza Junior (2022) observou que, na rede de ensino em que atua, há três alunos diagnosticados com baixa visão que recebem atendimento pedagógico na modalidade colaborativa. A partir de observações em sala de aula, ele identificou as necessidades de acessibilidade, tanto sensorial quanto pedagógica e planejou a elaboração de um objeto de aprendizagem que pudesse facilitar o acesso aos conteúdos de frações para esses alunos. O planejamento incluiu a organização das estratégias para os exercícios, o design das interfaces e a implementação do produto.

De acordo com o autor, em relação as operações com frações, as dificuldades de compreensão dos conteúdos e a ausência de recursos de acessibilidade deixam lacunas no processo de ensino e aprendizagem para discentes com necessidades visuais. Com isso, o pesquisador busca sanar essas questões, e desenvolve um protótipo de objeto de aprendizagem digital e acessível para o ensino de frações. Ele consiste em uma página, em navegadores de internet, que aborda o conteúdo de frações por meio de atividades que promovem diferentes tipos de interação cognitiva e sensorial. Conforme ilustrado na Figura 11, o autor apresenta a relação entre a imagem e a parte correspondente, permitindo que o aluno verifique se a resposta está correta e, caso contrário, tenha a possibilidade de reiniciar o processo para uma nova tentativa, caso esteja errada.

Figura 11 – Captura de tela sobre o recurso visual para o ensino de frações.



Fonte: Barboza Junior, 2022, p. 48.

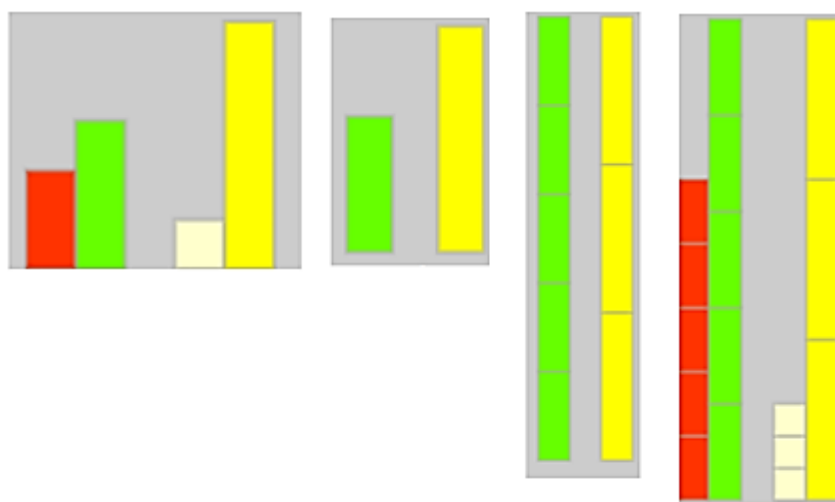
Barboza Junior (2022) concluiu que os recursos de acessibilidade podem efetivamente contribuir para a eliminação de barreiras sensoriais. Também foi demonstrado que é possível conceber, elaborar e produzir um objeto de aprendizagem que atenda não apenas aos discentes com necessidades educacionais especiais, mas a todos os alunos. Além disso, o estudo sugere que a implementação desse produto resultará em novas demandas relacionadas aos recursos de acessibilidade digital, mas o esforço inicial já indica que esse recurso pode ajudar tanto alunos quanto professores a valorizar a acessibilidade digital no ensino.

Concordamos com Barboza Junior (2022) no que se refere a importância de serem criadas plataformas digitais de ensino, não só para alunos que necessitam de acessibilidade especial, mas também, por serem instrumentos metodológicos que estimulam a interação e participação dos discentes.

Thiele (2023) conduziu sua pesquisa com o objetivo de auxiliar no processo de aprendizagem de frações, focando na perspectiva de medição e destacando a ideia de magnitude e a construção da unidade de medida. O estudo envolveu 16 alunos do sexto ano de uma escola rural localizada no município de Missal, no estado do Paraná. A pesquisa foi integrada às aulas de matemática, ministradas pela própria pesquisadora, que também era a professora da turma. Cada aula tinha uma duração de 45 a 50 minutos, sendo cinco aulas semanais e um total de 25 aulas dedicadas ao ensino de frações.

A pesquisadora relata que para a realização das atividades, os alunos foram divididos em duplas, cada uma recebendo um conjunto de barras para o uso ao longo das aulas. Após o reconhecimento do material e a construção de representações de barras de diferentes tamanhos, que demonstravam a metade do tamanho da barra adjacente, a professora utilizou o aplicativo Elasticmind, projetando as construções na lousa para auxiliar os alunos na correção das atividades e aprofundar o conhecimento por meio de discussões. Este recurso serviu como intermediário no diálogo entre as produções das duplas e as explicações da professora. Com o material, os alunos podiam, a partir da visualização e prática com as barras, elaborar possibilidades sobre frações como medida, ordem, desigualdade e igualdade. Isso permitiu a compreensão de frações equivalentes, o (re)conhecimento de formas de representação de frações, bem como a compreensão da magnitude e a capacidade de operar com frações, proporcionando o desenvolvimento do senso fracionário.

Figura 12 – Captura de tela sobre o uso do Elasticmind para comparação de frações.



Fonte: Thiele, 2023, p. 62.

Como podemos observar na Figura 12, a autora realizou a comparação entre as frações $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{5}$ (sendo que a barra vermelha e verde representam $\frac{2}{3}$ e as barras branca e amarela representam $\frac{1}{5}$).

Na segunda sequência, a autora realiza uma comparação entre as barras verdes e amarelas, com o objetivo de igualar o comprimento das fileiras de ambas as

cores. O jogo consiste em adicionar alternadamente barras de cada cor até que os comprimentos das duas fileiras se tornem iguais. Para atingir esse alinhamento, foi necessário adicionar quatro barras verdes claras e duas barras amarelas.

Em seguida, podemos observar que a quantidade de barras inseridas em cada figura e, com base na relação de cada cor de barra com as barras brancas, determina-se a unidade de medida comum às duas frações, que neste caso é 15. Após encontrar essa unidade, repete-se o processo com as barras da esquerda (numeradores). Ao lado da barra com cinco barras verdes claras, adicionam-se quatro barras vermelhas, e ao lado da barra amarela, adicionam-se duas barras brancas. A autora finaliza dizendo que:

Portanto, a fração $\frac{2}{3}$ se transformou na fração $\frac{10}{15}$ e a fração $\frac{1}{5}$ se transformou na fração $\frac{3}{15}$, encontramos assim, uma fração equivalente a cada fração dada. Visualmente, percebe-se que a fração $\frac{10}{15}$ é maior que a fração $\frac{3}{15}$, logo $\frac{2}{3}$ é maior que $\frac{1}{5}$. (Thiele, 2023, p.62).

Porém, podemos perceber que a conclusão que a autora alega ser fácil para compreender não é tão notória assim, pois a afirmação de que a unidade de medida comum às duas frações é 15 foi fornecida pela autora, mas não foi demonstrada de forma clara pelo Elasticimind em nenhuma das imagens em anexo na pesquisa.

A tecnologia foi utilizada apenas neste momento, sendo que posteriormente os alunos passaram a representar as imagens em folhas quadriculadas. Ainda assim, a autora julga que o uso da tecnologia trouxe uma grande contribuição a aprendizagem sobre o conteúdo de frações equivalentes.

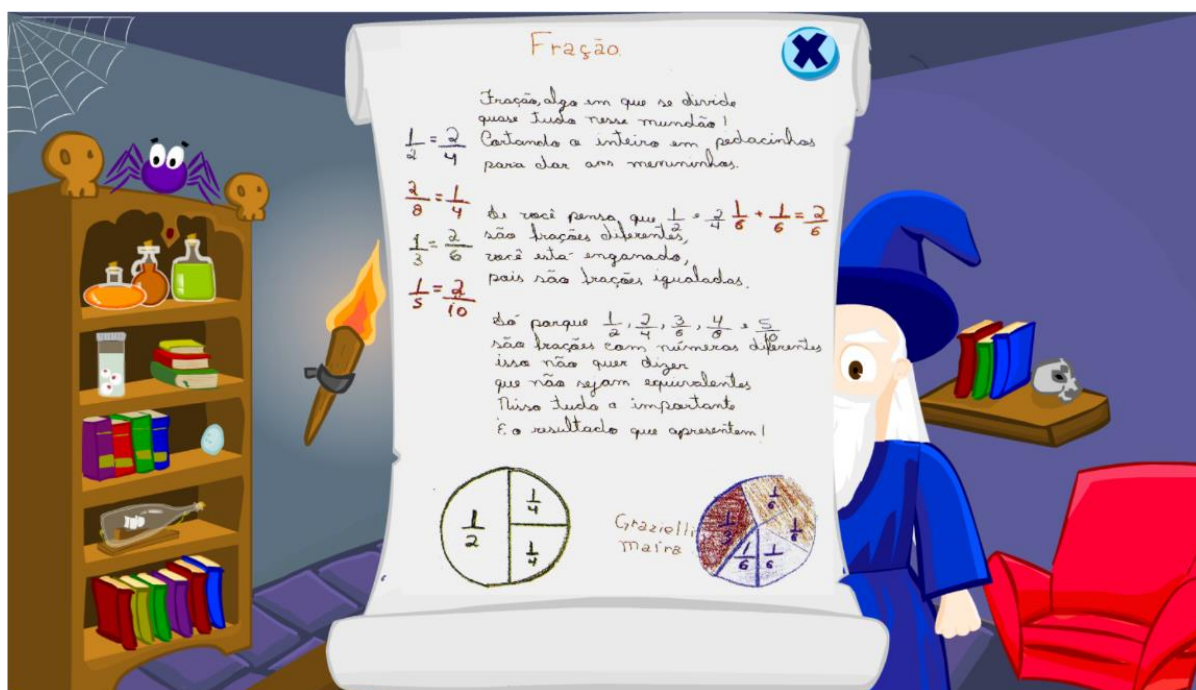
Nós entendemos que o uso de tecnologia, precisa estar em sala de aula, não apenas como um recurso que possa facilmente ser substituído por uma folha de papel quadriculado (que foi utilizado pela autora nas atividades seguintes a essa), mas como um instrumento que seja primordial para uma compreensão aprofundada do conceito ensinado.

Silva (2022) realizou uma pesquisa com o objetivo de analisar e avaliar o jogo Fraciomia como uma ferramenta de apoio no ensino e aprendizagem da adição e subtração de frações com denominadores diferentes. O estudo teve como público-alvo os acadêmicos do curso de licenciatura em matemática. Os participantes utilizaram o jogo e, posteriormente, responderam a um questionário que forneceu os dados necessários para a análise e validação do objeto pesquisado.

O jogo Fraciomia é baseado em uma narrativa envolvendo um estudante que se torna virtualmente aprendiz de um mago. Esta ambientação remete a filmes de ficção voltados para crianças de diversas faixas etárias, como “Cinderela”, “A Branca de Neve” e os “Sete Anões”, entre outros contos populares. Os jogadores assumem o papel de aprendizes do mago, que devem seguir um livro de receitas contendo diversas poções mágicas. A preparação das poções envolve o manuseio de diferentes ingredientes fictícios, cujas quantidades são especificadas por meio de 41 números fracionários distintos.

Para avançar no jogo, os jogadores precisam calcular quanto de cada ingrediente permanecerá em seus recipientes após certas operações. Isso requer o uso dos conceitos matemáticos de subtração de frações com denominadores diferentes. O jogo inclui dois poemas: um aborda o tema das frações equivalentes e o outro narra a história do surgimento dos números fracionários, como ilustrado na Figura 13.

Figura 13 – Captura de tela sobre o jogo Fraciomia contendo poemas de frações equivalentes⁶



Fonte: Silva, 2022, p. 44.

⁶ Transcrição do texto: Fração, algo em que se divide quase tudo nesse mundão! Cortando o inteiro em pedacinhos para dar aos menininhos. Se você pensa que $\frac{1}{2} = \frac{2}{6}$ nas frações diferentes, você está enganado, pois são frações igualadas. Só porque $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{5}$ são frações com números diferentes, isso não quer dizer que não sejam equivalentes. Isso tudo o importante é o resultado que apresentam!

Nos interessamos em verificar este jogo, o que nos deixou um pouco frustrados, pois na verdade, nada mais é do que a resolução de operações com frações contendo uma história de pano de fundo. Porém, a autora cita que o jogo proporciona envolvimento e engajamento e dessa forma, o aluno mais atento pode desenvolver uma aprendizagem mais eficaz.

Com base na análise das pesquisas investigadas, observamos que os resultados apresentados nas conclusões foram favoráveis. Os pesquisadores concluíram que a utilização de recursos metodológicos tecnológicos, como plataformas, aplicativos, softwares e jogos digitais, promovem maior engajamento dos alunos. Além disso, esses recursos facilitam a visualização das situações apresentadas, contribuindo significativamente para a aprendizagem do conceito de operações com frações.

Costa (2023) utilizou o GeoGebra, um recurso amplamente empregado, ao passo que Silva (2022), Branquinho (2022) e Thiele (2023) recorreram a plataformas menos conhecidas. Em contraste, Barboza Junior (2022) optou por criar um novo recurso.

Nossa análise é que Branquinho (2022) e Silva (2022) focaram suas pesquisas nos professores, enquanto Barboza Junior (2022) e Thiele (2023) centraram suas investigações nos alunos, enquanto Costa (2023) realizou uma revisão bibliográfica. Apesar dessas diferenças, todos os estudos destacam a importância de desenvolver atividades que conferem significado às operações com frações de maneira dinâmica, superando a monotonia dos livros didáticos e aulas expositivas.

6.2 Pesquisas que Abordam o Ensino das Operações com Frações com Metodologias Diversas

Nesta seção, serão abordadas as investigações que discutem as práticas relacionadas às operações envolvendo frações, com especial ênfase nas abordagens que promovem o aprendizado sem recorrer diretamente a regras prescritivas. O foco principal será analisar os diferentes tipos de estratégias adotadas e os resultados dessas pesquisas. Além disso, será realizada uma análise das metodologias empregadas, do público-alvo estudado e dos resultados obtidos em cada pesquisa.

Iniciamos a análise com a leitura das pesquisas, concentrando-nos naquelas que abordam o conceito de operações com números racionais. A seleção inicial, realizada no site da BDTD e no banco de teses da CAPES, resultou em um conjunto

amplo de trabalhos sobre números racionais fracionários, que abarcavam diversos conceitos, previamente explicados. No entanto, como nosso objetivo é focar especificamente nas operações, realizamos uma segmentação das pesquisas, direcionando nosso olhar para esse aspecto. Como podemos observar no Quadro 6.

Quadro 6 – Segmentação das dissertações que possuem o foco nas operações com frações

N	Autor	PESQUISAS QUE ABORDARAM OPERAÇÕES COM FRAÇÕES
A	AGANETTI, G. F. R. L.	Não foram identificadas situações de aprendizagem de operações com frações sem o uso de regras prescritivas
C	BRANQUINHO, L. R.	Não foram identificadas situações de aprendizagem de operações com frações sem o uso de regras prescritivas.
D	CARVALHO, I. R. C.	Foram identificadas algumas situações de aprendizagem de operações com frações sem o uso de regras prescritivas, mas, em grande parte delas, ainda prevaleceu o uso de repetição de frases.
F	COELHO, A. E. M.	Não foram identificadas situações de aprendizagem de operações com frações sem o uso de regras prescritivas.
I	FERREIRA, J. O. S.	Foram identificadas 2 situações de aprendizagem de operações com frações sem o uso de regras, mas não tínhamos situações de aprendizagem suficientes para afirmarmos que não existiram regras prescritivas
M	LIMA NETO, J. F.	A pesquisa revisa conteúdos para alunos pré-vestibulares, realizando apenas uma retomada, com isso, não foram identificadas situações de aprendizagem de operações com frações sem o uso de regras prescritivas.
P	ROCHA, E. R.	Não foram identificadas situações de aprendizagem de operações com frações sem o uso de regras prescritivas.
Q	SANTOS, E. Q.	Não foram identificadas situações de aprendizagem de operações com frações sem o uso de regras prescritivas.
S	SILVA, A. C.	Não foram identificadas situações de aprendizagem de operações com frações sem o uso de regras prescritivas.
V	SILVA, R. P.	Foram identificadas explicações sem o uso de regras prescritivas.
W	TERRES, J. G. P.	Foram identificadas explicações sem o uso de regras prescritivas.
Y	VERNIZZI, M. A. Z.	Foram identificadas explicações sem o uso de regras prescritivas.
Z	WEISHEIMER, F. F. X.	Foram identificadas 2 situações de aprendizagem de operações com frações sem o uso de regras, mas não tínhamos situações de aprendizagem suficientes para afirmarmos que não existiram regras de ensino.

Fonte: Produção nossa.

Aganetti (2023) conduziu uma pesquisa com o objetivo de investigar as estratégias dos professores de matemática do 6º ano ao ensinarem o conteúdo de frações. Ela iniciou sua investigação realizando uma pesquisa semiestruturada com uma professora do sexto ano, como um instrumento metodológico para coletar informações adicionais. A pesquisadora acompanhou oito dias seguidos de aula, período no qual foi ensinado o conteúdo de frações. Os alunos das três turmas não tinham sido previamente expostos ao conteúdo de frações. Observou-se que,

conforme a prática comum, o ensino das frações foi iniciado após a introdução dos conceitos de Mínimo Múltiplo Comum (MMC) e Máximo Divisor Comum (MDC). A professora utilizou exclusivamente o livro didático como recurso didático, seguindo os exercícios propostos. Notou-se a repetição de instruções como “Divide pelo denominador e multiplica pelo numerador”, sem a utilização de métodos alternativos que permitissem que os alunos desenvolvessem uma compreensão autônoma das operações.

Como podemos ver no exemplo que foi utilizado em sala, ilustrado na Figura 14.

Figura 14 – Captura de tela do exercício utilizado sobre a parte de um todo.

1. Em um grupo de 224 pessoas, verificou-se que $\frac{1}{8}$ dessas pessoas nasceu na região Nordeste do Brasil.



Quantas pessoas desse grupo nasceram na região Nordeste? **28 pessoas.**

Fonte: Aganetti, 2023, p. 53.

A autora cita que “neste exemplo ela explicou que não teria como resolver desenhando as 224 pessoas e deveria ser utilizada a operação de divisão pelo denominador e multiplicação pelo numerador $(224 \div 8) \times 1$ ”. (Aganetti, 2023, p. 53, adaptado).

Então concluímos que nessa pesquisa não pudemos verificar nenhuma atividade que proporcionava situações de aprendizagem sem o uso de regra prescritivas.

Sobre a pesquisa de Branquinho (2022), já realizamos uma explanação no capítulo 6.2 destacando o uso de um recurso metodológico tecnológico, por esse motivo, faremos apenas a análise em relação às operações com frações. Branquinho

(2022) focou apenas em uma das operações, a divisão. Sua amostra de pesquisa consistiu em professores, aos quais ela aplicou seu Produto Educacional. Nesse contexto, observamos que a autora propõe exercícios para que os futuros professores possam responder de acordo com seus conhecimentos. Em seguida, há a abertura para discussão e algumas sugestões sobre como esses professores poderiam melhorar suas práticas docentes. No entanto, não são explicitadas quais são essas sugestões e como elas poderiam ajudar os professores que lerem a pesquisa dela a evoluírem em suas práticas.

Como na citação a seguir, a autora apenas indica quais foram os tópicos trabalhados durante o encontro, mas não conta como eles foram abordados.

O encontro síncrono se deu novamente pela RNP e pelo NEARPOD, dando prosseguimento, abordamos:

- O significado da divisão por um número fracionário;
- Outras possibilidades para efetuar a divisão por um número fracionário;
- Uma pergunta: se ensinariam a divisão por frações da mesma maneira;
- Classificação dos problemas com frações em 3 modelos: Agrupamento, Repartição e Produto e fatores;
- Análise de problemas solicitando que os participantes classificassem de acordo com os modelos apresentados anteriormente;
- Exploração das dificuldades na divisão de frações e mudanças de significado. (Branquinho, 2022, p.72)

Ao acessarmos o site indicado para analisar o Produto Educacional, constatamos que lá também não está explicitado a forma como as atividades foram abordadas. O que nos impede de analisarmos se houve o uso de regras prescritivas ou não. Acreditamos que seria interessante se pudéssemos ter acesso a essas atividades, principalmente para que outros professores pudessem consultá-las e aprender o que a pesquisadora propõe desenvolver em seu curso, que é: uma compreensão profunda da matemática para os docentes que ensinam a disciplina.

Carvalho (2022) realizou uma pesquisa tendo como objetivo compreender como os professores da transição do quinto para o sexto ano utilizavam a linguagem e os simbolismos próprios da matemática e quais eram as diferenças entre essas linguagens. A pesquisa ocorreu com turmas do quinto e sextos anos, que envolveu entrevistas com seis professores e a observação de suas aulas, com o objetivo de comparar o que foi dito nas entrevistas com o que foi efetivamente praticado em sala de aula. O foco era analisar as diferenças nas explicações e abordagens pedagógicas entre as turmas. Em sua pesquisa, Carvalho (2022) observou que os professores, participantes da pesquisa, utilizavam frequentemente o livro didático. Além disso, alguns recorreram a frases feitas para impor regras, enquanto outros tentaram explicar

os conceitos por meio de situações-problema. No entanto, nenhum dos professores diversificou as situações utilizadas para ensinar o conteúdo, permanecendo presos a exemplos comuns, como pizzas ou chocolates. A autora concluiu que houve momentos em que os professores usaram regras em suas explicações, enquanto em outros tentaram contextualizar os conceitos. Entretanto, foi identificado que, embora haja contextualização na explicação dos conceitos de frações, essa prática diminui quando se trata de explicar operações, momento em que as regras predominam. Como cita a autora em sua conclusão.

A dualidade entre a técnica e significado foi outro aspecto que despertou nosso interesse ao longo deste trabalho. Isso porque é comum que professores de matemática se deparem com o dilema de priorizar técnica ou significado. Entendemos por técnica questões mais operacionais, que envolvam cálculos, memorização de regras e situações com pouca reflexão, como é o caso do ensino de adição e subtração de frações com denominadores diferentes, quando o professor diz a seus alunos “divide pelo de baixo e multiplica pelo de cima”. Já o significado envolve situações em que os alunos estejam entendendo a operação matemática e em que exista um significado por trás de cada cálculo ou memorização. Nesse caso, os alunos são convidados a refletir do porque a “regrinha” pode ser usada, compreendendo que ela nada mais é do que encontrar frações equivalentes de mesmo denominador. (Carvalho, 2022, p. 143)

Coelho (2022) realizou sua pesquisa tendo como objetivo identificar e analisar as estratégias e propriedades matemáticas mobilizadas por alunos do 5º ano diante de situações-problema com números racionais envolvendo representações e cálculo mental. A autora conduziu sua pesquisa com 8 alunos do 5º ano, aplicando uma sequência didática composta por 11 aulas. O objetivo principal da pesquisadora era desenvolver o conceito de frações. Dessa forma, foi possível identificar apenas uma atividade sobre operações com frações, sendo a adição a operação abordada.

A autora propôs o jogo “Corrida das Cores”, cujo objetivo é encontrar um denominador para frações comuns com denominadores diferentes, permitindo a realização das operações de adição e subtração. Esse processo se dá por meio do posicionamento de duas barras de cores diferentes, as quais representam os denominadores das frações a serem comparadas. O intuito do jogo é igualar os comprimentos das fileiras de barras de cores diferentes, adicionando barras de cada cor conforme necessário, até que os comprimentos das duas fileiras se tornem equivalentes. Após o alinhamento, conta-se o número de peças e multiplica-se pelo valor da peça, determinando o denominador comum. O numerador é obtido ao utilizar a mesma quantidade de peças que compõem o denominador, multiplicando-as pelo valor da peça, gerando frações equivalentes com denominadores iguais. Esse jogo

segue os mesmos princípios do “Elasticimind” abordado por Thiele (2023), como podemos observar na Figura 15.

Figura 15 – Captura de tela do Jogo Corrida das Cores.



Fonte: Coelho, 2022, p. 96.

Ferreira (2023) teve como foco em sua pesquisa promover a aprendizagem dos conceitos de frações e suas operações com estudantes do sexto ano por meio da resolução de problemas. O autor conduziu uma pesquisa aplicando 8 situações-problema aos alunos, desses oito, seis focavam especificamente no conceito de frações, um no cálculo da parte de um todo e apenas um abordava o conceito de adição de frações, sendo que este último possuía denominadores iguais. A partir dessas situações-problema, o autor desenvolveu um Produto Educacional, contendo uma sequência didática composta pelas situações-problema que envolvem a aprendizagem dos conceitos e operações relacionados às frações. Neste Produto Educacional, não encontramos elementos para analisar de forma mais profunda a existência de regras prescritivas, dado que as frações apresentavam denominadores iguais. Contudo, foi possível perceber que, nas situações do cálculo da parte do todo, não foram utilizadas regras.

Podemos observar a abordagem realizada para o cálculo da parte do todo na Figura 16.

Figura 16 – Captura de tela sobre situação-problema proposta e resolução do aluno.

Dos amigos que Mariana convidou para a festa, 20 estudam na mesma classe que ela, o que corresponde a $\frac{5}{6}$ do número de convidados. Quantas pessoas Mariana convidaram para a festa?

$R = 24$



$S = 24$

$\frac{5}{6}x = 20$

$24 \cdot \frac{5}{6} = 20$

Ela convidou 24 pessoas

$\frac{5}{6} = 20$



Cada quadrado equivale a 4 pois:

$\frac{2015}{204}$

(0)

Adicionando um 4 igual a $\frac{5}{6} = 24$

Fonte: Ferreira, 2023, p. 79.

Como pode ser observado, após a apresentação da situação-problema, os alunos conseguem identificar que a questão envolve uma divisão em 6 grupos, com 4 pessoas em cada grupo, sendo que 5 desses grupos estão na sala dela, logo, a soma total de pessoas resulta em 24. A Figura 16 ilustra que o aluno resolveu o problema por meio de um desenho e, posteriormente, validou a solução matematicamente. É importante destacar que, neste contexto, nota-se que não foram aplicados procedimentos mecânicos, pois se o aluno tivesse aprendido apenas a frase “divide pelo de baixo e multiplica pelo de cima” não teria percebido que o objetivo da situação-problema era descobrir o valor total. Caso o aluno não compreenda a ideia subjacente e se limite a conceitos simplificados, poderá acabar obtendo uma dízima periódica, o que não corresponde à solução para o problema.

Lima Neto (2023) realizou uma pesquisa com o objetivo de desenvolver uma proposta metodológica para o ensino de questões específicas sobre razão e proporção que surgem em vestibulares e concursos públicos. A proposta buscava proporcionar ao aluno duas percepções diferentes sobre o mesmo problema: o método tradicional e o método proposto pelo autor, ou seja, o autor mostra a resolução proposta pelo livro, e na sequência, realiza a resolução do mesmo exercício de modo como acredita ser mais fácil para a compreensão do aluno, e então solicita para que os entrevistados observem as duas resoluções e indique qual delas julgou ser mais

fácil. No entanto, a pesquisa serve como uma retomada do conteúdo, e não como um ensino inicial, o que não está alinhado com o enfoque que buscamos analisar.

Rocha (2022) investigou a relação entre a matemática e a música, com ênfase específica na conexão entre frações e música, demonstrando que partituras são compostas por frações e operações com frações. Os participantes do estudo foram alunos do 6º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental dos Anos Finais.

Figura 17 – Captura de tela sobre o exercício utilizado com Escala Temperada.



Fonte: Rocha, 2022, p. 106.

Figura 18 – Captura de tela sobre a resposta esperada pelo autor para a questão da Figura 17.

temperada é preciso ter uma fração cujo o denominador seja 12:

$$\left(\frac{7}{3}\right) = \left(\frac{7}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{4}\right) = \left(\frac{28}{12}\right) = \left(\frac{12+12+4}{12}\right) = \left(\frac{12}{12}\right) 1^{\text{a}} (\text{oitava}) + \left(\frac{12}{12}\right) (2^{\text{a}} \text{oitava}) + \left(\frac{4}{12}\right) (D\#, 3^{\text{a}} \text{oitava})$$

ou seja, duas oitavas concluídas e a fração $\left(\frac{4}{12}\right)$ da terceira oitava tomada como $D\#$ (Ré

sustenido). Da mesma forma, caso errasse as tentativas eram oferecidas até a exatidão e prosseguimento.

Fonte: Rocha, 2022, p. 106.

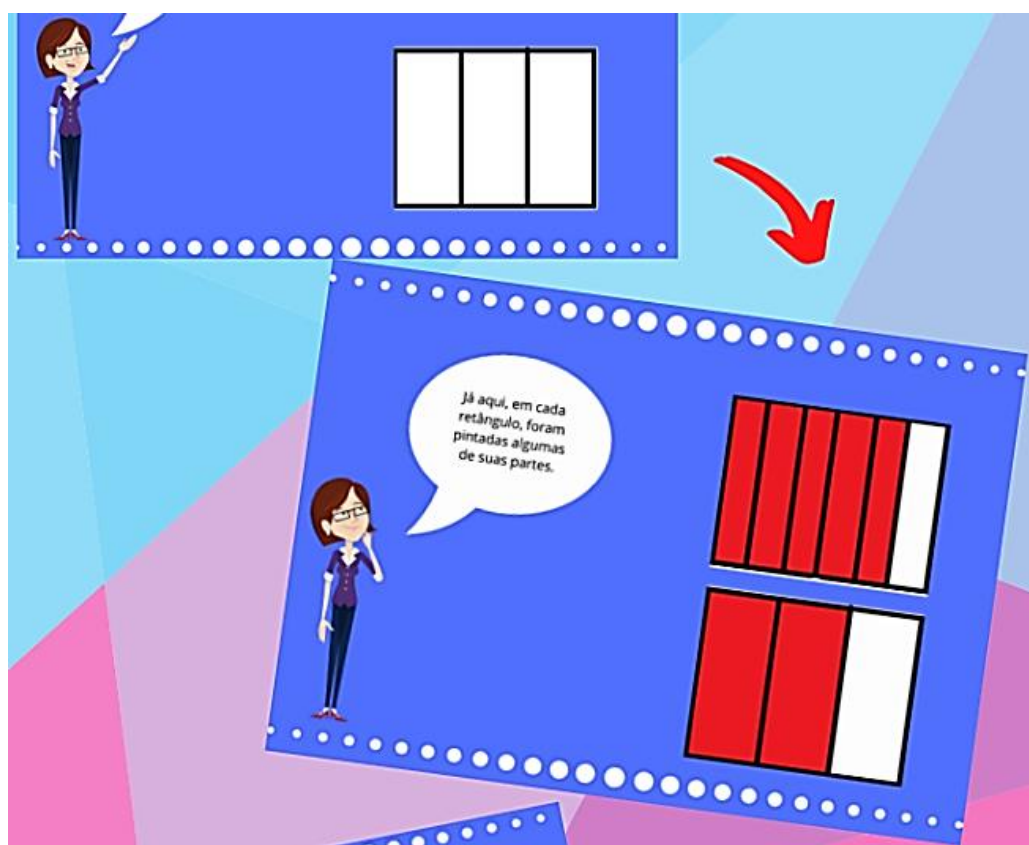
A Figura 17 traz uma situação-problema e a Figura 18 traz a resposta que o pesquisador espera, porém, não traz a forma como foi abordada a operação com os alunos. Embora a pesquisa fale sobre as operações com frações, não detalha como

essa abordagem ocorreu, o que nos impossibilita de sabermos se foram utilizadas regras prescritivas.

Em sua pesquisa, Santos (2022) conduziu um estudo em que propõe uma abordagem para o ensino de operações com frações por meio de uma sequência didática relacionada ao ensino da música. O objetivo do autor era introduzir conceitos de frações a partir da perspectiva das razões, visando complementar e aprofundar a compreensão sobre o tema. No entanto, a pesquisa não fornece informações suficientes para determinar como o professor que irá implementar essa sequência didática ensinará as operações com frações, e se este irá se valer de regras prescritivas ou não.

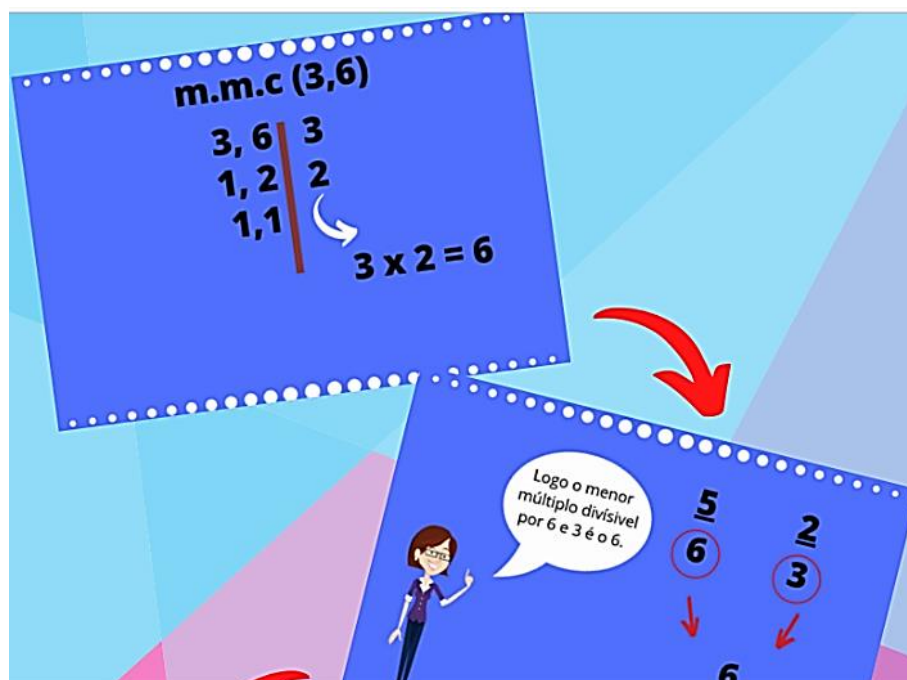
Silva (2022) conduziu uma pesquisa com o objetivo de investigar as potencialidades que uma proposta de ensino baseada no uso de histórias em quadrinhos pode oferecer em relação à aprendizagem do conteúdo de frações no sexto ano. A autora conduziu sua pesquisa com duas turmas do sexto ano, na qual propôs uma sequência didática utilizando histórias em quadrinhos para ensinar as operações de adição e subtração de frações.

Figura 19 – Captura de tela sobre a introdução da adição com denominadores diferentes.



Fonte: Silva, 2022, p.169.

Figura 20 – Captura de tela sobre a abordagem do MMC pelo método prático.



Fonte: Silva, 2022, p. 171.

Figura 21 – Captura de tela sobre a história em quadrinho envolvendo a adição de frações.



Fonte: Silva, 2022, p. 175.

Observou-se que as atividades possuem um apelo visual que pode atrair a atenção dos alunos. No entanto, a explicação da professora sobre o conceito começou com o cálculo do MMC pelo método prático, sem demonstrar o que seria o cálculo do mínimo múltiplo comum. Além disso, a autora menciona que realizar a adição de frações por meio do encontro de frações equivalentes é muito trabalhoso, optando por ensinar os alunos a dividir pelo denominador e multiplicar pelo numerador.

Acreditamos que, dessa forma, o conceito da operação não fica claramente estabelecido para o aluno.

Silva (2022) realizou uma pesquisa tendo como objetivo analisar a contribuição da Sala de Aula Invertida no ensino e aprendizagem do conceito de Frações, em uma turma do 6.º ano do Ensino Fundamental. O pesquisador gravou vídeos no YouTube e disponibilizou-os para que os alunos assistissem antes das aulas presenciais, nas quais seriam discutidas as situações-problemas propostas. Ao assistirmos esses vídeos⁷, observamos que o professor utilizou explicações sem recorrer a regras pré-definidas, elucidando os conceitos e permitindo que os alunos compreendessem as razões pelas quais as operações ocorrem da maneira como ocorrem.

Terres (2022) conduziu sua pesquisa tendo como foco investigar se a aplicação de estratégias de ensino na aprendizagem sobre frações, baseadas nos estudos a respeito da mentalidade de crescimento, e em metodologias ativas, têm potencial de promover uma evolução no desenvolvimento do pensamento matemático. A autora realizou sua pesquisa com uma turma do 5º ano do EFAI, propondo uma sequência didática para o ensino do conceito de frações e da operação de adição de frações. Esta sequência posteriormente se tornou um PE. Um dos encontros teve como objetivo proporcionar a visualização prática da soma de frações utilizando líquidos.

Primeiramente, a turma foi dividida em grupos de três estudantes. Cada grupo recebeu um cartão com uma operação de soma de frações para resolver inicialmente no papel (os detalhes sobre como os alunos resolveram essa parte, no entanto, não foram disponibilizados). Em seguida, os alunos foram incumbidos de representar a soma utilizando xícaras com líquido colorido, fazendo marcações em recipientes transparentes. Os recipientes eram todos do mesmo tamanho e deveriam ser divididos em partes iguais, estas possuíam as marcações como por exemplo $\frac{1}{2}$ em uma xícara e $\frac{1}{3}$ em outra xícara, então os discentes juntavam as duas quantidades de líquido que foram disposto em cada uma delas e o despejavam em uma terceira xícara, que

⁷ Vídeo 1: Tipos de Frações: compreendendo seus significados. Endereço eletrônico:

<https://youtu.be/f4Nr9XX-4vg?si=O5DNX-tXLOVK9nEt>

Vídeo 2: Compreendendo as frações equivalentes. Endereço eletrônico:

<https://www.youtube.com/watch?v=z0zqjLAIYIs>

Vídeo 3: Compreendendo as frações equivalentes. Endereço eletrônico:

<https://www.youtube.com/watch?v=z0zqjLAIYIs>

também tinham as marcações e, que levava o aluno a enxergar que a soma resultava em $\frac{5}{6}$.

Figura 22 – Captura de tela sobre adição de frações com xícaras demarcadas.



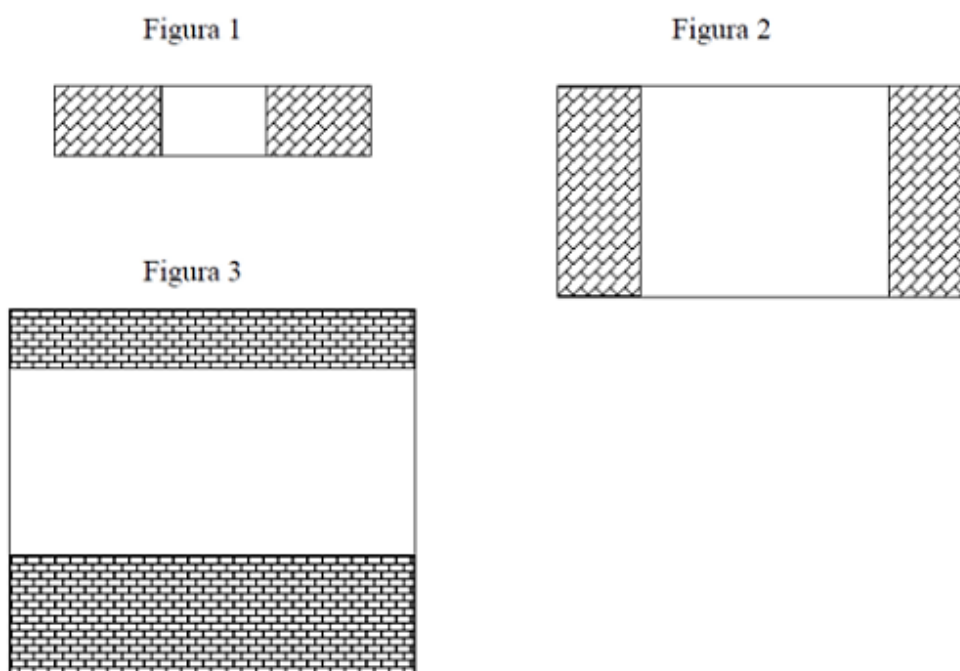
Fonte: Terres, 2022, p. 170.

Consideramos a atividade bastante interessante, pois pode possibilitar que os alunos compreendam e generalizem a operação de adição de frações sem o uso de regras pré-estabelecidas.

Vernizzi (2022) apresenta em sua pesquisa quatro sequências didáticas para o ensino das operações com números racionais na representação fracionária, com o propósito de serem discutidas com docentes que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental. A análise dessas sequências nos mostrou que elas oferecem estratégias para o ensino das operações com frações, sem o uso de regras prescritivas. Essas sequências permitem que os alunos formulem conjecturas, comprovem as ideias e estabeleçam conexões que facilitam a compreensão das operações fracionárias. Como podemos ver no exemplo de atividade proposta por Vernizzi (2022) na Figura 23, para o desenvolvimento da operação de adição de frações.

Figura 23 – Captura de tela sobre a sugestão de atividade para a operação de adição de frações

a) Represente em forma de fração a parte do inteiro pintada em cada figura?



Fonte: Vernizzi, 2022, p. 74.

Na sequência, o autor recorreu a subsídios teóricos que poderiam contribuir para o desenvolvimento do estudo, fundamentando-se na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1977) e na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2009). Nesse contexto, o estudo é afastado dos exercícios tradicionais apresentados nos livros didáticos, tendo como objetivo proporcionar aos alunos a oportunidade de aprender por meio da observação e generalização de situações variadas. Desta forma, procura evitar a dependência de situações repetitivas e ocasionais, como aquelas baseadas em pizzas e barras de chocolates.

Por fim, Weisheimer (2023) trouxe em sua pesquisa as estratégias elaboradas para a resolução de atividades investigativas relacionadas a frações por estudantes do 5º ano. A autora propôs uma sequência de situações-problema para que os alunos pudessem analisar e responder. Observou-se que poucas dessas atividades abordavam as operações com frações, elas focavam mais em conceitos. Nos poucos casos que envolviam cálculos, a abordagem era superficial, permitindo que fossem resolvidos por meio da contagem com números naturais.

Figura 24 – Captura de tela sobre a reprodução de um exercício com cálculo de uma parte.



Fonte: Weisheimer, 2023, p. 106.

Weisheimer (2023) relatou que alguns estudantes tentaram resolver as atividades utilizando operações matemáticas, porém, sem sucesso. A autora destaca que a utilização de cálculos ou operações para resolver tais atividades requer uma compreensão do significado de fração como representação de uma quantidade e o domínio da operação de divisão, habilidades que os alunos ainda não haviam desenvolvido.

Ao analisarmos as dissertações mencionadas, percebemos que ainda há professores que recorrem a frases feitas e regras para ensinar operações com frações. Isso é claramente evidenciado nas pesquisas de Aganetti (2023), Carvalho (2022) e Silva (2022). Em contrapartida, também observamos que entre as pesquisas analisadas, há trabalhos que apresentam metodologias diferenciadas, as quais podem ser aplicadas e desenvolvidas com os alunos para que estes construam uma compreensão profunda das operações com frações, permitindo-lhes generalizar essas operações por meio das atividades propostas como nas pesquisas de Terres (2022) e, especialmente, de Vernizzi (2022).

Dessa forma, conforme evidenciado no Quadro 5 observa-se que, das 13 pesquisas que abordaram operações com frações, 3 pesquisas (Silva 2022, Terres; 2022; Vernizzi, 2022) destacam explicitamente a proposição de situações de aprendizagem que não utilizam regras prescritivas. Em Ferreira (2023) e Weisheimer, (2023) verifica-se que em algumas das situações propostas, não se empregaram regras prescritivas embora não esteja claro se isso se aplica a todas as situações. Em

Carvalho (2022) observou-se que, em algumas situações, houve prescrição de regras, enquanto em outras, vão oscilando entre a abordagem sem regras e com regras. Por fim, em 8 pesquisas (Aganetti, 2023; Branquinho, 2022; Coelho, 2022; Barboza Júnior, 2022; Neto, 2023; Rocha, 2022; Santos, 2022; Silva, 2022) constatou-se o uso de regras prescritivas em todo o contexto analisado.

Além disso, pudemos observar que, nas 8 pesquisas supracitadas existem atividades que possibilitam a aprendizagem dos alunos. Contudo, essas atividades não abordavam especificamente o foco de nossa análise, que era a introdução do conceito de operações com frações, em suma, eram atividades que abordavam o conteúdo de parte-todo ou sobre o conceito e leitura das frações.

As pesquisas realizadas sobre o ensino das operações com números racionais, em sua representação fracionária, trouxeram contribuições significativas, como situações que podem ser propostas em sala de aula e plataformas digitais que podem ser utilizadas no ensino das frações. Essas contribuições evidenciam a importância de explorar a relação entre as diferentes formas e metodologias de ensino das operações. Além disso, destacamos o papel dos materiais didáticos e da tecnologia como sendo ferramentas valiosas no processo de construção desses conhecimentos.

Contudo, apesar das ideias apresentadas pelos pesquisadores nesta área, observa-se que tanto professores quanto alunos ainda enfrentam dificuldades no aprendizado do conceito de operações com frações, e isso nos deixa claro quando observamos as considerações das pesquisas analisadas em que os autores relatam que ainda observaram erros nas resoluções, mesmo após as atividades serem aplicadas. Esse fato evidencia a necessidade urgente de continuar desenvolvendo estudos que contribuam para a revisão e o aprimoramento das práticas pedagógicas em sala de aula, bem como para a reformulação dos livros didáticos direcionados ao ensino de operações de números racionais na forma fracionária.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A nossa pesquisa teve início a partir de um incômodo pessoal, originado pela constatação, em nossa prática profissional, das dificuldades que muitos discentes apresentam na realização de operações com frações. Esse desafio despertou nosso interesse em investigar mais a fundo essas questões. Durante esse processo, tivemos contato com a tese de Maia (2022), que realizou um estado da arte sobre as pesquisas existentes a respeito das operações fundamentais com números racionais em sua forma fracionária. Com base nesse referencial, optamos por dar continuidade à nossa investigação, concentrando-nos nas dissertações defendidas após o trabalho de Maia, com ênfase nas produções acadêmicas dos anos de 2022 a 2024.

Com isso, desenvolvemos nossa pergunta: Quais informações foram reveladas pelas pesquisas realizadas entre 2022 e 2024 sobre as metodologias de ensino adotadas por professores no ensino de operações com frações, considerando tanto o uso de regras prescritivas quanto abordagens alternativas?

Observamos que as pesquisas coletadas indicam que muitos docentes ainda adotam abordagens prescritivas no ensino das operações com frações, negligenciando a ideia de propor situações que possibilite ao aluno analisar, compreender e generalizar essas operações. Além disso, esse tipo de abordagem limita a oportunidade dos estudantes de entenderem a lógica subjacente a cada procedimento, comprometendo a construção de um conhecimento matemático mais profundo e significativo.

Observamos que algumas pesquisas, como as de Silva (2022), Terres (2022) e Vernizzi (2022), propuseram situações instigantes e diversificadas que favorecem a generalização das operações com frações, possibilitando, assim, a construção significativa do conhecimento pelos alunos. Contudo, em 17 das pesquisas analisadas, constatamos que os professores se restringiram ao uso exclusivo do livro didático como recurso para o ensino das operações com frações.

Além disso, o uso das tecnologias nas práticas pedagógicas foi realizado de maneira superficial em diversas dessas pesquisas, sem uma exploração plena de seu potencial. Em 2 casos (Branquinho, 2022 e Thiele, 2023) notamos que determinados recursos tecnológicos poderiam ser substituídos por materiais mais simples, como

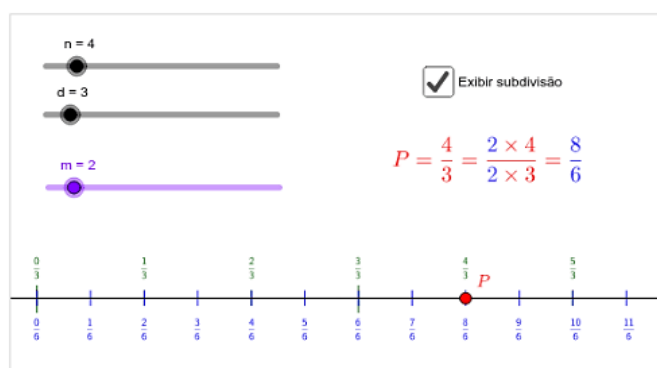
uma folha de papel quadriculado, sem aproveitar adequadamente os benefícios que a tecnologia pode oferecer ao processo de ensino-aprendizagem.

Buscamos em nossa pesquisa identificar como diferentes metodologias podem criar situações de aprendizagem que possibilitem aos alunos compreender e generalizar as operações com números racionais na forma fracionária. Acreditamos que conseguimos encontrar algumas pesquisas, como Silva (2022); Terres (2022) e Vernizzi, (2022) que apresentam inovações significativas no ensino dessas operações, oferecendo, assim, uma fonte valiosa para professores que buscam superar o ensino tradicional. Nossa intenção é que essas investigações possam servir de referência e inspiração para educadores que desejam adotar abordagens mais eficaz no processo de ensino-aprendizagem das frações.

Baseamos nossa análise em 26 pesquisas, um número relativamente pequeno, mas que se mostrou suficiente para aprofundar o debate sobre a importância de se realizar mais investigações que proponham situações de aprendizagem inovadoras. Observamos, nesse contexto, a necessidade de explorar além das abordagens tradicionais, como o uso de retângulos divididos em partes iguais, barras de chocolate e pizzas, que frequentemente são empregadas no ensino das frações. Acreditamos que essas alternativas, embora úteis, não esgotam as possibilidades pedagógicas e que novas propostas podem enriquecer a compreensão dos alunos sobre o conceito de fração.

Acreditamos também, que a inserção de tecnologias no ensino das operações com frações representa um ganho significativo na aquisição de conhecimento por parte dos alunos. Um exemplo disso é o uso do GeoGebra, conforme ilustrado na Figura 25, uma aplicação de Bortolossi (2016), que apresenta frações equivalentes em uma reta numérica.

Figura 25 – Aplicação de Frações iguais e a reta numérica



Fonte: Bortolossi, 2016.

Reconhecemos a relevância dos trabalhos utilizados em nossos estudos preliminares, que foram fundamentais para o aprofundamento de nossa pesquisa. Esses estudos abordaram aspectos essenciais para a compreensão do ensino de frações, como no caso de Silva (1997, 2005) e de Moreira e David (2004), que investigaram o papel do professor e destacaram a importância da formação continuada. Esses autores enfatizam que é imprescindível que os docentes possuam um conhecimento profundo sobre o objeto matemático que pretendem ensinar, de modo a garantir uma compreensão clara e eficaz por parte dos discentes.

Merlini (2005) e Martinho (2020), ao trabalharem com alunos, demonstraram que a aprendizagem pode ser significativamente mais eficaz quando o professor propõe atividades diversificadas, incorporando elementos atrativos, como os materiais manipuláveis utilizados por Martinho (2020). Os autores destacam que, ao adotar essa abordagem, não se faz necessário recorrer à repetição mecânica de regras para a resolução de problemas, permitindo que os alunos desenvolvam uma compreensão mais profunda e contextualizada dos conceitos envolvidos.

Da mesma forma, Menoti (2014) e Barbosa (2021) oferecem contribuições relevantes ao demonstrar que o uso de uma sequência didática cuidadosamente elaborada, com propósitos claros, pode tornar as aulas mais produtivas, ressaltando a importância de se estabelecer objetivos bem definidos. Além disso, Barbosa (2021), ao abordar o uso de recursos digitais, evidencia que esses instrumentos têm o potencial de aumentar o engajamento dos alunos nas atividades, promovendo uma aprendizagem mais dinâmica e interativa.

Druck (2006) sintetiza as concepções do conceito de frações ao afirmar que, quando o aluno não compreende plenamente tais conceitos, sua aprendizagem em áreas como álgebra e geometria, inevitavelmente é prejudicada. A autora argumenta que a simples repetição de exercícios não resolve essa lacuna, sendo necessário o uso de situações diversificadas que possibilitem ao aluno aprender de maneiras distintas.

Essas ideias são corroboradas por Maia (2022), que apresenta uma análise abrangente de como os números racionais têm sido trabalhados ao longo dos anos. A pesquisadora destaca que, quando o conteúdo é abordado de forma contextualizada, por meio de situações-problema, os resultados de aprendizagem tendem a ser mais satisfatórios, favorecendo uma compreensão mais profunda e significativa dos conceitos matemáticos.

É fundamental que essas investigações se concentrem em propor soluções concretas para os problemas de aprendizagem identificados, ou seja, que se dediquem a divulgar e/ou criar novas propostas de ensino, baseadas em metodologias diversificadas que auxiliem o professor no desenvolvimento do conceito de operações com números racionais na forma fracionária. Essas abordagens devem capacitar o aluno a se tornar protagonista de seu próprio processo de aprendizagem, promovendo uma maior autonomia e compreensão crítica dos conteúdos.

Além disso, por meio de nossas leituras, acreditamos que o conceito de partetodo foi mais abordado nas pesquisas analisadas, contudo, se faz necessário, que sejam realizadas pesquisas adicionais para identificar quais são os conceitos de frações que foram abordados.

Percebemos também que ocorreram mais abordagens sobre as operações de adição e subtração do que às operações de multiplicação e divisão de frações. Esse panorama sugere a necessidade de mais estudos que abordem especificamente essas operações, contribuindo para uma compreensão mais ampla e aprofundada.

Por essas razões, acreditamos que teria sido enriquecedor para a nossa pesquisa dar continuidade às ideias de Vernizzi (2022) e explorar as situações didáticas que ele propõe. No entanto, devido à limitação de tempo, não foi possível aprofundar essa abordagem em nosso estudo.

Dessa forma, acreditamos que seja de extrema importância o desenvolvimento de novas pesquisas nesta área, que possam ser aplicadas de forma prática em sala de aula, alcançando um número significativo de alunos e professores. Essas pesquisas devem ter como objetivo tornar as operações com frações mais acessíveis, proporcionando-lhes sentido e significado, de modo que deixem de ser vistas como um obstáculo no processo de aprendizagem matemática. Ao contrário, elas devem ser compreendidas como elementos fundamentais e integrados ao desenvolvimento do raciocínio matemático.

Acreditamos que as pesquisas no campo da Educação Matemática desempenham um papel crucial no aprimoramento do processo de ensino-aprendizagem, pois não se limitam a uma visão restrita dos conceitos. Pelo contrário, elas promovem uma abordagem ampla, permitindo a integração de diversas ideias e perspectivas, sempre com o objetivo de promover o avanço cognitivo e pedagógico dos discentes.

Por fim, esperamos que este trabalho, assim como aqueles que nos inspiraram, sirva como fonte de motivação e ponto de partida para outros pesquisadores, contribuindo para o contínuo desenvolvimento da área. Ao realizarmos esta pesquisa, pudemos perceber que nosso incômodo pessoal foi sanado, ao constataremos a existência de diversas metodologias capazes de ensinar frações por meio de situações que permitem aos alunos compreender as operações com frações de modo significativo.

REFERÊNCIAS

AGANETTI, G. F. R. L. **Ensino de Frações e Números Decimais: desafios de professores do 6º ano do ensino fundamental da rede estadual de Minas Gerais**. 2023. 94f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Anhanguera, Campo Grande, 2023.

BARBOSA, J. M. L. **Análise de uma proposta de atividades com recursos digitais para o estudo de operações com frações**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT). Recife: Universidade Federal Rural de Pernambuco. 2021. 134f.

BATISTA, M. L. **A unidade afeto-cognição em situações de ensino que envolvam música e matemática para a apropriação do conceito de fração**. 96 f. Dissertação (MESTRADO em Formação Científica Educacional e Tecnológica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2022.

BRANQUINHO, L. R. **Divisão por frações: Compreensão Profunda da Matemática Fundamental de futuros professores de matemática**. 2023. 93f. Dissertação (Mestrado em Ensino em Educação Básica) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2023.

BRASIL. Ministério de Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Resolução CNE/CP nº 2, de 22 de dezembro, 2017.

BRASIL. Ministério de Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BORTOLOSSI, H. J. **Frações iguais e a reta numérica**. 2016. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/Pr3s9vak>. Acesso em: 11 jan. 2025.

CARPENTER, T.; **Teaching and Learning Rational Numbers, Wisconsin Center for Education Research**. School of Education, University of Wisconsin – Madison, 1994.

CARVALHO, I. R. C. **O USO DA LINGUAGEM PARA ENSINAR FRAÇÃO NA TRANSIÇÃO DO QUINTO PARA O SEXTO ANO DO ENSINO**. 2022. 151p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2022.

CAVALCANTE, R. S. P. **A Etnomatemática na culinária familiar: (re)significando o conceito de fração a partir dos saberes populares em uma turma do ensino**

fundamental. 2023. 78p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2023.

COELHO, A. E. M. **Estratégias de Cálculo com Números Racionais:** um estudo envolvendo manipulação de materiais, oralidade e cálculo mental com alunos do 5º ano do ensino fundamental de uma escola pública. 2022. 120f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Anhanguera, Campo Grande, 2022.

CORREIA, E. M. O. **Números fracionários no livro didático do 5º ano do Ensino Fundamental: Um estudo praxeológico.** 2022. 126f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2022.

COSTA, A. M. **Frações contínuas: Abordagem histórica, aplicações e proposta didática no Ensino Básico.** 2023. 76f. Dissertação (Mestrado Profissional Em Matemática-PROFMAT) – Universidade Federal De Campina Grande, Campina Grande, 2023.

COSTA, M. A. **As Ideias Fundamentais da Matemática e outros ensaios.** São Paulo: Editora Grijalbo, 1971. 330 p.

DRUCK, I. F. **FRAÇÕES: uma análise de dificuldades conceituais.** São Paulo: IME-USP. 2006.

FERREIRA, J. O. S. **Aprendizagem de Frações e suas Operações por Meio da Resolução de Problemas:** uma experiência com estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública federal do Maranhão. 2022. 125f. Dissertação (Mestrado em Gestão de Ensino da Educação Básica) – Universidade Federal Do Maranhão, São Luís, 2023.

FIORENTINI, D.; **Alguns modos de ver e conceber o ensino de Matemática no Brasil.** Zetetiké, Unicamp, Campinas, Ano 3, número 4, 1995, p. 01-37.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica.** Fortaleza: UEC, 2002.

FREITAS, J. L. M. **Sobre comportamento assintótico de equações diferenciais funcionais.** 1983. 130 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1983.

GERHARDT, T. E. SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa** Porto Alegre, RS: Editora UFRGS. 2009.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. Atlas: São Paulo, 2002.

GOMES, M. L. M. **História do ensino da Matemática: uma introdução**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2012.

GOV. **Ideb: Brasil avança nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2024. Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br/assuntos/noticias/2024/agosto/ideb-brasil-avanca-nos-anos-iniciais-do-ensino-fundamental>. Acesso em: 22 ago. 2024

JANDREY, D. F. **A Matemática do Ensino de Frações na Coleção “Matemática, Metodologia e Complementos” de Ruy Madsen Barbosa (1966)**. 2022. 155f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2022.

LIMA NETO, J. F. **Razão e proporção: suas diversas alternativas nas resoluções de problemas**. 2023. 112f. Dissertação (Mestrado Profissional Em Matemática-PROFMAT) – Universidade Federal Da Paraíba, João Pessoa, 2023.

KIEREN, T. E. On the mathematical, cognitive, and instructional foundations os rational numbers. In: R. Lesh. (Ed.). **Number and measurement: papers from a research workshop**. Columbus, Ohio: ERIC/SMEAC, 1976. p. 101-144.

MAIA, D. **Estado da Arte de Pesquisas sobre o Ensino e a Aprendizagem dos Números Racionais no Brasil (1997 – 2021): um olhar sobre materiais e tecnologias**. Tese de doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2022.

MARSHALL, S. P.; **Assessment of Rational Number Understanding: A Schema-Based Approach**, em **Rational Number: Na Integration of Research**, Lawrence Erlbaum Associates Publiher, Hillsdale, New Jersey, 1993.

MARTINHO, G. A. **O ensino de equivalência de frações para compreensão das operações de adição e subtração**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação e Docência). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2020.

MARTINS, M. A. S. **Scape Book de Frações: Possibilidades e desafios do seu uso em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental**. 2022. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2022.

MEIER, W. M. B. **Obstáculos didáticos na Educação Matemática: O conceito de Números Racionais no 6º ano do Ensino Fundamental**. 2012. 114p. Dissertação (Mestrado) – Educação Matemática, UEOP, Cascavel. 2012.

MENOTTI, R. M. **Frações e suas operações: Resolução de Problemas em uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem**. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática-PROFMAT. Londrina: Universidade Estadual de Londrina. 2014.

MERLINI, V. L. **O Conceito de Fração em seus Diferentes Significados: Um Estudo Diagnóstico com Alunos de 5a e 6a Séries do Ensino Fundamental em Educação Matemática**. 2005. 238p. Dissertação (Mestrado) – Educação Matemática, PUC, São Paulo. 2005.

MIGUEL, J. C. **Sobre o Ensino de Números Racionais em sua Representação Fracionária: uma Proposta de Tratamento Metodológico**. Formação Docente: perspectivas teóricas e práticas pedagógicas. Marília: Oficina Universitária; São Paulo: Cultura Acadêmica, 2015. p. 97- 116.

MORAIS, R. S.; BERTINI, L. F; VALENTE, W. R. **A matemática do ensino de frações: do século XIX à BNCC**. São Paulo: Livraria da Física, 2021.

MOREIRA, P. C; DAVID, M. M. M. S. **Números Racionais: conhecimentos da formação inicial e prática docente na escola básica**. Bolema, Rio Claro, v. 21, p. 1-19, 2004.

NUCCI, A. P. E. S. **Correlações entre o desempenho escolar e as atitudes em relação às frações de alunos do 9.º ano do Ensino Fundamental**. 2024. 170 f. Dissertação (Mestrado em Educação para Ciência) – Universidade Estadual Paulista, Bauru, SP, 2024.

NUNES, T.; **O desenvolvimento de Conceitos Matemáticos**. Curso ministrado na PUC/SP, São Paulo, 1993.

PEDROZO, C. A. R. **INVESTIGANDO O ENSINO DE FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL**. 2023. 94f. Dissertação (Mestrado Profissional Em Matemática-PROFMAT) – Universidade Estadual De Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2023.

PEREIRA, D. M. **Gêneros de texto em livro didático de matemática: Um olhar sistêmico-funcional para a linguagem no estudo das frações no ensino fundamental**. 2022. 376f. Dissertação (Mestrado em Letras) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2022.

ROCHA, E. R. **DIFERENTES SONS E TONS EM AULAS DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO SOBRE FRAÇÕES**. 2022. 202f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal De São Carlos, São Carlos, 2022.

ROSA, R. **Piaget e a Matemática**. Simpósio Nacional de Ensino e Tecnologia. Pg. 801-807.

ROQUE, T. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SALES, F. A. L.; AGUIAR, R. F.; OLIVEIRA, J. N. Desempenho na aprendizagem de fração segundo a prova Brasil: Um estudo do descritor 24 do 5º ano de Matemática entre 2013 e 2019. In: **HISTEMAT – Revista de História da Educação Matemática**. São Paulo. SBHMat, v. 7, p. 1-19, 2021.

SANTOS, E. Q. **A Matemática da Música**: uma abordagem para o ensino de frações através da teoria musical. 2022. 94f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2022.

SANTOS, R. **Uma Caracterização do Saber Profissional do Professor que Ensinava Aritmética a Partir de Exemplos da Revista de Ensino (1902-1930)**. 2022. 121f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal De Sergipe, São Cristóvão, 2022.

SILVA, A. C. **Uso das Histórias em Quadrinho no Ensino de Frações no Sexto Ano do Ensino Fundamental**. 2022. 364f. Dissertação (Mestrado profissional em Educação Matemática) – Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2022.

SILVA, C. M. S. **Processos Educativos no Ensino De Frações**: a contribuição do jogo digital fraciomia a partir da percepção dos acadêmicos do curso de licenciatura em matemática do Instituto Federal Catarinense (IFC) – *CAMPUS CAMBORIÚ/SC*. 2022. 183f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto Federal Catarinense, Camboriú, 2022.

SILVA, D. R. **Os Parâmetros Curriculares Nacionais e os Debates sobre o Ensino de Frações**. 2022. 79f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal De São Paulo, São Paulo, 2022.

SILVA, M. J. F. **Sobre a Introdução do Conceito Fracionário**. Dissertação (Mestrado) - Educação Matemática, PUC, São Paulo, 1997.

SILVA, M. J. F. **Investigando Saberes de Professores do Ensino Fundamental com Enfoque em Números Fracionários para a Quinta Série**. 2005. 302 p. Tese (Doutorado) - Educação Matemática, PUC, São Paulo, 2005.

SILVA, M. J. F.; ALMOULOUD, S. A. As operações com números racionais e seus significados a partir da concepção parte-todo. In: **BOLEMA – Boletim de Educação Matemática**. Unesp. Rio Claro, v. 21, n. 31, p. 55-78, 2008.

SILVA, R. P. **Contribuições da Sala de Aula Invertida para o estudo de frações.** 2022. 147f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual Da Paraíba, Campina Grande, 2022.

SOUZA, L. S. S. **Fracionamento de Bagaço de Cana-De-Açúcar Combinando Tratamentos com Solvente Eutético Profundo e Ácido Diluído.** 2023. 71f. Dissertação (Mestrado em Química, área de concentração Química Analítica) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2023.

SOUZA, A, S; OLIVEIRA G. S; ALVES, L. H. A Pesquisa Bibliográfica: princípios e fundamentos. **Cadernos da Fucamp**, v.20, n.43, p.64-83/2021

TAKETOMI, D, F, Q. **Uma introdução a equações diofantinas e aproximações de números reais.** 2023, 74p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2023.

TERRES, J. G. P. **Mentalidade Matemática de Crescimento e Aprendizagem sobre Frações:** estratégias de ensino nos anos iniciais do ensino fundamental. 2022. 228f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática.) – Universidade De Caxias Do Sul, Caxias do Sul, 2022.

THIELE, L. **Aprendizagem de frações no 6º ano do Ensino Fundamental na perspectiva de medição:** um enfoque Fenomenológico. 2023. 207 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2023.

VERNIZZI, M. A. Z. **O Ensino de Operações com Números Racionais em sua Representação Fracionária:** formação continuada de professores. 2022. 87f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2022.

WALLE, J. V. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula.** Tradução Paulo Henrique Colonese.6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

WEISHEIMER, F. F. X. **Estudos de Aula e Estratégias de Resolução de Problemas sobre Frações de Estudantes do 5º ano do ensino fundamental.** 2023. 129f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática.) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2023.

ZANELLA, L. C. H. **Metodologia de pesquisa.** 2. ed. Florianópolis: UFSC, 2011.

ANEXO A – RESUMOS DOS TRABALHOS CONSIDERADOS NESTA DISSERTAÇÃO

Neste anexo constam todos os resumos que foram utilizados em nossa pesquisa, sendo disponibilizados para consulta e para fornecer uma melhor compreensão e aprofundamento por parte dos leitores.

RESUMOS:

AGANETTI, G. F. R. L. **ENSINO DE FRAÇÕES E NÚMEROS DECIMAIS: DESAFIOS DE PROFESSORES DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DA REDE ESTADUAL DE MINAS GERAIS**. 2023. 94f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – UNIVERSIDADE ANHANGUERA, Campo Grande, 2023.

O presente estudo tem o objetivo de investigar as estratégias dos professores de matemática do 6º ano do ensino fundamental em uma escola pública do município de Contagem/MG ao ensinar o conteúdo de frações. O estudo sobre os números racionais, nas representações fracionária e decimal, torna-se importante por ser considerado um conteúdo difícil de ser compreendido pelos alunos do ensino fundamental. A pesquisa tem como aporte teórico a Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau que traz a discussão de formas de apresentação de um conteúdo matemático com a intencionalidade do professor de possibilitar ao aluno o aprendizado por meio de situações-problema. A TSD tem por objetivo o estudo das relações entre professor, aluno e o saber matemático, sendo que o aluno pode tornar-se protagonista na construção do conhecimento. Cada conteúdo matemático abordado está ligado a uma situação de interação entre duas ou mais pessoas em um meio. Para o estudo desse problema foi realizada uma pesquisa do tipo qualitativa, que permitiu uma visão da realidade sob várias perspectivas e na qual foram utilizados elementos da pesquisa etnográfica e participante e uma entrevista semiestruturada, como forma de compreender melhor a abordagem desse conteúdo naquele ambiente escolar. Os diálogos e dados constituídos durante a pesquisa foram analisados com base na Análise do Discurso e contextualizados com os trabalhos selecionados no levantamento bibliográfico. O presente estudo vai ao encontro das pesquisas já existentes e confirma a dificuldade em ensinar o conteúdo de frações para os alunos do 6º ano do ensino fundamental, de acordo com os dados construídos neste estudo. Há um grande desafio para o professor ensinar um novo conteúdo, como de frações, por já existir uma ideia da matemática ser uma disciplina difícil, e alguns conceitos aprendidos anteriormente tornam-se obstáculos para novos conteúdos. As considerações das observações realizadas em sala de aula, como as estratégias do professor ao ensinar o conteúdo e estimular o aluno a ser um sujeito ativo no processo

de aprendizagem indicam possibilidades do presente estudo contribuir com subsídios importantes para o trabalho dos professores e também para novos estudos sobre o tema pesquisado.

Palavras-chave: teoria das situações didáticas; educação básica; números decimais; formação continuada de professores.

BARBOZA JUNIOR, J. R. **Plataforma Digital Acessível para o Ensino de Frações**. 2022. 83 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Inclusiva [PROFEI]) – Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2022.

Esta dissertação foi desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Educação Inclusiva – PROFEI da Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia, inserido na linha de pesquisa Inovação Tecnologia e Tecnologia Assistiva. O objetivo foi investigar a realidade dos recursos de acessibilidade digital presentes em plataformas/objetos educacionais na Web, e desenvolver um protótipo de objeto de aprendizagem de ensino do conteúdo de fração. Componente do currículo da disciplina de Matemática, acessível tanto do ponto de vista sensorial quanto pedagógico, que permita ao aluno com deficiência o acesso a esse conteúdo independente da sua condição e que o professor da sala de aula regular e do Atendimento Educacional Especializado possa utilizá-lo como ferramenta de ensino deste conteúdo, tendo como parâmetro para a produção deste produto educacional as diretrizes internacionais de acessibilidade na Web propostos pela Diretrizes de Acessibilidade para Conteúdo Web (Web Content Accessibility Guidelines). Ao longo da pesquisa se verificou a ausência de objetos e plataformas digitais educacionais acessíveis, como também o grande desafio em desenvolver mecanismos digitais que possam promover a equidade e atender as demandas de acessibilidade, tanto quantitativa quanto qualitativa desse alunado, seus avanços pedagógicos e a aprendizagem dos conteúdos desenvolvidos na sala de aula do ensino comum e na sala de Atendimento Educacional Especializado. Após análise das diretrizes de acessibilidade na Web e de inúmeras ferramentas de acessibilidade digital, foi possível desenvolver um pacote de ferramentas de acessibilidade que permite que a pessoa com deficiência possa acessar o conteúdo proposto no protótipo com autonomia, tanto sensorial quanto pedagógica. Espera-se que os professores possam ter nesse produto um material didático norteador na produção de atividades acessíveis.

Palavras-chave: Plataforma Digital. Acessibilidade Digital. Educação Inclusiva.

BATISTA, M. L. **A unidade afeto-cognição em situações de ensino que envolvam música e matemática para a apropriação do conceito de fração**. 96 f. Dissertação

(MESTRADO em Formação Científica Educacional e Tecnológica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2022.

Este estudo teve como objetivo investigar a motivação dos estudantes na unidade afeto-cognição em situações de ensino que envolvam elementos da música para a apropriação do conceito de fração. Para alcançar o objetivo, buscou-se responder a seguinte pergunta: De que modo a motivação dos estudantes na unidade afetocognição pode se materializar por meio de situações de ensino que envolvem elementos de música para a apropriação do conceito de fração? A fundamentação teórica adotada para embasar a pesquisa, a organização das ações e a captação e análise dos dados fundamentou-se na Teoria Histórico Cultural, na Teoria da Atividade e na Atividade Orientadora de Ensino. Para captação dos dados na pesquisa, adotouse os seguintes instrumentos: diário de bordo, registro escrito e de áudio e roda de conversa. Foram realizados quatro encontros, em uma turma de quinto ano de uma escola do ensino fundamental, com momento de observação e intervenção por meio do desenvolvimento de uma História Virtual intitulada “Théo no mundo da música”. Os resultados e análise de dados foram descritos por meio dos chamados isolados, apresentados mediante episódios e cenas representando o movimento do fenômeno estudado. A análise aponta para a relação da motivação em situações de ensino que envolvam música e matemática para a apropriação do conceito de fração, enquanto possibilidade para o ensino, desvelando indícios do desenvolvimento conceitual de fração numa relação dialética presente na unidade afeto-cognição.

Palavras-chave: Atividade Orientadora de ensino; Educação Matemática; Música; Psicologia; Afeto; Cognição.

BRANQUINHO, L. R. **Divisão por frações:** Compreensão Profunda da Matemática Fundamental de futuros professores de matemática. 2022. 93f. Dissertação (Mestrado em Ensino em Educação Básica) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2022.

O ensino de frações é um tema bastante complexo na Educação Básica, situa-se numa fase de transição entre os anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, nos quais a rotina e contexto escolar são diferentes. À medida em que o ensino de frações avança demanda bases sólidas para se desenvolver. A chegada da divisão por frações, uma operação que engloba os números fracionários e a divisão, muitas vezes, se torna um grande desafio não apenas para alunos, mas também para os professores. Esta pesquisa dá sequência a uma investigação sobre o ensino de frações que consistiu na análise de seis coleções de livros didáticos aprovados pelo PNLD 2019-2022 para o quarto e o quinto anos do Ensino Fundamental, acerca do conceito por frações. Como principal referencial teórico utiliza-se uma pesquisa de Liping Ma na qual ela desenvolve o conceito de Compreensão Profunda da Matemática Fundamental (CPMF). Com foco no conhecimento do professor sobre o

ensino da divisão por frações busca-se propiciar desafios (contribuir para) o conhecimento sobre divisão por frações a partir de uma investigação do que os futuros professores de matemática compreendem, possibilitando que eles conheçam um outro papel docente, o de um professor que tem um conhecimento profundo sobre o tema. Por se tratar de um Mestrado Profissional, um dos requisitos para titulação é a produção de um Produto Educacional (PE), neste caso, um curso destinado a (futuros) professores que ensinam matemática. Um protótipo desse PE foi realizado em uma turma da Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ) que forneceu apontamentos relevantes contribuindo para que se tornasse um curso de extensão. No contexto e condições (ensino remoto e período de pandemia) de realização dos encontros não foram encontrados indício claro de CPMF no grupo de cursistas.

Palavra-chave: Educação Matemática, Divisão por Frações, Conhecimento do professor, Liping Ma.

CARVALHO, I. R. C. **O USO DA LINGUAGEM PARA ENSINAR FRAÇÃO NA TRANSIÇÃO DO QUINTO PARA O SEXTO ANO DO ENSINO.** 2022. 151p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2022.

Nesta pesquisa, buscamos compreender como professores da transição do quinto para o sexto ano utilizam a linguagem e os simbolismos próprios da matemática e uma linguagem mais próxima ao cotidiano dos alunos durante o ensino de frações. Utilizamos como principal referencial teórico as ideias de Machado (2011) sobre Matemática e Língua Materna quando o autor discute as características de dualidade e de impregnação entre elas. Além disso, recorreremos também aos conceitos de Santos (2015) sobre o ensino de matemática no Ensino Fundamental, de Gómez-Granell (2003) sobre a aquisição da linguagem matemática e de Milani (2017) sobre o diálogo em educação matemática. A metodologia de pesquisa deste trabalho é do tipo qualitativa e teve como instrumentos de produção de dados entrevistas com três professores do quinto ano e três do sexto ano de três escolas diferentes, além da observação de algumas aulas sobre frações desses docentes. Como este trabalho aborda um conteúdo específico da matemática, as frações, realizamos também um estudo teórico sobre as principais ideias de frações que são trabalhadas durante o Ensino Fundamental e sobre qual é a indicação de conteúdo da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o quinto e o sexto ano. Após a produção de dados, optamos por escrever episódios sobre as situações mais relevantes relacionada aos objetivos desta pesquisa. Apresentamos cada um desses momentos através da descrição do que aconteceu nas aulas e depois elaboramos uma breve análise a partir do nosso referencial teórico. Ao longo dos episódios pudemos perceber como o uso de desenhos e de materiais concretos pode contribuir com a impregnação mútua entre

Língua Materna e Matemática. Também pudemo observar situações em que existiu a dualidade entre técnica e significado, além dos elementos de um efetivo diálogo. Obervamos as diferenças entre o ensino de frações nos dois ano escolares aqui estudados, como a formação do docente, suas experiências e o uso da Língua Materna podem influenciar nesse aspecto da educação.

Palavra-chave: Linguagem. Matemática. Frações. Transição escolar. Ensino Fundamental.

CAVALCANTE, R. S. P. **A Etnomatemática na culinária familiar: (re)significando o conceito de fração a partir dos saberes populares em uma turma do ensino fundamental.** 2023. 78 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2023.

Esta pesquisa foi realizada com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma instituição educacional localizada no município de Itatiaia / RJ. Ela propõe estudar a interação entre a matemática e a cultura, tendo a Etnomatemática como aporte teórico. Para tanto, teve como base os pensamentos de D'Ambrosio (2015) em buscar evidências do saber do estudante e sua família quanto à culinária praticada, que lhe é própria, e relacioná-lo ao saber escolar trabalhado em sala de aula. Tem como objetivo elaborar e analisar a aplicação de uma sequência didática na busca pelo (re)significado do conceito de fração, apresentada como produto final, com o propósito de auxiliar professores de matemática e de outras áreas a valorizarem as etnomatemáticas presentes nas práticas culinárias familiares de seus alunos e, reforçarem a preservação das identidades culturais desses atores. Trata-se de uma pesquisa aplicada, de abordagem qualitativa e inspiração etnográfica. Utiliza como instrumentos de obtenção de dados a observação participante, entrevistas semiestruturadas e análise documental, tendo como análise a investigação por triangulação de dados. Através desse trabalho, percebe-se que as atividades realizadas pelos alunos sinalizam a possibilidade de se continuar investigando o paralelismo entre a aplicabilidade dos conceitos matemáticos acadêmicos e a aplicabilidade dos mesmos conceitos utilizados no ambiente familiar.

Palavras-chave: Etnomatemática; Culinária Familiar; Prática Cultural; Frações.

COELHO, A. E. M. **ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO COM NÚMEROS RACIONAIS: UM ESTUDO ENVOLVENDO MANIPULAÇÃO DE MATERIAIS, ORALIDADE E CÁLCULO MENTAL COM ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DE UMA ESCOLA PÚBLICA.** 2022. 120f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Anhanguera, Campo Grande, 2022.

Este estudo visa identificar e analisar estratégias Matemáticas, mobilizadas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Municipal de Campo Grande - MS,

diante de situações-problema com números racionais envolvendo representações e cálculo mental. A opção pelos números racionais positivos se deu pelo fato de serem apresentados aos alunos no 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, série que a pesquisadora atua como professora, e fazerem parte do bloco de conteúdos matemáticos em que os alunos da Educação Básica apresentam maior dificuldade em compreender e aplicar o que foi trabalhado na sala de aula em seu cotidiano. Para o embasamento teórico desta pesquisa foi escolhida a Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau, de modo a considerar a devolução e as situações adidáticas, tanto para a elaboração das atividades quanto para análise das produções dos alunos diante delas. Para o desenvolvimento experimental da pesquisa utilizou-se a metodologia da Engenharia Didática descrita por Artigue, que se caracteriza por realizações didáticas em sala de aula. Esse procedimento metodológico constituído de quatro fases contou com um estudo epistemológico acerca dos números racionais e do cálculo mental que embasou a elaboração da sequência didática aplicada em 11 sessões on-line com duração de uma hora e meia, com um grupo de 8 alunos. As sessões de ensino foram analisadas de acordo com o quadro de estratégias de cálculo mental com números racionais de Carvalho e Ponte (2013 adaptado de Caney e Watson, 2003), onde foi identificado o uso recorrente de estratégias de imagens mentais, principalmente pictóricas, baseado no material concreto frações circulares, em fatos numéricos, regras memorizadas e relações numéricas entre parte-todo, parte-parte e equivalências. A abordagem dos números racionais a partir da TSD e do cálculo mental, sendo essencial para a construção e compreensão do conteúdo, e para discussões coletivas, tornando a aula dinâmica e interessante. Quanto ao uso dos materiais concretos, eles foram fundamentais para a compreensão das noções básicas das frações, servindo de base para o desenvolvimento de novas estratégias, cada vez mais eficientes.

Palavras-chave: Cálculo mental. Estratégias. Frações. Material concreto. Anos iniciais do Ensino Fundamental.

CORREIA, E. M. O. Números fracionários no livro didático do 5º ano do Ensino Fundamental: Um estudo praxeológico. 2022. 126f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2022.

A presente pesquisa relata um estudo bibliográfico envolvendo livros didáticos. A pesquisa envolveu a análise de livros didáticos de matemática do 5º Ano, utilizados em uma escola municipal da cidade de Franco da Rocha. A pesquisa justifica-se à partir das dificuldades apresentadas por professores e alunos em relação ao ensino e aprendizagem dos números fracionários. Os procedimentos metodológicos adotados foram a exploração dos Documentos Oficiais escolhidos, tendo o processo de análise fundamentado sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático (TAD) e apoiado nas concepções de números fracionários propostos por Kieren, com enfoque na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Nesse contexto, o objetivo da pesquisa foi

analisar as praxeologias das atividades sobre números fracionários propostas nos livros didáticos de matemática, verificando se essas praxeologias têm potencial para preparar o aluno para a construção do conceito de números fracionários. O principal resultado obtido com a pesquisa foi a constatação de que os livros didáticos preparam os alunos, para a compreensão das concepções de números fracionários, embora essas concepções serem identificadas conforme a técnica de resolução de cada tarefa, que apresentam praxeologias com situações implícitas e explícitas nas quais, mesmo que essa tarefa esteja contida no enunciado, os estudantes devem fazer essas interpretações. Os subtítulos dos capítulos sobre os conteúdos de números fracionários e as atividades apresentadas, exemplificando como proceder na resolução das tarefas, não favorecendo os alunos a fazerem descobertas e explorarem sozinhos as técnicas de resolução, devendo o professor ampliar essas discussões e apresentar atividades diferenciadas como os próprios livros recomendam em suas orientações. As concepções de números fracionários identificadas nas atividades têm abordado com predominância a concepção parte-todo em relação a outras concepções, com ênfase nas repetições de procedimentos para tentar alcançar a aprendizagem dos alunos.

Palavras-chave: Frações, Livros Didáticos, BNCC, Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

COSTA, A. M. **Frações contínuas: Abordagem histórica, aplicações e proposta didática no Ensino Básico.** 2023. 76f. Dissertação (Mestrado Profissional Em Matemática-PROFMAT) – Universidade Federal De Campina Grande, Campina Grande, 2023.

As frações contínuas são utilizadas para representação de números reais, admitindo representação finita para números racionais e infinita para irracionais. Além disso, as frações contínuas estão intimamente associadas a conceitos de melhores aproximações racionais de números reais. O objetivo desta dissertação é a apresentação de um apanhado histórico do tema, de suas principais definições e resultados, e a elaboração de uma proposta didática para Educação Básica. Nesse contexto, serão expostos os aspectos históricos que originaram as frações contínuas, desde seu uso e desabrochar teórico, passando pelas principais contribuições feitas, a exemplo de Euler e Lagrange no século XVIII, encerrando com os campos do conhecimento nos quais o tema é abordado atualmente. Serão expostas também definições e resultados sobre frações contínuas envolvendo noções de melhor aproximação racional de um número real, exibindo o fato de todas as melhores aproximações de um irracional derivarem da noção de convergente, sendo ainda possível majorar o erro cometido na aproximação. Adicionalmente, são apresentadas aplicações do tema na resolução de equações diofantinas e na aproximação de zeros de funções reais. Por fim, duas sequências didáticas são introduzidas: uma para o Ensino Fundamental e outra para o Ensino Médio, relacionando o tema com outros

campos da matemática e utilizando o software Geogebra como ferramenta didática, corroborando que as frações contínuas possuem possibilidades didáticas e podem contribuir com o desenvolvimento de estudantes da educação básica.

Palavras-chave: Frações contínuas. Representação de números reais. Convergentes. Melhores aproximações. Proposta didática.

FERREIRA, J. O. S. APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES E SUAS OPERAÇÕES POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: uma experiência com estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública federal do Maranhão. 2022. 125f. Dissertação (Mestrado em Gestão de Ensino da Educação Básica) – Universidade Federal Do Maranhão, São Luís, 2023.

Dentre os conteúdos (objetos de conhecimentos) de Matemática desenvolvidos na Educação Básica, especificamente no Ensino Fundamental, as frações são um dos que geram algumas dificuldades para os estudantes, principalmente ao chegarem nos anos finais do Ensino Fundamental, pois até então estavam acostumados a lidar com os números naturais. Dessa forma, o objetivo desta pesquisa é promover a aprendizagem dos conceitos de frações e suas operações com estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental por meio da Resolução de Problemas, de acordo com as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Foi utilizada a metodologia de pesquisa qualitativa, e os dados foram construídos por meio da observação participante dos registros realizados no diário de campo e na análise documental. Os documentos investigados foram os manuscritos (as resoluções) feitos pelos estudantes para os problemas propostos e que foram entregues ao pesquisador para análise. Foi desenvolvida uma sequência didática com 8 (oito) problemas, trabalhados em uma turma do 6º ano de uma escola federal no Estado do Maranhão. Os dados coletados e analisados mostraram que o trabalho realizado, a partir da Resolução de Problemas, possibilitou aos estudantes a aprendizagem dos conceitos relativos à fração e suas operações. Apesar de a maioria de os alunos já ter estudado essa temática no 5º ano, inicialmente apresentaram dúvidas frequentes em relação aos problemas apresentados, principalmente quando foram resolvidos individualmente. No entanto, na fase em que eles se reuniram em pequenos grupos para solucionar os problemas, sentiram-se mais estimulados. Dessa forma, foi possível observar que tiveram uma relevante progressão quanto ao aprendizado desse conteúdo, o que demonstra que, quando os trabalhos são desenvolvidos por meio da resolução de problemas em pequenos grupos, os estudantes sentem-se com vontade de aprender Matemática. Além disso, a pesquisa evidenciou o desenvolvimento de habilidades ligadas à resolver problemas como a experimentação, a elaboração de conjecturas e formalização de conceitos e procedimentos matemáticos.

Palavras-Chave: Educação Matemática. Ensino Fundamental. Aprendizagem de Frações. Resolução de Problemas.

JANDREY, D. F. **A MATEMÁTICA DO ENSINO DE FRAÇÕES NA COLEÇÃO “MATEMÁTICA, METODOLOGIA E COMPLEMENTOS” DE RUY MADSEN BARBOSA (1966)**. 2022. 155f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2022.

Esta dissertação tem como objetivo identificar elementos da matemática do ensino de frações na coleção de manuais “Matemática, Metodologia e Complementos para professores primários” de Ruy Madsen Barbosa publicadas no ano de 1966. Delimitamos um período para este estudo, a saber: 1960 a 1970. Esta demarcação se deve pela criação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação de 1961 e um ano anterior à unificação do ensino primário em ensino de 1º grau pela Lei Nº. 5.692 de 1971, ambos considerados marcos importantes da história da educação brasileira. Os estudos foram conduzidos pelos seguintes questionamentos: Que orientações foram veiculadas, na coleção “Matemática, Metodologia e Complementos para professores primários” de Ruy Madsen Barbosa (1966), relativos ao ensino de frações? O referencial teórico-metodológico está embasado na perspectiva sócio-histórica, considerando elementos como: História da Educação Matemática (COSTA, 2017); saber a ensinar e saber para ensinar (HOFSTETTER e SCHNEUWLY, 2017); matemática a ensinar e matemática para ensinar (VALENTE, 2017); e matemática do ensino (MORAIS; BERTINI; VALENTE, 2021). A coleta de fontes foi realizada no Repositório Institucional da Universidade Federal de Santa Catarina na página do Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática (Ghemat/Brasil). Após uma assepsia das fontes encontradas, selecionamos a coleção “Matemática, Metodologia e Complementos para professores primários”, publicada no ano de 1966, por Ruy Madsen Barbosa, contendo três manuais destinados à formação de professores. Foram consideradas como categorias de análise: saber a ensinar, saber para ensinar, sequência, graduação, significado, dispositivos didáticos e exercícios e problemas. A partir dos estudos realizados, é possível inferir que, nos livros analisados, o ensino de frações parte do concreto para o abstrato, utilizando materiais manipuláveis; os números fracionários eram apresentados anterior ao conteúdo de números decimais; os manuais apresentam uma linguagem matemática bem definida, no sentido de uma linguagem utilizando símbolos, definições, etc., utilizando a teoria dos conjuntos; ênfase nas frações equivalentes para o ensino das operações; os exercícios e problemas com características de repetição, entre outros pontos que discutimos durante a elaboração desta dissertação.

Palavras-chave: Matemática do Ensino. Ensino de Frações. Ruy Madsen Barbosa. Movimento da Matemática Moderna.

MARTINS, M. A. S. **Scape Book de Frações: Possibilidades e desafios do seu uso em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental**. 2022. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2022.

A presente pesquisa de caráter qualitativo define-se como uma pesquisa-ação e tem como questão “Quais as possibilidades e desafios do uso do Scape Book de Frações em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental?”. Para responder à questão o objetivo da pesquisa foi analisar, a partir das produções dos alunos, como o Scape Book de Frações contribuiu para o entendimento do conceito de frações. Os sujeitos da pesquisa são alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede privada de Pelotas, RS. O texto perpassa por uma discussão a respeito da teoria de jogos na qual utilizou-se como referencial principal Huizinga (2019). Além disso, discutem-se os estudos do campo da Neurociência aplicados à Educação Matemática. Encontramos em Boaler (2018; 2019; 2020) considerações importantes e que foram fundamentais para a construção do Scape Book proposto, que tem três ideias gerais: os conceitos de Mentalidade Fixa e Mentalidade de Crescimento, a importância dos erros e uma abordagem Multidimensional. Para a produção e coleta de dados o Scape Book foi aplicado na íntegra aos 20 alunos da turma, num total de 12 encontros, entre fevereiro e março deste ano. A finalização foi feita a partir da produção do Diamante de Papel, em um único encontro no mês de abril. Assim, os dados da pesquisa são os registros feitos no próprio Scape Book de cada aluno, além do Diário de Campo do pesquisador. A análise dos dados foi realizada a partir da Análise de Conteúdo, considerando as etapas descritas por Bardin (2016). Foi analisada a questão da página nove do Scape Book, em comparação com o Diamante de Papel de cada estudante, resultando em três categorias de análise: Sala de Aula, Casa e Alimentação. Como resultados da pesquisa podemos perceber principalmente o avanço significativo dos alunos nas diferentes formas de representar um mesmo problema.

Palavras-chave: Scape Book. Ensino de Matemática. Multidimensionalidade. Fração. Anos finais do Ensino Fundamental.

LIMA NETO, J. F. **Razão e proporção: suas diversas alternativas nas resoluções de problemas**. 2023. 112f. Dissertação (Mestrado Profissional Em Matemática-PROFMAT) – Universidade Federal Da Paraíba, João Pessoa, 2023.

Apresentamos neste trabalho uma proposta metodológica para o ensino de questões específicas e recorrentes em vestibulares e concursos públicos na temática de razão e proporção, buscando permitir ao aluno duas percepções diferentes sobre um mesmo problema: método tradicional e o método proposto pelo autor deste trabalho. Dividimos essas questões e situações problemas em quatro grupos: problemas com frações, problemas com razão e proporção, problemas com regra de três composta e problemas com porcentagem. Além disso, com o objetivo de preparar o leitor para um melhor entendimento da nossa proposta, mostramos em cada tópico, a teoria objetiva

para que ele entenda as resoluções através dos dois métodos, bem como seis exemplos resolvidos de cada método para cada tópico trabalhado. No final de cada temática, fizemos uma pesquisa de opinião com dez estudantes, de modo a expor seus entendimentos com a resolução de uma questão através dos dois métodos e assim definir as potencialidades e deficiências de cada um sob os seus respectivos pontos de vista.

Palavras-Chave: Razão e proporção; Frações; Regra de três composta; Porcentagem.

NUCCI, A. P. E. S. **Correlações entre o desempenho escolar e as atitudes em relação às frações de alunos do 9.º ano do Ensino Fundamental**. 2024. 170 f. Dissertação (Mestrado em Educação para Ciência) – Universidade Estadual Paulista, Bauru, SP, 2024.

A presente pesquisa teve por objetivo investigar as relações entre o desempenho escolar e os procedimentos utilizados por estudantes do 9.º ano do Ensino Fundamental em atividades extraídas do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo-SARESP que envolvem frações, considerando-se algumas variáveis afetivas como: as atitudes em relação à Matemática e as atitudes em relação às frações, tendo em vista que o desempenho em Matemática dos alunos desse ano escolar nessa avaliação é abaixo da média. Para tanto, foi necessário analisar: o desempenho desses alunos em Matemática no SARESP e suas atitudes em relação à Matemática e de modo específico, às frações. Realizou-se, então, uma pesquisa quali-quantitativa sendo utilizados para a coleta de dados: um questionário informativo do aluno; uma prova de Matemática com questões extraídas do Caderno do Aluno Aprender Sempre, do governo do Estado de São Paulo; as escalas de atitudes em relação à Matemática, cujo Alfa de Cronbach foi de 0,91 (que indicou um excelente nível de confiabilidade do instrumento de pesquisa) e as escalas de atitudes em relação às frações, que apresentou Alfa de Cronbach de 0,916, confirmando o alto nível de confiabilidade do instrumento. Foram sujeitos desta pesquisa 69 alunos 9.º ano do Ensino Fundamental do período da manhã de uma escola estadual pertencente à Diretoria de Ensino de Bauru. A primeira etapa da pesquisa constituiu-se na aplicação do questionário informativo e nas duas escalas de atitudes. Posteriormente, os estudantes realizaram a prova de Matemática. Após a correção da prova, dois participantes foram selecionados e submetidos ao procedimento “pensar em voz alta”. Diante disso, por meio da análise descritiva dos escores totais dos alunos, verificou-se que as atitudes em relação à Matemática tiveram um escore médio de 45,5; as atitudes em relação às frações 45,2 e o desempenho na avaliação 5,0. Os resultados também indicaram correlação positiva e significativa a 95% ($r = 0,266$) entre o gênero e as atitudes em relação à Matemática. Com relação à idade, estudantes que já foram reprovados alguma vez e que eram mais velhos apresentavam uma correlação de 99% ($r = -0,797$) e tendiam a acreditar que suas

notas em Matemática geralmente eram menores que a da maioria da turma ($r = -0,298$), possivelmente por terem experimentado situações negativas no passado e obtiveram uma nota menor na avaliação sobre frações ($r = -0,408$), com uma média de 3,4 pontos na prova. Assim, apresentase a constatação de que este grupo de estudantes também apresentou menores pontuações nas escalas de atitudes em relação à Matemática e em relação às frações. Portanto, espera-se que esta pesquisa de mestrado contribua para o ensino da Matemática, especialmente das frações, ressignificando a aprendizagem sob o viés de aspectos afetivos e cognitivos.

Palavras-Chave: Desempenho. Educação Matemática. Atitudes. Frações. SARESP.

PEDROZO, C. A. R. **INVESTIGANDO O ENSINO DE FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL**. 2023. 94f. Dissertação (Mestrado Profissional Em Matemática-PROFMAT) – Universidade Estadual De Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2023.

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma proposta de atividades que visam auxiliar o professor do Ensino Fundamental a amenizar as dificuldades encontradas quando se tem como meta o ensino de frações, buscando uma concreta compreensão dos conceitos por parte dos estudantes. Para isso, foi realizado um estudo bibliográfico com base em dissertações elaboradas a partir de 2020 que abordam o ensino e a aprendizagem de frações no Ensino Fundamental. A apresentação de atividades é feita com o intuito de oferecer sugestões e recursos aos professores da Educação Básica, principalmente aos professores de 5º, 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, onde o ensino de frações é mais acentuado, conforme orienta a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O trabalho foi motivado pelas vivências da pesquisadora e pela recorrente dificuldade de alguns professores ao abordar o assunto. O estudo busca identificar na literatura as principais dificuldades enfrentadas no ensino e aprendizagem de frações e, a partir deste levantamento, são propostas as atividades em que se prioriza o aprendizado do conceito e não a utilização de regras e algoritmos que geralmente são utilizados de forma mecanizada pelos estudantes. O ensino de frações vem sendo tema frequente em estudos e este trabalho pretende dar suas contribuições a esse tópico tão importante dentro da matemática, principalmente na forma como ele é abordado pelos professores na apresentação aos estudantes.

Palavras-chave: Frações, Ensino e aprendizagem, Material pedagógico.

ROCHA, E. R. **DIFERENTES SONS E TONS EM AULAS DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO SOBRE FRAÇÕES**. 2022. 202f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal De São Carlos, São Carlos, 2022.

O presente trabalho tem por objetivo analisar o contexto de ser professor e inquiridor das próprias práticas no escopo da educação matemática no ensino básico, o que

presume encontrar concepções edificadas por experiências dos saberes que geralmente são constituídas de habilidades e competências sobre uma formação educacional contínua. A pesquisa qualitativa descritiva busca contextualizar reflexões sobre formas de representações interdisciplinares entre arte, isto é, o “temperamento analógico e digital” e a matemática, compreendendo frações em formas de sequências e aplicações, voltadas ao processo de ensino-aprendizagem, no contexto lúdico de frações e música, atrelado por desafios em ambientes e momentos diversificados de um antes, durante e o delicado retorno progressivo aos espaços físicos escolares, devido ao desdobramento pandêmico da Covid-19. Assim, este trabalho emerge do referencial teórico no bojo da educação de jovens e adultos pronunciada por FREIRE (1970, 1991, 1993, 1997), tendo a música como elemento gerador das reflexões do escopo da pesquisa. Conjuntamente com os educandos, ocorrem dinâmicas seguidas por atividades avaliativas planejadas no que possibilitam trabalhar, primeiramente, números e frações decimais, raízes quadradas exatas, funções afins, trinômios incompletos como intervenções ousadas contextualizadas e aplicadas relacionadas com a interdisciplinaridade proposta. No caminho pavimentado pelo referencial teórico são estabelecidas relações com as ideias propostas por Cury (2008), um suporte de “análises de erros” hipoteticamente durante o estudo que acompanhou estudantes em continuidade do 6º ao 8º ano na cidade de Vinhedo, dois 8º anos e um 9º ano, como forma de ajuste, aceleração, correção de conteúdos e currículo de educandos de uma escola Municipal de Monte Mor. Ademais, relações interpessoais pedagógicas e a dinâmica pedagógica virtual foram comparadas ao terceiro viés presencial de aplicação da dinâmica pautada no escopo frações (e)m música em 2022. Questões etárias em anos escolares, comportamentais, defasagens e desajustes, (des) organizações de ações como também currículos ocultos de bagagens de uma matemática elementar, se configuram algumas das variáveis manifestadas nas formas empíricas de segmentos de crenças que ocorreram em ambos os agentes de atuações predominantes: educador e educandos.

Palavras-chave: processo ensino-aprendizagem; ensino analógico e digital; música e matemática; frações e(m) música.

SANTOS, E. Q. **A MATEMÁTICA DA MÚSICA: UMA ABORDAGEM PARA O ENSINO DE FRAÇÕES ATRAVÉS DA TEORIA MUSICAL**. 2022. 94f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2022.

Este estudo apresenta uma proposta pautada na aplicação de metodologias inovadoras através de sequências didáticas para o ensino de Matemática para alunos do Ensino Fundamental II. Tem por objetivos introduzir conceitos sobre frações pela perspectiva da relação entre razões, de modo a complementar e aprofundar conceitos sobre o tema, combinados à forma tradicional de apresentação prevista nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) e na Base Nacional Comum Curricular

(BNCC) do Ensino Fundamental II, através de práticas relacionadas à Música e ao estudo da escala musical utilizando-se de novas perspectivas e metodologias que fornecem estruturas cognitivas e socioemocionais para o ensino da Matemática de maneira consistente e significativa, onde se espera que dessa forma os alunos recebam oportunidades de novas experiências durante a sequência didática para que consigam concretizar e manter o aprendizado por toda sua vida, aplicando-o em sociedade como uma das garantias que a Educação se propõe a cumprir.

Palavras-chave: Educação; Exatas; Frações; Matemática; Música

SANTOS, R. UMA CARACTERIZAÇÃO DO SABER PROFISSIONAL DO PROFESSOR QUE ENSINAVA ARITMÉTICA A PARTIR DE EXEMPLARES DA REVISTA DE ENSINO (1902-1930). 2022. 121f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal De Sergipe, São Cristóvão, 2022.

Neste enredo é apresentado o resultado de uma proposta que teve como objetivo caracterizar o saber profissional do professor que ensinava aritmética a partir de exemplares da Revista de Ensino com publicação nos estados de São Paulo e Alagoas entre os anos de 1902 e 1930. Como principais referências, foram utilizados estudos que discutem a constituição dos saberes profissionais do professor, adotados por Valente (2018,2019) e Moraes, Bertini e Valente (2021), os quais englobam uma aritmética a ensinar e para ensinar. Destaca-se ainda que também foi tomado como guia os elementos de uma aritmética do ensino, por entender que sendo as revistas um veículo de circulação de propostas para serem aplicadas, elas trazem em seu bojo propostas articuladas a partir da sala de aula e para a sala de aula. Dessa forma foram adotadas como lente para o exame dos vinte artigos localizados, as categorias de análise sequência, graduação, significado, exercícios e problemas, sendo possível identificar de pronto uma sequência que pode ser resumida como contagem e números, fração e as operações. Em relação a sequência interna foram identificados elementos de distanciamento, a exemplo da forma de como iniciar a contagem da dezena ou pelos números até doze. No caso das frações, por vezes eram iniciadas pelas frações decimais e em outras pelas frações ordinárias. Foi possível ainda constatar uma graduação que contemplava as primeiras noções sobre as quantidades utilizando objetos como pedrinhas e laranjas. Posteriormente essas quantidades deveriam ser aprimoradas por meio da contagem até cinco. seguindo com o ensino da dezena utilizando materiais como as Cartas de Parker, o contador mecânico, o torno e etc. As operações eram trabalhadas por meio de termos como “botar” e “tirar” para dar significado a soma e a subtração. Já para a graduação das frações, apareceriam as primeiras propostas ainda no ensino das divisões em partes iguais e sem resto, iniciadas por meio da partilha de objetos. Após terem sido estabelecidos seus principais conceitos, a graduação proposta para as frações não contemplava o uso de materiais para serem trabalhadas as operações, de modo que antes de aparecerem as notações aritméticas verificou-se apenas propostas de problemas

orais e com utilidade no cotidiano do aluno. As propostas apresentadas para o ensino, tinham embasamento em indícios do método intuitivo, de modo que por meio de orientações sobre o uso de materiais didáticos, além dos problemas e exercícios orais e práticos, é possível constatar tal afirmação. Evidenciou-se por fim, que ao realizar esse tipo de abordagem, o professor poderia proporcionar ao seu aluno, a percepção a partir do conhecido para o desconhecido, explorando um ensino baseado no conhecimento das coisas e nas experiências.

Palavras-chave: Aritmética a ensinar. Aritmética para ensinar. Revista de Ensino. Saber profissional.

SILVA, A. C. USO DAS HISTÓRIAS EM QUADRINHO NO ENSINO DE FRAÇÕES NO SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL. 2022. 364f. Dissertação (Mestrado profissional em Educação Matemática) – Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2022.

Esta dissertação, alocada na linha de pesquisa Práticas educativas em ensino de Ciência e Matemática, buscou investigar as potencialidades que uma proposta de ensino, baseada no uso de histórias em quadrinhos, assim buscou-se analisar se o uso de histórias em quadrinhos oportuniza condições de aprendizagem, ao qual e analisou a transcrição dos conceitos científicos para os espontâneos. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, embasada teoricamente em algumas ideias de Vygotsky, entre elas, a criação de conceitos científicos e espontâneos. Foi desenvolvida e aplicada uma sequência didática, apoiada na metodologia de pesquisa da Engenharia Didática. O trabalho foi desenvolvido em duas turmas de sexto ano do Ensino Fundamental, de duas escolas municipais – na cidade de Tapejara/RS. A sequência didática decorrente desse estudo gerou um Guia para as aulas de frações com o uso de história em quadrinhos para os professores que desejarem fazer uso na sua sala de aula, o qual se associa a essa dissertação. Para analisar se os objetivos foram atingidos, utilizamos os diários de aula, tanto pela professora/pesquisadora, como pelos alunos, além de um questionário inicial e outro final – respondidos pelos estudantes – e uma análise do material produzido por estes. Os dados coletados e analisados apontam a relevância de se trabalhar o uso das histórias em quadrinhos no ensino do conteúdo de frações no Ensino Fundamental, bem como aponta ser a referida atividade potencial em auxiliar os alunos a interpretar e a compreender esse conteúdo matemático em suas interações do dia a dia. A utilização das histórias em quadrinhos como recurso didático na aulas de Matemática constitui em um recurso interessante, pois oportuniza que os alunos construam o seu entendimento do conteúdo matemático aprendido. Porém torna-se necessário que o professor tenha o domínio e o conhecimento do recurso que está utilizando em sala de aula para que seja capaz de atuar efetivamente, praticando uma mediação dos conhecimentos. Acompanha a dissertação o produto educacional, disponível em <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/715917>

Palavras-chave: Frações. Histórias em quadrinhos. Ensino.

SILVA, C. M. S. **PROCESSOS EDUCATIVOS NO ENSINO DE FRAÇÕES: A CONTRIBUIÇÃO DO JOGO DIGITAL FRACIOMIA A PARTIR DA PERCEPÇÃO DOS ACADÊMICOS DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DO INSTITUTO FEDERAL CATARINENSE (IFC) – CAMPUS CAMBORIÚ/SC.** 2022. 183f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto Federal Catarinense, Camboriú, 2022.

A tecnologia está inserida no cotidiano das pessoas para além do que podemos perceber. Em relação a geração atual, que já nasce imersa neste mundo digital, a forma de ensino tradicional tende apresentar-se a cada dia com menos atrativos. Diariamente os educadores se deparam com estudantes que manifestam baixo rendimento, falta de entusiasmo e mesmo certa aversão ao ensino da matemática. Por outro lado, os professores desta disciplina se sentem pouco estimulados por conta das dificuldades enfrentadas no desempenho laboral (LAURENTINO; FREITAS; NUNES, 2017, SANTOS; FONSECA, 2019). Neste contexto, os jogos educacionais quando utilizados no ambiente escolar como ferramentas pedagógicas podem vir a contribuir para despertar a atenção e auxiliar positivamente no ensino-aprendizagem. Sob outra perspectiva, um jogo pedagógico não pode apenas ser objeto de entretenimento, ele precisa ter objetivos de ensino claros, e com recursos para que o professor possa avaliar quais jogos realmente cumprem seu propósito. A base teórica elencada para fundamentar as análises dessa pesquisa contou com a colaboração de autores, como: Prensky (2012), Mattar (2010), Laurentino, Freitas e Nunes (2017), Santos e Fonseca (2019), Souza, Depresbiteris e Machado (2004), Coutinho e Alves (2016), Ramos (2013), Jappur, Forcellini e Spanhol (2014), Savi (2011), Feuerstein, Feuerstein e Falik (2014), Feuerstein (1996), Keller (1987, 2016), entre outros. O estudo foi realizado com o objetivo de analisar, na percepção dos acadêmicos do curso de licenciatura em matemática do IFC campus Camboriú/SC, a contribuição do jogo Fraciomia no ensino-aprendizagem de frações. Para avaliar o jogo foi adotado o modelo de avaliação ARCS de John Keller e a Teoria de Modificabilidade Cognitiva Estrutural (TMCE) de Reuven Feuerstein. Trata-se de uma pesquisa de natureza aplicada, de abordagem mista e exploratória. A coleta de dados foi realizada por meio de questionário encaminhado via online para os acadêmicos de 3 das turmas em andamento do curso de Matemática, ano letivo de 2021. Participaram no total 27 acadêmicos, cujas respostas, foram tabuladas e analisadas em relação ao modelo de avaliação ARCS e a TMCE. Os resultados das análises dos dados indicaram, na percepção dos respondentes, para validação do jogo Fraciomia como ferramenta para auxílio no ensino-aprendizagem do conteúdo de adição e subtração de frações com denominadores diferentes. No entanto, considera-se ampliar esse estudo em ambiente escolar com os estudantes do ensino fundamental anos finais e fortalecer os resultados aqui sinalizados, de que o jogo Fraciomia pode auxiliar no aprendizado. Como resultado esse estudo busca colaborar para incorporação de recursos

tecnológicos, como os jogos digitais, capazes de contribuir na promoção da aprendizagem para um ambiente escolar mais compatível com as preferências desta geração atual.

Palavras-chave: Processos Educativos. Matemática. Operações com Frações. Recursos Tecnológicos na Aprendizagem. Fraciomia.

SILVA, D. R. **OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS E OS DEBATES SOBRE O ENSINO DE FRAÇÕES**. 2022. 79f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal De São Paulo, São Paulo, 2022.

Esta Dissertação analisa os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), referências oficiais para o ensino, elaborados na década de 1990. Trata especificamente do Ensino Fundamental, mirando a Matemática do 2º Ciclo de ensino desse nível escolar. Mais particularmente, considera as propostas para o ensino de frações. Tendo em vista que a literatura sobre o tema aponta um não consenso sobre a ordem em que se deva ensinar frações ordinárias e números decimais, o estudo analisa as respostas dadas por pareceristas à proposta de versão preliminar dos PCN sobre o tema. Tais pareceres compõem o Arquivo Pessoal Maria Amábile Mansutti, um dos acervos do Centro de Documentação do GHEMAT. A análise dessa documentação mostra que os pareceristas, de um modo geral, corroboram a proposta elaborada pelo núcleo de experts convocados para sistematizar esta referência curricular: o ensino dos números decimais deverá preceder àquele das frações ordinárias.

Palavras-chave: Aritmética; Frações; História da Educação Matemática; PCN; Expert.

SILVA, R. P. **CONTRIBUIÇÕES DA SALA DE AULA INVERTIDA PARA O ESTUDO DE FRAÇÕES**. 2022. 147f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual Da Paraíba, Campina Grande, 2022.

O presente estudo tem como objetivo geral analisar a contribuição da Sala de Aula Invertida (SAI) no ensino e aprendizagem do conceito de Frações, em uma turma do 6.º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa foi realizada em uma escola da rede privada de ensino, localizada no município de Juarez Távora, no estado da Paraíba, em que o Professor é também o Pesquisador. A pesquisa é de natureza qualitativa, abordagem que permite ao pesquisador buscar compreender o fenômeno em sua totalidade, procurando compreensões e interpretações significativas do objeto estudado. Também é caracterizada como uma pesquisa pedagógica, uma vez que, é voltada para o estudo da nossa própria sala de aula, ou seja, se trata de o professor pesquisando a sua própria prática didático-pedagógica, além de envolver todo o processo de observação empírica da sala de aula e a reflexão dos alunos. A coleta dos dados ocorreu por meio de questionários com perguntas abertas e fechadas que

foram aplicados antes e depois do desenvolvimento da metodologia da Sala de Aula Invertida (SAI). Por meio desses questionários, buscamos levantar dados sobre o acesso dos alunos às tecnologias e a respeito das suas percepções acerca da metodologia abordada. Além disso, coletamos dados por meio da observação realizada durante o processo de aplicação da metodologia, buscando verificar como se desenvolveu a aprendizagem dos alunos acerca do conceito de Frações. Os critérios de análise foram a compreensão dos conceitos trabalhados; e, a participação, a interação e a cooperação entre os alunos durante o desenvolvimento da proposta da SAI. A partir da nossa análise, evidenciamos que a metodologia contribuiu de forma positiva para a aprendizagem dos alunos quanto ao conceito de Frações, bem como, constatamos mudanças satisfatórias no comportamento dos alunos, considerando a participação, a interação e a cooperação. Em síntese, ressaltamos que o uso da metodologia da SAI pode, sim, contribuir positivamente para o ensino e a aprendizagem de Frações.

Palavras-chave: sala de aula invertida; metodologia ativa; ensino híbrido; ensino de frações.

TERRES, J. G. P. **MENTALIDADE MATEMÁTICA DE CRESCIMENTO E APRENDIZAGEM SOBRE FRAÇÕES: ESTRATÉGIAS DE ENSINO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**. 2022. 228f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática.) – Universidade De Caxias Do Sul, Caxias do Sul, 2022.

O presente texto discorre sobre o desenvolvimento de uma pesquisa, que foi realizada no intuito de investigar se a aplicação de estratégias de ensino na aprendizagem sobre frações, baseadas nos estudos a respeito da mentalidade de crescimento, e em metodologias ativas, realmente têm potencial de promover uma evolução no desenvolvimento do pensamento matemático. Procurou-se fundamentar os conceitos de plasticidade cerebral, mentalidade fixa, mentalidade de crescimento, enfatizando o erro, a tentativa e a persistência como parte importante no processo de aprendizagem e na superação de desafios, utilizando referências como as autoras Jo Boaler e Carol Dweck. Em recente avaliação internacional de aprendizagem pelo Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA, 2018), os dados divulgados apresentaram o Brasil na preocupante posição 72º e 74º lugar em matemática, evidenciando o quanto precisamos investir na Educação de nosso país, tanto em recursos materiais, quanto em formação docente. É nesse ponto que essa pesquisa se propôs a contribuir, constituindo um material de apoio, referencial teórico, e abordagem qualitativa, para que professores possam vir a conhecer e/ou aprofundar seus estudos sobre a importância de promover o desenvolvimento de uma mentalidade matemática de crescimento em seus alunos. E também utilizar estratégias de ensino, para propiciar uma aprendizagem significativa e satisfatória. Diante desses objetivos, ao longo da aplicação, percebeu-se a evolução dos aspectos

cognitivos e atitudinais dos estudantes, observada mediante suas explanações, apresentações e argumentos, demonstrando um amadurecimento gradual. A pesquisa de abordagem qualitativa foi aplicada em uma escola da Rede Municipal de Caxias do Sul, com uma turma do quinto ano do Ensino Fundamental, e teve o objetivo de executar de forma prática, com crianças em idade escolar, estratégias de ensino de matemática, tendo como consequência a elaboração de um produto educacional, que poderá servir de material formativo e de apoio a professores dos anos iniciais do ensino fundamental. O procedimento empregado foi de intervenção pedagógica e empírica, no qual com a intervenção do professor, foram proporcionadas atividades práticas de matemática, para que as crianças pudessem experienciá-las. A coleta de dados aconteceu por meio direto entre pesquisadora e estudantes. A pesquisadora foi participante do processo, interagindo com os sujeitos em um contexto naturalístico. A técnica de análise de dados, teve uma abordagem qualitativa descritiva, em que os dados coletados foram avaliados individualmente, e em conjunto, de forma a identificar quais foram as formas de pensamento empregadas pelos sujeitos, e como colaborariam para um amadurecimento dos mesmos em relação ao processo matemático. A pesquisa foi organizada em uma sequência didática, com dezoito encontros, que ocorreram entre os meses de agosto a dezembro de 2021. No desenvolvimento dessa pesquisa foi possível notar uma evolução na mentalidade dos estudantes, que passaram a acreditar mais em seu potencial. Essa constatação pode ser medida de alguma forma, com a reaplicação do questionário inicial ao final da sequência didática. O percentual de estudantes que demonstravam uma mentalidade de crescimento subiu de 64% em agosto, para 85% ao final da aplicação das atividades no mês de dezembro de 2021. Os resultados decorrentes dos encontros elaborados dentro do formato da pesquisa, serão apresentados, apontando para as tendências promovidas pelas teorias aplicadas. Esses resultados positivos contribuíram para a construção do Guia Didático, documento proposto no início da pesquisa.

Palavras-chave: Mentalidade de Crescimento, Matemática Criativa e Visual, Frações, Ensino Fundamental.

THIELE, L. **Aprendizagem de frações no 6º ano do Ensino Fundamental na perspectiva de medição:** um enfoque Fenomenológico. 2023. 207 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2023.

O ensino e a aprendizagem de frações são temas importantes, recorrentes nas pesquisas em Educação Matemática e perpassam por inúmeras abordagens ou modos de ensinar e aprender os números fracionários. O enfoque na perspectiva da parte-todo é predominante tanto em documentos quanto nas pesquisas. Frente a isso, compreende-se que se faz necessário investir em pesquisas sob outra perspectiva, neste caso, a de medição, que tem características histórico-epistemológicas para a

compreensão e construção do número fracionário. Essa perspectiva foi investigada sob a interrogação de pesquisa: O que se mostra sobre a aprendizagem de frações ensinadas na perspectiva de medição, com enfoque na ideia de magnitude e da construção da unidade? Assumiu-se a pesquisa qualitativa em uma perspectiva fenomenológica. Para tanto, os dados desta pesquisa foram constituídos a partir da experiência vivida da professora nas suas aulas de matemática. As atividades baseadas na perspectiva de medição foram implementadas em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental. Todo o material produzido, diálogos (entre professora e alunos ou entre alunos) e registros simbólicos ou não simbólicos (representações figurais) dos estudantes ou da professora foram gravados, transcritos e, posteriormente, analisados. Nessa análise, utilizou-se como instrumento facilitador o software de análise qualitativa, Atlas.ti e procedemos segundo a perspectiva fenomenológica, destacando as Cenas Significativas e, a partir delas, mediante reduções sucessivas, chegou-se às Unidades de Significado. Em busca do que se manifestava, foi realizada a articulação das unidades que convergiam e, dessas, a elaboração das categorias. A pesquisa culminou em sete categorias abertas: C1) Compreensões iniciais sobre frações; C2) Relação da unidade de medida comum com a relação multiplicativa; C3) A unidade e sua relativização; C4) A necessidade e o reconhecimento da unidade; C5) Manifestação do sentido da igualdade; C6) Simbolização e/ou representação das frações; e C7) Compreensão das frações sem barras. Essas categorias foram interpretadas hermeneuticamente e evidenciaram o sentido da unidade como aspecto central para a compreensão dos números fracionários. Essa unidade não é fixa, é escolhida, elegida no contexto da própria medição. Além disso, a comparação se mostrou como a ação mais recorrente e merece destaque, uma vez que o entendimento da unidade comum foi se mantendo nas várias possibilidades de arranjo entre as barras.

Palavras-chave: Frações; Unidade de medida; Aprendizagem; Fenomenologia.

VERNIZZI, M. A. Z. **O ENSINO DE OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS EM SUA REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA: FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES.** 2022. 87f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2022.

Esta dissertação apresenta quatro sequências didáticas, para o ensino de operações com números racionais em sua representação fracionária, para ser discutida com docentes que trabalham com as séries iniciais do Ensino Fundamental II, haja vista que por meio da revisão bibliográfica encontramos um número pequeno de pesquisas que tratam dessas operações. Além disso observamos a falta de autonomia de professores para elaborar atividades desse tipo, o que nos leva a ideia de investigar para responder a seguinte questão: quais conhecimentos professores de matemática mobilizam a respeito do ensino de operações com números racionais em sua representação fracionária durante a discussão de uma sequência de ensino para o

sexto ano do Ensino Fundamental? Focaremos as operações na concepção partetodo, partindo das representações de figuras geométricas planas, por ser a mais comum tanto nos livros didáticos quanto na prática dos professores, embora as demais concepções possam aparecer durante as soluções. Apresentaremos uma breve descrição a respeito da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2009), bem como a respeito da Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1977) por acreditar que a junção destas teorias pode auxiliar no ensino de tais operações. Sugerimos novas pesquisas no âmbito a fim de contribuir para a Educação Matemática.

Palavras-chave: Frações; Números Fracionários; Operações; Formação.

WEISHEIMER, F. F. X. **ESTUDOS DE AULA E ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS SOBRE FRAÇÕES DE ESTUDANTES DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**. 2023. 129f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática.) – UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ, Curitiba, 2023.

O objetivo desta pesquisa é analisar as estratégias elaboradas para a resolução de atividades investigativas relativas a frações por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola do município de Curitiba em um ciclo de Estudo de Aula. Esta pesquisa é uma investigação qualitativa do tipo exploratória e de natureza investigativa. O Estudo de Aula constitui um processo formativo relacionado à prática dos professores e voltado para a aprendizagem dos estudantes. O ciclo de estudos de aula foi organizado em 10 encontros de 2 horas cada, contou com a participação de seis professores que lecionam para turmas de 5ºano e 56 estudantes, respeitando as etapas propostas por Ponte (2014). Foram realizadas duas aulas de investigação, que deram origem aos dados analisados. As atividades investigativas foram elaboradas pelos professores participantes, após momentos de estudos e reflexão sobre a sua relevância, contemplando diferentes possibilidades de resolução e representações, sejam elas numéricas ou pictóricas. Os dados da pesquisa foram recolhidos através de anotações, registros escritos dos professores participantes e dos estudantes, gravação da aula de investigação, diário de bordo do pesquisador e registros das considerações feitas durante a etapa de reflexão pós aula de investigação. A partir do estudo do material empírico foram elencadas três categorias de análise: contagem, esquema e operações matemáticas. Os resultados da pesquisa apresentam indícios de que as estratégias adotadas nem sempre foram suficientes para que os estudantes alcançassem a solução esperada, buscando respostas dentro do campo dos números naturais. Este fato nos fornece pistas de que os estudantes se encontram no processo inicial de compreensão dos números racionais. Este aspecto sugere a necessidade explorar os diferentes significados de fração, ampliando o repertório de resolução e de estratégias diferenciadas para um mesmo significado. Neste sentido, o Estudo de Aula pode ser um diferencial, colaborando para a construção de conceitos fundamentais.

Palavras-chave: Atividades investigativas. Estratégias de resolução. Frações. Estudo de Aula. Aprendizagens discentes